UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE GESTIÓN EMPRESARIAL

Comparación y Cuantificación de los Tipos de Opciones Reales en la Evaluación de Proyectos.

MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO COMERCIAL

Oyarce Sandoval, Joaquín Félix; Silva Navarrete, Andrea Alejandra

Profesor Guía: Sra. Macarena Gallardo Gómez.

2012

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE GESTIÓN EMPRESARIAL

Comparación y Cuantificación de los Tipos de Opciones Reales en la Evaluación de Proyectos.

MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO COMERCIAL

Oyarce Sandoval, Joaquín Félix; Silva Navarrete, Andrea Alejandra

Profesor Guía: Sra. Macarena Gallardo Gómez.

2012

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE GESTIÓN EMPRESARIAL

"Trabajo de titulación presentado en Conformidad a los requisitos para obtener el título de *Ingeniero Comercial*"

Profesor Guía: Sra. Macarena Gallardo Gómez.

Oyarce Sandoval, Joaquín Félix; Silva Navarrete, Andrea Alejandra

2012

A Nuestros Padres

Agradecimientos

Cuando estoy ad portas de culminar un ciclo en la vida, es importante observar el duro camino recorrido hasta acá y agradecer a aquellas personas que han hecho que hoy pueda decir “meta cumplida”.

Agradecer a mi familia, a mis padres que me han apoyado en cada decisión que he tenido que tomar y de seguro lo seguirán haciendo, que me han enseñado que todo es posible con esfuerzo, dedicación y responsabilidad. Mi hermana Anita, quien me alegra y apoya en momentos en que todo parece complicado, pero que finalmente terminamos sonriendo. A mis hermanos Claudio y Jaime, de quienes siempre he recibido alguna palabra de aliento que ha hecho este camino más fácil. Así también, agradecer a mis tíos y primos con quienes tengo la suerte de compartir mucho, de quienes siempre aprendí alguna lección de vida.

A mis grandes amigos que siempre estuvieron junto a mí, aquellos que son compañeros y aquellos que no lo son, con quienes he vivido muchos momentos que serán muy difíciles de olvidar, con ellos también aprendí que la vida está llena de obstáculos, pero acompañado de ellos serán mucho más fácil de sortear, que serán siempre un apoyo incluso cuando las distancias nos tengan que separar. A todos mis compañeros de la universidad, que debo decir, fue una generación única, cuanta amistad y compañerismo que hoy en día es muy difícil de encontrar.

A Andrea, compañera de tesis, con quien nunca tuve un conflicto o diferencia, que ha hecho posible que hoy podamos decir juntos que nuestros esfuerzos han dado sus frutos.

Mis profesores, quienes se esforzaron por entregar sus conocimientos y prepararnos para desenvolvernos como profesionales, aquellos con los que pude compartir una palabra más, fuera de la sala de clases; agradecer a la profesora Macarena Gallardo, quien fue una guía en todo momento de esta última e importante etapa de mi vida universitaria.

A la Universidad del Bío-Bío, y muchos de sus funcionarios quienes hicieron posible que la Universidad haya sido un lugar en el cual pude desenvolverme, desarrollarme como persona y conocer gente importante para mí.

Hoy entonces, culmina una etapa importante en mi vida, pero asimismo, comienza otra más importante aún, y espero que cuando tenga que analizar esta nueva etapa, tenga que agradecerles nuevamente por su apoyo brindado. Gracias.

Joaquín F. Oyarce Sandoval. Chillán, Abril 2012.

Terminando esta gran etapa de mi vida me doy cuenta que han sido muchas las personas que han influido, que me han apoyado para lograr esta meta y de una u otra manera han aportado con su granito de arena.

En primer lugar quiero agradecer a mi familia, a mi madre, quien se ha sacrificado mucho para darme el gran apoyo que me brinda, a mi abuela, esa gran persona que mas que su nieta, me ve como una hija y yo como una segunda madre, les agradezco enormemente todo lo que han hecho por mí, son un apoyo fundamental en mi vida.

También quiero agradecerle a mi complemento, a mi otra mitad, Amorcito Guillermo Cárdenas quiero darte las gracias por todo lo que me has ayudado, por tus preocupaciones y los sacrificios que has hecho para apoyarme en todo. Además agradecerle a tu familia, quienes también me han apoyado mucho y me han acogido como otra más de la familia.

Asimismo, quiero agradecerles a mis dos hermanas de la vida, a mis amigas Ximena Morales y Paulina Valdés, las que me levantan el amino o me desconectan de mis preocupaciones, me aconsejan y me regañan según sea el caso, gracias por estar siempre conmigo brindándome su apoyo.

Igualmente, te agradezco Joaquín Oyarce por emprender este desafío juntos, creo que te conocí un poco más en estos meses, me gustaría que esta amistad se prolongara en el tiempo.

A la profesora Macarena Gallardo por todo el apoyo y los consejos que nos ha brindado en este tiempo que estuvimos trabajando juntos, y a todos los profesores que nos formaron como profesionales.

Me despido de mi querida Universidad del Bío-Bío, donde pase muchos momentos buenos, donde conocí a grandes amistades, donde encontré el amor y donde aprendí que nada es imposible.

Termino una etapa muy importante, pero comienza otra en donde mis anhelos y sueños comienzan a tomar cuerpo, esperando que la suerte me acompañe en este nuevo camino que emprendo.

Andrea A. Silva Navarrete. Chillán, Abril 2012

Índice General

Agradecimientos .... **I**

Introducción .... **IX**

Antecedentes Generales de la Investigación .... **XII**

Capítulo I: Marco Teórico **1**

1.1. Opciones Reales 1

1.2. Tipos de Opciones 5

1.2.1. Opción de Diferir/Aprender 6

1.2.2. Opción de Inversión/Crecimiento 8

1.2.3. Opción de Desinvertir/Reducir 9

Capítulo II: Metodología de Cálculo de las Opciones Reales **11**

2.1. Método Binomial 11

2.1.1. Binomial en *n* periodos 17

2.2. Modelo Black-Scholes 20

2.2.1. Ejercicio anticipado de la opción 23

2.3. Método de Simulación de Montecarlo 24

2.3.1. El proceso de valoración con simulación de Montecarlo 27

2.4. Relación entre Modelo de cálculo y Tipo de Opción Real. 33

2.4.1. Primera Etapa 35

2.4.2. Segunda Etapa 37

Capítulo III: Aplicación de las Opciones Reales a Proyectos Reales 40

3.1. Fundamentos a aplicar. 40

3.2. Complementos para cálculos en Excel 40

3.2.1. Método Binomial 40

3.2.2. Método Black-Scholes 42

3.2.3. Simulación de Montecarlo 43

3.2.4. Equivalencia de parámetros 45

3.3. Caso Práctico I 45

3.3.1. Método Binomial 48

3.3.2. Método Black Scholes 49

3.3.3. Simulación de MonteCarlo 50

3.4. Caso Práctico II 51

3.4.1. Método Binomial 56

3.4.2. Método Black Scholes 57

3.4.3. Simulación de Montecarlo 58

3.5. Caso práctico III 60

3.5.1. Método Binomial 61

3.5.2. Método Black Scholes 62

3.5.3. Simulación de Montecarlo 63

3.6. Caso Práctico IV 64

3.6.1. Método Binomial 66

3.6.2. Método Black-Scholes 67

3.6.3. Simulación de Montecarlo 68

Conclusiones 69

Bibliografía 73

Anexos 75

Índice de figuras

- ***Figuras***

Figura N° 1: Incorporación de la incertidumbre.. 2
Figura N° 2: Evolución del Activo Subyacente (S).................................... 12
Figura N° 3: Evolución del valor de la opción (C)..................................... 13
Figura N° 4: Evolución del valor del activo subyacente según un proceso binomial multiplicativo.. 17
Figura N° 5: Valoración de la prima de la opción de compra según un modelo binomial.. 18
Figura N° 6: Esquematización de intervalo de tiempo................................ 26
Figura N° 7: Simulación de cada variable de estado.................................. 30
Figura N° 8: Proceso de Valoración de Opciones..................................... 34

- ***Gráficos***

Grafico N° 1: Simulación del comportamiento de los precios del metro cuadrado del proyecto durante la duración del mismo................................ 54

Índice de cuadros

- **Cuadros**

Cuadro N° 1: Valoración de Opciones Financieras según su Tipo…………… 33
Cuadro N° 2: Valoración de Opciones Reales según su Tipo………………… 38
Cuadro N° 3: Equivalencia de parámetros de valorización entre opciones financieras y opciones reales…………………………………………………….... 45

Introducción

La presente memoria de título hace referencia a la utilización de las opciones reales como método de valoración y evaluación de proyectos, entendiendo por opciones reales un modelo de valuación flexible que está dado por las posibles variables críticas que determinan los flujos de efectivo a producir por el proyecto.

La característica principal de las opciones reales es que permite, en palabras sencillas, determinar el costo de oportunidad de aprobar o rechazar un proyecto, por medio de la valoración de la opción la cual es sumada al VAN básico, para de esta forma dar lugar a un VAN total, con el cual es posible tomar la decisión. En este punto es importante mencionar además, que de acuerdo al tipo de proyecto es posible apreciar una variedad de opciones, las cuales para efectos de la presente memoria se diferenciaran de acuerdo a la clasificación dada por Juan Mascareñas[1], siendo estas: Opción de Diferir/Aprender, Opción de Inversión/ Crecimiento y Opción de Desinvertir/Reducir.

Para analizar esta temática, es necesario conocer algunas causas que motivaron su creación, dentro de las cuales podemos mencionar la dificultad de tomar decisiones en un mundo en el cual los escenarios cambian constantemente y la evaluación de proyectos con flujos de caja dinámicos no siempre refleja la actual situación del mercado, por lo que se hacía necesario encontrar nuevos métodos para evaluar y valorar proyectos.

[1] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales en la valorización de proyectos de inversión. Madrid, España. Universidad Complutense de Madrid. Mayo 1999.*

El desarrollo de este tema surge por el interés e importancia de lograr determinar el modelo de cálculo más adecuado para cada tipo de opción, con el fin de facilitar la obtención de resultados y por ende la toma de decisiones.

Para el desarrollo de esta memoria se utilizaron métodos de investigación tanto cualitativos como cuantitativos, con el objeto de presentar de manera más práctica los conceptos a revisar de opciones reales, junto con esto, fue necesario realizar un análisis bibliográfico de las distintas teorías existentes sobre el tema, y de esta manera profundizar en materia de opciones reales y particularmente en los diferentes tipos de opciones, para posteriormente realzar un análisis cualitativo de los diferentes métodos matemático-financieros que se emplean para obtener resultados cuantificables en la evaluación de proyectos con opciones reales para de esta manera determinar cuáles son los métodos más adecuados para cada tipo de opción.

Posteriormente, se procederá a un análisis cuantitativo en donde se utilizarán proyectos ya evaluados por métodos tradicionales, aplicando las nuevas metodologías para así poder demostrar el método matemático-financiero más adecuado para cada tipo de opción, mostrando los atributos que lo hacen ser el método más idóneo.

De este modo el desarrollo de la memoria se estructurará de la siguiente manera:

En el capítulo I, "Marco Teórico"; se estipulan aquellos elementos esenciales para el desarrollo y comprensión de la presente memoria, dando a conocer los conceptos de opción, opciones reales y como estos se clasifican. Además se dará a conocer el concepto de VAN total y la importancia que este tiene para la toma de decisiones.

En el capítulo II, “Metodología de Cálculo de las Opciones Reales”; en primer lugar se explicará en qué consisten los tres métodos de cálculo más conocidos para la valoración de las opciones reales, explicando sus metodologías de cálculo y los supuestos básicos que deben cumplirse para su utilización. Y en segundo lugar se hace una relación entre el modelo de cálculo y tipo de opción real, basándose en las teorías anteriormente estudiadas y sus fundamentos.

En el capítulo III, “Aplicación de las Opciones Reales a Proyectos Reales”; se procederá a explicar los complementos de Excel que se van a utilizar para los distintos cálculos, dependiendo del método de cálculo a aplicar. A continuación y para la realización de los cálculos de las opciones, se hace necesario realizar una tabla de equivalencia, puesto que los complementos utilizan variables que aparecen en términos de opciones financieras; posteriormente se darán a conocer los casos objetos de evaluación y sus cálculos a través de las diferentes metodologías.

Antecedentes Generales de la Investigación

Para una mejor comprensión de la memoria se darán a conocer los elementos que la fundamentan, con el objeto de lograr comprender de mejor manera, la orientación y rumbo que irá tomando. Para esto se entregarán los distintos antecedentes que justifican la memoria y los objetivos que se buscan con su realización.

OBJETIVO GENERAL:

Comparar las distintas Opciones que pueden existir en proyectos de inversión al utilizar la metodología de Opciones Reales

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Analizar el estado del arte de los diferentes tipos de Opciones Reales.
- Determinar el método matemático más adecuado para cada tipo de Opción Real.
- Definir la mejor opción para determinados escenarios económicos.
- Cuantificar a través de proyectos ya evaluados la incorporación de las distintas Opciones.

JUSTIFICACIÓN DE LA MEMORIA

Dentro de las principales e importantes decisiones que se deben tomar dentro de una empresa u organización, se destaca la decisión de aceptar o rechazar potenciales proyectos para el desarrollo económico-financiero de una empresa privada, o un desarrollo de cobertura y servicio en el caso de una empresa pública; de esta forma aparecen distintos métodos de evaluar estos proyectos, con el fin de pronosticar los posibles retornos ante una inversión determinada.

En la actualidad, una de las principales metodologías utilizadas es la del Valor del Dinero en el Tiempo, o como se conoce comúnmente, el VAN (Valor Actual Neto) en conjunto con la TIR (Tasa interna de Retorno), los cuales presentan flujos de dinero traídos a valor presente, flujos obtenidos de estudios previos, los cuales presentan una escenario en particular. Pero todos los proyectos presentan un grado de incertidumbre ante distintas situaciones que pueden ocurrir en el transcurso de su ejecución, aquí nace un método en donde se ven distintos escenarios, lo que hace la evaluación más real, y se evalúa un proyecto con las distintas decisiones que se pueden tomar, como por ejemplo al momento de una crisis o inestabilidad económica, método que se denomina Opciones Reales.

Según Juan Mascareñas, en su monografía “Opciones Reales en la valorización de Proyectos de Inversión” de Mayo de 1999; existen 3 grupos de Opciones Reales:

a) Opción de Diferir/Aprender
b) Opción de Inversión/Crecimiento
c) Opción de Desinvertir/Reducir

Una vez conocido los diferentes tipos de Opciones Reales, se deben evaluar en conjunto con métodos matemático-financieros que nos ayudan a la cuantificación del VAN definitivo considerando las Opciones Reales; así encontramos métodos como el Binomial para uno y más periodos, Modelo de Black-Scholes, Simulación de Montecarlo, entre otros utilizados en el último tiempo. De aquí nace la necesidad de encontrar el método matemático-financiero más adecuado para cada tipo de opción, dependiendo del contexto que se quiere evaluar.

Capítulo I: Marco Teórico

1.1. Opciones Reales

En un mundo cambiante como el actual se deben tomar decisiones que son relevantes para la vida de una empresa, pero al momento de evaluar esas decisiones, se debe pensar en que los escenarios son cambiantes y la evaluación de proyectos con flujos de caja dinámicos no siempre reflejan la situación actual del mercado, es por ello que nace la necesidad de encontrar nuevos métodos para la evaluación de proyectos, uno de ellos es la de *Opciones Reales*.

Una opción ofrece a su propietario el derecho, pero no la obligación, a realizar una operación determinada durante un periodo de tiempo prefijado.[2] Las opciones reales son aquellas donde el activo subyacente, o sea el bien en que se ejerce el derecho, es un activo real.

Es muy importante que las decisiones estratégicas sean tomadas con certeza, por lo que es relevante ir adaptándose a lo incierto del mercado, es aquí donde la incertidumbre tiene gran relevancia, ya que ésta puede ser utilizada a favor de la empresa para generar mayor valor a los activos.

Normalmente las decisiones son tomadas con un enfoque de Valor Actual Neto (VAN) tradicional, basadas en un escenario esperado y una estrategia operacional establecida, por lo que, se toma la decisión del proyecto como una inversión independiente.

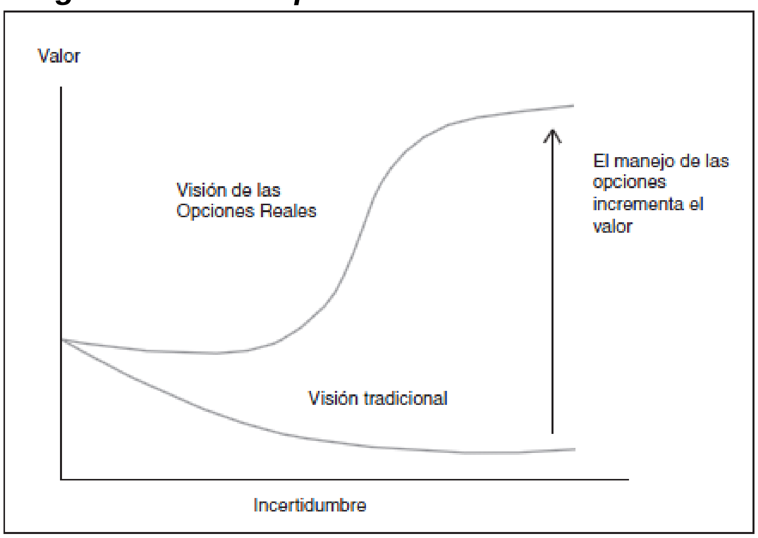
[2] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos, Madrid, España, 2004. Pág. 3.*

Bajo un escenario cambiante, nacen dos problemas para los directivos al momento de tomar sus decisiones, el primer es la necesidad de prever los flujos de caja para realizar el análisis, pero éstos son creados por el defensor del proyecto, por lo que se vuelven un input subjetivo.

El otro problema tiene que ver con las decisiones de inversión futuras, ya que las actuales herramientas de análisis, se basan en un determinado plan de inversión, pero los directivos actualizan y revisan los planes de inversión dependiendo de los cambios en los mercados, y esto no se refleja en los flujos previstos. Todo esto genera el descarte de los instrumentos que no sirven y las decisiones se toman en función de "consideraciones estratégicas" y "carisma directivo"[3].

Una vez que la incertidumbre se inserta en la manera de pensar de los directivos se produce un cambio en el marco del proceso de toma de decisiones, como se aprecia en la Figura N° 1, al incorporar la incertidumbre el valor se incrementa y las decisiones directivas incrementan el valor.

Figura N° 1: Incorporación de la incertidumbre



Fuente: Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto (Martha Amram y Nalin Kulatilaka, 2000)

[3] *AMRAM Martha, KULATILAKA Nalin. Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto. Barcelona, España, 2000. Pág. 36.*

El método de opciones reales se basa en la teoría de las opciones financieras sobre activos reales, por lo que las opciones reales objeto de inversiones estratégicas deben ser identificadas y especificadas. Stewart Myers estableció el término "opciones reales" para llenar el vacío existente entre la planificación estratégica y las finanzas.[4]

En general se puede decir que el Método de Opciones Reales es un modelo de valuación flexible que es dado por la incertidumbre de las posibles variables críticas que determinan los flujos de efectivo a producir por el proyecto.

Los modelos de opciones reales son variaciones en los modelos estándar que descuentan flujos de caja, los cuales se ajustan en base al hecho de que las decisiones de la dirección pueden ser modificadas en el futuro de acuerdo con la información que esté disponible en ese momento. Estos modelos valúan la flexibilidad estratégica y operativa.

Se recomienda utilizar el método de opciones reales cuando existe una decisión contingente de inversión[5], la incertidumbre es alta, además cuando el valor de la empresa es mejor capturado por opciones reales de crecimiento que por el método de descuento de flujos de efectivo y el Valor Actual Neto (VAN) es cercano a cero.

Para calcular el valor de este tipo de opciones se deben considerar seis variables (Mascareñas, 2004):

a) *El precio del activo subyacente (S):* indica el valor actual del activo real subyacente, es decir, el valor actual de los flujos de caja que se espera genere dicho activo. Muchas veces este valor sólo se conoce de forma aproximada.

---

[4] *AMRAM Martha, KULATILAKA Nalin. Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto. Barcelona, España, 2000. Pág. 25.*

[5] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos, Madrid, España, 2004.*

b) *El precio del ejercicio (X)*: indica el precio a pagar por hacerse con el activo real subyacente, es decir, con sus flujos, o el precio al que el propietario del activo subyacente tiene derecho a venderlo si la opción es de venta.

c) El tiempo hasta el vencimiento (t): tiempo de que dispone su propietario para poder ejercer la opción.

d) *El riesgo o volatilidad (σ):* varianza, o desviación típica, de los rendimientos del activo subyacente. Indica la volatilidad del activo subyacente cuyo precio es S pero que puede oscilar en el futuro. Esta volatilidad indica cuan equivocadas pueden estar las estimaciones acerca del valor del activo subyacente.

e) *El tipo de interés sin riesgo (r_f):* refleja el valor temporal del dinero.

f) *Los dividendos (D):* dinero líquido generado por el activo subyacente durante el tiempo que el propietario de la opción la posee y no la ejerce.

Cabe mencionar también que según el momento en que se puede ejercer la opción, de acuerdo a (Mascareñas, 2004) estas pueden clasificarse en:

- Opción Europea: este tipo de opción puede ser ejercida sólo en el momento del vencimiento (t). Es el caso de una entrada a un espectáculo artístico, esta puede ejercerse solo cuando este espectáculo se realice.
- Opción Americana: esta opción puede ejercerse en cualquier instante hasta el momento del vencimiento. En el cine es común que se adquieran los derechos sobre los guiones de las películas, las que pueden rodarse cuando quien las haya adquirido estime conveniente rodarla.
- Opción Bermuda: este tipo de opción es una combinación de la europea con la Americana, es decir, puede ejercerse en cualquier instante hasta el momento de su vencimiento, pero sólo en algunas fechas determinadas.

Para poder tomar la decisión de según la regla del VAN, se debe tomar en cuenta el costo de oportunidad de realizar la inversión inmediatamente, renunciando a la opción de esperar para obtener nueva información. Por ende, para que un proyecto de inversión sea realizable el valor de adquisición e instalación, al menos, en una cantidad igual al valor de mantener viva la opción de inversión.

El valor global de un proyecto de inversión en la actualidad, llamémoslo $VAN\ total$ (mientras que denominamos $VAN\ básico$ al clásico valor actual neto), será:

$$\boxed{VAN\ total = VAN\ básico + VA(opciones\ implícitas)}$$

La valoración de proyectos de inversión a través de la metodología de las opciones reales se basa en que la decisión de invertir puede ser alterada fuertemente por el grado de irreversibilidad, la incertidumbre asociada y el margen de maniobra del decisor.

1.2. Tipos de Opciones

Una vez conocidas las Opciones Reales como método para la evaluación de proyectos, se puede observar que para los diferentes proyectos se generan una gran cantidad de opciones, por lo que para efectos de este estudio se agruparan en tres grandes tipos de opciones, de acuerdo a la clasificación dada por Juan Mascareñas[6]:

- Opción de Diferir/Aprender
- Opción de Inversión/Crecimiento
- Opción de Desinvertir/Reducir

[6] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales en la valorización de proyectos de inversión. Madrid, España. Universidad Complutense de Madrid. Mayo 1999. Págs. 13-14.*

A continuación, se analiza en detalle cada tipo de Opción.

1.2.1. Opción de Diferir/Aprender

1.2.1.1. Opción de Diferir

Según el mismo Juan Mascareñas, *la opción de diferir un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo de tiempo determinado* (Mascareñas, 1999), y esto surge por lo cambiante que son los escenarios como se explicó anteriormente, es decir, los proyectos ya no necesariamente pueden aceptarse o rechazarse, sino que también aparece una tercera alternativa la cual consiste en posponer la ejecución, y con esto reducir la incertidumbre que puede generarse por volatilidad de precios del activo subyacente y otros factores que puedan presentar un riesgo para la empresa u organización. De esta manera, la opción de diferir es una opción de tipo americana, ya que puede ser ejercida o ejecutada en el momento que se determine conveniente, así, si un proyecto se reevalúa al primer año, aquí también se podrá tomar la opción de diferir si es que las condiciones aún no generaran ganancias para la empresa en ese momento.

Este tipo de opción es más valiosa para empresas en la que ésta tiene derechos exclusivos sobre la inversión en determinado proyecto; así mismo, va perdiendo su valor a medida que las barreras de entrada de éste sean más bajas. Esta opción considera, además del valor del dinero en el tiempo, las probabilidades de éxito o fracaso de un proyecto, para que de esta manera se pueda cuantificar cuanto sería ese éxito o ese fracaso y así determinar si se debe diferir o no un proyecto.

Para evaluar un proyecto con la opción de diferir, hay que tener en claro lo siguiente:

$\text{Invertir en año } 0 = A_0$	$\text{Flujos Esperados Medios} = VA_0$
$\text{VAN Básico} = -A_0 + VA_0$	$\text{Tasa Libre de Riesgo} = rf$
$\text{Desviacion Estandar de } VA_0 = \sigma$	$\text{Coeficiente de Ascenso} = U = e^{\sigma}$
$\text{Coeficiente de Descenso} = D = 1/U$	$\text{Probabilidad de Ascenso} = p = \frac{(1+rf)-D}{U-D}$
$\text{Probabilidad de Descenso} = (1-p)$	$\text{Invertir en año } 1 = A_1 = A_0 \times rf$
$\text{Valor Proyecto Ascenso} = VA_1^+ = VA_0 \times U$	
$\text{Valor Proyecto Descenso} = VA_1^- = VA_0 \times D$	
$E_1^+ = MAX[VA_1^+ - A_1; 0]$	$E_1^- = MAX[VA_1^- - A_1; 0]$
$VAN\ Total = \frac{p \times E_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+rf)}$	

$$\boldsymbol{Valor\ Opcion\ de\ diferir = VAN\ Total - VAN\ Basico}$$

Elaboración propia en base a Mascareñas 2000[7]

1.2.1.2. Opción de Aprendizaje

Este tipo de opción, se genera cuando una empresa posee incertidumbre sobre algunas variables sobre las que se pueden hacer investigaciones y así tener más certezas en variables no controlables o poder establecer de mejor forma las variables controlables; de esta manera, la empresa debe incurrir en un costo para tener esa información necesaria, sin embargo este costo no puede superar el porcentaje de la pérdida en un escenario pesimista, para que así, en el caso de que las investigaciones arrojen no ejecutar el proyecto, las pérdidas sean solo del costo de la investigación. Este tipo de opción entonces, es muy utilizable en aquellas empresas con un alto impulso al I+D de las diferentes variables que afectan la ejecución de un proyecto (Demanda, Costos, Precios, entre otros).

[7] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos. Madrid, España, Ediciones Pearson Educación, 2004. Pág. 36.*

1.2.2. Opción de Inversión/Crecimiento

1.2.2.1. Opción de Crecimiento

Durante el transcurso de su ejecución, un "*proyecto puede discurrir por el mejor de los escenarios y permitir el replanteamiento de la ampliación de nuestra capacidad, el incremento de la escala de operaciones, la expansión a otros mercados y/o servicios, etc."*[8] Esta situación se puede dar cuando las condiciones del entorno en el cual se desarrolla el proyecto permiten la expansión del mismo en alguna de sus variables, con el objeto de que los retornos que se reciben aumenten, pero para que esto ocurra se debe incurrir en un costo adicional. Esta opción también es conocida como Opción de Ampliar.

1.2.2.2. Opción de Intercambio

Esta opción permite intercambiar cualquiera de los factores que facilita la ejecución del proyecto con factores de otros proyectos a un cierto costo o desembolso, cuando las condiciones ya sea de precio o de demanda cambian favorablemente para el proyecto.

1.2.2.3. Opción de Ampliación del alcance

Dadas las condiciones correspondientes, esta opción *permite apalancar un proyecto realizado en un sector determinado para que pueda ser utilizado además en otro sector relacionado*[9]*.*

En general, estas 3 subcategorías apuntan al desembolso de dinero para que el proyecto pueda expandirse ya sea en producción, servicios, nuevos mercados o incluso relacionarse con otros proyectos, con el fin de aumentar los retornos para la empresa cuando las condiciones lo permitan.

---

[8]*KNOSHITA, Tetsuya; LARA Castro, Carlos. Valoración de Opciones Reales. En: SANJURJO, Miguel; REINOSO, Mar. Guía de Valoración de Empresas. 2da Edición. Madrid, Prentice Hall, 2003. Pág. 682.*

[9]*MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos. Madrid, España, Ediciones Pearson Educación, 2004. Pág. 36.*

1.2.3. Opción de Desinvertir/Reducir

1.2.3.1. Opción de Reducir

Cuando un proyecto muestra resultados desfavorables, o quizás menos de los esperado, el propietario de éste puede reducir la escala de ejecución a cambio de un ahorro, con esto es posible mantener el proyecto en marcha en espera de resultados mejores y así, cuando las condiciones lo permitan, poder reinvertir en este proyecto. Esta opción es muy común en la etapa de introducción de nuevos productos en mercados inciertos; y se refleja matemáticamente de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{MAX}[\boldsymbol{A_r} - \boldsymbol{cVAN}; \boldsymbol{0}]$$

Donde:

A_r= Ahorro de los costos iniciales

c = Porcentaje de reducción del proyecto

VAN = Valor actual Neto del periodo en ejecución.[10]

1.2.3.2. Opción de Cierre Temporal

Esta opción permite que su propietario pueda detener totalmente las operaciones de la ejecución de un proyecto, para que posteriormente este pueda reabrirse cuando las condiciones de la demanda principalmente permitan su nueva reapertura. Este tipo de opción, se da comúnmente en empresas de extracción de recursos naturales, así como también, en empresas con periodos de producción cíclicos o en base a tendencias, empresas con productos dependientes de la moda.

[10] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valoración de activos: como medir la flexibilidad operativa en la empresa. Madrid, Prentice-Hall, 2004. 238p.*

1.2.3.3. Opción de Abandono

La opción de abandono implica la facultad del propietario para vender o salirse directamente de un proyecto, cuando existan condiciones desfavorables que sean prácticamente irreversibles. Es muy común que este tipo de opción sea valorada en aquellos negocios con un alto nivel de riesgo, y aquellos proyectos que se ejecuten por etapas; de esta manera, el inversionista puede dejar la ejecución del proyecto o negocio si ve que no obtendrá beneficios, o incluso si no es capaz de cubrir sus costos variables. Según esta lógica, el valor de esta opción será mayor en la medida que la incertidumbre sea más alta. En cierto modo, el valor de esta opción es una prima para poder liquidar el negocio, es básicamente adquirir una opción de venta en aquellos casos que se pueda obtener un valor residual por el proyecto.

Capítulo II: Metodología de Cálculo de las Opciones Reales

Para la valorización de las opciones reales se pueden emplear varios métodos de cálculo, por lo que en este capítulo se analizarán los distintos modelos que pueden emplearse para ello.

2.1. Método Binomial

Para las opciones reales, el método binomial evalúa la posibilidad de las empresas de retrasar sus decisiones operativas de inversión hasta la obtención de nueva información. Habitualmente, las posibilidades que se plantean son: ampliar el proyecto, aplazarlo o utilizar la inversión en proyectos alternativos.[11]

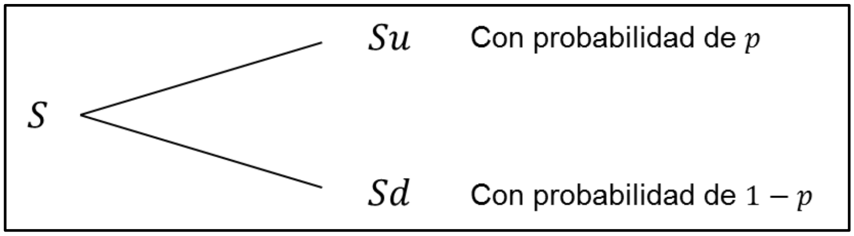
Este modelo fue propuesto por Cox, Ross y Rubinstein en 1979. Se basa en el cumplimiento de las siguientes hipótesis (según Mascareñas, 2004):

- Eficiencia y profundidad de los mercados.
- Ausencia de los costos de transacción.
- Es posible comprar y vender en descubierto, sin límite.
- Los activos son perfectamente divisibles.
- Se puede prestar y tomar prestado al mismo tipo de interés.
- Todas las transacciones se pueden realizar de forma simultánea.
- El precio del activo subyacente evoluciona según un proceso binomial multiplicativo.

[11] *SANJURJO, Miguel, REINOSO, Mar. Guía de Valoración de Empresas, Madrid, España, 2003. Pág. 132.*

Es un modelo discreto que considera que la evolución del precio del activo subyacente varía según el proceso binomial multiplicativo. Esto quiere decir que, sólo puede tomar dos valores posibles, uno al alza y otro a la baja, con probabilidades asociadas “p” y “(1-p)” mostrado en la Figura N° 2.

Figura N° 2: Evolución del Activo Subyacente (S)



Fuente: Opciones reales: el manejo de las inversiones estratégicas en las finanzas corporativas, (Hernández Aguilar, Daniel)

Donde:

$S =$ Precio del activo subyacente en el momento presente.

$u =$ Representa el movimiento multiplicativo al alza del precio del subyacente en un periodo, con una probabilidad asociada a p.

$d =$ Representa el movimiento multiplicativo a la baja del precio del activo subyacente en un periodo, con una probabilidad asociada de $(1-p)$.

Si denominamos $\hat{r}$ a $(1+r_f)$, siendo r_f la rentabilidad del activo libre de riesgo al principio del período, se debe verificar que:

$$\boldsymbol{u > \hat{r} > d} \qquad \text{[Ec. 1]}$$

Donde: u y $\hat{r} > 1$ y $d < 1$

La explicación de esta desigualdad es:

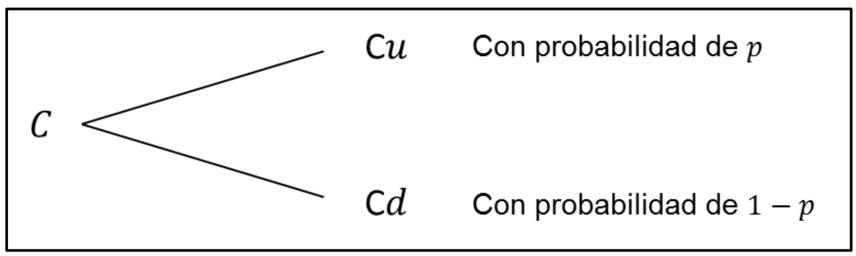
- Si $u > d > \hat{r}$, siempre sería mejor adquirir el activo subyacente (activo con riesgo) en vez del activo libre de riesgo.
- Si $\hat{r} > u > d$, nadie compraría el activo subyacente a los precios actuales. Los mercados rebajarían el precio S hasta el nivel en que se cumpliese la Ecuación 1.

Para una opción de compra europea y con vencimiento a un periodo y con un precio de ejercicio X. Los valores al vencimiento de la opción serán:

$$C_u = MAX\,[0\,, Su - X]$$
$$C_d = MAX\,[0\,, Sd - X]$$

Es decir, el valor de la opción de compra evolucionara del siguiente modo:

Figura N° 3: Evolución del valor de la opción $(\boldsymbol{C})$

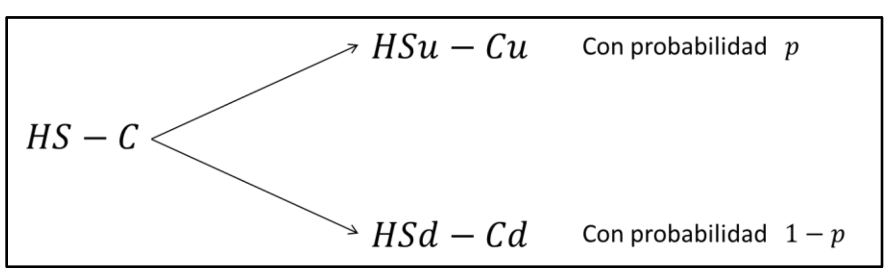


Fuente: Opciones reales y la valorización de activos, (Mascareñas, Juan. 2004)

En el mercado, es posible construir una cartera de arbitraje con la siguiente composición:

- La venta de una opción de compra de acciones (posición corta).
- La compra de H acciones (posición larga).

El valor de esta cartera tendrá la siguiente evolución (en la actualidad, el valor de H acciones que valen S unidades monetarias (um) es HS, mientras que la opción de compra vale C um, por tanto la cartera vale hoy $HS - C$):



Sólo existe un valor de H, para que el valor de la cartera al final del período sea único.

$$HSu - Cu = HSd - Cd$$

y despejando H (que es el ratio de cobertura de la posición en opciones) obtendremos:

$$H = \frac{Cu - Cd}{S(u-d)}$$

[Ec. 2]

La rentabilidad anual que debe proporcionar un activo o cartera que carece de riesgo será la rentabilidad del activo sin riesgo; así que la cartera debe cumplir la siguiente igualdad:

$$HS - C = \frac{HSu - Cu}{\hat{r}} = \frac{HSd - Cd}{\hat{r}}$$

Despejando C

$$C = \frac{\hat{r}HS - HSu + Cu}{\hat{r}} = \frac{1}{\hat{r}}[HS(\hat{r} - u) + Cu]$$

Sustituimos H por su valor en [Ec. 2]

$$C = \frac{1}{\hat{r}}\left[\frac{Cu - Cd}{u - d} \times (\hat{r} - u) + Cu\right]$$

Al ordenar los términos

$$C = \frac{1}{\hat{r}}\left[Cu \times \frac{\hat{r} - d}{u - d} + Cd \times \frac{u - \hat{r}}{u - d}\right]$$

Si hacemos

$$m = \frac{\hat{r} - d}{u - d}$$

Por lo tanto

$$1 - m = 1 - \frac{\hat{r} - d}{u - d} = \frac{u - \hat{r}}{u - d}$$

Y reemplazando

$$C = \frac{1}{\hat{r}} \times [m \times Cu + (1 - m)Cd]$$

[Ec. 3]

Donde

$$Cu = MAX\ [0\ , Su - X]$$
$$Cd = MAX\ [0\ , Sd - X]$$

La expresión anterior nos proporciona un método para valorar una opción de compra europea en un periodo.

El mercado puede utilizar la opción de arbitraje. Por lo que, al final, el valor teórico de la opción debería coincidir con su valor de mercado.

Si denominamos B el importe del activo libre de riesgo y acordamos que el signo positivo significa una inversión en dicho activo y el signo negativo representa un endeudamiento (posición corta en el activo libre de riesgo):

$$C = HS - B$$

La evolución de la "cartera de réplica" sería la siguiente

$$\begin{tikzcd} & HSu - \hat{r}B \\ HS - B \arrow[ur, no head] \arrow[dr, no head] & \\ & HSd - \hat{r}B \end{tikzcd}$$

Para que $(HS - B)$ sea equivalente a C, se debe elegir H y B de tal modo que

$$HSu - \hat{r}B = Cu \quad y \quad HSd - \hat{r}B = Cd$$

Despejando H y B, se obtiene

$$H = \frac{Cu - Cd}{S(u-d)} \quad y \quad B = \frac{dCu - uCd}{\hat{r}(u-d)}$$

[Ec. 4 y 5]

Como indican Augros y Navatte (1987) según Mascareñas 2004, la evolución de una opción de compra en el universo de un periodo por el método binomial arroja algunas conclusiones interesantes:

1) La probabilidad p no interviene en la fórmula de valoración de la opción.
2) El valor de C, no depende del riesgo del mercado, sino del carácter aleatorio de la evolución de los precios del subyacente.
3) El valor de C, no depende de la actitud de los inversores ante el riesgo ya que no incluye ningún parámetro que se asocie con este factor. Por lo tanto, se puede admitir la evaluación de una opción, asumiendo arbitrariamente la hipótesis de neutralidad del inversor ante el riesgo.

Bajo estas hipótesis, se puede demostrar fácilmente que $m = p$. La evolución del precio del subyacente, ya esquematizada en la Figura N° 2.

Si el inversor es neutro al riesgo, el rendimiento esperado de la acción debe ser igual a la tasa de rentabilidad del activo libre de riesgo. Es decir:

$$pSu + (1-p)Sd = \hat{r}S$$

Donde

$$p = \frac{\hat{r} - d}{u - d} = m$$

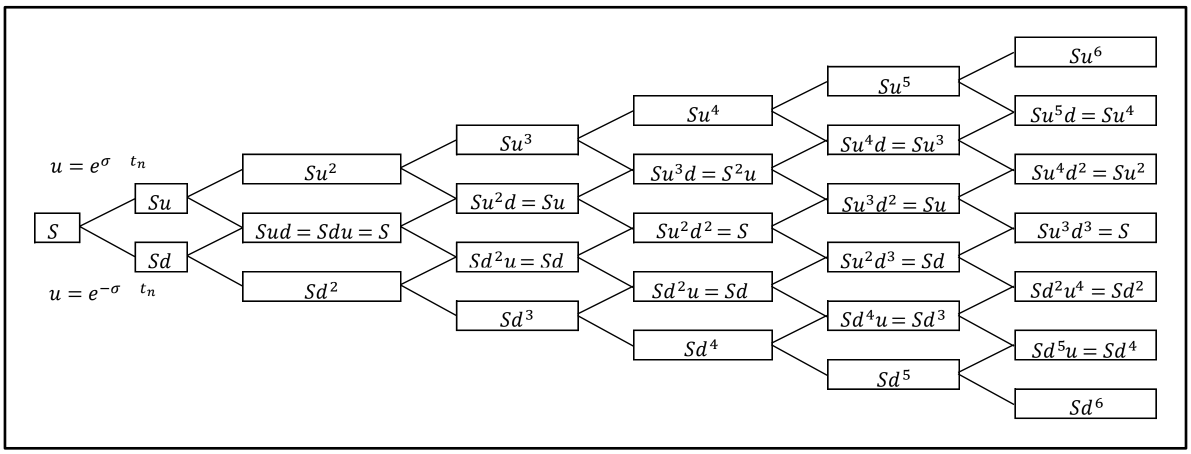
Por lo tanto, la Ecuación 3 es el valor actualizado de la esperanza matemática del valor intrínseco de la opción, asociando una probabilidad de p al precio Su y una probabilidad $(1-p)$ al precio Sd.

2.1.1. Binomial en *n* periodos

En base a lo anterior, se extiende esta distribución de probabilidades a lo largo de un número determinado de períodos y se consigue determinar el valor teórico de una opción, que puede ser tanto de tipo europeo como americano.[12]

Al aplicar el método para *n* períodos, el precio del activo subyacente evolucionará según el diagrama de la Figura N° 4 y el valor de la opción lo hará según la Figura N° 5.

Figura N° 4: Evolución del valor del activo subyacente según un proceso binomial multiplicativo.



Fuente: Opciones Reales y la valorización de activos. (Mascareñas, 2004)

La valorización de la opción admite dos caminos. En el primero de ellos, se calculan los valores intrínsecos de la opción al final de los *n* periodos, y por un procedimiento recursivo se calcula el valor de la opción en cada nudo del diagrama o "árbol", mediante la expresión:

$$C_{t-1} = \frac{1}{\hat{r}}[p \times C_{tu} + (1-p)C_{td}]$$

[Ec. 6]

[12] *HERNÁNDEZ, Daniel. Opciones reales: el manejo de las inversiones estratégicas en las finanzas corporativas, Ciudad de México, México, 2002. Pág. 34.*

Donde:

p y $\hat{r}$ expresan lo mismo que en cálculo de un periodo.

C_{t-1} = Valor de la opción en un nodo de $t-1$.

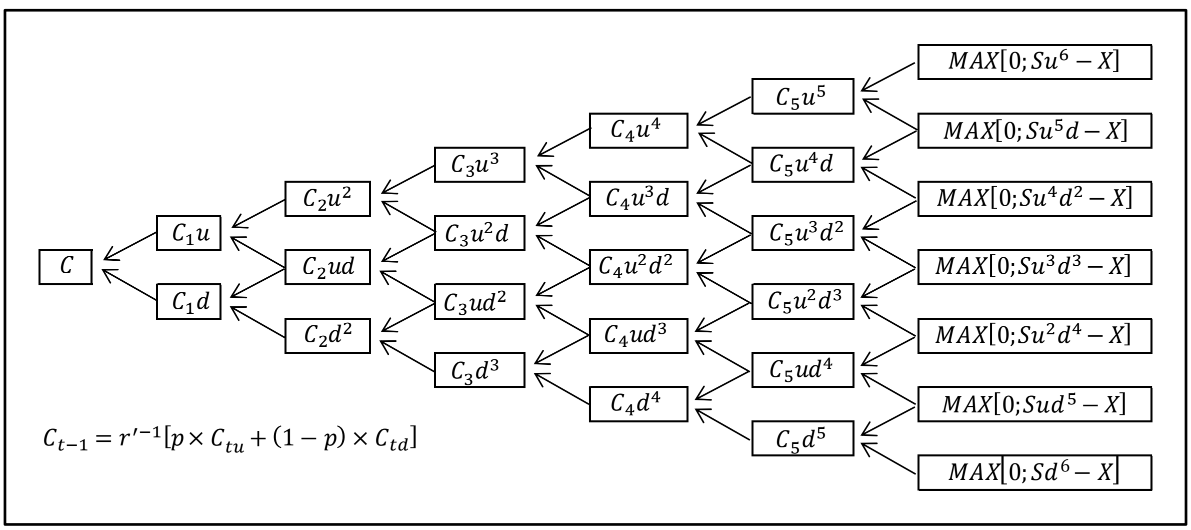
C_{tu} = Valor de la opción en t, cuando el precio del subyacente se multiplica por u de $t-1$ a t.

C_{td} = Valor de la opción en t, cuando el precio del subyacente se multiplica por d, de $t-1$ a t.

El cálculo se inicia en *n*, último periodo asumido para la valoración. A partir de los valores intrínsecos en *n*, se calculan los valores C_{n-1} y retrocediendo en el tiempo, se calculan los C_{n-2}, C_{n-3}, etc., hasta C, el valor de la opción en el momento actual.

Y al aplicar el método para n períodos, el valor de la opción evolucionará según la Figura N° 5.

Figura N° 5: Valoración de la prima de la opción de compra según un modelo binomial.



Fuente: Opciones Reales y la valorización de activos. (Mascareñas, 2004)

Por otro lado, el segundo camino utiliza la extensión de la Ecuación 2, con lo que llegamos a la formula general de la evaluación de una opción de compra europea para *n* periodos.

$$C = \frac{1}{\hat{r}^n} \times \left\{ \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{j!\,(n-j)!} \right) p^j \times (1-p)^{n-j}\, MAX\left[0, u^j d^{n-j} S - X\right] \right\}$$

[Ec. 7]

Con:

$$p = \frac{\hat{r} - d}{u - d}$$

$\hat{r} = 1 + r_f$, siendo r_f la rentabilidad del activo libre de riesgo para un periodo y *n* el número de periodos considerados para la valoración.

Con ambos métodos, se llega, obviamente al mismo valor.

Adicionalmente, utilizando el *teorema de la paridad PUT-CALL*, en términos del modelo binomial, podemos expresarlo del siguiente modo:

$$C = P + S - \frac{X}{\hat{r}^n}$$

[Ec. 8]

Despejando P, obtenemos

$$P = C - S + \frac{X}{\hat{r}^n}$$

Utilizando el método binomial lo que añadimos a nuestro sencillo método de valorización de opciones es una estimación de probabilidades y precios posibles del subyacente al vencimiento de la opción.

2.2. Modelo Black-Scholes

El Modelo Black-Scholes nace en el año 1973 como modelo para la valoración de opciones financieras, sin la necesidad de una tasa de descuento requerida en el método tradicional del VAN; en la actualidad, este modelo también es aplicado a la valoración de opciones reales. Según García Machado[13], los supuestos básicos del modelo son similares a los del modelo Binomial:

- Mercado Financiero Perfecto: de la forma que los inversores pueden pedir prestado el dinero que necesiten, sin limitación alguna; así mismo, prestar sus excedentes de liquidez al mismo tipo de interés sin riesgo (r_f), el cual es conocido y constante en el tiempo.
- No existen costos de información, así como tampoco de transacción ni comisiones.
- Ausencia de Impuestos, aunque si los hubiese, gravaría igual para todos los inversores.
- La acción o activo subyacente no paga dividendos ni cualquier otro tipo de reparto de beneficios durante el periodo considerado.
- La opción es de tipo europeo
- Son posibles las “ventas cortas” del activo subyacente; es decir, las ventas del activo sin poseerlo.
- La negociación en los mercados es continua.
- El precio del subyacente (S) realiza un recorrido aleatorio con varianza σ^2 proporcional al cuadrado de dicho precio.
- La distribución de probabilidad de los precios del subyacente es logarítmico-normal, y la varianza de la rentabilidad del subyacente es constante por unidad de tiempo del periodo.

Hay que dejar en claro, que estos supuestos son muy restrictivos, es muy poco probable que estas condiciones se den en la realidad; de ahí que el resultado obtenido es una aproximación al valor real de la opción.

[13] *GARCÍA MACHADO, Juan José. Opciones Reales: Aplicaciones de la teoría de las opciones a las finanzas empresariales. Madrid, Pirámide, 2001. Pág. 96.*

La ecuación del modelo para una opción de compra está dada por[14]:

$$\boldsymbol{C = S \times N(d_1) - E \times e^{-r \times t} \times N(d_2)}$$

Dónde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t}$$

Y siendo:

C: Precio de la Opción.

S: Precio del activo subyacente.

E: Precio de ejercicio.

r: Tasa de interés en tiempo continuo, y $r = \ln(1 + r_f)$

t: Tiempo hasta la expiración de la opción (expresado en años).

σ: Volatilidad del precio subyacente (medida por la desviación estándar anualizada).

$N(i)$: Valores de la función de distribución normal estandarizada para "i".

e: Base de los logaritmos neperianos.

ln: Logaritmo neperiano.

Fuente: García Machado, 2001.[15]

Y el valor de una opción de venta está dado por:

$$P = E \times e^{-r \times t} \times N(-d_2) - S \times N(-d_1)$$

Fuente: García Machado, 2001.

De las variables que aparecen en el modelo todas son directamente observables (S, E, r_f, t), excepto la volatilidad σ; ya que la volatilidad que deseamos conocer es la futura lo que la hace desconocida. Para determinar la volatilidad, entonces, se realiza una estimación extrapolando la volatilidad histórica.

[14] *AMRAM Martha, KULATILAKA Nalin. Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto. Barcelona, España, 2000. Pág. 171.*

[15] *GARCÍA MACHADO, Juan José. Opciones Reales: Aplicaciones de la teoría de las opciones a las finanzas empresariales. Madrid, Pirámide, 2001. Pág. 97.*

Para una mayor comprensión de la fórmula del modelo y de sus variables, se requiere hacer un análisis de la influencia que tiene cada variable respecto de la función, para esto se utilizan las derivadas parciales así como también propiedades de límites.

Con respecto al tiempo "t" hasta la fecha de ejercicio, el valor de las opciones aumentara en la medida que el tiempo sea mayor, es decir, responde a la intuición de que su valor será mayor cuanto más sea su periodo de vigencia. Esto se ve claramente cuando se resuelve el límite de C donde t tiende al infinito: d_1 se hace mayor, por lo tanto así también su distribución normal, además, el exponencial $e^{-r\times\infty}$ hace que el segundo término de la ecuación se reduzca y no reste de gran manera el primer término.

Si se siguen realizando procedimientos similares con los demás parámetros de la función se obtiene que:

- *El precio de la opción aumenta cuando aumenta el tipo de interés. La intuición detrás de esto es muy sencilla: el valor actual neto del precio del ejercicio es menor cuanto mayor es el tipo de interés y, por consiguiente, mayor es el precio de la opción de compra*[16].
- Respecto del precio del ejercicio "E", es evidente que mientras más se tenga que pagar por una acción en la fecha de ejercicio, menor será el precio de la opción, ya que la opción no tendría tanto valor para quien quiera adquirirla.
- Cuando la volatilidad "σ"de una acción es alto, quiere decir que existe una alta probabilidad de obtener precios bien altos, así como también precios muy bajos; es decir, que esta acción lleva consigo un alto nivel de riesgo, lo que genera que el valor de la opción aumente. A modo de ejemplo, si $\sigma = 0$, se puede deducir que es una acción de renta fija, la cual carece de riesgo, y

[16] *FERNÁNDEZ, Pablo. Utilización de la formula Black y Scholes para valorar opciones. Universidad de Navarra, España. Julio de 1997. Pág. 4.*

por lo tanto su valor es menor ya que no habrían fluctuaciones en el precio de la acción.

- Por último, si el precio de una acción "S" es mayor, entonces, también se esperaría que el precio de la opción sea más alto. Esto se explica fácilmente realizando el supuesto contrario, es decir, si $S = 0$ quiere decir que la empresa está en quiebra, por lo tanto el valor de la opción también será 0.

En base a las hipótesis, Black y Scholes demostraron que se puede construir una cartera replica que obtenga los mismo rendimientos que una opción de compra. Aunque las hipótesis sean muy poco realistas, para los grandes inversores quizá no lo sea tanto; es el caso de la no existencia de comisiones e impuestos, y ciertamente, los grandes inversores prácticamente fijan estas variables aprovechando los arbitrajes en bandas muy estrechas. Por otro lado, es posible prestar o pedir prestado dinero a una tasa libre de riesgo.

2.2.1. Ejercicio anticipado de la opción.

Ya se ha visto, que el modelo es aplicable a opciones de tipo europeas, pero que pasa cuando una opción es de tipo americana; esta opción es racional, sólo cuando la acción si reparte dividendos, y para un resultado óptimo se debe ejercer la opción el día inmediatamente anterior al reparto de dividendos. Se tienen entonces, dos maneras para cuantificar el valor de la opción cuando es ejercida antes de la fecha de vencimiento[17]; la primera, es evaluar la opción durante el tiempo transcurrido entre hoy y la fecha que se ejerce la opción anticipadamente (el día anterior al reparto) sin necesidad de realizar un ajuste a S, después, evaluar la opción entre hoy y la fecha de ejercicio de la opción ajustando S, esto es, restándole a S el valor actual neto de los dividendos esperados durante el periodo de vigencia de la opción, en este caso, será optimo ejercer la opción

[17] *FERNÁNDEZ, Pablo. Utilización de la formula Black y Scholes para valorar opciones. Universidad de Navarra, España. Julio de 1997. Pág. 18.*

cuando el primer valor sea mayor al segundo. La segunda manera es a través del método binomial visto anteriormente.

2.3. Método de Simulación de Montecarlo

El método de simulación de Montecarlo es un método de simulación numérica, que se utiliza cuando la valorización de una opción no puede realizarse con fórmulas cerradas como en el modelo Black-Scholes.

Esta metodología fue introducida por Boyle en 1977[18]. Se puede utilizar para valorar la gran mayoría de las opciones de tipo europeo y para múltiples modalidades de las llamadas opciones “exóticas” u opciones con una estructura de resultados diferentes a la de las europeas o americanas.

Este método utiliza un conjunto de muy grande de procesos estocásticos. La valorización de las opciones se realiza en un mundo de riesgo neutral, es decir, descontamos el valor de la opción a la tasa libre de riesgo.

La hipótesis de partida del modelo (según Mascareñas, 2004) es que el logaritmo natural del activo subyacente sigue un proceso geométrico browniano, de forma que se tiene:

$$S + dS = S \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dz\right]$$

[Ec. 9]

donde S es el nivel del activo subyacente, μ es la tasa de retorno esperada del activo subyacente (Si S es el precio de un activo subyacente que no paga dividendos, $\mu = r$. Si S es un tipo de cambio, $\mu = r - r_f$.), σ es la volatilidad del activo subyacente y dz es un proceso de Wiener con desviación típica 1 y media 0.

[18] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos, Madrid, España, 2004. Pág. 46.*

Para simular el proceso, debemos transformar la Ecuación 9 en tiempo discreto, es decir, dividiremos el tiempo en intervalos Δt, de forma que se obtiene la siguiente ecuación:

$$S + \Delta S = S \ \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta_t}\right]$$

[Ec. 10]

donde ΔS es la variación en tiempo discreto para S en el intervalo de tiempo elegido Δt, μ es la tasa de retorno esperada del activo en un mundo libre de riesgo, σ es la volatilidad del activo subyacente y ε_t es un número aleatorio que se distribuye de forma normal estándar N(0,1). Realizando miles de simulaciones se obtiene un conjunto de valores para S_t.

La Ecuación 10 para un salto temporal Δt y para un activo que no pague dividendos tiene la siguiente forma:

$$S_{t+1} = S_t \ \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t\varepsilon_t}\right]$$

donde S_t es el precio del activo subyacente, r es el tipo de interés libre de riesgo, σ es la volatilidad del activo subyacente, ε es un número procedente de una distribución N(0,1) y Δt es el vencimiento de la opción en años partidos por el número de períodos.

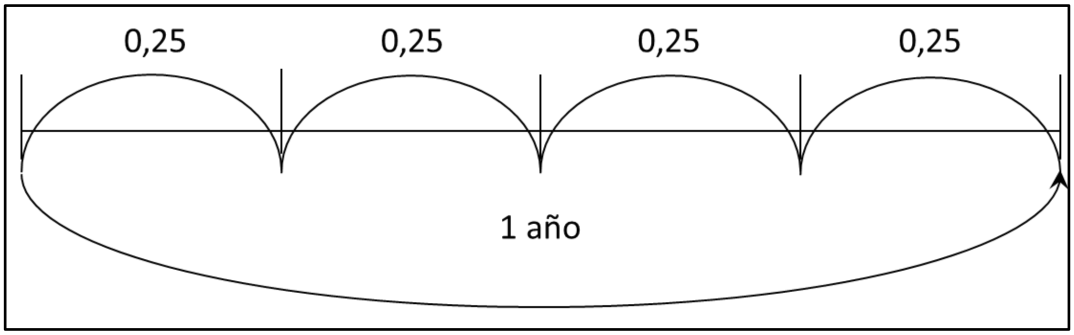
Si el activo subyacente pagara dividendos, la Ecuación 10 se transformaría en:

$$S_{t+1} = S_t \exp\left[\left(r - q\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t\varepsilon_t}\right]$$

donde q son los dividendos del activo subyacente. Por ejemplo, si la opción tiene un vencimiento de un año y el número de períodos elegido es de 4, Δ_t será igual a:

$$dt = \frac{Vencimiento\ en\ años}{Número\ de\ períodos} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Figura N° 6: Esquematización de intervalo de tiempo



Fuente: Opciones Reales y la valorización de activos. (Mascareñas, 2004)

En este caso cada Δt correspondería a un trimestre. A medida que el Δt es más pequeño (menor salto temporal entre un momento y otro) más precisa es la simulación.

El número de simulaciones dependerá del nivel de exactitud que se quiera obtener con el modelo. Regularmente a partir de 10.000 simulaciones los resultados obtenidos son fiables. El principal inconveniente de la simulación es el elevado costo computacional, es decir, el tiempo en que el computador ejecuta la simulación.

A veces nos encontramos con situaciones en las que debemos generar sendas correlacionadas, como por ejemplo cuando nos enfrentamos a la valorización de opciones sobre canastas de activos o frente a opciones sobre el mejor (o el peor) de dos activos. En este caso, los números aleatorios generados deben estar correlacionados según el coeficiente de correlación r que existe entre los activos subyacentes. La forma de generar dos sendas de números aleatorios correlacionados es la siguiente:

$$\varepsilon_1 = x_1$$

$$\varepsilon_2 = \rho x_1 + x_2\sqrt{1-\rho^2}$$

donde x_1 y x_2 son vectores de números aleatorios que se distribuyen de forma normal estándar, y ρ es el coeficiente de correlación entre los activos subyacentes. De forma que ε_2 es un vector de números aleatorios que se distribuyen de forma normal estándar correlacionados con un nivel ρ con ε_1.

2.3.1. El proceso de valoración con simulación de Montecarlo

La utilización de la simulación de Montecarlo para la valorización de las opciones reales, implica un proceso que se puede estructurar en seis etapas elementales (según Azofra y De La Fuente, 2007):

i. Caracterización del activo y sus opciones.
ii. Estimación de los procesos equivalentes ciertos de las variables.
iii. Discretización de los procesos equivalentes ciertos.
iv. Simulación de las trayectorias.
v. Determinación de la política óptima de ejercicio.
vi. Estimación de valor del activo y sus opciones.

La última y las dos primeras etapas son comunes a cualquier modelo de valoración de opciones reales. Las etapas tercera y cuarta son más propias de la simulación y la quinta etapa concierne a la aplicación de la programación dinámica que complementa a la simulación en la valoración de las opciones del tipo americano.

i. Caracterización del activo y sus opciones

En esta etapa se necesita la intervención activa del decisor, a diferencia del resto de operaciones que pueden automatizarse en un paquete informático. Esta etapa coincide con la también primera fase del proceso de valoración propuesto por Amram y Kulatilaka (1999).

En esta fase de la valoración, el decisor se pregunta tanto por los flujos esperados como por las opciones reales de la inversión. La caracterización de los flujos esperados exige identificar las variables de las cuales dependen estos (precio de los productos o servicios, costos de los factores, demanda, éxito de las investigaciones, entre otros). La naturaleza de las fuentes de incertidumbre varía notablemente de una empresa a otra y su caracterización exige estimar el proceso estocástico que se supone rige su comportamiento futuro. Los habitualmente empleados son Geométrico Browniano, reversión a la media, Poisson o sus combinaciones. En esta misma etapa, el decisor ha de identificar las opciones o posibilidades de actuación futura, su naturaleza y elementos básicos.

ii. Estimación de los equivalentes ciertos

La determinación de los equivalentes ciertos de las fuentes de incertidumbre constituye uno de los elementos más polémicos de la valoración de opciones reales. En el caso en el que las variables presenten una naturaleza no financiera, su aplicación implica asumir que el mercado de capitales es completo y, por tanto, que es posible construir cualquier patrón de rendimientos a partir de los activos existentes (Trigeorgis, 1996).

Aunque aparentemente restrictivo, el supuesto de mercados completos no sólo es común a toda valoración de derivados definidos sobre subyacentes no cotizados, sino también al propio modelo de descuento de flujos de tesorería, que utiliza como tasa de descuento adecuada al riesgo de la corriente de flujos el costo de capital del supuesto "activo gemelo".

iii. Discretización de los procesos

La aproximación al campo discreto de la evolución continua de las variables no es exclusiva de la simulación de Montecarlo. El modelo binomial, por ejemplo, utiliza las propiedades de convergencia para aproximar la evolución continua del proceso geométrico-Browniano a partir de un esquema binomial multiplicativo discreto (Cox, Ross y Rubinstein, 1979; y Trigeorgis, 1991). Por su parte, la discretización de la simulación supone la determinación de aquella fórmula o procedimiento que permite generar muestras de trayectorias aleatorias, cuya distribución probabilística responde al proceso estocástico aproximado (Boyle, 1977).

Para algunos procesos se conoce la fórmula de discretización exacta. Es el caso del movimiento Geométrico Browniano, los procesos de difusión tipo raíz cuadrada y algunos procesos con saltos. Para este tipo de procesos el error de la discretización es independiente del plazo temporal de cada simulación, por lo que el número de subintervalos de análisis viene determinado por las fechas de ejercicio anticipado de las opciones.

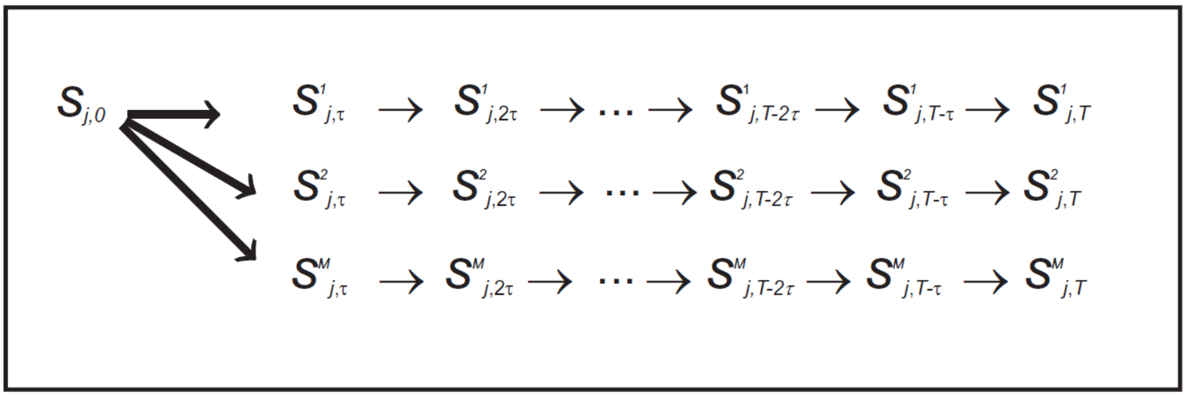
Cuando el proceso no es integrable, su discretización puede aproximarse a partir de la técnica de Euler. Aunque de fácil implementación, este método implica asumir un error de aproximación que disminuye a medida que se reduce el espacio temporal de cada simulación. En consecuencia, una forma de limitar el error consiste en simular un "gran" número de pasos intermedios entre cada fecha, con el consiguiente incremento de los recursos requeridos para su implementación.

iv. Simulación de las trayectorias

El punto de partida de la simulación es la generación de números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo (0,1). Estos valores se transforman en muestras de cualquier otra distribución mediante diversos métodos, entre los que destaca por su sencillez el método de la transformación inversa (Glasserman, 2004). Según este procedimiento cada número aleatorio representa la probabilidad acumulada de la distribución del componente estocástico del proceso objeto de simulación. Los valores así obtenidos constituyen, precisamente, realizaciones de la muestra artificial o simulada.

A partir del valor inicial conocido, la simulación de M trayectorias del proceso de cada una de las N variables $(S_1, S_2, \dots, S_j, \dots S_N)$ adopta la representación gráfica recogida en la Figura x, donde simboliza la duración, en términos anuales, de los subintervalos en que se divide la vida de la corriente subyacente.

Figura N° 7: Simulación de cada variable de estado



Fuente: Las Opciones Reales y la Simulación de MonteCarlo (V. Azofra, G. de la Fuente. 2007)

Esta representación ayuda a percibir cómo el incremento de las fuentes de incertidumbre aumenta linealmente el número de nodos o estados de la naturaleza disponibles (Stentoft, 2004). Adicionalmente, la aplicación de la simulación en problemas multidimensionales requiere considerar la correlación entre las fuentes de incertidumbre a efectos de estimación de las trayectorias aleatorias.

v. Determinación de la política óptima de ejercicio

La valoración de la opción americana requiere determinar su ejercicio óptimo. El problema de programación dinámica a resolver responde a la representación siguiente: $V_t(S_t) = h_t(S_t)$

$$V_{t-1}(S_{t-1}) = \max\{h_{t-1}(S_{t-1}), E\ [e^{-r} V_t(S_t) | S_{t-1} = s]\}$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

donde $h_t(S_t)$ simboliza el flujo derivado del ejercicio de la opción en el momento t; $V_t(S_t)$ refleja el valor de la opción en t suponiendo que no ha sido ejercida previamente, esto es, el valor de continuación; y S_t es el vector de variables de estado de las que depende el flujo de la opción.

De la anterior expresión se deduce que en la fecha de vencimiento el valor de la opción coincide con su valor intrínseco, h_T, mientras que en cualquier momento anterior al vencimiento se determina a partir del máximo entre el valor en caso de ejercicio inmediato y el valor esperado de mantener vivo el derecho y, por tanto, de no ejercer la opción en ese momento. La estimación del valor de continuar constituye así la principal dificultad, cualquiera que sea el procedimiento numérico empleado en la valoración de los derivados americanos.

En el ámbito de los modelos de simulación financiera, las primeras propuestas de solución aproximan la función del valor del derivado o la frontera de ejercicio óptima mediante algoritmos de particiones, bien del espacio unidimensional del subyacente (Tilley, 1993), o el del flujo de la opción (Barranquand y Martineau, 1995). Por su parte, Grant, Vora y Weeks (1996) e Ibáñez y Zapatero (2004) estiman directamente los valores de las variables de estado para los que el valor de continuación se equipara al valor de su ejercicio inmediato en cada fecha de ejercicio. De modo alternativo, Broadie y Glasserman (1997, 2004) proponen el empleo de árboles simulados no recombinatorios y mallas estocásticas para determinar dos estimadores del valor del derivado, uno sesgado "al alza" y otro sesgado "a la baja", ambos asintóticamente insesgados y convergentes hacia el valor cierto. Finalmente, Tsitsiklis y Van Roy (2001) y Longstaff y Schwartz (2001) optan por la regresión de mínimos cuadrados ordinarios como método para aproximar el valor de continuación en cada punto de decisión.

Aunque las conclusiones aún resultan prematuras, el algoritmo de Longstaff y Schwartz (2001), conocido como "Least-Squares Monte Carlo" ó LSM, empieza a vislumbrarse como el procedimiento de valoración de derivados americanos, financieros y reales, de mayor éxito en la práctica reciente. El punto de partida de este procedimiento es la fecha de vencimiento de la opción a partir del cual se identifican, en cada momento en que se permite el ejercicio, las trayectorias de la variable de estado que se encuentran en el dinero y que, a priori, son las únicas para las que cabe plantear la decisión de ejercer o no ejercer.

Estas trayectorias sirven para plantear una regresión con variable dependiente, el flujo (descontado) que se espera genere la opción en el futuro, y con variables independientes, los valores simulados de la variable de estado o sus transformaciones funcionales. A partir de esta regresión, se obtienen los valores de los coeficientes asociados a los términos independientes que conforman la frontera de ejercicio óptima. La decisión óptima de ejercicio en un determinado momento y para una determinada trayectoria se toma tras comparar el valor de continuación estimado a partir de la regresión y el valor que se deriva del ejercicio inmediato. El procedimiento seguido para determinar la regla de decisión que proporciona este algoritmo se repite recursivamente en cada momento de ejercicio de la opción.

Lógicamente, el esfuerzo informático que requiere la implementación de este modelo depende linealmente del número de oportunidades de ejercicio anticipado. La gran ventaja de los métodos que emplean la regresión estadística es su rapidez. El esfuerzo computacional que exige es del orden $O(RM)$, siendo R el número de funciones base utilizadas y M el número de simulaciones. Otros procedimientos que combinan la simulación y la programación dinámica para la evaluación de opciones americanas requieren un esfuerzo muy superior, del orden de $O(M^2)$. Este menor esfuerzo computacional confiere la capacidad de simular un mayor número de trayectorias y así reducir la variabilidad en las estimaciones.

vi. Estimación del valor del activo y sus opciones

Una vez determinada la frontera de ejercicio óptima, la estimación del valor del activo y sus opciones se obtiene mediante simulación tradicional. Es decir, las distintas trayectorias son simuladas desde el momento inicial hasta alcanzar el primer valor crítico de ejercicio, que se actualiza y computa en el promedio final de todos los flujos estimados.

2.4. Relación entre Modelo de cálculo y Tipo de Opción Real.

Cuadro N° 1: Valoración de Opciones Financieras según su Tipo

Tipos de Opciones	Europeas	• Acciones sin dividendos en el horizonte de valoración. • Cualquier otro Subyacente sin rentas.	Binomial y Black-Scholes
		• Futuros, Contratos a Plazo y Divisas.	Binomial sobre Futuros y Black-76
	Americanas	• Acciones u otro subyacente sin dividendos en el horizonte de valoración.	Binomial paso a Paso y Black-Scholes (si es una call)
		• Acciones u otro subyacente con dividendos o rentas generadas en el horizonte de valoración	Binomial Paso a Paso.

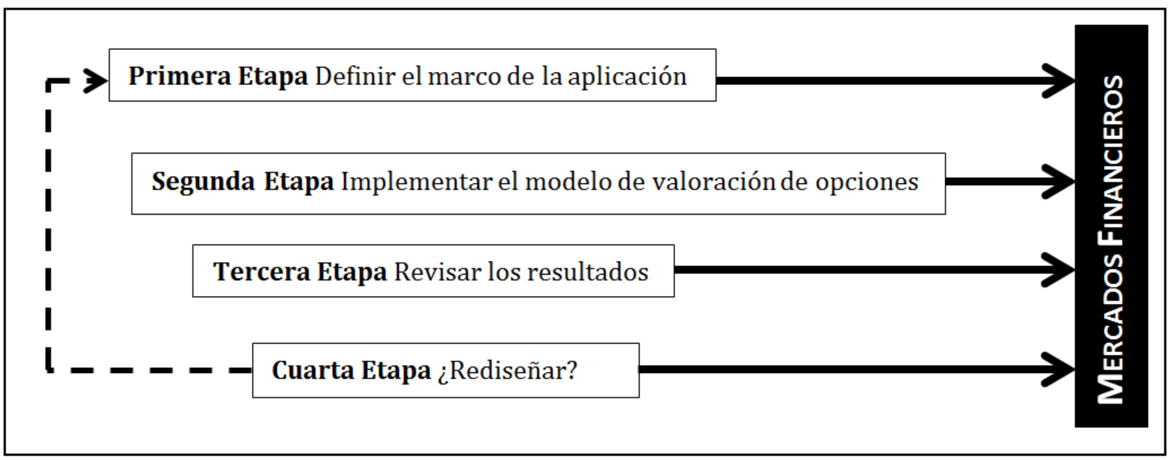
Fuente: García Machado, 2001[19].

Este cuadro resumen presentado por García Machado (2001), para la valoración de opciones según su tipo, visto desde el sentido de las opciones financieras; este mismo cuadro servirá como base para presentar el método de valoración adecuado para cada tipo de opción real presentadas en el capítulo primero. Para aquello, se utilizará el proceso de solución de opciones reales

[19] *GARCÍA MACHADO, Juan José. Opciones Reales: Aplicaciones de la teoría de las opciones a las finanzas empresariales. Madrid, Pirámide, 2001. Pág. 102.*

descrito por Amram y Kulatilaka 2000[20], el cual consta de 4 etapas principales en las que se analizan los factores influyentes en cada opción. Este proceso, también está basado en los mercados financieros, pero adaptado para las opciones reales. La figura N° 8 muestra las 4 etapas de este proceso que en su primera etapa se debe definir todos los parámetros dentro de los que se presenta la opción para luego pasar a la segunda etapa en la cual se define el método de valoración adecuado y así obtener los resultados, los cuales pasan a ser revisados y analizados, para posteriormente se debe plantear si estos resultados se pueden mejorar ajustando parámetros o con alguna otra opción más barata.

Figura N° 8: Proceso de Valoración de Opciones



Fuente: Amram y Kulatilaka, 1999[21].

Para determinar entonces, el método más adecuado para valorizar cada tipo de opción se debe focalizar en las primeras 2 etapas del proceso de Amram y Kulatilaka; primeramente, definiendo los parámetros de cada tipo opción de acuerdo a los siguientes criterios: La decisión (o el tipo de opción), la incertidumbre, la regla de decisión, análisis de los mercados (cuales son las fuentes de incertidumbre), y la revisión de la simplicidad y transparencia (para aquellos a quienes va dirigida la valoración).

[20] *AMRAM Martha, KULATILAKA Nalin. Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto. Barcelona, España, 2000. Pág. 129.*
[21] *AMRAM Martha, KULATILAKA Nalin. Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto. Barcelona, España, 1999. Pág. 132.*

2.4.1. Primera Etapa

Así como los contratos de opciones financieras vienen con sus respectivas especificaciones, las opciones reales también deben tener su identificación que si bien no está estipulada en un contrato, estas deben estar definidas en un marco de aplicación con los criterios mencionados anteriormente, que a continuación de detallaran:

- **La decisión:** es muy probable que los directivos de una organización, con su experiencia, puedan tener una intuición muy acertada sobre el tipo de opción, el momento en que esta debe tomarse y quien debe tomarla; pero esta intuición, no necesariamente la tiene también la persona que realiza el análisis de la opción; es por este motivo que al comenzar este proceso, debe quedar definido por escrito cual es la decisión contingente (tipo de opción real), cuales son las variables que llevan a la decisión y quien es la persona encargada de ejecutarla. Puede darse la situación que la decisión sea más de un tipo de opción mezcladas, cuando ello ocurre, se deben dividir y tratar separadamente, sin olvidar la relación que conecta a estos tipos de opciones.

- **Las fuentes de Incertidumbre:** las opciones reales poseen diversas fuentes de incertidumbre, contrario a las opciones financieras donde las fuentes de incertidumbre se encuentran en la variación del valor del activo subyacente; en tanto en las opciones reales, la incertidumbre puede provenir tanto del riesgo privado como del de mercado. Entonces, para establecer las fuentes se debe tener un buen conocimiento de la argumentación relativa a la valoración de opciones y su respectiva elaboración de criterios; de esta manera, una vez identificadas las fuentes, se deben estructurar el modo en que las afectan.

- **La forma de la Incertidumbre:** una vez identificadas y estructuradas las fuentes de incertidumbre, se procede a definir la forma que esta tiene. La base utilizada en la Figura N°1 (Incorporación de la incertidumbre), muestra las dos formas de la incertidumbre más ocupadas para la valoración de opciones reales, ambas provenientes de una expresión matemática, o más bien, de un proceso estocástico. La incertidumbre más alta, representa una trayectoria de difusión de forma log-normal; esta forma se justifica en el modelo de Black-Scholes-Merton, debido a que según esta forma los precios de las acciones no caen bajo cero. Por otra parte, la curva más baja representa una trayectoria *mean-reverting* (proceso estacionario en media), que suele darse en sectores productivos básicos, en donde existe una fuerte presión en el mercado que a largo plazo hace que los precios varíen en torno a una media.

- **Riesgo Privado:** la aplicación de opciones reales lleva consigo una alteración al riesgo privado de una empresa, en la opción de aprendizaje por ejemplo, no habrá una disminución mientras la opción no haya sido ejercida debido a que cada etapa de la inversión es una disminución escalonada del riesgo privado. Este riesgo debe ser especificado minuciosamente, y en conjunto con la detección del riesgo de mercado, permitirá obtener buenos resultados. Sin embargo, una alta cantidad de riesgos identificados pueden hacer muy difícil la valoración de opciones reales, por lo que se debe retroceder y elegir sólo aquellas fuentes de riesgo más importantes.

- **La Regla de decisión:** una vez definidos todos los parámetros hay que definir cuál es la respuesta que se espera, o más bien, ¿qué resultado debemos esperar para tomar una decisión?, se debe determinar si se tomara una decisión en base al valor de la opción o en base al VAN del proyecto incorporado el valor de la opción real. De esta manera, la persona encargada de tomar la decisión, tendrá total conocimiento de la decisión y de la regla que debe cumplirse.

2.4.2. Segunda Etapa

Una vez definida la opción y sus características se procede a seleccionar el método de valoración más adecuado; para esto, se debe establecer todos los inputs necesarios, tales como: el precio del activo subyacente (S), la volatilidad (σ), el tiempo (t) y el tipo de interés sin riesgo (r_f).

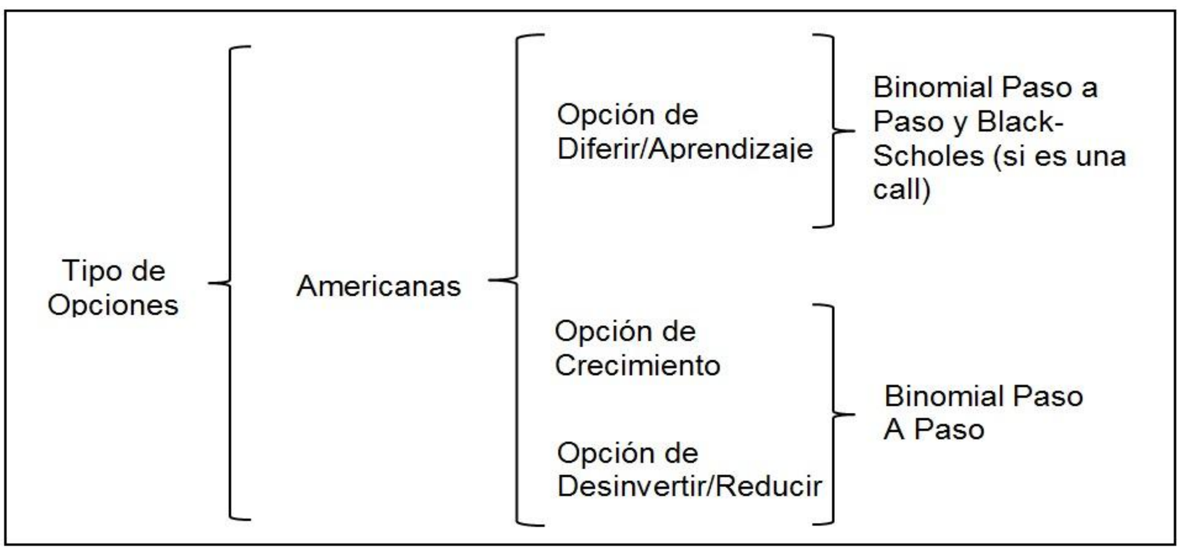
Para determinar el método de valoración más adecuado, se realizará un paralelo con la Figura N°8, entre los tipos de opciones financieras y las reales, de acuerdo a las características similares entre ambos tipos.

En primer lugar, se definen los tipos de opciones según en qué momento pueden ser ejercidas, es decir, en opciones de tipo europeas o americanas. De esta manera las opciones de Diferir/Aprendizaje son consideradas de tipo americanas, ya que estas pueden ser ejercidas en cualquier momento cuando según las condiciones se estimen convenientes; en la opción de diferir se reevalúa constantemente cuando las condiciones del activo subyacente principalmente, permitan que el proyecto pueda llevarse a cabo de la mejor manera; por su parte, la opción de aprendizaje, retrasa la ejecución del proyecto para realizar investigación y así disminuir la incertidumbre de los parámetros a evaluar; en el mismo tiempo que se difiere o que se utiliza para el aprendizaje, el proyecto no entrega dividendos, por lo que ambos tipo de opciones se deben resolver a través del método binomial paso a paso. La opción de Inversión/Crecimiento por su parte, plantea que dadas condiciones más favorables que las evaluadas en un proyecto, este pueda expandirse en un cierto porcentaje ya sea en producción, servicios, nuevos mercados o incluso relacionarse con otros proyectos, por lo que esta opción también es considerada de tipo americana, este tipo de opción puede considerarse esencialmente con dividendos en el horizonte, ya que para calcular el valor de la opción se incluye el costo adicional que se debe pagar (por esto es considerada una opción de compra[22]), y no es necesario que no tenga dividendos

[22] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales en la valorización de proyectos de inversión. Madrid, España. Universidad Complutense de Madrid. Mayo 1999. Pág. 17.*

para ser reinvertidos en el proyecto de expansión, por lo que al igual que la anterior también debe valorizarse a través del método binomial paso a paso; aunque si por razones de política de empresa, esta no pague dividendos, entonces se debe realizar por el método de Black-Scholes, ya que es una opción call. Por último, en la opción de Desinvertir/Reducir puede ejecutarse en cualquier momento, por lo que también se considera como opción de tipo americana; aunque este tipo de opción implica malos resultados para ocupar esta opción, la posibilidad de dividendos no es descartable, ya que mientras el proyecto se esté ejecutando pueden existir flujos que permitan dividendos, por lo que debe emplearse el método binomial paso a paso. De este modo, utilizando como referencia la Figura N°8, el Cuadro N°2 muestra el método más adecuado para cada tipo de opción:

Cuadro N° 2: Valoración de Opciones Reales según su Tipo



Fuente: Elaboración propia.

Los tres grandes tipos de opciones reales son consideradas americanas, y esto es fácilmente razonable, ya que el método de valoración de proyectos con opciones reales está basado en la flexibilidad de un proyecto.

Cabe decir además, que se señalan estos dos métodos de valoración solamente, siempre que las fuentes de incertidumbre sean pocas, ya que a medida que aumentan, la valoración se hace cada vez más compleja de resolver, por lo que se procede a utilizar la simulación de Montecarlo para cualquier tipo de opción. Aunque en la actualidad existen software que facilitan los cálculos por cualquier método; los cuales mencionaremos en el próximo capítulo.

Capítulo III: Aplicación de las Opciones Reales a Proyectos Reales

3.1. Fundamentos a aplicar.

En este capítulo se determinará el valor de dos opciones reales con el objeto de poder clarificar de mejor manera la dificultad entre determinar el valor de una opción a través de un modelo u otro. Para ello, en cada ejercicio se valoriza la misma opción con dos modelos matemático-financiero diferentes que ya se han revisado en el capítulo II; cabe mencionar que se empleará el proceso propuesto en Amram y Kulatilaka 1999 para valoración de opciones reales.

3.2. Complementos para cálculos en Excel

Para la valorización de las opciones se utilizarán complementos para el programa Excel, los cuales cuentan con el respaldo de *The McGraw-Hill Companies*. Estos complementos se utilizan de forma separada para cada tipo de método de cálculo a utilizar, por lo que se detallarán a continuación.

3.2.1. Método Binomial

Este método es muy útil y conocido para valorar una opción sobre acciones, implica el uso de lo que se conoce como árbol binomial. Éste es un árbol que representa diferentes trayectorias posibles que pueden ser seguidas por el precio del activo durante la vida de la opción.

Los modelos contenidos en estos complementos son de aplicación a: Tipo de opción: Call – Put; Tipo de opción (ejercicio): Europea – Americana; Tipo de activo subyacente: Sin reparto de dividendos - Con reparto de dividendos.

Los programas desarrollados son cuatro, a saber:

- Binomial_Europeas.xls (Valoración Opciones Europeas por el método binomial)
- Binomial_Europeas_Dividendos.xls (Valoración Opciones Europeas por el método binomial sobre acciones que distribuyen dividendos)
- Binomial_Americanas.xls (Valoración Opciones Americanas por el método binomial)
- Binomial_Americanas_Dividendos.xls (Valoración Opciones Americanas por el método binomial sobre acciones que distribuyen dividendos).

Las hojas de cálculo permiten obtener el árbol completo de valoración de una opción empleando hasta 100 iteraciones, además, utilizar las funciones de integradas en la hoja de cálculo en orden a la obtención del valor de la opción, obviando el desarrollo del árbol, y pudiendo utilizar un mayor número de iteraciones.

Las variables necesarias para utilizar estos complementos son:

a) Activo sin dividendos.
   a. Activo subyacente S_0.
   b. Precio de ejercicio.
   c. Tipo de interés.
   d. Tiempo al vencimiento.
   e. Volatilidad anualizada.
   f. Nº iteraciones (máx. 100).

b) Activo con dividendos.
   a. Activo subyacente S_0.
   b. Precio de ejercicio.
   c. Tipo de interés.
   d. Tiempo al vencimiento.
   e. Volatilidad anualizada.
   f. Nº periodos (máx. 100).
   g. Período de pago del dividendo.
   h. Importe bruto dividendo.
   i. Reducción del precio ex dividendo.

3.2.2. Método Black-Scholes

Este modelo se puede utilizar para las opciones de retrasar, expandir o abandonar.

Para la opción de retrasar, el complemento utilizado es *Black_Scholes_opciones_reales.xls.* Las variables necesarias para utilizar el complemento son:

a) Valor Actual (VA) de los flujos de caja incrementales por invertir en el proyecto hoy (equivalente al Precio del activo subyacente en t=o (S)).
b) Inversión inicial requerida para realizar el proyecto (Equivalente al Precio de ejercicio (K)).
c) Fecha de valoración.
d) Fecha de vencimiento de la exclusividad.
e) Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) o desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equivalente a la Volatilidad subyacente).
f) Tasa de descuento (rentabilidad de deuda con vencimiento similar a la opción).

Este complemento da como resultado el perfil de resultados y la sensibilidad de la opción ante variaciones del activo subyacente (delta).

Para la opción de expandir se utiliza el complemento Black_Scholes_opciones_reales.xls. Las variables necesarias para utilizar el complemento son:

a) Estimación del VA de los flujos de caja incrementales de la expansión (equivalente al precio del activo subyacente en t=o (S))
b) Inversión inicial requerida para la opción de expansión (Equivalente al precio de ejercicio (K))
c) Fecha de valoración
d) Fecha de vencimiento del proyecto

e) Costos marginales por esperar un año adicional para ejercer la opción de expansión (equivalente a la tasa de dividendos (continua))
f) Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) o desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equivalente a la volatilidad subyacente)
g) Tasa de descuento (rentabilidad de deuda con vencimiento similar a la opción)

En cuanto a resultados entrega los mismos que la opción de retrasar.

Las variables necesarias para la opción de abandono son:

a) VA de los flujos de caja en caso de continuar el proyecto (equivalente al precio del activo subyacente en t=o (S))
b) Fondos recibidos en caso de abandonar el proyecto (equivalente al precio de ejercicio (K))
c) Fecha de valoración
d) Fecha de vencimiento de la opción de abandono
e) Fecha de vencimiento del proyecto
f) Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) o desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equivalente a la volatilidad subyacente)
g) Tasa de descuento (rentabilidad de deuda con vencimiento similar a la opción)

3.2.3. Simulación de Montecarlo

La valoración de opciones exóticas, exige la utilización de procedimientos alternativos. Uno de ellos consiste en simular diversas trayectorias del activo subyacente, y calcular de conformidad con los fundamentos de la opción (asiática, lookback, entre otras) y su valor.

Con este método se pueden valorar las siguientes opciones:

- **Asiáticas**: el valor de la opción depende del precio medio que haya seguido el activo subyacente a lo largo de la vida de la opción.
- **Lookback**: el precio (St) del activo subyacente con el que se determinará el valor de la opción será el mínimo/máximo registrado a lo largo de la vida de la opción call/put.
- **Knockout**: Sí el precio *perfora* un nivel mínimo (call) o máximo (put) la opción tendrá valor cero.
- **As you like it**: el titular de la opción decide en la fecha de vencimiento sí desea que la opción sea call o put.

Los complementos que se pueden utilizar son: Box_Muller_Exoticas.xls. y Box_Muller_Montecarlo.xls.

Con este complemento podemos obtener la representación gráfica y la tabla de valoraciones en función del precio del activo subyacente. Además, utilizar las funciones integradas en la hoja de cálculo en orden a la obtención del valor de la opción.

Las variables necesarias para utilizar este complemento son:

a) Activo subyacente S_0.
b) Precio de ejercicio.
c) Tipo de interés.
d) Tiempo al vencimiento.
e) Tasa de dividendos continua.
f) Volatilidad anualizada.
g) Número de simulaciones
h) Número de iteraciones
i) S knockout call
j) S knockout put

3.2.4. Equivalencia de parámetros

Para la realización de los cálculos de las opciones, los complementos utilizan variables, las cuales pueden aparecer con los términos de las opciones financieras, es por ello, que se muestra el Cuadro N° 3 con las equivalencias de términos.

Cuadro N° 3: Equivalencia de parámetros de valorización entre opciones financieras y opciones reales.

Opción call sobre acción	Opción real
Precio acción	Valor actual de los flujos de caja esperados
Precio ejercicio	Costo inversión
Vencimiento	Plazo hasta que la oportunidad desaparece
Incertidumbre precio de la acción	Incertidumbre del valor del proyecto
Tipo de interés libre de riesgo	Tipo de interés libre de riesgo

Fuente: Opciones reales y la valorización de activos, (Mascareñas, Juan. 2004)

3.3. Caso Práctico I

El siguiente caso de aplicación de opciones reales fue extraído de la Revista Petrotecnia, *la cual es la revista oficial del Instituto Argentino del Petróleo y del Gas (IAPG). Sus antecedentes se remontan al Boletín que a partir de 1945 publicaba el Instituto Sudamericano del Petróleo Sección Argentina (ISAP). Este boletín se convirtió en 1957 en el Boletín del Instituto Argentino del Petróleo (IAP), antecesor del IPAG. En 1960 aparece el primer ejemplar con el nombre de Petrotecnia, esta es una revista de tipo técnico en la cual se publican trabajos técnicos y notas que tratan diversos temas de interés para la industria del petróleo y del gas*[23]. El caso “Petrol” se encuentra en la edición de Junio de 2007 en donde el eje central de esa edición son las opciones reales como metodología para la evaluación de proyectos en donde se incluye la flexibilidad. A continuación se describe el caso.

[23] *PETROTECNIA. [En línea] <http://www.petrotecnia.com.ar/quienes.htm> [consulta:22 de febrero de 2012]*

Opción de Crecimiento "Petrol"

Petrol, uno de los principales productores de gas argentinos, se encuentra evaluando la posibilidad de invertir en un contrato de adquisición de capacidad de transporte hacia Brasil, con las siguientes características:

- Costo: $70 millones
- Capacidad adquirida: 50 Bcf[24] por año
- Tarifa de transporte: $0,4 / Bcf

El contrato tiene validez por cinco años. A la fecha de cada finalización quinquenal, el contrato prevé una opción para su renovación por otro término similar. La tasa de corte de la empresa para este tipo de proyectos es del 25% anual. Evaluando el proyecto según la metodología tradicional de VAN resulta:

Año	0	1	2	3	4	5
Inversión	-70					
Ingresos	-70	20	20	20	20	20
VAN 25%	-16					

De esta manera, el proyecto sería rechazado. Sin embargo, dentro de la discusión del proyecto, uno de los gerentes observa que existen razones estratégicas para tenerlo en cuenta. En particular, se estima que si el mercado brasileño alcanza cierto grado de madurez, al tercer año sería posible obtener un contrato de provisión de gas con distribuidoras de ese país de las siguientes características:

- Provisión de gas: 50 Bcf por año
- Precio de venta del gas: $1 / 1000 cf[25]
- Ingresos anuales: $50 millones
- Costos anuales: $20 millones
- Inversión necesaria para poner en marcha este contrato: $40 millones
- Duración: 10 años desde la puesta en marcha

---

[24] *BCF: billion cubic feet (billones de pies cúbicos); corresponde a unidades de manejo corriente en gas natural.*

[25] *Cf: cubic feet (pies cúbicos).*

Si Petrol no cuenta en ese momento con la capacidad de transporte necesaria para hacer llegar el gas, es altamente probable que uno de sus competidores consiga el contrato, lo que le ocasionará la pérdida de una fuente de ingresos altamente rentable. Ante este argumento parece difícil rechazar la compra de capacidad de transporte, que previamente parecía un mal negocio.

Sin embargo, otro de los gerentes aclara que tampoco es seguro que el mercado brasileño crezca lo suficiente como para poder absorber un contrato de 50 Bcf. En otra hipótesis alternativa, el contrato llega a tan solo 10 Bcf. Los costos fijos hacen que el costo anual sea de $8 millones. La inversión inicial permanece en $40 millones. Entonces, no solamente la rentabilidad de la compra de capacidad de transporte no mejora, sino que se incurre en mayores pérdidas.

De esta manera, para la opción de crecimiento de Petrol se tienen los siguientes valores:

- Precio del activo subyacente (S), correspondiente al VAN del contrato de venta de gas.
- Precio del ejercicio (X), corresponde al valor de la inversión para realizar el contrato al tercer año.
- La tasa libre de riesgo para efectos de este caso será determinada en un 10%.
- El tiempo para poder ejercer la opción es de 3 años.

Así:

$$S = \$57.600.000$$

$$X = \$40.000.000$$

$$r_f = 10\%$$

$$t = 3 \ años$$

$$\sigma = 0{,}4$$

3.3.1. Método Binomial

The McGraw-Hill Companies

ÁRBOL BINOMIAL

Valoración de opciones Americanas

Activo subyacente So	57,60
Precio de ejercicio	40,00
Tipo de interés	10,00%
Meses (30 días)	36
Días	0
Volatilidad anualizada	40,00%
Nº periodos (max 100)	3

u	1,492
d	0,670
Ti instantáneo	9,53%
r*	1,1000
p	0,5230
1-p	0,4770
Volatilidad del período	0,69
Tiempo al vto (años)	3,00
Nº de precios finales	4,00

Tipo de opción

Call Put

		Binomial	Black Sch	Diferencia
Call	29,7666	**29,7666**	**30,1415**	-0,3749
Put	2,2192	2,9029	2,5941	0,3088

Paridad Put-Call	
B(0,T) K + call:	59,82
Bf(0,T)S(0) + put =	59,82
Nº trayectorias del precio	8

Ver comienzo del

0	1	2	3
			191,24
			151,24
		128,19	
		91,83	
	85,93		85,93
	53,13		45,93
57,60		57,60	
29,77		21,84	
	38,61		38,61
	10,38		0,00
		25,88	
		0,00	
			17,35
			0,00

$$VAN\ total = -16.000.000 + 29.766.600$$

$$VAN\ total = 13.766.600$$

El VAN total con el método Binomial es $13.7 millones, lo que hace que el proyecto se acepte.

3.3.2. Método Black Scholes

The McGraw-Hill Companies

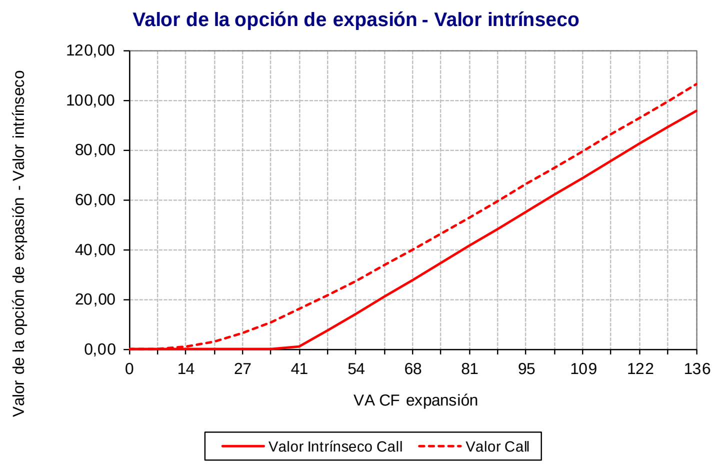
MODELO DE BLACK SCHOLES

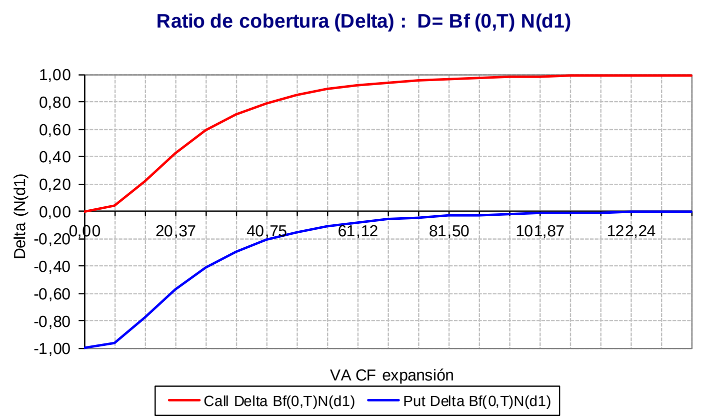
Aplicación a opciones reales - Opción de expansión de un proyecto de inversión

Estimación del VA de los flujos de caja incrementales de la expansión (equiv. Precio del activo subyacente en t=o (S))	57,60
Inversión inicial requerida para la opción de expansión (Equiv. Precio de ejercicio (K))	40,00
Fecha de valoración	01-01-2012
Fecha de vencimiento del proyecto	01-01-2015
Costes marginales por esperar un año adicional para ejercer la opción de expansión (equiv. Tasa de dividendos (continua))	0,000%
Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) ó desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equiv. Volatilidad subyacente)	40,00%
Tasa de dto (rentabilidad de deuda con vto similar a la opción)	10,000%
Tiempo al vto. (años)	3,001
Factor de descuento	0,738
Días al vto.	1096
Tasa compuesta continua libre de riesgo	9,53%

Valor de la opción de expansión (equiv. Prima del Call)	**30,4501**

Cálculos	
ln(S/K)	0,3646
(r - q + vol^2/2) T	0,5261
vol T$^{(.5)}$	0,6929
d_1 = (ln(S/K) +(r -q + vol^2/2) t) / vol t$^{(.5)}$	1,2855
d_2 = d_1 - vol t$^{(.5)}$	0,5926
$N(d_1)$	0,9007
$N(d_2)$	0,7233
$N(-d_1)$	0,0993
$N(-d_2)$	0,2767
KB(0,T) VA(K)	29,6307
Se^{-qT} $N(d_1)$	51,8794
KB(0,T) N(d2)	21,4308
Prima del Call (Black-Scholes)	**30,4486**
Se^{-qT} $N(-d_1)$	5,7206
KB(0,T) N(-d2)	8,1999
Prima del Put (Black-Scholes)	**2,4793**





$$VAN\ total = -16.000.000 + 30.450.100$$

$$VAN\ total = 14.450.100$$

El VAN total con el método de Black-Scholes es de $14.45 millones, por lo tanto el proyecto se puede realizar.

3.3.3. Simulación de MonteCarlo

The McGraw-Hill Companies

Simulaciones de Montecarlo

Importancia del número de simulaciones

Precio acción	57600,00
Precio de ejercicio	40000,00
Tipo de interés anual	10,000%
Volatilidad	40,00%
Nº iteraciones (Binomial)	50
Nº simulaciones (Montecarlo)	7000
Tiempo al vto. (años)	3
(días)	1095
Tipo de interés continuo	9,531%

	Call	Put
Black Scholes	30446,384	2479,113
Binomial Eur	30137,960	2590,552
Binomial Ame	30137,960	3122,406
Control Variable	30446,384	3010,966
Montecarlo Box Muller	29588,697	2417,917
Montecarlo Binomial	38647,197	3494,047

$$VAN\ total = -16.000.000 + 29.588.697$$

$$VAN\ total = 13.588.697$$

El VAN total con la Simulación de Montecarlo es de $13,58 millones.

Al observar el siguiente cuadro podemos ver la similitud en los resultados son los diferentes métodos.

	Binomial	Black-Scholes	MonteCarlo
Valor Op.	29.766.600	30.450.100	29.588.697

Según estos resultados, para la opción de crecimiento es irrelevante le método de cálculo que se utilice, ya que todos entregan resultados muy parecidos con pequeñas variaciones. Sin embargo, si esta opción pagase dividendo de forma anual y se valoriza la opción ahora con esta nueva condición el resultado es el siguiente:

De esta forma:

	Binomial	Black-Scholes	MonteCarlo
Valor Op.	27.979.000	30.450.100	29.588.697

Se observa entonces, una baja en el valor de la opción a causa de la disminución del precio después de los dividendos utilizando el método binomial; pero a través de Black-Scholes y Montecarlo, el valor no varía debido a que no considera el parámetro de dividendos.

3.4. Caso Práctico II

Este caso es obtenido de la Revista Estudios Gerenciales, *que es una revista enfocada en las áreas temáticas de la Economía y la Administración en todas las ramas, cuyo objetivo es la difusión del conocimiento entre la comunidad académica y profesional en Iberoamérica, a través de la publicación de artículos inéditos, relevantes, de alta calidad y arbitrados anónimamente (double-blind review).Se privilegia la publicación de la producción intelectual con origen en investigaciones científicas o tecnológicas y que susciten artículos de investigación,* *reflexión, revisiones bibliográficas, casos de estudio y otros que sigan una rigurosa metodología investigativa con aportes significativos a una determinada área de conocimiento*[26]. Este caso se encuentra en el Volumen 25 de la revista, correspondiente al periodo Abril-Junio de 2009.

Opción de Reducir en sector Inmobiliario de Colombia

Como caso de estudio se seleccionó el proyecto de construcción de una urbanización ubicada en el municipio de La Estrella (Antioquia, Colombia). El proyecto constó de 123 viviendas unifamiliares del estrato 4[27].

Al analizar el flujo de caja y emplear una tasa del 1% mensual, equivalente al 12,68% efectivo anual, se encuentra que el VAN del proyecto total es de -$70.335.586, lo cual implicaría su no realización. Si bien las empresas inmobiliarias no acostumbran a descontar sus flujos de caja (generalmente no tienen en cuenta el valor del dinero en el tiempo), cuando lo hacen emplean esta tasa[28].

Sin embargo, y dadas las perspectivas de crecimiento del sector de la construcción, la inmobiliaria y la constructora plantearon varias posibilidades, tales como abandonar el proyecto una vez iniciado si las condiciones así lo requerían, o esperar un mejor momento para comenzar a construir. Una de las opciones planteadas fue la construcción del proyecto en dos etapas, es decir, construir la mitad del proyecto hoy (62 casas) y esperar tres años para realizar las viviendas restantes (61 casas). Es esta posibilidad la que se valora a continuación.

Teniendo en cuenta la posibilidad de realizar la mitad de las casas en un lapso de tres años (si las condiciones del mercado se prestan para ello), se

---

[26] *Estudios Gerenciales – Universidad Icesi. [En línea] <http://www.icesi.edu.co/estudios_gerenciales/politica_editorial.php> [consulta: 24 de febrero de 2012]*

[27] *En Colombia, los bienes inmuebles se categorizan en estratos socioeconómicos, los cuales van de 1 a 6, siendo 1 el correspondiente a la menor categorización (pobres) y 6 la más alta.*

[28] *Según datos suministrados por Fajardo Moreno Asociados.*

pretende cuantificar la flexibilidad valorando la opción real de construir por etapas el proyecto.

Para ello se replantearon los flujos de caja al tener en cuenta que la construcción se realizaría en dos partes, y que los ingresos, costos y gastos, deberían ajustarse a dicha situación, es decir, sus valores deberían estimarse según el comienzo y la duración de ambas etapas. Se hizo necesario entonces, realizar algunos supuestos del comportamiento de los precios, gastos y costos, así como algunas simulaciones.

Para simular los ingresos, se calculó la volatilidad y la media del precio del m^2, teniendo en cuenta las variaciones del mismo, tanto en Medellín como en el Área Metropolitana. Este dato se determinó utilizando el reporte histórico (1979 – 2005 estimado) de Camacol[29] (2005) de las variaciones del precio del m^2, datos con los cuales se realizó el cálculo $Ln(1+TC)$, donde TC es el porcentaje de variación del precio del m^2. A este resultado se le halló su desviación, dando como resultado una volatilidad del 11,06% anual. La media, a su vez, se calculó en 19,25%. Los datos se presentan en Anexo 1.

Para simular los costos de construcción, se tomaron las variaciones del índice de costos de construcción histórico (desde 1979 hasta 2005 estimado), el cual varió en promedio un 13,6% anual, equivalente al 1,066% mensual. Se supuso que los demás costos y gastos variarían al ritmo del IPC esperado (5,5% anual), equivalente a un 0,447% mensual.

Con los datos históricos (1979 – 2005 estimado) de la variación del precio del metro cuadrado, se determinaron la media y la volatilidad del mismo:

- Media: 19,25%
- Volatilidad: 11,064%

[29] *Camacol: Cámara Colombiana de la Construcción.*

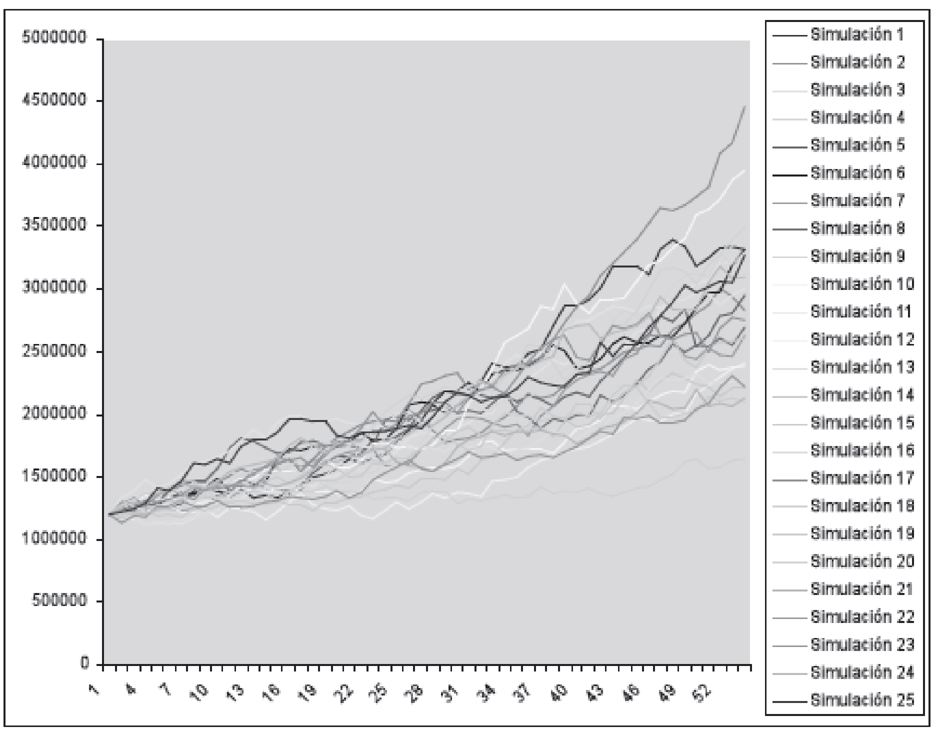
El modelo de desarrollo del comportamiento de los precios puede estudiarse como un Movimiento Geométrico Browniano (Hull, 1999), donde la variación en el precio viene dada por:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Donde S es el precio, μ es la media y σ es la desviación o volatilidad; t representa la fracción del tiempo que se vaya a estudiar, ε representa un número aleatorio proveniente de una distribución normal estandarizada (media 0 y desviación 1).

Se realizaron veinticinco simulaciones diferentes para determinar el comportamiento del precio durante los meses que demora el proyecto desde el mes inicial. El movimiento de los precios en las veinticinco simulaciones se resume en el Gráfico N° 1.

Grafico N° 1: Simulación del comportamiento de los precios del metro cuadrado del proyecto durante la duración del mismo.



Fuente: Estudios Gerenciales – Universidad Icesi. [En línea]

Todos los valores parten del precio inicial estimado por la inmobiliaria encargada del proyecto, como el valor del m^2 de la urbanización, el cual es de \$1.200.000. Al aplicar las variaciones generadas aleatoriamente en uno de los veinticinco casos y aplicando Black-Scholes a estos nuevos datos, se encuentra el siguiente resultado.

La opción de construir por etapas el proyecto equivalente a una opción call, que tiene en cuenta los siguientes valores:

- Precio del activo subyacente (S), equivalente a los ingresos que se obtendrían por las casas construidas y vendidas en la segunda etapa.
- Precio de ejercicio (X) que equivale al valor de los costos requeridos para construir y vender las casas de la segunda etapa.
- La tasa libre de riesgo se tomó como la tasa pagada por los TES (Título de deuda publica doméstica, emitidos por el gobierno de Colombia y administrados por el Banco de la República) del gobierno a tres años (igual duración de la opción), equivalente al 8,79% anual, que en tasa continua equivale al 8,425%.
- Tiempo estimado para ejercer la opción: tres años (36 meses).

De esta manera:

$$S = \$6.612.047.012$$

$$X = \$6.203.830.164$$

$$r_f = 8{,}425\%$$

$$t = 3\ años$$

$$\sigma = 11{,}064\%$$

3.4.1. Método Binomial

The McGraw-Hill Companies

ÁRBOL BINOMIAL

Valoración de opciones Americanas

Tipo de opción: Call / Put

Activo subyacente So	6.612,00	u	1,117
Precio de ejercicio	6.203,00	d	0,895
Tipo de interés	8,43%	Ti instantáneo	8,09%
Meses (30 días)	36	r*	1,0843
Días	0	p	0,8523
Volatilidad anualizada	11,06%	1-p	0,1477
Nº periodos (max 100)	3	Volatilidad del período	0,19
		Tiempo al vto (años)	3,00
		Nº de precios finales	4,00

		Binomial	Black Scholes	Diferencia
Call	1.761,6239	1.761,6239	1.770,5962	-8,9724
Put	16,0876	42,7499	25,0599	17,6900

Paridad Put-Call	
B(0,T) K + call:	6.628,09
Bf(0,T)S(0) + put =	6.628,09
Nº trayectorias del precio	8

Ver comienzo del árbol

0	1	2	3
			9.214,76
			3.011,76
		8.249,61	
		2.528,61	
	7.385,56		7.385,56
	2.114,35		1.182,56
6.612,00		6.612,00	
1.761,62		929,61	
	5.919,47		5.919,47
	730,77		0,00
		5.299,47	
		0,00	
			4.744,41
			0,00

$$VAN\ total = -70.335.586 + 1.781.623.900$$

$$VAN\ total = \ 1.711.288.314$$

Al valorar esta opción por el método Binomial, da como resultado un VAN total de $1.711.288.314; con lo que el proyecto se aprobaría.

3.4.2. Método Black Scholes

The McGraw-Hill Companies

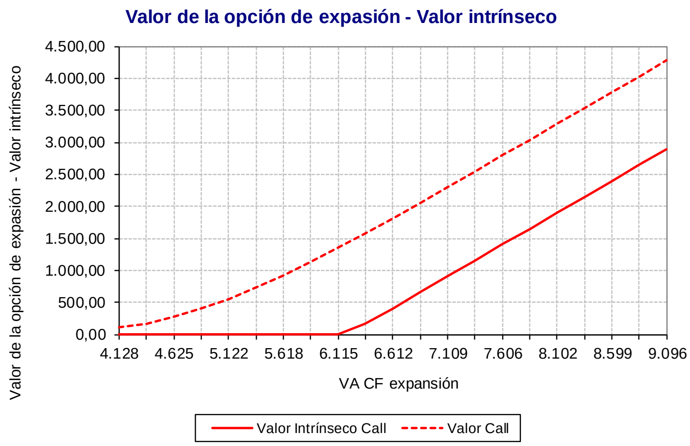
MODELO DE BLACK SCHOLES

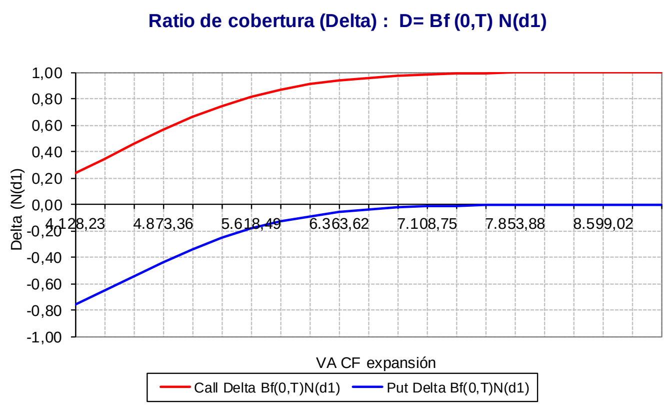
Aplicación a opciones reales - Opción de expansión de un proyecto de inversión

Estimación del VA de los flujos de caja incrementales de la expansión (equiv. Precio del activo subyacente en t=o (S))	6.612,00
Inversión inicial requerida para la opción de expansión (Equiv. Precio de ejercicio (K))	6.203,00
Fecha de valoración	01-01-2012
Fecha de vencimiento del proyecto	01-01-2015
Costes marginales por esperar un año adicional para ejercer la opción de expansión (equiv. Tasa de dividendos (continua))	0,000%
Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) ó desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equiv. Volatilidad subyacente)	11,06%
Tasa de dto (rentabilidad de deuda con vto similar a la opción)	8,425%
Tiempo al vto. (años)	3,001
Factor de descuento	0,774
Días al vto.	1096
Tasa compuesta continua libre de riesgo	8,09%

Valor de la opción de expansión (equiv. Prima del Call)	**1816,7705**

Cálculos	
ln(S/K)	0,0639
$(r - q + vol^2/2)\ T$	0,2611
$vol\ T^{(.5)}$	0,1917
$d_1 = (\ln(S/K) + (r - q + vol^2/2)\ t) / vol\ t^{(.5)}$	1,6954
$d_2 = d_1 - vol\ t^{(.5)}$	1,5038
$N(d_1)$	0,9550
$N(d_2)$	0,9337
$N(-d_1)$	0,0450
$N(-d_2)$	0,0663
KB(0,T) VA(K)	4817,3567
$Se^{-qT}\ N(d_1)$	6314,4827
KB(0,T) N(d2)	4497,8731
Prima del Call (Black-Scholes)	**1816,6096**
$Se^{-qT}\ N(-d_1)$	297,5173
KB(0,T) N(-d2)	319,4836
Prima del Put (Black-Scholes)	**21,9663**





$$VAN\ total = -70.335.586 + 1.816.770.500$$

$$VAN\ total = 1.746.434.914$$

En tanto, utilizando el método de Black-Scholes el VAN total resultante es de $1.746.434.914; con lo que el proyecto se aceptaría.

3.4.3. Simulación de Montecarlo

The McGraw-Hill Companies

Simulaciones de Montecarlo

Importancia del número de simulaciones

Precio acción	6612047012,00
Precio de ejercicio	6230830164,00
Tipo de interés anual	8,425%
Volatilidad	11,06%
Nº iteraciones (Binomial)	250
Nº simulaciones (Montecarlo)	3000
Tiempo al vto. (años)	3
(días)	1095
Tipo de interés continuo	8,089%

	Call	Put
Black Scholes	1796083095,217	23285243,738
Binomial Eur	1750386202,517	26636602,598
Binomial Ame	1750386202,517	68269674,622
Control Variable	1796083095,217	64918315,761
Montecarlo Box Muller	1788113468,939	25252666,005
Montecarlo Binomial	2326692762,562	30925886,759

$$VAN\ total = -70.335.486 + 1.788.113.468$$

$$VAN\ total = 1.717.777.982$$

Por otra parte, el método de la simulación de Montecarlo indica que el proyecto debe aprobarse con un VAN total de $1.717.777.982.

El siguiente cuadro muestra los resultados de los tres métodos:

	Binomial	Black-Scholes	MonteCarlo
Valor Op.	1.781.623.900	1.816.770.500	1.788.113.468

Al evaluar los resultados de la opción de reducir se puede ver que no existe mucha diferencia en los valores, comparados con el valor a invertir. Es decir, existe diferencia, pero comparado con el monto invertido no es relevante. Sin embargo, al igual que el caso anterior se considera con un pago de dividendos anual, se deberá realizar el método binomial con dividendos, el cual arroja lo siguiente:

De esta manera:

	Binomial	Black-Scholes	Montecarlo
Valor Op.	1.757.780.600	1.816.770.500	1.788.113.468

También se observa una disminución en el valor de la opción del método binomial, quizás menor que en el caso anterior en términos porcentuales, pero si se aprecia una disminución que no se refleja en los otros métodos, esto se explica por el importe de dividendos igual a 5. En el Anexo N° 2 se valora a través del método binomial el mismo caso, pero evaluado a 12 años, con distintos periodos de pago de dividendos y a la vez se aumentará el importe bruto de dividendos a 100, para apreciar aún más los cambios que genera el pago de dividendos al valorar la opción a través de este método. Aquí se observa el valor de la opción cuando el pago de dividendos es anual, cada dos años y cada seis años; este valor va en aumento a medida que el periodo de pago de dividendos se realiza menos frecuencia, esto corrobora que al valorar a través del método binomial una opción con pago de dividendos, se puede generar una variación que no es considerada por los métodos de Black-Scholes y por la simulación de Montecarlo.

3.5. Caso práctico III

El tercer caso fue obtenido del apunte de Juan Mascareñas de Marzo de 2008[30]. Después de diversas publicaciones de la teoría de las opciones reales como método de valoración de proyectos de inversión, en esta publicación aparecen diversos casos categorizados por los diferentes tipos de opción que ya se expusieron anteriormente. Este caso corresponde a una opción de diferir de una empresa de cigarrillos, el cual se describe a continuación:

Opción de Diferir "SmokeFree"

SmokeFree acaba de desarrollar un producto para que los fumadores puedan fumar cigarrillos que no emiten humo sino vapor de agua y está pensando en comercializarlo. Debido a la novedad del producto hay una incertidumbre acusada sobre el comportamiento del mismo en el mercado. SmokeFree desea evaluar la opción de diferir en uno o dos años el lanzamiento del producto. El valor actual de los flujos de caja del proyecto se estima en 100 millones de euros sujetos a una volatilidad anual del 35%. El tipo de interés sin riesgo es del 4%. El costo actual del proyecto es también de 100 millones de euros pero su valor crece a razón de un 5% anual y acumulativo mientras no se comercialice el producto. Cada año que transcurra sin lanzar el producto se pierde un 10% del valor actual del mismo en ese año.

De esta manera, para diferir el proyecto en un año, tenemos que:

$$S = 100\ Mill.€$$

$$X = 105\ Mill.€$$

$$r_f = 4\%$$

$$t = 1\ años$$

$$\sigma = 35\%$$

[30]MASCAREÑAS, Juan. *Ejercicios sobre opciones reales en la valoración de proyectos de inversión. Universidad Complutense de Madrid. Marzo, 2008. Pág. 12.*

3.5.1. Método Binomial

The McGraw-Hill Companies

ÁRBOL BINOMIAL

Valoración de opciones Americanas

Tipo de opción: Call / Put

Activo subyacente So	100,00
Precio de ejercicio	105,00
Tipo de interés	4,00%
Meses (30 días)	12
Días	0
Volatilidad anualizada	35,00%
Nº periodos (max 100)	1

u	1,419
d	0,705
Ti instantáneo	3,92%
r*	1,0400
p	0,4694
1-p	0,5306
Volatilidad del período	0,35
Tiempo al vto (años)	1,00
Nº de precios finales	2,00

		Binomial	Black Scholes	Diferencia
Call	16,6568	**16,6568**	**13,4832**	3,1736
Put	17,6184	17,6184	14,4447	3,1736

Paridad Put-Call	
B(0,T) K + call:	117,62
Bf(0,T)S(0) + put =	117,62
Nº trayectorias del precio	2

Ver comienzo del árbol

0	1
	141,91
	36,91
100,00	
16,66	
	70,47
	0,00

$$VAN\ total = 0 + 16.656.800$$

$$VAN\ total = 16.656.800$$

Con el método Binomial se obtiene un VAN total de 16.6 millones €, lo que hace que el proyecto pase de ser indiferente a realizable.

3.5.2. Método Black Scholes

The McGraw-Hill Companies

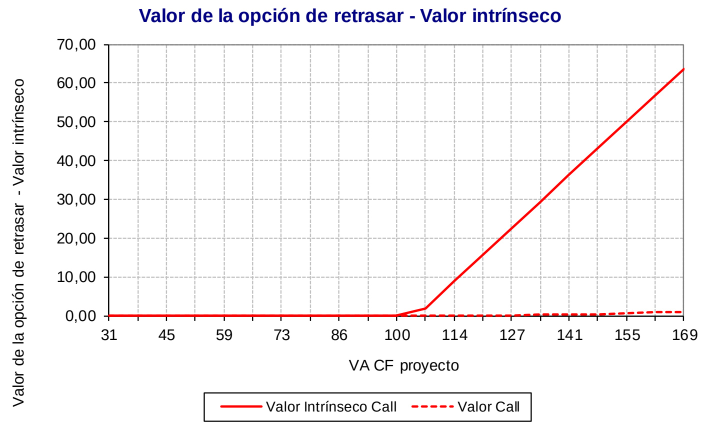
MODELO DE BLACK SCHOLES

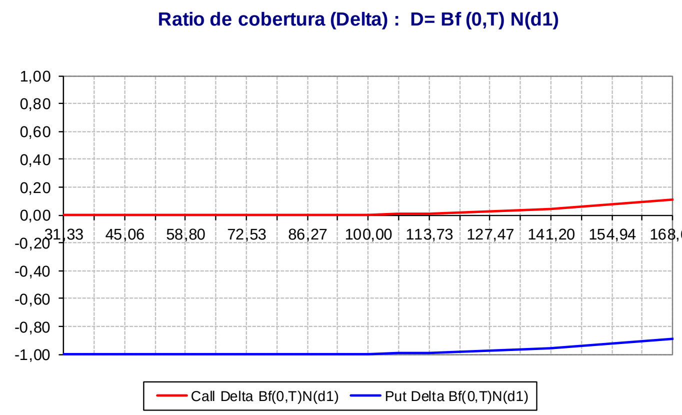
Aplicación a opciones reales - Opción de retrasar un proyecto de inversión

VA de los flujos de caja incrementales por invertir en el proyecto hoy (equiv. Precio del activo subyacente en t=o (S))	100,00
Inversión inicial requerida para acometer el proyecto (Equiv. Precio de ejercicio (K))	105,00
Fecha de valoración	01-01-2012
Fecha de vencimiento de la exclusividad	01-01-2013
Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) ó desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equiv. Volatilidad subyacente)	35,00%
Tasa de dto (rentabilidad de deuda con vto similar a la opción)	4,000%
Tiempo al vto. (años)	1,002
Costes marginales por cada año de espera para ejercer la opción de abandono (equiv. Tasa de dividendos (continua))	99,795%
Factor de descuento	0,960
Días al vto.	366
Tasa compuesta continua libre de riesgo	3,92%

Valor de la opción de retrasar (equiv. Prima del Call)	**0,0123**

Cálculos	
ln(S/K)	-0,0488
$(r - q + vol^2/2)\ T$	-0,8993
$vol\ T^{(.5)}$	0,3504
$d_1 = (\ln(S/K) + (r - q + vol^2/2)\ t) / vol\ t^{(.5)}$	-2,7061
$d_2 = d_1 - vol\ t^{(.5)}$	-3,0565
$N(d_1)$	0,0034
$N(d_2)$	0,0011
$N(-d_1)$	0,9966
$N(-d_2)$	0,9989
KB(0,T) VA(K)	100,8746
$Se^{-qT}\ N(d_1)$	0,1252
KB(0,T) N(d2)	0,1130
Prima del Call (Black-Scholes)	**0,0123**
$Se^{-qT}\ N(-d_1)$	36,6627
KB(0,T) N(-d2)	100,7616
Prima del Put (Black-Scholes)	**64,0989**





$$VAN\ total = 0 + 12.300$$

$$VAN\ total = 12.300$$

Este proyecto, valorando la opción con el método de Black-Scholes, es aprobado con un VAN total de 12.300 €.

3.5.3. Simulación de Montecarlo

The McGraw-Hill Companies

Simulaciones de Montecarlo

Importancia del número de simulaciones

Precio acción	100,00
Precio de ejercicio	105,00
Tipo de interés anual	4,000%
Volatilidad	35,00%
Nº iteraciones (Binomial)	250
Nº simulaciones (Montecarlo)	3000
Tiempo al vto. (años)	1
(días)	365
Tipo de interés continuo	3,922%

	Call	Put
Black Scholes	13,516	14,399
Binomial Eur	13,479	14,441
Binomial Ame	13,479	14,958
Control Variable	13,516	14,916
Montecarlo Box Muller	13,743	13,962
Montecarlo Binomial	13,974	14,950

$$VAN\ total = 0 + 13.743.000$$

$$VAN\ total = 13.743.000$$

En tanto al utilizar la Simulación de Montecarlo para valorar la opción, el VAN total del proyecto es de 13.743.000 €; con lo que el proyecto se debiera aprobar.

En el siguiente cuadro se muestran los resultados de los diferentes métodos:

	Binomial	Black-Scholes	MonteCarlo
Valor Op.	16.656.800	12.300	13.743.000

Al comparar los tres métodos, se puede apreciar que el resultado más alejado es el del Black-Scholes; contrario a como se plantea en la teoría, no es recomendable utilizar este método para valorizar opciones reales, ya que éstas son valoradas en unidades de tiempo discreto, en tanto el método de Black-Scholes es un método de valoración de tiempo continuo, lo que explica la diferencia con los otros dos métodos de valoración.

3.6. Caso Práctico IV

Este caso se utilizará para corroborar lo ocurrido en el caso anterior, en relación a las diferencias de resultados entre el método de Black-Scholes con el métodos Binomial y la Simulación de Montecarlo, al momento de valorar una opción de diferimiento. Para ello, se resolverá el caso de BiopharmaLab S.A. extraído de Mascareñas 2004[31], el cual presenta una opción de diferimiento.

Opción de Diferir "BiopharmaLab S.A."

La empresa BiopharmaLab S.A. tiene la oportunidad de invertir 450 millones de euros en la fabricación de un fármaco denominado LypoGen al tener la posibilidad de hacerse con los derechos para producirlo en exclusiva durante los siguientes 8 años. El propietario de la patente le concede el plazo de un año para decidirse a adquirirla o no, pero este derecho no es gratis, sino que cuesta 40 millones de euros.

El equipo directivo ha realizado un análisis de los flujos de caja del proyecto suponiendo que comenzase a fabricarlo ahora mismo. Los resultados son los siguientes:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FC	10	25	55	85	105	122	132	138	100	50

Como se aprecia, en el año nueve la competencia ha comenzado actuar pero se espera que el mercado se estabilice en el siguiente año, de tal manera que a partir del año 10 se supone que los flujos de caja serán constantes e iguales a 50 millones de euros.

En el momento de hacer el estudio la tasa de interés libre de riesgo a largo plazo es igual al 5%, se supone que la prima de riesgo del mercado es igual al 5,5% y que el coeficiente de volatilidad beta del activo en cuestión es igual a 2.

[31] *MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos. Madrid, España, Ediciones Pearson Educación, 2004. Pág. 64.*

Por tanto, la tasa de descuento a utilizar o costo de oportunidad del capital es igual a:

$$k_0 = 5\% + (5{,}5\% \times 2) = 16\%$$

El valor actual de los flujos de caja (VA) es igual a 406,71 millones de euros, lo que significa que el VAN es igual a:

$$VAN = -450 + 406{,}71 = -43{,}29 \; millones\ de\ euros$$

A la vista de este resultado, el equipo directivo de BiopharmaLab decide no realizar el proyecto ahora mismo y se plantea la posibilidad de aplazar su realización durante un año, dado que el propietario de la patente le concede esa alternativa siempre que pague 40 millones de euros.

Como quiera que el valor actual del proyecto (406,71 millones) es un dato promedio, la empresa realiza una simulación con diversos escenarios lo que le permite obtener el valor de la desviación típica de dicho VA. El valor obtenido es igual al 55,84%.

De esta forma, los datos están dados por:

- Precio del activo subyacente (S), equivalente al valor actual de los flujos de caja del proyecto.
- Precio de ejercicio (X) correspondiente a la inversión requerida para llevar a cabo el proyecto.
- La tasa libre de descuento obtenida en base a la tasa libre de riesgo, la prima por riesgo del mercado y del coeficiente de volatilidad beta.
- Tiempo posible para aplazar la realización del proyecto (t)

De esta manera: $S = 406{,}71\ millones\ de\ euros$

$X = 450\ millones\ de\ euros$

$r = 16\%$

$t = 1\ año$

$\sigma = 55{,}84\%$

3.6.1. Método Binomial

$$VAN\ Total = -43{,}26 + 112{,}45$$

$$VAN\ Total = 69{,}19$$

Con este resultado, el proyecto que inicialmente se rechazaría, se acepta al valorarlo con opciones reales con un VAN Total de 69,19 millones.

3.6.2. Método Black-Scholes

The McGraw-Hill Companies

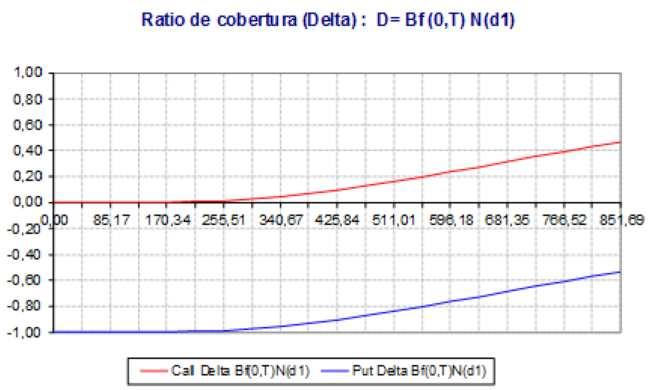
MODELO DE BLACK SCHOLES

Aplicación a opciones reales - Opción de retrasar un proyecto de inversión

VA de los flujos de caja incrementales por invertir en el proyecto hoy (equiv. Precio del activo subyacente en t=o (S))	406,71
Inversión inicial requerida para acometer el proyecto (Equiv. Precio de ejercicio (K))	450,00
Fecha de valoración	26-03-2012
Fecha de vencimiento de la exclusividad	26-03-2013
Desviación típica del presupuesto de capital requerido (simulación) ó desviación típica media del valor de las empresas de la industria (equiv. Volatilidad subyacente)	55,84%
Tasa de dto (rentabilidad de deuda con vto similar a la opción)	16,000%
Tiempo al vto. (años)	0,999
Costes marginales por cada año de espera para ejercer la opción de abandono (equiv. Tasa de dividendos (continua))	100,068%
Factor de descuento	0,850
Días al vto.	365
Tasa compuesta continua libre de riesgo	14,84%

Valor de la opción de retrasar (equiv. Prima del Call)	2,4561

Cálculos	
ln(S/K)	-0,1011
$(r - q + vol^2/2)\ T$	-0,6959
$vol\ T^{(.5)}$	0,5582
$d_1 = (\ln(S/K) + (r - q + vol^2/2)\ t) / vol\ t^{(.5)}$	-1,4278
$d_2 = d_1 - vol\ t^{(.5)}$	-1,9860
$N(d_1)$	0,0767
$N(d_2)$	0,0235
$N(-d_1)$	0,9233
$N(-d_2)$	0,9765
KB(0,T) VA(K)	383,5067
$Se^{-qT} N(d_1)$	11,4713
KB(0,T) N(d2)	9,0179
Prima del Call (Black-Scholes)	2,4535
$Se^{-qT} N(-d_1)$	138,1489
KB(0,T) N(-d2)	374,4888
Prima del Put (Black-Scholes)	236,3399



$$VAN\ Total = -43,26 + 2,46$$

$$VAN\ Total = -40,8$$

Al valorar la opción por el método de Black-Scholes, el proyecto se rechazaría de todas maneras, ya que el valor de la opción es bajo comparado con el VAN del proyecto.

3.6.3. Simulación de Montecarlo

The McGraw-Hill Companies

Simulaciones de Montecarlo

Importancia del número de simulaciones

Precio acción	406,71
Precio de ejercicio	450,00
Tipo de interés anual	16,000%
Volatilidad	55,84%
Nº iteraciones (Binomial)	50
Nº simulaciones (Montecarlo)	10000
Tiempo al vto. (años)	1
(días)	365
Tipo de interés continuo	14,842%

	Call	Put
Black Scholes	98,957	75,712
Binomial Eur	97,365	78,586
Binomial Ame	97,365	89,946
Control Variable	98,957	87,072
Montecarlo Box Muller	101,400	75,736
Montecarlo Binomial	112,922	91,058

$$VAN\ Total = -43{,}26 + 101{,}4$$

$$VAN\ Total = 58{,}14$$

Al valorar entonces, la opción a través de la Simulación de Montecarlo, el proyecto puede llevarse a cabo pero con un VAN menor al obtenido a través del método binomial.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

	Binomial	Black-Scholes	MonteCarlo
Valor Op.	69.190.000	-40.800.000	58.140.000

Se observa que al valorar una opción de diferir, se arrojan diferentes resultados que influyen directamente en la realización o no de un proyecto, ya que si se valora con Black-Scholes el proyecto no debería llevarse a cabo; lo contrario ocurre al valorar con el método binomial y la Simulación de Montecarlo.

Conclusiones

A través de lo expuesto en la presente memoria, se aprecia que las opciones reales son un método válido para la evaluación de proyectos al incluir la incertidumbre de los escenarios a los cuales se puede ver enfrentado un proyecto, de esta manera las opciones reales entregan flexibilidad al proyecto para poder adaptarse a los distintos escenarios. Sin embargo, la aplicación de las opciones reales requiere de un amplio conocimiento de los directores que requieren evaluar un proyecto de inversión, ya que si bien existe una incertidumbre de los escenarios posibles, es virtud del director establecer una línea en la que se puede encaminar el proyecto; finalmente, son estas líneas o tendencias las que han llegado a identificar los tres tipos de opciones que se utilizan para efectos de teoría y aplicación de las Opciones Reales en los valoración de los proyectos de inversión.

El método de las opciones reales es una adaptación de la teoría de las opciones financieras, y que como toda opción, ésta entrega un derecho pero no una obligación a ejercerla, ya sea en su vencimiento o hasta el mismo si es que esta es una opción europea o americana respectivamente. Esta adaptación por tanto, nos permite utilizar los mismos métodos de valoración de opciones que las opciones financieras, es decir, el método Binomial, el de Black-Scholes y por medio de la Simulación de Montecarlo.

Dada la flexibilidad que entrega las opciones reales a los proyectos de inversión, los diferentes tipos de opción son consideradas por regla general como opciones de tipo americanas, por lo que según lo expuesto en Fernández 1997[32] y en los supuestos básicos del Método Black-Scholes, este no debería emplearse para la valoración de opciones, puesto que este método es solamente utilizable para las opciones de tipo europeas, sin embargo, existe la posibilidad de utilizar este método en opciones americanas solo en aquellos casos en que la opción no pague dividendos y que además esta sea de tipo call.

A través de la solución de casos prácticos de los diferentes tipos de opciones, se puede concluir que:

Las aplicaciones informáticas disponibles en la actualidad en relación a métodos de cálculo de opciones, permite que la elección del mejor método sea una cuestión de resultados que se arrojan, en tanto la complejidad que significa realizar estos tipos de cálculos en forma manual pasen a segundo plano.

En el caso I, se puede constatar que los resultados arrojados al valorizar la opción tanto por el método binomial, de Black-Scholes y mediante la Simulación de Montecarlo son muy similares cercanos a los 30 millones. Aunque lo analizado en capítulo II de la presente memoria indica que en las opciones de crecimiento no es posible utilizar el método de Black-Scholes, en este caso en particular, los resultados son similares debido a que éste no presenta pago de dividendos, ya que si se analiza con pago de dividendos anual el valor disminuiría en el proceso Binomial, efecto que no se produce en Black-Scholes ya que no toma en cuenta esta variable. Con estos resultados, el proyecto que inicialmente se rechazaría debido al VAN negativo, debe aceptarse la sumar a este VAN el valor de la opción de crecimiento, ya que de esta forma el valor total del proyecto entrega un resultado positivo.

[32] *FERNÁNDEZ, Pablo. Utilización de la formula Black y Scholes para valorar opciones. Universidad de Navarra, España. Julio de 1997. Pág. 18.*

En el caso II, al igual que el caso I, se aprecia que los resultados de los 3 métodos entrega valores similares; esto se explica debido a que en el caso planteado no se pagan dividendos, por lo que también hace posible la utilización del método de Black-Scholes, ya que como se menciona también en el caso, es una opción call. Sin embargo, la valoración de una opción de reducir como regla general si paga dividendos debido a que en los proyectos en marcha, los inversionistas de dicho proyecto esperan retornos del mismo, aunque estos sean menor a los esperados; y tal como ocurrió en el caso I de la presente memoria, la valoración a través del método binomial con dividendos genera cambios que no se reflejan en los otros métodos, esto se aprecia aún más en el Anexo N°2 en donde al aumentar el valor del importe bruto de dividendos y aumentar los años de valoración (para poder valorar con distintos periodos de pago de dividendos), se aprecian cambios más notorios.

En el caso III por su parte, se aprecia una clara diferencia del valor de la opción entregada por el método de Black-Scholes en relación a los valores entregados por los métodos binomial y por la Simulación de Montecarlo, esto se explica debido a que el método de valoración de Black-Scholes es un método que utiliza el parámetro tiempo (t) de forma continua, en cambio en la práctica, las opciones reales utiliza este mismo parámetro pero de forma discreta. La Simulación de Montecarlo por su parte, también es un método de valoración continua, pero a diferencia del método de Black-Scholes, la Simulación lleva implícito un proceso de discretización de los parámetros.

El caso IV corrobora lo ocurrido en el caso III, esto es, la gran diferencia de resultados entre el método Black-Scholes y los métodos binomial y Simulación de Montecarlo; incluso, en este caso, al valorar la opción de Black-Scholes el proyecto debe rechazarse de todas formas. Esto indica claramente que valorar las opciones de diferir con el método de Black-Scholes no es conveniente, ya que distorsiona en gran manera el VAN total.

Se puede observar entonces, que el método de Black-Scholes no es eficiente para valorar opciones reales, basado esto en el supuesto básico de que este método es creado solo para valorar opciones europeas; sin embargo existen algunos casos en que no se aprecia mayor diferencia con los otros métodos, estos casos son las opciones de crecimiento y de reducción cuando estas no pagan dividendos; sin embargo en la práctica, estas opciones generalmente paga dividendos, y es aquí donde se generan diferencias al valorar a través del método binomial y la Simulación de Montecarlo. En relación al proceso binomial, este es aplicable a todos los tipos de opciones reales al igual que la Simulación de Montecarlo, sin embargo, este último presenta un problema que también lo presenta el método de Black-Scholes, que se basa en que la valoración que entrega estos dos métodos, es el valor de la opción al periodo determinado t, a diferencia del método binomial que entregara el procedimiento de desde el periodo 0 hasta t; esto se produce porque el método Binomial es un proceso de valoración en donde el parámetro t es un valor discreto, en cambio para el método de Black-Scholes y la Simulación de Montecarlo utiliza este parámetro como un valor continuo. Por este motivo es más recomendable la utilización del proceso binomial para valoración de opciones, aunque por medio de la simulación de Montecarlo se puede llegar a valores más exactos para periodos de valoración más excesivos, ya que finalmente la Simulación de Montecarlo discretiza los parámetros, haciendo que este sea un método considerable para valorar opciones reales en ciertos casos.

Bibliografía

- AMRAM Martha, KULATILAKA Nalin. Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto. Barcelona, España, Ediciones Gestión 2000 S.A., 2000. 311 Págs.

- AZOFRA, Valentín; DE LA FUENTE, Gabriel. Las Opciones Reales y la Simulación de MonteCarlo [PDF en línea]. Universia Business Review-Actualidad Económica. 2007. <http://ubr.universia.net/pdfs/UBR0042007052.pdf> [consulta: octubre 2011]

- CALLE, Ana María; TAMAYO, Víctor Manuel. Decisiones de Inversión a través de Opciones Reales. Estudios Gerenciales, Vol. 25. Universidad ICESI, Colombia. Junio 2009. 20 págs.

- ESTUDIOS GERENCIALES – Universidad Icesi. [En línea] <http://www.icesi.edu.co/estudios_gerenciales/politica_editorial.php> [consulta: 24 de febrero de 2012]

- FERNÁNDEZ, Pablo. Utilización de la formula Black y Scholes para valorar opciones. Universidad de Navarra, España. Julio de 1997. 31 Págs.

- FIDALGO, Santiago. Aplicaciones de la teoría de las opciones reales a la toma de decisiones en la industria del petróleo y del gas. Revista Petrotecnia, Junio de 2007. 6 págs.

- GARCÍA MACHADO, Juan José. Opciones Reales: Aplicaciones de la teoría de las opciones a las finanzas empresariales. Madrid, Pirámide, 2001. 214 Págs.

- HERNÁNDEZ, Daniel. Opciones reales: el manejo de las inversiones estratégicas en las finanzas corporativas, [PDF en línea]. Ciudad Universitaria, México D.F., Marzo 2002. http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/HernandezAD/tesis.pdf [consulta: octubre 2011]

- LAMOTHE, Prosper; OTERO, Jorge. Modelos de Valoración de Opciones. [PPT en línea] <http://www.mhe.es/universidad/finanzas/lamothe/estudiante_opciones_vba.html> [consulta: 8 de diciembre de 2011]

- MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales en la valorización de proyectos de inversión. Madrid, España. Universidad Complutense de Madrid. Mayo 1999. 36 Págs.

- MASCAREÑAS, Juan. Opciones Reales y valorización de activos. Madrid, España, Ediciones Pearson Educación, 2004. 238 Págs.

- MASCAREÑAS, Juan. Ejercicios sobre opciones reales en la valoración de proyectos de inversión. Universidad Complutense de Madrid. Marzo, 2008. 14 págs.

- PETROTECNIA. [En línea] <http://www.petrotecnia.com.ar/quienes.htm> [consulta: 22 de febrero de 2012]

- SANJURJO, Miguel; REINOSO, Mar. Guía de Valoración de Empresas. 2da Edición. Madrid, Prentice Hall, 2003. 682 Págs.

Anexos

Anexo 1: Variación anual de los precios

Año	TC	1 + TC	Ln (1+TC)
1979	40,50%	1,405	0,34004
1980	36,50%	1,365	0,31115
1981	31,90%	1,319	0,27687
1982	23,00%	1,230	0,20701
1983	14,50%	1,145	0,13540
1984	8,90%	1,089	0,08526
1985	15,00%	1,150	0,13976
1986	36,70%	1,367	0,31262
1987	36,70%	1,367	0,31262
1988	34,00%	1,340	0,29267
1989	24,00%	1,240	0,21511
1990	17,50%	1,175	0,16127
1991	17,60%	1,176	0,16212
1992	27,90%	1,279	0,24608
1993	41,90%	1,419	0,34995
1994	36,10%	1,361	0,30822
1995	16,00%	1,160	0,14842
1996	8,80%	1,088	0,08434
1997	9,80%	1,098	0,09349
1998	6,40%	1,064	0,06204
1999	0,90%	1,009	0,00896
2000	2,91%	1,029	0,02868
2001	2,45%	1,025	0,02420
2002	4,40%	1,044	0,04306
2003	8,40%	1,084	0,08066
2004	9,05%	1,091	0,08664
2005	8,00%	1,080	0,07696
		Desviación	0,11064

Fuente: Revista Estudios Gerenciales Vol. 25

Anexo 2: Valoración Caso II con Dividendos (12 años)

Pago de Dividendos anual.

The McGraw-Hill Companies

ÁRBOL BINOMIAL CON DIVIDENDOS

Valoración de opciones Americanas

Activo subyacente So	6.612,00
Precio de ejercicio	6.203,00
Tipo de interés	8,43%
Meses (30 días)	144
Días	0
Volatilidad anualizada	11,06%
Nº periodos (max 100)	12
Período de pago del dividendo	1
Importe bruto dividendo	100,00
Reducción del precio ex divid.	100,00%

u	1,117
d	0,895
Ti instantáneo	8,09%
r*	1,0843
p	0,8523
1-p	0,1477
Volatilidad del período	0,38
Tiempo al vto (años)	12,00
Nº de precios finales	13,00

Tipo de opción: (•) Call ( ) Put

Call	4.182,2051
Put	-79,8991
Paridad Put-Call	
B(0,T) K + call:	6.532,10
Bf(0,T)S(0) + put =	6.532,10
Nº trayectorias del precio	

Ver comienzo del árbol

Pago de Dividendos cada 2 años.

The McGraw-Hill Companies

ÁRBOL BINOMIAL CON DIVIDENDOS

Valoración de opciones Americanas

Activo subyacente So	6.612,00
Precio de ejercicio	6.203,00
Tipo de interés	8,43%
Meses (30 días)	144
Días	0
Volatilidad anualizada	11,06%
Nº periodos (max 100)	12
Período de pago del dividendo	2
Importe bruto dividendo	100,00
Reducción del precio ex divid.	100,00%

u	1,117
d	0,895
Ti instantáneo	8,09%
r*	1,0843
p	0,8523
1-p	0,1477
Volatilidad del período	0,38
Tiempo al vto (años)	12,00
Nº de precios finales	13,00

Tipo de opción: (•) Call ( ) Put

Call	4.190,5983
Put	-71,5059
Paridad Put-Call	
B(0,T) K + call:	6.540,49
Bf(0,T)S(0) + put =	6.540,49
Nº trayectorias del precio	

Ver comienzo del árbol

Pago de Dividendos cada 6 años.

The McGraw-Hill Companies

ÁRBOL BINOMIAL CON DIVIDENDOS

Valoración de opciones Americanas

Activo subyacente So	6.612,00
Precio de ejercicio	6.203,00
Tipo de interés	8,43%
Meses (30 días)	144
Días	0
Volatilidad anualizada	11,06%
Nº periodos (max 100)	12
Período de pago del dividendo	6
Importe bruto dividendo	100,00
Reducción del precio ex divid.	100,00%

u	1,117
d	0,895
Ti instantáneo	8,09%
r*	1,0843
p	0,8523
1-p	0,1477
Volatilidad del período	0,38
Tiempo al vto (años)	12,00
Nº de precios finales	13,00

Tipo de opción: (•) Call ( ) Put

Call	4.216,2379
Put	-45,8663
Paridad Put-Call	
B(0,T) K + call:	6.566,13
Bf(0,T)S(0) + put =	6.566,13
Nº trayectorias del precio	

Ver comienzo del árbol