



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**Caracterización de los andamios utilizados para resolver
problemas contextualizados en su significado matemático
por profesores en formación durante las clases virtuales o
híbridas en Secundaria**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
PROFESORA DE ENSEÑANZA MEDIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**AUTORAS: MARÍA FRANCISCA ÁVILA SÁNCHEZ Y MARCIA ELISA
RUBILAR MUÑOZ**

Profesora guía: Dra. Herrera San Martín, Edith

CHILLÁN 2021

Índice

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO	1
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES	1
Índice	2
RESUMEN	4
ABSTRACT	5
INTRODUCCIÓN	6
Capítulo I. DELIMITACIÓN Y FORMULACIÓN PROBLEMA	8
Contexto y Antecedentes	8
Justificación	10
Presentación de pregunta de investigación	12
Presentación del problema	13
Premisas y supuestos de la investigación	14
Premisas de investigación	14
Supuestos de investigación	14
Objetivo general y objetivos específicos de la investigación	16
Objetivo general	16
Objetivos específicos	16
Capítulo II. MARCO TEÓRICO	17
2.1 Resolución de problemas y sus dificultades	17
2.2. El modelo de Polya para la resolución de problemas	18
2.3 Rol del profesor	20
2.3.3 El rol del profesor en la resolución de problemas	22
2.3.4 Preguntas cómo andamios en la clase matemática	22
2.4 Aplicación del contexto en la resolución de problemas	24
2.5 Las interacciones en el aula de matemática	25
2.5.1 Andamios en las interacciones dentro del aula	27
Capítulo III. MARCO METODOLÓGICO	31
Unidad de Estudio	32
3.2 Diseño de investigación y sus fases de estudio	33
3.2.1 Fase I: Diseño curricular y selección de problemas contextualizados.	34
3.2.1.1 Selección de los problemas contextualizados por el PF4 y PF5	36
3.2.2 Fase II: Implementación del diseño y estudios de los registros de clase.	39

3.2.2.1 Implementación del diseño curricular	39
3.3.2 Entrevistas semi-estructuradas	41
Capítulo IV: RESULTADOS	45
4.0 Dimensiones del estudio	45
4.1 Exploración de andamios utilizados por futuros profesores de matemática al resolver problemas contextualizados, en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.	46
4.2 Caracterización de los andamios utilizados por futuros profesores de matemática para resolver problemas contextualizados, en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.	49
4.2.1 Mapa de entrevista y registro de clase del PF1	50
4.2.2 Mapa de entrevista y registro de clase del PF2	52
4.2.3 Mapa de entrevista y registro de clase del PF3	55
4.3.4 Mapa de los registros de clase de PF4	57
4.3.5 Mapa del registro de clase PF5	60
4.3 Contraste en las secuencias didácticas la contextualización, interacciones en la forma de enseñar la resolución de problemas	62
4.3.1 Modelo de profesor en formación 1: Profesor con un rol protagónico, con resolución de experto y sin interacción ni andamiaje para facilitar la resolución de problemas.	62
4.3.2 Modelo de profesor en formación 2: Profesor que intenciona en la secuencia los andamios, pero mantiene un rol protagónico.	63
4.3.3 Modelo de profesor en formación 3: Profesor con un rol facilitador de la interacción a través del uso de andamios en la secuencia de resolución de problemas.	65
4.4 CONCLUSIÓN	67
5. REFERENCIAS	72

RESUMEN

Esta investigación busca analizar los andamios utilizados al resolver problemas contextualizados en el aprendizaje de la matemática por profesores en formación durante su Práctica Profesional en clases virtuales o híbridas en establecimientos educativos de la región de Ñuble y Maule. La metodología utilizó el paradigma constructivista, con un enfoque cualitativo-interpretativo y el diseño metodológico corresponde a un estudio de caso múltiple. Para la recopilación de datos se utilizó como instrumentos los registros de tres clases grabadas de cinco profesores en formación y la aplicación de una entrevista semi-estructurada y el discurso de estos se analizó por medio del Método de Comparación Constante siguiendo la Teoría Fundamentada con el Software Atlas-ti versión 7.5. Las dimensiones que se obtuvieron corresponden al Rol del profesor (RP), Secuencia para la resolución (SPR) e Interacciones para la resolución de problemas (IPR) que en su combinación en el aula proporcionaron como resultado tres modelos: el Profesor inicial 1 con un rol protagónico, con resolución de experto y sin interacción ni andamiaje para facilitar la resolución de problemas, el modelo de Profesor inicial 2 que intenciona en la secuencia los andamios, pero mantiene un rol protagónico y el modelo de Profesor inicial 3 con un rol facilitador de la interacción a través del uso de andamios en la secuencia de resolución de problemas. Se concluye que el primero y segundo modelo (60%) corresponden al tradicional de enseñar a resolver problemas y el tercer modelo es un facilitador con el andamiaje que proporciona a los alumnos y que mejoran las interacciones para el aprendizaje en el aula.

Palabras clave: Andamiaje, Interacciones, aula virtual, resolución de problemas, preguntas.

ABSTRACT

This research seeks to analyze the scaffolds used when solving contextualized problems in the learning of mathematics by teachers in training during their Professional Practice in virtual or hybrid classes in educational establishments in the Ñuble and Maule region. The methodology used the constructivist paradigm, with a qualitative-interpretive approach and the methodological design corresponds to a multiple case study. For the data collection, the records of three recorded classes of five teachers in training were used as instruments and the application of a semi-structured interview and their discourse was analyzed by means of the Constant Comparison Method following the Grounded Theory with the Software Atlas-ti version 7.5. The dimensions that were obtained correspond to the role of the teacher (RP), Sequence for resolution (SPR) and Interactions for problem solving (IPR) that, when combined in the classroom, resulted in three models: Initial Teacher 1 with a Leading role, with expert resolution and without interaction or scaffolding to facilitate problem solving, the Initial Teacher 2 model that intends to sequence the scaffolding, but maintains a leading role and the Initial Teacher 3 model with a facilitating role of interaction through the use of scaffolds in the problem-solving sequence. It is concluded that the first and second models (60%) correspond to the traditional one of teaching problem solving and the third model is a facilitator with the scaffolding that it provides to the students and that improves interactions for learning in the classroom.

Keys words: Scaffolding, Interactions, virtual classroom, solving problems, questions.

INTRODUCCIÓN

En Chile se produjo un estallido social en octubre del 2019 iniciado por los estudiantes secundarios, que provocó la paralización de clases en los establecimientos educacionales del país, además la crisis sanitaria mundial a inicios del 2020, obligó al confinamiento en el hogar, por lo que surge la necesidad en los profesores de adaptar su modalidad de enseñanza a diferentes formatos sincrónicos, asincrónicos e híbridos, ignorando si acaso ellos poseían habilidades en el uso de herramientas y dispositivos tecnológicos. Este cambio en la modalidad, significó un proceso de adaptación en los estudiantes al introducir el escenario estudiantil al hogar. En este incierto y complejo contexto de pandemia, es relevante reflexionar críticamente sobre la baja interacción en el proceso enseñanza-aprendizaje virtual, durante la realización de la práctica profesional por profesores en formación de matemática.

En el aula sea presencial o virtual se presentan complejas relaciones dialógicas, emocionales (Macías, 2017) y los tipos de interacciones que se generan reflejan la forma en que el docente espera aprendan sus estudiantes. Para Howe y Abedin (2011), las interacciones son intercambios que se forman basándose en el diálogo de modo dinámico, ya sea entre una persona o a nivel grupal, culminan cuando se configura una respuesta y con ellas es posible conocer el significado de los conceptos que otorgan los estudiantes. En este sentido, las preguntas realizadas por el profesor configuran andamios, que facilitan la participación de los estudiantes y según el tipo de preguntas facilita el significado matemático, identificar errores y focalizar la retroalimentación (Agencia de Calidad de la Educación, 2018).

Esta investigación cualitativa e interpretativa, con un enfoque basado en el interaccionismo simbólico y un diseño de estudio de caso múltiple en la formación inicial de profesores (Fernández y Johnson, 2015) explora y describe las interacciones pedagógicas entre el futuro profesor y alumnos en el aula virtual de matemática, cuando se construyen preguntas como andamiaje siguiendo el modelo de Polya (1945), para mejorar las prácticas pedagógicas de los profesores de matemática en secundaria, esta investigación espera analizar los andamios utilizados al resolver problemas contextualizados en su significado matemático por los futuros profesores en clases online o híbridas en Secundaria en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.

Se espera, estudiar por medio del análisis del discurso obtenido de las transcripciones de los episodios de clases grabadas, los tipos de andamios utilizados por los profesores en formación y el aprendizaje matemático atribuido por los estudiantes en la resolución del problema. Para posteriormente a través de entrevista semi-estructurada, contrastar los andamios del discurso de los profesores en formación de matemática en secundaria, para resolver problemas contextualizados en clases virtuales o híbridas, durante la experiencia de práctica profesional en establecimientos educacionales de Chillán, Parral y El Carmen.

Por lo anterior, el estudio pretende dar cuenta de la caracterización de los andamios utilizados por los profesores en formación en su práctica profesional y los significados matemáticos que se generan por los estudiantes al resolver problemas contextualizados, para aportar a la discusión en la formación inicial de profesores de matemática dada su relevancia en la acción didáctica de un docente como facilitador de aprendizajes con significados, sobre todo ahora en el contexto virtual o híbrido en pandemia.

Capítulo I. DELIMITACIÓN Y FORMULACIÓN PROBLEMA

1.1 Contexto y Antecedentes

La educación en Chile, ha cambiado significativamente desde la vuelta de la democracia en 1990, la mayoría de estos cambios fueron impulsados y exigidos por los estudiantes en movilizaciones, con diferentes formas de manifestación, con convocatoria histórica entre los años 2006, 2011, 2015, 2018, 2019 y un aumento de su frecuencia en educación. Es importante señalar que el estallido social que comenzó con estudiantes de secundaria saltando un torniquete del metro de Santiago, el 18 de octubre del 2019 en modo de protesta, una mayoría significativa de los establecimientos de la Región Metropolitana al día siguiente se adhirieron a la movilización, seguida por el resto de las regiones del país, dando inicio a meses de protestas. Por tanto, la educación quedó en pausa por el estallido social afectando de manera directa a todos los integrantes de las comunidades educativas. Adicionalmente el retorno del año escolar en marzo del 2020, estuvo marcado por la crisis sanitaria mundial que llegó a Chile y obligó al confinamiento de los estudiantes durante el primer semestre y al trabajo de los docentes en modalidad asincrónica, sincrónica siguiendo las directrices de cada comunidad escolar.

Solo al inicio del segundo semestre, el Ministerio de Educación de Chile (2020) propone a los docentes la priorización curricular de las asignaturas, con objetivos divididos en nivel 1 (obligatorio) y 2 (complementario y optativo). Con base en las dificultades e irregularidades presentadas en la realización del año escolar mencionado, por baja accesibilidad a conexión, herramientas digitales en el hogar, reducción de la carga horaria de las asignaturas y de la hora pedagógica, dificultades personales y familiares, entre otras, se sugiere el año 2021 desde el MINEDUC, realizar una unidad de nivelación en la red de Liceos Bicentenarios, con redes de contenidos y aporte especializado en materiales, con la finalidad de retroalimentar y evaluar los contenidos del año académico anterior.

El cambio en la modalidad presencial a remota en el sistema educativo, implicó no solamente efectuar una priorización curricular en las asignaturas y ajustar la carga

horaria, si no cambios en las interacciones profesor-alumno ante la modalidad virtual, como menciona Vargas (2020) “Los resultados de diferentes investigaciones dan cuenta de las dificultades que poseen los estudiantes en la regulación de su aprendizaje cuando interactúan con ambientes de aprendizaje on-line”. Por este motivo se considera como un factor relevante en la disminución de las interacciones en el aula virtual, además, como señala Villalobos (2006) la enseñanza de las matemáticas suele realizarse con un enfoque tradicional, los estudiantes basan su aprendizaje en la observación y recepción de conceptos expuestos por el profesor, limitando su participación solo a preguntas y respuestas cortas, porque es el docente quien asume el rol protagónico del proceso de enseñanza y los andamios utiliza para la interacción, son guiados por preguntas cerradas (Avilés y Reyes, 2015).

Una de las estrategias que se plantea en la enseñanza de la matemática, para dar un rol activo al estudiante en su aprendizaje, es la resolución de problemas, pues se le atribuye el desarrollo del pensamiento lógico, los estudiantes pueden argumentar y razonar mejor sus ideas. Para SEP (2016)

Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos. Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue en diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos (Citado por Tapia, 2019, p.101).

Los profesores de matemática, al ser los encargados de dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje, han de ser capaces de estructurar las interacciones que emergen en este proceso, siendo esto aplicable a la enseñanza de la resolución de problemas, mediante la implementación de recursos didácticos en las interacciones realizadas, como la formulación de preguntas, retroalimentación, los que sirven como andamios durante las clases entre otros más.

Meneses y Peñaloza (2017) mencionan que el modelo de resolución de problemas de Polya, (1945) se adapta a las necesidades observadas de los estudiantes de acuerdo a su estructura de cuatro pasos *(i) comprender un problema, (ii) elaborar un*

plan, (iii) ejecutar el plan, (iv) revisar y verificar la solución. Esto permite que los estudiantes descubran con las herramientas proporcionadas, desarrollar habilidades que les contribuyan a encontrar sentido y utilidad a las actividades propuestas. Por su parte, Ríos (2018) señala que existen diversos tipos de andamiaje que facilitan las interacciones en el aula como: él parafraseo de un ejercicio en voz alta por el alumno, parafraseo en voz alta con sus compañeros, con su respectiva retroalimentación del profesor con preguntas cerradas o abiertas de alto nivel cognitivo.

Sin embargo, el estudio de Radovic y Preiss (2010) sobre la interacción profesor-estudiantes en clases de matemáticas, los patrones de discurso presentes en el aula confirmaron los hallazgos de otras investigaciones similares, al identificar un patrón de interacción en el que predominan las preguntas cerradas, de bajo nivel cognitivo y con escasa participación de los estudiantes. (Agencia de Calidad de la Educación, 2018).

1.2 Justificación

A raíz de las demandas de la sociedad, la conceptualización de la resolución de problemas ha cambiado, incorporándose como una competencia integral en el currículo escolar, según Lobato (2003) *“Es decir, las competencias de resolución de problemas que son aprendidas en una situación, adquieren características de esta; transferirlas a un nuevo problema en un contexto nuevo, plantea desafíos”* (English y Gaingsburg, 2016; Hohensee, 2014, p.8). En Chile el Ministerio de Educación la incorporó como una habilidad a desarrollar en el currículum escolar vigente, según Piñeiro, Castro-Rodríguez y Castro los estudiantes serán capaces de emplear diversas estrategias para resolver problemas y alcanzar respuestas adecuadas, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar, lo cual facilita la resolución pues, descompone el problema en otros más pequeños (2016).

La relevancia de utilizar problemas contextualizados en matemática, se debe a que se relacionan con situaciones de la vida cotidiana y problemas reales. Según Elisondo, Donolo y Rinaudo (2009) los docentes deben proponer actividades basadas en una situación concreta de resolución de problemas específicos, que les permite generar un significado propio del problema, por lo que predispone y motiva la generación de razonamiento matemático y su aplicación a la resolución del ejercicio por parte de ellos.

De esta forma, se entrega al estudiante la oportunidad de llevar la matemática desde lo concreto a lo abstracto, realizando la transposición del contenido (Citado por Soto, 2018).

La investigación de Rodríguez y Yangali (2016), señala que al resolver problemas con el uso del modelo de Polya, se observa una diferencia entre las evaluaciones iniciales y finales del grupo de estudio en que se implementó esta metodología, con un aumento del 48,16% en el promedio de las calificaciones, concluyendo que la aplicación de este método, mejora significativamente el rendimiento académico en matemática de los estudiantes. Es por esa razón, que contar con un plan de acción para la resolución de un problema contextualizado, entrega la oportunidad de ejecutar interacciones que promueven y garantizan un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes.

Para Vargas (2020) al momento de plantear una actividad que involucre la resolución de problemas, se requiere del andamiaje del docente. Este autor lo define como un apoyo didáctico que permite a los estudiantes efectuar una actividad que no se encuentra dentro de sus capacidades, para desarrollarla de manera independiente. Para que ocurra el andamiaje en matemática, el profesor debe implementar acciones como motivar al estudiante durante el desarrollo de una tarea matemática, mantener el interés en el alumno por resolver la tarea, acompañar al alumno en el manejo y control de la frustración al intentar una actividad y no lograrla (Bruner, 1987; Wood, *et al.*, 1976). Además, tales acciones, como objetivo del andamiaje, deben lograr que sea el alumno quien determine, implemente y argumente el procedimiento de solución (Medina, *et al.*, 2017).

Los profesores que implementan un plan de acción mediante un andamiaje intencionado en la realización de procesos por parte del estudiante, presentan un incremento en las interacciones. Por su parte, la investigación de la Agencia de Calidad de la educación en Chile (2017) sobre la percepción de interacciones pedagógicas, afirma que están vinculadas de manera directa con la enseñanza efectiva, la que es entendida como la capacidad de los profesores de realizar interacciones que promuevan el aprendizaje y el desarrollo armónico de los estudiantes, para así garantizar la comprensión y posterior solución de los problemas contextualizados.

Las clases virtuales ejecutadas en el contexto pandemia vigente en Chile, han

traído como consecuencia, una disminución en la cantidad de interacciones realizadas por las y los estudiantes, debido a la disminución de las instancias de monitoreo y control de la atención ante los múltiples escenarios familiares en el cual se establece el proceso de enseñanza de los estudiantes. Rosas (2020) afirma “al iniciar su sesión de clases en línea, algunos profesores se encontraron con que los estudiantes mantenían las cámaras apagadas: «¿Hay alguien ahí?», preguntaban, pero la respuesta fue solo “*silencio*”. Esta falta de interacción es una amenaza a la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que visto en esta situación el profesor opta por hacer clases expositivas, en las cuales los estudiantes tienen como rol el observar, sin efectuar las actividades esperadas. Por lo tanto, para los profesores en formación de matemática, es relevante contar con los conocimientos teóricos y prácticos de la teoría de andamiaje para fomentar la interacción, como la formulación de preguntas o facilitar la interacción entre pares, de modo que la enseñanza de problemas se articule mediante una secuencia para la resolución, considerando entre otros el modelo de Polya que permite a los estudiantes el encontrar soluciones, a través de la formulación de actividades y preguntas intencionadas en la realización de procesos por parte de los estudiantes, manteniendo el profesor un rol de facilitador de aprendizaje.

1.3 Presentación de pregunta de investigación

Resolver problemas contextualizados es un eje troncal en el aprendizaje de la matemática, esto se vislumbra al analizar las bases curriculares desde séptimo básico a segundo medio del Ministerio de Educación de Chile (2015) con su presencia en todos los ejes temáticos debido a las habilidades y competencias, en conjunto con la adquisición de significado matemático a conceptos cotidianos, que en su realización pueden desarrollar los estudiantes. En pandemia la resolución de problemas en contexto, tomó un rol protagónico en la Priorización Curricular realizada por el MINEDUC (2020) Sin embargo, por la complejidad que involucra para el estudiante la resolución de manera autónoma del problema, es crucial la participación del profesor como facilitador de proceso, como guía en la tarea de aprendizaje, utilizando modelos de resolución como andamiaje, de modo de intencionar con preguntas las actividades a realizar, creando un

diseño con un plan de acción en una secuencia didáctica para la resolución del problema en el aula virtual, con herramientas adecuadas a las necesidades del estudiante, de forma de facilitar su proceso de resolución y desarrollar las habilidades, competencias y adquisición del aprendizaje matemático asociado al proceso. Por esta razón, la investigación busca responder a la siguiente pregunta:

¿Cómo se caracterizan los andamios utilizados para resolver problemas contextualizados en su significado matemático por profesores en formación durante las clases virtuales o híbridas en Secundaria?

1.4 Presentación del problema

Desde la perspectiva de profesores en formación de matemática al estudiar las interacciones y los tipos de significados que se generan en el aprendizaje de los estudiantes durante el desarrollo de problemas contextualizados nos interesa partir de las referencias analizadas en las investigaciones, por su relevancia en el cambio de la comprensión y la asimilación de los conceptos matemáticos en una tarea matemática, además de promover el desarrollo de habilidades que preparan para la vida y logros de abstracción esperada por parte de los estudiantes.

Usar el modelo de resolución de cuatro pasos de Polya (1945) como andamiaje, a través de preguntas intencionadas en la resolución de problemas contextualizados que lleven a los estudiantes a verificar, rectificar y revisar el procedimiento que ha establecido para dar solución a la tarea dada. Así también es posible hacer preguntas aclaratorias, hablar entre pares, entre otras. Por esta razón al incorporar andamios en la acción didáctica, como una práctica sistemática en la resolución de problemas contextualizados, permite al docente apoyar y guiar la participación de los estudiantes en

clases virtuales en pandemia. Por lo el problema para este estudio está referido a la

Caracterización de los andamios utilizados para resolver problemas contextualizados en su significado matemático por profesores en formación durante las clases virtuales o híbridas en Secundaria.

1.5 Premisas y supuestos de la investigación

Premisas de investigación

- Godoy, et. Al (2016) coinciden con este diagnóstico, indicando que en Chile la investigación ha dado cuenta del predominio de clases frontales, centradas en el docente y donde, además, se identifica que las interacciones entre profesores y estudiantes se caracterizan por un menor desafío cognitivo y pocas posibilidades de desarrollo de habilidades más complejas (Como se cita en Calidad de la Educación, 2018).
- El contexto que proponemos para aprender matemáticas en Educación Infantil no solo afecta a la cantidad de preguntas que el maestro ofrece a sus alumnos, a su tipología (abiertas o cerradas) e intencionalidad con la que se realicen (recordar experiencias, identificar, cuestionar o establecer relaciones) sino también en la tipología de interacción que se construye entre el maestro y el alumno (monológica, duológica, de convergencia explorativa o conversional) para enseñar esta disciplina, repercutiendo así en el aprendizaje de los alumnos (López y Alsina, 2018).
- Rodríguez y Yangali (2016) en su investigación se evidenció un incremento del 67,46%, alcanzando el nivel de logro previsto por parte de los estudiantes. Los resultados obtenidos apuntan a que la aplicación del Método de Pólya en la resolución de problemas mejora significativamente el rendimiento académico en matemática de los estudiantes de educación secundaria.

Supuestos de investigación

- La implementación de preguntas intencionadas abiertas y de alto nivel cognitivo en clases de matemática, mejora la calidad de las interacciones realizadas por los

estudiantes, facilitando la comprensión y resolución del problema contextualizado para el logro de un aprendizaje significativo en el proceso.

- Los profesores en formación en su acción didáctica de aula, en su mayoría carecen de una secuencia para la resolución intencionada y adecuada al contexto escolar con andamios, para la enseñanza de la resolución de problemas contextualizados en las clases virtuales en pandemia.
- La utilización de modelos de resolución con base en la teoría de andamiaje, como el de Polya (1945), puede aumentar el nivel de comprensión, argumentación y la adquisición de significados matemáticos por parte de los estudiantes en las clases virtuales en pandemia.

1.6 Objetivo general y objetivos específicos de la investigación

Objetivo general

Analizar los andamios utilizados al resolver problemas contextualizados en el aprendizaje de la matemática por los profesores en formación durante las clases virtuales en Secundaria en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.

Objetivos específicos

- 1) Explorar los andamios que utilizan los profesores en formación de matemática, al resolver problemas contextualizados en Secundaria, en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.
- 2) Caracterizar los andamios para resolver problemas contextualizados en la secuencia y el rol del profesor en las interacciones por profesores formación de la carrera de Pedagogía en Educación Matemática de la Universidad del Bío-Bío, durante las clases virtuales, híbridas o presenciales.
- 3) Contrastar en el discurso de los profesores en formación de matemática, la utilización de andamios en las secuencias didácticas de la resolución de problemas y sus interacciones para facilitar el aprendizaje en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.

Capítulo II. MARCO TEÓRICO

2.1 Resolución de problemas y sus dificultades

Según el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC, 2016), la asignatura de matemática en los diferentes contenidos tiene por objetivo desarrollar la resolución de problemas en las y los estudiantes, debido a que resolver un problema no solo implica poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones, además de contextualizarlos en una situación puntual. De acuerdo a Donoso, Valdés y Cisternas (2020) “Esto interpela directamente a los docentes en su concepción sobre la enseñanza en resolución de problemas, pues deben generar las oportunidades para que los estudiantes “hagan matemáticas”.” (p.83). Para Costa y Moreira (2001) la resolución de problemas “es una habilidad mediante la cual el estudiante externaliza el proceso constructivo de aprender, convierte en acciones los conceptos, las proposiciones o los ejemplos, a través, fundamentalmente, de las interacciones con el profesor y los materiales instruccionales” (Como se cita en Solaz y Sanjosé, 2008, p. 149)

La resolución de problemas, es un concepto polisémico, con múltiples significados dependiendo del contexto en el cual se utiliza. Según Pelares (1993) define un problema como situaciones de incertidumbre que producen el efecto de realizar la búsqueda de una solución y a la resolución como el proceso mediante el cual se realiza y efectúa esta búsqueda y posterior obtención de un resultado. (Como se cita en Piñeiro, Pinto y Díaz, 2015). La matemática escolar con base en situaciones problemáticas según Cruz (2017), permite desarrollar destrezas debido a su relación con la vida cotidiana, provoca en los estudiantes la necesidad de aplicar un correcto conocimiento de conceptos y adecuado desarrollo de procesos, además de descubrir y comunicar por medio de la argumentación y reflexión. De esta manera la enseñanza de la matemática se enfoca en la práctica en desarrollar en las y los estudiantes destrezas, debido a las distintas habilidades que deben aplicar en su desarrollo y aprendizaje con un sentido funcional a su vida cotidiana.

Para Barallobres (2016), las dificultades al resolver problemas han sido estudiados por él

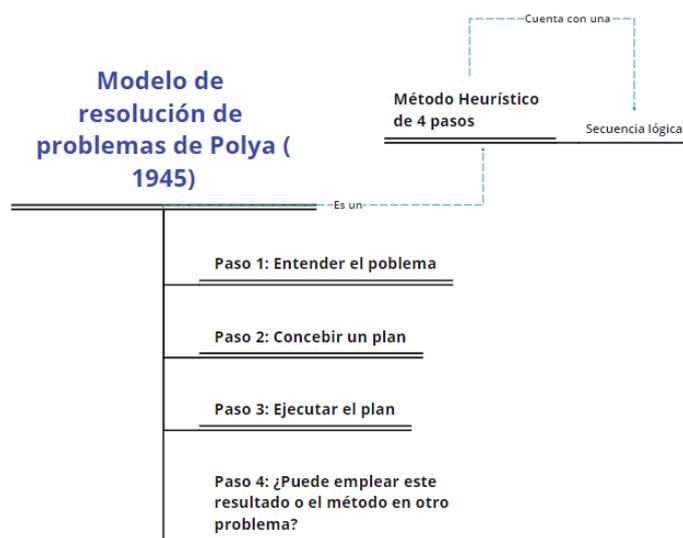
enfoque cognitivista clásico respecto a la selección de datos y la formación de un plan de resolución del ejercicio que deben efectuar los estudiantes, porque no hay una forma de enseñar cuáles son los datos relevantes o cuál es la operación adecuada que deban elegir para la resolución del ejercicio. Además, los modelos cognitivistas como Vergnaud y Duval (2003), mencionan la importancia de los aspectos semióticos, pues el uso de representaciones en matemáticas permite el acceso a los objetos matemáticos y a sus distintas maneras de representación a saber, gráfico, numérico, algebraico y geométrico. Garofalo y Lester (1985) señalan que la resolución de problemas, constituye una destreza de nivel elevado que incorpora procesos de visualización, asociación, abstracción, comprensión, razonamiento, síntesis y generalización, que requieren ser dirigidos y monitoreados. (Citado por Solaz y Sanjosé, 2008)

2.2. El modelo de Polya para la resolución de problemas

El modelo de Polya para la resolución de problemas, según Tapia (2019) es un método heurístico, que permite ayudar a los estudiantes a superar los obstáculos que se encuentran en el proceso, en una estrecha relación con la epistemología y la pedagogía. El método se divide en 4 pasos de secuencia lógica. Entender el problema es el primer paso y según Mass, Garcés y González (2017) es el más complejo para los estudiantes, pues se acostumbran a considerar simplemente la solución, sin revisar otros aspectos necesarios para obtenerla, para la realización de este paso se considera, realizar esquemas, expresar con sus propias palabras el problema, entre otros. Como menciona Villacis (2021) el paso 2, es concebir un plan utilizando teoremas o propiedades que sean útiles para la resolución del problema. El paso 3 ejecutar el plan, según May (2017), a pesar de que se tenga claro un plan de acción, el tiempo es relativo, pues la o el estudiante debe ejecutar y observar los resultados, el paso 4 debe dar pie a un gran descubrimiento, además Polya (1945) menciona que “¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?” (p. 19) (Citado por Villacis, 2021).

Figura 1

Método de resolución de problemas Polya (1945).



El modelo anterior (figura 1) lo puede aplicar un docente al formular preguntas que lleven a los alumnos a pensar si comprendieron la instrucción, si acaso identificaron los datos necesarios en la tarea matemática y los procedimientos que consideran necesarios para resolver la tarea matemática. (Fourés, 2011; González et al, 2020). En este sentido, Polya (1945) señala:

Cuando el profesor hace a sus alumnos una pregunta o una sugerencia [...], puede proponerse dos fines. Primero, el ayudar al alumno a resolver el problema en cuestión. Segundo, el desarrollar la habilidad del alumno de tal modo que pueda resolver por sí mismo problemas ulteriores (p. 27).

La importancia de utilizar el modelo de Polya (1945) está relacionado con el aumento en las capacidades matemáticas que se le atribuye. En el estudio realizado por Leschiñuk y de Talavera (2020), con una muestra de 104 alumnos de 3 colegios distintos, se observa un puntaje superior en las respuestas correctas, correspondientes al grupo que trabajó directamente con la metodología. Por otro lado, de las encuestas obtenidas por parte de las y los docentes, a pesar de que conocen la metodología de Polya, no es aplicada de manera constante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que puede deberse a variables como; mantener la rutina, falta de tiempo o por falta de conocimiento profundo. En consecuencia, la aplicación del modelo de Polya durante la enseñanza de problemas contextualizados, se constituye por cuatro pasos que estructuran la realización de los procesos de resolución, conformando una secuencia para la resolución construida

de manera intencionada. (Ver figura 1)

2.3 Rol del profesor

En esta investigación, consideramos la definición de Rol del profesor dada por Martínez (2012) en la cual las prácticas docentes denotan el conjunto de actividades que ejecutan los profesores, en su trabajo de aula o en relación directa con él, enfocados en que los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizaje establecidos en los planes y programas de estudio correspondientes. Dentro de los tipos de roles que pueden adquirir los profesores, consideramos dos modelos pedagógicos, el profesor como protagonista, asociado al modelo tradicional y el profesor como facilitador del modelo de enseñanza constructivista.

2.3.1 Modelo pedagógico del Profesor protagonista

El profesor como protagonista según Giaconi, Perdomo, Cerda y Saadati (2018) ve a los estudiantes como recipientes de conocimiento que lo escuchan de forma pasiva, el profesor es quien dirige el trabajo, responde las preguntas. Como expresan Guerrero, Zambrano y Samaniego (2017) este tipo de profesor resuelve ejercicios en la pizarra de manera individual, sin considerar a sus estudiantes, por lo que este modelo de profesor, considera los procesos de aprendizaje basados en la observación y la repetición. Para Giaconi, Perdomo, Cerda y Saadati (2018) “Este tipo de práctica hace desaparecer la problemática de la situación planteada; lo que inicialmente podría ser un problema se convierte para los estudiantes en un ejercicio.” (p. 101). Lo anterior implica que el profesor es quien realiza los procesos asociados, puesto que el desarrollo llevado a cabo por el profesor sobrepasa el nivel de los estudiantes. Según Jiménez y Gutiérrez (2017) este modelo de profesor espera que los estudiantes resuelvan un problema como se le explicó anteriormente. Debido a su formación, el profesor es un experto en su disciplina, pero no siempre en las estrategias didácticas adecuadas, puesto que la única manera en que el profesor sabe enseñar, es con la cual le enseñaron en su educación primaria y secundaria (Guerrero, Zambrano y Samaniego, 2017). Esta conducta significa un riesgo, pues el profesor al imitar a un modelo de profesor puede transmitir tanto las prácticas beneficiosas para el aprendizaje como las que no aportan al proceso.

El profesor es el encargado de ejecutar una transposición del contenido al nivel de los estudiantes, para asegurar su aplicación y logro del objetivo esperado, José Merino (2012) afirma que “Los educadores para ser eficientes deberán traducir los contenidos en términos de lo que los estudiantes sean capaces de hacer, de las conductas que tengan que exhibir como evidencia de que efectivamente el aprendizaje se produjo” (2010). (Citado por Guerrero, Zambrano y Samaniego, 2017, p.2). Es por esto que el profesor debería ser capaz de adaptar sus prácticas de enseñanza a las necesidades de los estudiantes, adaptación que se dificulta al tener un modelo con prácticas que ponen en riesgo el proceso de enseñanza.

2.3.2 Modelo pedagógico del Profesor facilitador

El profesor con rol facilitador es considerado por Abdu, De Groot y Drachman (2012) como aquel profesor que monitorea los procesos de intercambio y actúa en caso de que los estudiantes requieran indicaciones para redirigir el trabajo y generar una respuesta significativa de las actividades planteadas (Citado por Hernández, González y Muñoz-Carril, 2015). Cuando el profesor mantiene un rol facilitador, de acuerdo Giaconi, Perdomo, Cerda y Saadati (2018) guía la resolución de problemas haciendo que el alumno sea el protagonista en el aula, que toma decisiones de forma autónoma y crea los métodos de resolución. La guía en el proceso, debe contar con andamiaje intencionado, construido según las necesidades de los estudiantes, para asegurar su realización, Van, Volman y Beishuizende (2010) afirman “El docente de matemáticas adecua su nivel de comprensión con el del alumno, de tal manera que le brinde el profesor las condiciones para que construya sobre lo que conoce” (Citado por Balderas, Páez, Pérez, 2020, p.235). Las soluciones obtenidas del proceso anterior, deben ser retroalimentadas de manera grupal, se consideran y se desarrollan. Es importante recalcar que el estudiante debe ser guiado en un principio para luego realizarlo por sí mismo como menciona Valera y Bolaño (2021) “Es importante que el docente vaya guiando al estudiante a lo largo de este proceso para que después esté lo pueda reproducir sin su compañía.”(p.3) Cuando el rol del profesor es de facilitador según Cai y Lester (2010) “La matemática se visualiza como una disciplina abierta a la discusión” (Citado por Giaconi, Perdomo, Cerda y Saadati, 2018, p. 101), que reconoce la clase de matemática como un lugar de reflexión e intercambios de opinión, quitando su rigidez característica.

2.3.3 El rol del profesor en la resolución de problemas

Al estudiar el rol del profesor en la resolución de problemas, con respecto de la argumentación matemática durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, de acuerdo con Carreño y Ortiz (2018) reconoce su importancia en la comprensión y aprendizaje obtenido por las y los estudiantes, resalta una relación cercana entre las condiciones que promueven la argumentación en el aula matemática y la gestión que desarrolla el profesor o profesora en esta. Como menciona Molina (2019) el discurso pedagógico condiciona al conocimiento y las interacciones realizadas tanto por estudiantes como por el profesor en la sala de clases. Al respecto Pochulu y Font (2011) afirman que la mediación del profesor bajo un modelo tradicionalista en el desarrollo de esos problemas, no considera la oportunidad de integrar el aprendizaje a los dominios cognitivos de sus estudiantes, reduciéndose en la resolución de ejercicios literales, sin sentido práctico para los estudiantes, puesto que se les obstaculiza verlas como situaciones cercanas a ellos (Como cita Guerrero, Zambrano y Samaniego, 2017).

2.3.4 Preguntas cómo andamios en la clase matemática

Dentro de las herramientas utilizadas por los profesores para estimular la reflexión y el aprendizaje en el estudiante, las preguntas corresponden a una de las principales (Suárez, 2019; Aschner, 1961). Para la Agencia de Control de Calidad de la Educación (2018), las preguntas empleadas por los docentes de matemáticas, pueden ser clasificadas según la intencionalidad de estas, la cual pueden ser con el fin de incentivar la participación o la elaboración de procesos por parte de los estudiantes. Con respecto a las preguntas que incentivan la participación de los estudiantes, permiten formular instancias de retroalimentación y monitoreo del desarrollo de la clase e implementar instancias para que complementen entre pares sus argumentos. Por otra parte, las preguntas intencionadas hacia la elaboración, le permite al docente crear instancias de razonamiento, formulación, exploración y resignificación de conceptos al lenguaje matemático, puesto que facilita un proceso metacognitivo por parte de los estudiantes. (Ver en la figura 2).

Figura 2

Tipos de preguntas e intencionalidad en el proceso enseñanza-aprendizaje.



Nota. Esquema de tipos de preguntas, Agencia del Control de la Calidad de la Educación (2018).

Los tipos de preguntas también pueden ser de bajo o alto nivel cognitivo, estos dependen del tipo de respuesta que se pueda desarrollar con base en ellas, como menciona Peterson y Taylor (2012)

Se refieren a preguntas de bajo nivel, dirigidas a un único tipo de respuesta de escaso procesamiento cognitivo; y preguntas de alto nivel, aquellas que requieren pensar en un nivel más profundo para elaborar la respuesta e incluyen muchas palabras en su elaboración. Las segundas (...) facilitan también el que los niños compartan distintos puntos de vista y potencian el que sean ellos mismos quienes luego generen sus propias preguntas de alto nivel, favoreciendo la discusión grupal. (Citado por Valenzuela Hasenohr y Ramaciotti, 2016, p. 50)

Es por esta razón que los profesores que formulen preguntas intencionadas, adicionalmente utilicen preguntas de alto nivel que enriquezcan las respuestas que realicen los estudiantes, mejorando la calidad en la argumentación, la discusión grupal y la interacción entre pares.

La activación de conocimientos previos es un principio didáctico que establece que los estudiantes conocen el tema a tratar y consiste en revivir la experiencia de lo que se sabe de este (Rojas, 2017). La activación de conocimientos previos de acuerdo con García, Jiménez, y Hernández (2010) es indispensable para la construcción de conocimiento de los estudiantes en el aprendizaje significativo y una estrategia de comprensión, se puede realizar mediante mapas conceptuales, diagramas, esquemas o preguntas generadoras. Según Ausubel “Un aprendizaje significativo es significativo cuando puede relacionarse de modo no

arbitrario y sustancial con lo que el alumno sabe” (Citado por García, Jiménez, y Hernández. 2010, p. 2).

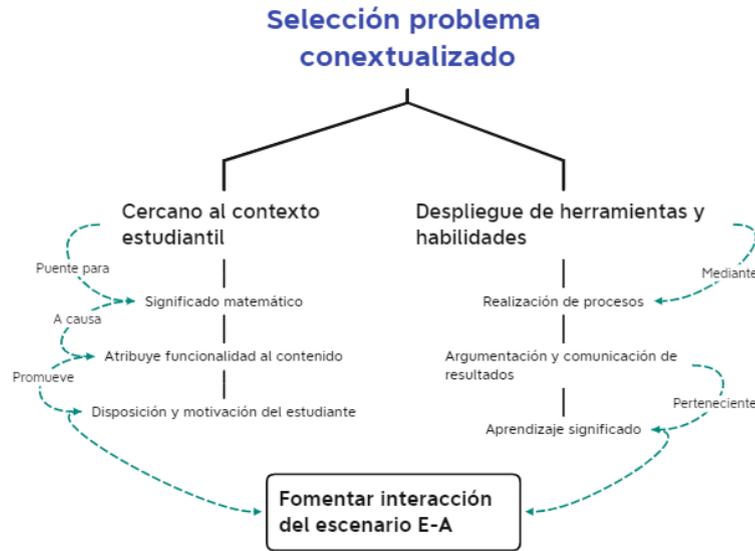
2.4 Aplicación del contexto en la resolución de problemas

La enseñanza de las matemáticas sin contexto, es decir sin considerar las hipótesis en las que se establece la situación problema, esto implica una disminución en las habilidades y competencias a obtener tras el proceso. Al respecto Kline (1986) sostiene que el presentar las matemáticas como generadas por sí mismas, supone una negación de la historia, además de ocultar sus conexiones vitales con otras áreas del conocimiento, lo cual desde el enfoque pedagógico significa el renunciar a la oportunidad y necesidad de entregar motivación y significado a las matemáticas. El carácter de ficción que poseen las situaciones establecidas en un problema, le entregan veracidad a situaciones hipotéticas que son traspasables a la vida cotidiana, Brousseau (1986) afirmaba que si el contexto no incita a saber si la información es verdadera, cómo y por qué, o si esta situación no es de fácil aplicación en su realidad, ocasionará que el mensaje sea categorizado como información de baja importancia. (Como se cita en Brenes, 2015).

Según Morales (1987) “La enseñanza de la matemática debe atender dos aspectos: el informativo y el formativo. El primero proporciona los contenidos para vivir el mundo actual y el segundo tiene como meta que el individuo piense y razoné lógicamente.” (citado por Brenes, p. 36). Para Cruz (2017) al estar los problemas inmersos en una situación cercana a ellos, realiza un puente entre los conceptos matemático y el contexto estudiantil, facilita a los estudiantes la creación de significados desde situaciones cotidianas a significados matemáticos, puesto que al contar con contenidos concretos permite al estudiante atribuir funcionalidad a los conceptos, promoviendo su disposición y participación en las interacciones del aula al resolver problemas contextualizados. Además, la resolución de problemas permite desarrollar en los estudiantes la aplicación de herramientas y desarrollo de procesos, también descubrir y comunicar por medio de la argumentación y reflexión, lo que conlleva un aprendizaje significativo. Las relaciones mencionadas se muestran en la figura 3.

Figura 3

Criterios de selección del problema contextualizado.



Según Grauss (2020) se requiere que los procesos de resolución de problemas contextualizados se realicen en base de interacciones adaptadas al contexto estudiantil, andamios con preguntas intencionadas, estableciendo una secuencia didáctica por parte del profesor. Que se corresponda a sus niveles y adecuadas a su contexto escolar. Borja (2018) sostiene que formular situaciones contextualizadas y problematizadoras que logren la movilización del pensamiento de los estudiantes para encontrar explicaciones y estrategias con la finalidad de obtener su solución, promueven el diálogo y el aprendizaje colaborativo entre los estudiantes, pues deben requerir a sus conocimientos previos y recursos argumentativos para respaldar sus procesos matemáticos.

2.5 Las interacciones en el aula de matemática

Para esta investigación, la interacción en el aula corresponde según Flanders (1977) a las representaciones y formas en las que diferentes elementos que componen el proceso de enseñanza y aprendizaje se relacionan y comunican entre sí (profesor, estudiante y conocimiento matemático) además del entorno socio-educativo en el que participan (Citado por Martínez, 2015). Para Macías (2017) la interacción entre docentes y estudiantes debería fijarse en la comunicación sin descuidar el apoyo emocional, en una situación de enseñanza y aprendizaje en un contexto social específico. Acerca de lo anterior Coll et al. (2007) afirma que las interacciones en el aula están asociadas a

determinados aspectos de carácter cognitivo, afectivo y relacional, Pianta (en Gallucci, 2014), confirma que las interacciones positivas incorporan relaciones cálidas y afectuosas, comunicación abierta, transmitiendo la sensación de que el docente es una eficaz fuente de apoyo para el alumnado y que lo utiliza efectivamente como un recurso relevante para el aprendizaje.

Respecto de la interacción profesor-alumno al interior del aula de clases, Donoso, Valdés y Cisternas (2020) observaron que predomina mayoritariamente el habla del profesor, con una metodología de enseñanza tradicionalista que homogeniza a los estudiantes, encontraron que la mayor parte del tiempo es empleada en el desarrollo, destinando escaso tiempo a los momentos didácticos de inicio y cierre. Esto implica que el proceso de enseñanza-aprendizaje no esté adecuado a cada uno de los estudiantes, puesto que no considera sus competencias, ni tampoco del contexto al que pertenecen, por lo que el contenido tratado es ajeno, justificando la baja participación del alumnado.

Según Chico (2018) la interacción social, de manera general es un sistema de acciones, constituidas por acciones independientes, en el sentido de las relaciones concretas entre los participantes, se encuentran en un mismo lugar, acorde a su interpretación construyen significados. La interacción social en clases de matemáticas, son las acciones para comunicar y negociar los significados matemáticos, estas se articulan en función de crear un discurso matemático. Además, la interacción tiene un carácter mediador en el proceso de enseñanza aprendizaje, condiciona el lenguaje matemático de los estudiantes y hacen propios los conceptos matemáticos.

Específicamente, en el ámbito de la forma en la que se estructura la interacción, Sánchez y Coll (2007) aportan desde un enfoque sociocultural, un sistema de análisis que permite entender cómo ciertos patrones que organizan el discurso a saber, Indagación, Respuesta, Evaluación (I-R-E) o las actividades entendidas como episodios de lectura e interpretación de la lectura, conforman los aspectos sociales y mentales de los participantes de la clase. Lo anterior se encuentra, a su vez, directamente vinculado al modelo cognitivo en el sentido de conocer sobre lo que se enseña, es decir los procesos e ideas que son desarrollados o elaborados durante la interacción serán los que contribuyan de manera directa al aprendizaje de las y los estudiantes (Como se cita en Balderas, Páez y Pérez, 2020).

Dentro de las interacciones que se sitúan en el aula de clases, la motivación por

beneficios, en la cual se atribuye un refuerzo positivo enlazado a la calificación, el que puede corresponder a entregar décimas para la evaluación, a cambio de realizar actividades, incorpora a la actividad de aprendizaje un condicionamiento evaluativo, que genera una dinámica de relación en el aula de acción-recompensa en los estudiantes, es un cambio en la valoración de un estímulo debido al emparejamiento reiterado de un estímulo neutro con un estímulo incondicionado (Hütter, Kutzner y Fiedler, 2014). Esto significa que una actividad a realizar, la cual pueden considerar como cotidiana o que su realización no posee demasiada importancia, al agregar un refuerzo positivo como estímulo, motiva al estudiante a la realización de la tarea. Lo que puede influir en cambios de comportamiento, actitud, en los procesos de memoria y atención que se proporciona a las actividades, pueden ser positivas si se ofrece un estímulo positivo o adversa si se entrega un estímulo negativo (González, 2015). Como menciona Skinner (1935) aunque se haya adquirido un conocimiento este se pone en práctica cuando existe un estímulo que incentive su acción. (Sarmiento, 2004; Pochulu y Font, 2011; Guerrero, Zambrano y Samaniego, 2017).

2.5.1 Andamios en las interacciones dentro del aula

Las interacciones presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, vinculadas a andamiaje, según la Agencia de Calidad de la Educación de Chile (2017), fueron identificadas como una interacción compleja, es decir, que se componen de distintas interacciones simples. De manera conjunta Volman y Beishuizen (2010) consideran que los andamios corresponden al conjunto de apoyos que el maestro ofrece al alumno y que hacen posible que este sea capaz de realizar una tarea ante la cual se encuentra bloqueado o presenta dificultades para llevarla a cabo, por lo que la calidad del andamiaje utilizado por parte del docente, puede garantizar el realizar de manera más adecuada el apoyo entregado. En este sentido, se requiere que tales procesos se analicen por mantener interacciones adaptadas a los involucrados en ellos, a través de andamios con preguntas intencionadas, de manera que exista una cohesión en la cual cada componente didáctico que está presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje esté en correspondencia con sus niveles reales y potenciales de desarrollo (Grauss, 2020).

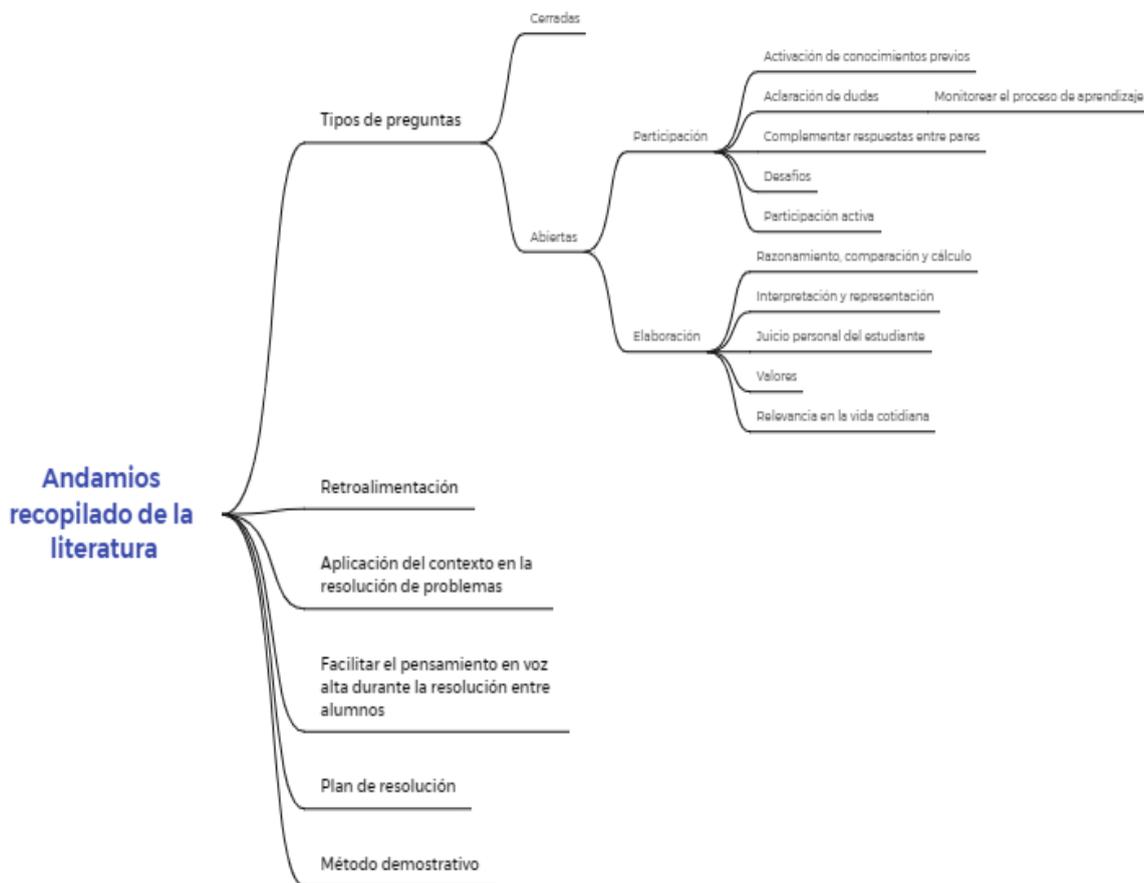
Para López, Hederich y Camargo (2012) el concepto de andamiaje (scaffolding)

acuñado por Wood, Bruner y Ross (1976) a partir del concepto de “zona Infancia, Educación y Aprendizaje (IEYA) de desarrollo próximo” de Vygotsky (1979), hace referencia al “proceso de apoyo y control, por parte del profesor, de los aspectos de la tarea que superan las capacidades del estudiante” (Como se cita en Pérez, Alcalá, Gutierrez y Garijo, 2019). Los andamios para McNeill, Lizotte, Krajcik y Marx (2006) corresponden a apoyos que se van adaptando a los avances del proceso de aprendizaje de los estudiantes, destinados a alcanzar el objetivo de aprendizaje y que pueden aportar a un aprendizaje significativo (como se cita en Cabello y Sommer, 2020). Según de Pablos y Jiménez (2007) un andamio de calidad, se define como un determinado modelo de actuación con resultados satisfactorios que responden a una nueva visión compartida de querer progresar y constituye la identidad de un determinado contexto en donde se lleva a cabo la situación planteada (Como se cita en López y Alsina, 2018).

Para nuestra investigación, la definición de andamiaje que utilizamos corresponde con el acuñado por Wood, Bruner y Ross (1976), puesto que corresponde al monitoreo, apoyo y herramientas didácticas, preguntas y actividades que emplea el profesor durante la enseñanza de problemas contextualizados, para que el estudiante pueda realizar actividades que se encuentran en un nivel superior a las capacidades que posee en el momento, tanto de manera individual como colectiva. Consideramos como andamios a los siguientes: tipos de preguntas, retroalimentación, aplicación del contexto en la resolución, facilitar el pensamiento en voz alta durante la resolución entre alumnos, conocido como TAPPS (Thinking-Aloud Pair Problem Solving TAPPS), el plan de resolución de Polya (1945) y el método demostrativo, en este andamio se utiliza él parafraseo, solicitando al estudiante que enseñe lo que sabe respecto al problema, cuando esté lo realiza el profesor explica lo que comprendió y el estudiante lo verifica lo mencionado. Cuando un profesor utiliza este andamio, según “Jonassen y Strobel (2006) mencionan que el método demostrativo (*Teachback*) es de utilidad para evaluar modelos mentales, porque al solicitar a los alumnos que enseñen a otro cómo realizar una tarea o utilizar determinado sistema, es posible observar que estos producen diferentes representaciones” (Como se cita en Ríos, 2018). Esto significa que los profesores que emplean este método de andamiaje, tienen la posibilidad de conocer y retroalimentar los modelos de resolución que utilizan sus estudiantes, permitiendo integrar y homologar las soluciones obtenidas por los estudiantes. (Ver figura 4)

Figura 4.

Tipos de andamios utilizados en aula según revisión de la literatura.



Los andamios que son utilizados por los docentes para la resolución de problemas, mantienen cierta estructura o tipología, dependiendo de la intencionalidad que se le atribuya, un tipo de andamiaje utilizado para resolver problemas, focalizado en la reflexión. Ríos (2018) considera al pensamiento en voz alta en la resolución de problemas entre pares, sus siglas en inglés corresponden a TAPPS (Thinking-Aloud Pair Problem Solving TAPPS) una ayuda para que los estudiantes analicen el problema, formalizan ideas, interioricen la secuencia que se debe realizar, además explicar entre ellos el problema y finalmente para identificar errores.

Otro andamio empleado es la retroalimentación, hay varios momentos donde se puede emplear y diversidad de formas para llevarla a cabo, sin embargo, nos centraremos en el proceso de la resolución de un problema, como menciona Mendivelso, Ortiz y

Sánchez (2019) el docente de manera espontánea se acerca al estudiante y le acompaña en el proceso que esté efectuando, este proceso apunta al nivel de comprensión del problema, las estrategias usadas y los procesos cognitivos, donde el desarrollo del estudiante es evaluado y retroalimentado por el profesor durante la realización del problema. Este andamiaje entrega aportes favorables al proceso de aprendizaje de los estudiantes, conforme a una revisión realizada por Moreno (2016) “la retroalimentación mejora el rendimiento en 60% de los estudios” (p. 2).

Capítulo III. MARCO METODOLÓGICO

El estudio se realizó bajo el paradigma interpretativo con el objetivo de analizar los andamios utilizados por los futuros profesores de matemática en la resolución de problemas contextualizados, como expresa Sandin (2003) “El interés principal del paradigma interpretativo está dirigido a revelar el significado de las acciones humanas y de la vida social en general” (como se cita en Villalpando y Hernández, 2017). Usa un enfoque cualitativo que para Guerrero (2016) “se centra en comprender y profundizar los fenómenos, utilizándolos desde el punto de vista de los participantes en su ambiente y en relación con los aspectos que los rodean.” (p. 3). Según este mismo autor el investigador se sitúa en el medio que desea estudiar y luego desarrolla una teoría coherente a la realidad. Esta metodología se apoya en el interaccionismo simbólico, que entiende que la vida de todo grupo humano, constituye un proceso de formación e interacción (Martínez, 2019; Angrosino, 2012; Berger y Luckmann, 2003; Blumer, 1982).

Para Pons (2010), los métodos de investigación que usan el enfoque del interaccionismo simbólico, son preferentemente cualitativos, extrayendo el significado de símbolos, contenidos y palabras. Por la naturaleza del objeto de conocimiento que corresponde en el aula y a sus procesos, situaciones y experiencias vividas por estudiantes y profesores, se utilizó el diseño de estudio de caso (Stake, 1995) que permite un estudio detallado e intensivo de un individuo o grupo como una entidad, a través de la observación, auto-reporte, entrevista, entre otros. El estudio de caso cualitativo, involucra una relación de los investigadores y su rol, en su proceso se debe:

"circunscribir el caso y conceptualizar el objeto de estudio; seleccionar el fenómeno, temas, o tópicos; buscar los patrones de datos a desarrollar en los temas, triangular las observaciones claves para la interpretación; seleccionar métodos alternativos de interpretación; y desarrollar supuestos o generalizaciones sobre el caso" Stake (1995).

Específicamente corresponde a un estudio de caso múltiple, el que se utiliza cuando hay un grupo de situaciones específicas y a partir de ellas se puede obtener una teoría sobre el objeto de estudio, dependiendo de sus particularidades, según Gómez (2012) el diseño de

casos múltiples está “Al servicio de la construcción de una teoría. Son casos que pretenden generalizar, a partir de un conjunto de situaciones específicas” (p. 6). Este tipo de estudio es adecuado a las características de la investigación, puesto que se pretende obtener teorías a partir de la práctica de los profesores en formación.

3.1 Unidad de Estudio

En este diseño metodológico la unidad de estudio la componen los futuros profesores de matemática, en esta se describen las características de los participantes en la recopilación de información para esta investigación con objeto de contrastar en la triangulación de datos. Aguilar y Barroso (2015) afirman que al utilizar diferentes estrategias y fuentes de información sobre una recogida de datos permite comparar la información recabada. Esta unidad está conformada por cinco profesores en formación de matemática de la Universidad del Bío-Bío, que cursan su práctica profesional en último año de su carrera y que, en modalidad de clases virtuales, presenciales/híbridas, implementaron la resolución de problemas contextualizados a estudiantes de Secundaria en establecimientos educacionales Municipales, Particular subvencionados y Particulares de las comunas de Chillán, El Carmen y Parral. Como muestra en la tabla 1

Tabla 1

Unidad de estudio según estudio de caso múltiple en uso de andamios resolver problemas.

UNIDAD ANÁLISIS	CENTRO DE PRÁCTICA	Modalidad de clases
(PF1) Profesor en Formación 1	Liceo Bicentenario Pablo Neruda, Parral.	Híbridas
(PF2) Profesor en Formación 2	Colegio The Wessex School, Chillán.	Híbridas
(PF3) Profesor en Formación 3	Colegio Hispanoamericano de Río Viejo, Chillán.	Híbridas
(PF4) Profesor en Formación 4	Liceo Bicentenario Juvenal Hernández Jaque, El Carmen.	Virtuales
(PF5) Profesor en Formación 5	Liceo Bicentenario Pablo Neruda, Parral.	Virtuales

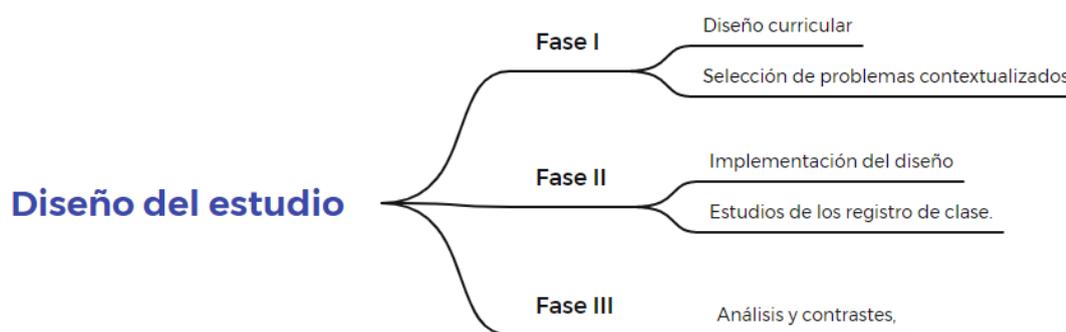
Los datos recopilados de la unidad de estudio permitieron explorar y caracterizar los andamios utilizados por profesores en formación durante la enseñanza de problemas contextualizados, como una forma de aportar a la formación de los profesores en formación para facilitar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes.

3.2 Diseño de investigación y sus fases de estudio

La investigación como estudio de caso múltiple se desarrolla según las fases que muestra la figura 5.

Figura 5

Diseño del estudio por Investigación-acción.



La **Fase I** corresponde a un estudio preliminar mediante la confección de un diseño curricular, en el cual se analizaron y seleccionaron problemas contextualizados según los objetivos presentes en la Progresión de Objetivos de Aprendizajes Priorizados propuestos por el MINEDUC (2020) ante la crisis sanitaria y se elaboró un diseño con una secuencia intencionada para resolución basado en la metodología de Polya (1945) utilizando andamios como preguntas y actividades intencionadas, mediante la resolución de problemas contextualizados seleccionados para mejorar el aprendizaje de los alumnos durante la práctica docente.

En la **Fase II** se estudia la implementación del diseño del PF4 considerando los andamios en la resolución de problemas contextualizados con preguntas y actividades intencionadas a través de un plan de acción de resolución basado en la metodología de Polya (1945). Adicionalmente, se estudiaron los registros de audio de tres clases

grabadas en cinco profesores en formación seleccionados en pandemia, para explorar el uso de andamios, caracterizarlos en la secuencia de resolución, estudiar el rol del profesor y las interacciones que poseen en la resolución.

En **la Fase III** Se realiza la entrevista a los profesores en formación de matemática para contrastar el discurso con el registro de las clases transcritas, de modo de estudiar las brechas del discurso en sus similitudes y diferencias respecto a la utilización de andamios en las secuencias didácticas de la resolución de problemas y las interacciones que se generan en el aula para facilitar el aprendizaje de la matemática.

A continuación, se presentan en detalle cada una de las fases realizadas.

3.2.1 Fase I: Diseño curricular y selección de problemas contextualizados.

Dentro de los establecimientos educativos participantes, se encuentran los liceos de Excelencia Pablo Neruda y Juvenal Hernández Jaque, pertenecientes a la red de Liceos Bicentenarios. La Progresión de Objetivos de Aprendizajes Priorizados propuesta por el MINEDUC (2020) mantiene su implementación durante el año 2021. Para la elaboración del plan de acción en la enseñanza de la resolución de problemas contextualizados en matemática en secundaria, a poner en efecto en el Liceo Bicentenario Juvenal Hernández Jaque, se inició el análisis de las guías didácticas entregadas al establecimiento por el MINEDUC, pertenecientes a la *Unidad de nivelación*, cuyos diseños están acordes a la planificación en red de establecimientos Bicentenarios.

Esta unidad de nivelación se desarrolló a través de la implementación de ocho guías en primer año medio, según los objetivos presentes en la Priorización Curricular efectuada por el MINEDUC en junio de 2020, en el Nivel de 8° básico. Los objetivos contemplan los cuatro ejes temáticos a saber, Números, Álgebra, Geometría y Probabilidad y estadística. En la planificación en red desde el MINEDUC (2021), cada eje temático del año anterior se corresponde con un Objetivo Aprendizaje Priorizado (OAP) a desarrollar en dos de estas guías, a excepción del eje de números, la organización de estas resulta de la siguiente distribución según muestra la tabla 2.

Tabla 2

Guías Bicentenarios y priorización curricular en unidad de nivelación de Matemática.

Eje de matemática	Guías Bicentenario	Objetivos de Aprendizajes Priorizados
Números	1	OA 1
	2	OA 4
Álgebra	3 y 4	OA 10
Geometría	5 y 6	OA 12
Probabilidad y Estadística	7 y 8	OA 15

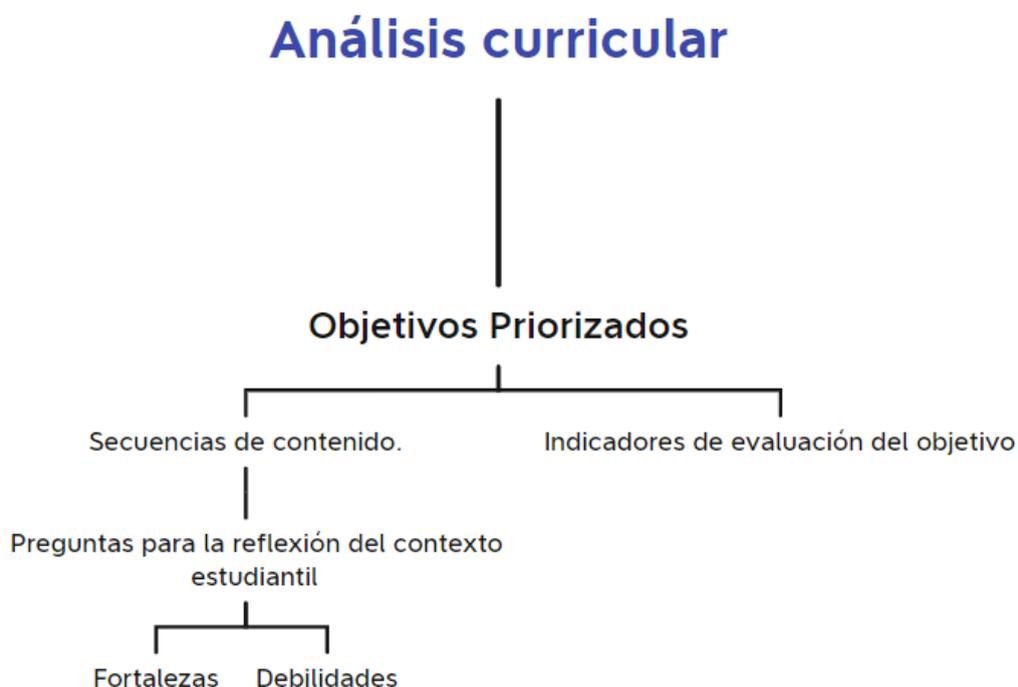
El análisis curricular se realiza a partir la selección estos dos objetivos priorizados, correspondientes a los ejes de Geometría junto al de Probabilidad y Estadística a desarrollar en las guías de nivelación, considerando las fortalezas y debilidades en los estudiantes, el contexto del liceo de PF4 en las semanas previas en las habilidades, actitudes, indicadores de evaluación, presentes en las Bases Curriculares del MINEDUC (2015), Durante el periodo de Práctica Profesional en el primer semestre del 2021, a partir de los OAP presentes en las guías 5, 6, 7 y 8 de la unidad de nivelación se seleccionaron los problemas según la factibilidad de su aplicación por PF4.

Se incluye también la secuencia de conceptos a desarrollar para facilitar el aprendizaje del OAP, considerando el contexto académico y dificultades detectadas en los estudiantes durante la enseñanza de los conceptos involucrados en ambos objetivos. En la tabla 2 se presenta un resumen del análisis realizado por los investigadores a partir del diseño curricular donde se incluyen: las preguntas de reflexión basándonos en el

contexto del establecimiento, la secuencia para la resolución de problemas contextualizados, considerando la secuencia de contenidos relacionada con el objetivo de aprendizaje a desarrollar previo al aprendizaje a través de problemas, las cuales son respondidas por las investigadoras. Las preguntas surgen para la toma de decisiones, se consideró una reflexión de la práctica, a modo de definir los andamios a utilizar para la resolución de los problemas contextualizados según el contexto escolar de los estudiantes, lo que sirvió como aprendizaje de la metodología en la capacitación de PF4. Para ver el análisis completo revisar anexo 1.

Figura 6

Análisis preliminar con base al diseño curricular para enseñar problemas de PF4.



Este análisis incluye en detalle el estudio del contexto escolar y reflexión en la acción didáctica de PF4, donde se consideran las fortalezas y debilidades de los estudiantes pertenecientes al establecimiento (ver el anexo 1).

3.2.1.1 Selección de los problemas contextualizados por el PF4 y PF5

La selección del problema en cuestión, incluye como criterio, aquellos que

permitan el despliegue de competencias, habilidades y la proximidad del contexto del problema al de los estudiantes, puesto que se sitúan cercanos a la cotidianidad de estos.

Considerando los dos objetivos presentes en el análisis curricular previo, se selecciona y adapta un problema contextualizado de cada guía, para que con base en la metodología de Polya (1945), este proceso se realizó para la capacitación de PF4 con respecto a la Teoría de andamiaje. Ver Tabla 3.

Tabla 3

Selección de problemas según conceptos del objetivo en guías de nivelación.

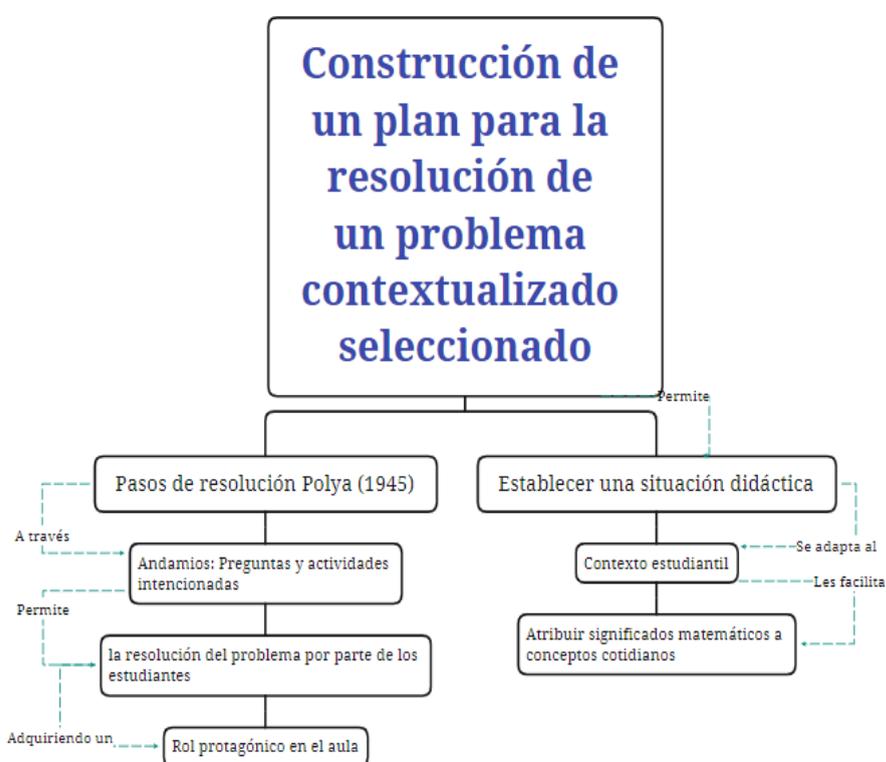
Guía didáctica.	Objetivo o priorizado	Habilidades a desarrollar	Problema contextualizado
Guía 5: Teorema de Pitágoras	OA12	Se espera que el estudiante represente el triángulo rectángulo, identificando los catetos y la hipotenusa, aplicando el teorema de Pitágoras para resolver problemas de la vida cotidiana.	Pulgadas del televisor
Guía 6: Recíproco del Teorema de Pitágoras		Se espera que el estudiante represente el triángulo, identificando el ángulo opuesto a la hipotenusa, aplicando el teorema de Pitágoras en un triángulo para confirmar o no que su ángulo es rectángulo para resolver problemas de la vida cotidiana.	Agricultor
Guía 7 Medida posición	OA15	Se espera que los y las estudiantes representen datos en la recta numérica, calculando las medidas de posición requeridas y aplicarlas en su representación, utilizándose en resolución en problemas de la vida cotidiana e interpretando las medidas de posición acorde al problema.	Taller ciencias
Guía 8: Diagrama de cajón		Representan los cuartiles por medio de los diagramas de cajón, interpretan las medidas de posición acorde al problema y los datos, calculen las medidas de posición requeridas y aplicarlas en su representación y en resolución en problemas de la vida cotidiana.	Mascotas

Los problemas fueron seleccionados para fomentar la interacción de los estudiantes de primero medio en la resolución de problemas contextualizados en clases virtuales de matemática, porque involucran el despliegue de competencias, habilidades y la adquisición de significados matemáticos asociados al proceso de resolución por parte

de los estudiantes. Para cada uno de ellos, se creó un plan de acción para su resolución con la ayuda de andamios intencionado, en forma de preguntas y actividades diseñada por el PF4, con la finalidad de descomponer la resolución del problema en pasos y basado en el modelo de resolución de problemas de Polya (1945) para este grupo curso. Lo que se muestra en la figura 7.

Figura 7

Diseño del plan de acción para el problema contextualizado.



El plan de resolución diseñado, cuenta con una secuencia organizada, con un número de preguntas y actividades limitadas, puesto que requiere que los alumnos dispongan de tiempo suficiente para desarrollar cada pregunta y actividad permitiendo el ejercicio metacognitivo por parte de los estudiantes, desarrollen la argumentación y el análisis reflexivo del problema, adoptando un rol protagónico en el aula, al estar encargados de desarrollar cada paso del proceso de resolución, guiados por el profesor en formación, que se desempeña como facilitador de proceso en la resolución de resolución. A modo de ejemplo ver tabla 4.

Tabla 4

Ejercicio de Polya para la implementación. (Ávila y Rubilar, 2021)

Problema contextualizado	Enunciado entregado por el MINEDUC	Plan de acción conformado por andamios en forma de preguntas
Pulgadas del televisor	¿Aproximadamente cuántas pulgadas tiene un televisor cuya base mide 80 centímetros y su altura es de 60 centímetros? Nota: Recuerda que 1 pulgada equivale a 2,54 cm.	<ol style="list-style-type: none"> 1) ¿Qué figura se puede representar con el televisor del problema? 2) Realiza la gráfica de la figura marcando sus respectivos vértices. 3) ¿Qué vértices marcan el segmento con el que se mide el tamaño del televisor? Márcala con un color diferente. ¿Notas cambios en la gráfica? 4) ¿Qué figura reconocen? 5) ¿De qué forma podemos solucionar el ejercicio?

Al enfocar el estudio, acerca de los andamios en forma de preguntas y actividades durante la enseñanza de la resolución de los problemas contextualizados es posible caracterizar los andamios que utilizan profesores en formación de matemática en secundaria, al resolver problemas contextualizados durante sus clases.

3.2.2 Fase II: Implementación del diseño y estudios de los registros de clase.

3.2.2.1 Implementación del diseño curricular

En el Liceo Bicentenario de Excelencia Juvenal Hernández Jaque EL PF4 implementó el plan de acción construido por los investigadores, basado en el modelo Polya (1945) en cada uno de los cuatro problemas seleccionados para su resolución, compuesto por andamios en forma de preguntas y por actividades intencionadas, en talleres realizados en clases virtuales. Estos talleres contaron con una retroalimentación de los contenidos previos aplicados, además de la utilización de herramientas digitales para proyectar las representaciones del problema. En la tabla 5 se muestran las fechas de las sesiones.

Tabla 5

Fecha de realización de las sesiones virtuales de Resolución de problemas contextualizados

Sesión	Resolución de problema de Guía Mineduc	Fechas de implementación
		FP2, Liceo Bicentenario Juvenal Hernández Jaque
1	Pulgadas de un televisor	25 de junio
2	Agricultor	30 de junio
3	Taller de ciencias	1 de julio
4	Núm. Mascotas	1 de julio

Nota. Esta tabla muestra las fechas de la implementación de los talleres con base en la metodología de Polya (1945) empleada por el PF4.

En los centros de práctica, durante la enseñanza de resolución de problemas contextualizados, las interacciones realizadas entre los profesores en formación y sus estudiantes fueron grabadas de forma auditiva, estos registros auditivos fueron transcritos por las investigadoras para posteriormente a través de la codificación en el programa Atlas.ti, se analizó el discurso pedagógico de los PF1, PF2, PF3, PF4, PF5 para caracterizar el andamiaje utilizado en las interacciones del aula en la enseñanza de problemas, para obtener las categorías, contrastarlas entre ellas para llegar así a la elaboración de una teoría.

3.2.3 Fase III: Análisis y contrastes.

Durante las clases de matemática los profesores en formación emplean una secuencia para resolver problemas, que puede estar contextualizada o no y adecuada al contexto de los estudiantes, emplean andamios o no, así como métodos de resolución del problema para facilitar el significado matemático. El profesor en formación puede ejecutar un rol facilitador o ser un protagonista, haciendo preguntas abiertas y cerradas, según el rol que mantenga durante la resolución de problemas es como las interacciones van a manifestarse.

3.3 Instrumentos de recopilación de información

Para caracterizar y contrastar los andamios que emplean los profesores en formación de secundaria de la Universidad del Bío-bío, que ejecutaron su práctica profesional del año 2021 se lleva a cabo una entrevista semi-estructurada, previamente validada por expertos, con el fin de contrastar la información obtenida de los registros de clase.

La complementariedad metodológica que presenta el estudio requiere de dos instrumentos para recopilar información. Primero, por medio del análisis del discurso se estudian los registros de clases obtenidos de los cinco profesores en formación. Por otra parte, para contrastar los datos obtenidos de los registros de clase, se aplica una entrevista semi-estructurada a tres de los profesores en formación participantes, instrumento que fue validado por expertos, las cuales fueron analizados a través del programa Atlas.ti con el método de comparación constante. A fin de complementar el estudio se emplean diversas fuentes de información, para así mantener la validez de la investigación.

3.3.1 Transcripciones de los registros de clases

Los registros auditivos de clase correspondientes a los cinco profesores en formación son transcritos por las investigadoras, para ser analizados por el software Atlas.ti a fin de explorar los andamios que utilizan durante la resolución de problemas contextualizados, los profesores que accedieron a grabar sus clases se les entregó el consentimiento informado (ver anexo 3)

3.3.2 Entrevistas semi-estructuradas

La técnica a utilizar es una entrevista semi-estructurada, es porque entrega mayor flexibilidad al empezar con una pregunta que se puede adaptar a las respuestas de los entrevistados, con el afán de delimitar la información obtenida dentro del marco de la investigación, persigue como objetivo recopilar información acerca de los andamios utilizados en la resolución de problemas por los profesores de secundaria en formación. Para ello se construye un guión de preguntas con el objetivo de contrastar el discurso

obtenido de los registros de clase de cada profesor en formación de manera respectiva. El guión de la entrevista pasó por un proceso de validación de tres profesores expertos, Noemí Cárcamo Mansilla, Profesora de matemática y Magíster en Matemática aplicada, Yamil Sagurie, Profesor Enseñanza Media en educación Matemática y Magíster en Ciencias mención Matemática, realizaron la validación del instrumento el 21 octubre 2021 y Pablo González Albornoz Profesor de matemática, Magíster en Matemática mención Estadística que realizó la validación del instrumento: 25 de octubre del 2021. Por medio de una escala likert validaron el instrumento que se muestra a continuación. (La validación de cada uno de los expertos está en el anexo 2)

VALIDACIÓN DE ENTREVISTA A FUTUROS PROFESORES MATEMÁTICA

Estimado Profesor/a:

Con el fin de realizar la validación del instrumento de recolección de datos para nuestra Tesis de grado cuyo objetivo es “*Analizar los andamios utilizados para resolver problemas contextualizados en su significado matemático por los y las futuras profesoras en las clases virtuales en Secundaria*”. Le solicitamos su colaboración para validar las preguntas de la entrevista a futuros profesores de matemáticas en la siguiente escala Likert.

Los indicadores de esta Likert, nos permitirá el conocer su pronunciamiento

1. Totalmente en desacuerdo	2. En desacuerdo	3. Ni acuerdo ni desacuerdo	4. De acuerdo	5. Totalmente de acuerdo
-----------------------------	------------------	-----------------------------	---------------	--------------------------

Los objetivos a los que apunta la investigación son:

1. Explorar los andamios que utilizan futuros profesores de matemática en secundaria, al resolver problemas contextualizados, en la unidad de nivelación de primero medio, en los establecimientos educacionales
2. Describir en las interacciones los significados matemáticos que generan los estudiantes de primer año medio al resolver problemas contextualizados mediante el uso de andamios, en los establecimientos educacionales
3. Caracterizar los andamios utilizados al resolver problemas contextualizados por los futuros profesores de la carrera de Pedagogía en Educación Matemática de la Universidad del Bío- Bío, durante las clases virtuales.

Escala Likert - Grado de concordancia al objetivo		1	2	3	4	5
Preguntas de la entrevista al profesor en formación de matemática.	Obj					
1. ¿Podría señalar cuáles son las acciones que realiza con sus estudiantes al resolver	1					

un problema?						
2. ¿Podría describirnos acerca de cómo entiende los andamios que usa un profesor?	2					
3. ¿Cuáles son los tipos de andamios que usted conoce o ha utilizado para resolver un problema?	3					
4. ¿Cómo ha trabajado la resolución de problemas durante su clase?	1					
5. Relate cómo inicia, desarrolla y finaliza la enseñanza de la resolución del problema con los estudiantes.	1					
6. ¿Qué características considera al momento de seleccionar un problema para utilizarlo durante su clase de matemática?	2					
7. ¿Podría señalar ejemplos de preguntas que realiza a los estudiantes cuando resuelven problemas?	3					
8. ¿Qué interacciones o diálogos se generan entre profesor y alumnos al resolver problemas?	1					
9. ¿Podrías contarnos cómo utilizas la vida real asociada a las matemáticas en tus clases?	2					
10. ¿Durante su formación profesional le enseñaron la utilización de andamios o métodos para la resolución de problemas en matemáticas?	1					
11. ¿Qué incluiría en la formación inicial docente para contribuir a mejorar la enseñanza de problemas?	1					

Datos del juez que realiza la validación

Nombre:

Rut:

Profesión:

Fecha de cuando se realizó la validación del instrumento:

Las preguntas resultantes de la selección, considerando la validación a través de la escala likert corresponden a la totalidad de las preguntas que integraban al instrumento.

Los participantes que decidieron colaborar en la entrevista, entregaron su consentimiento

informado un consentimiento informado de carácter voluntario y la información recolectada será utilizada de forma confidencial y tendrá acceso exclusivo por las investigadoras, los archivos con la información serán guardados con los acrónimos para referirse para cada uno de los sujetos.

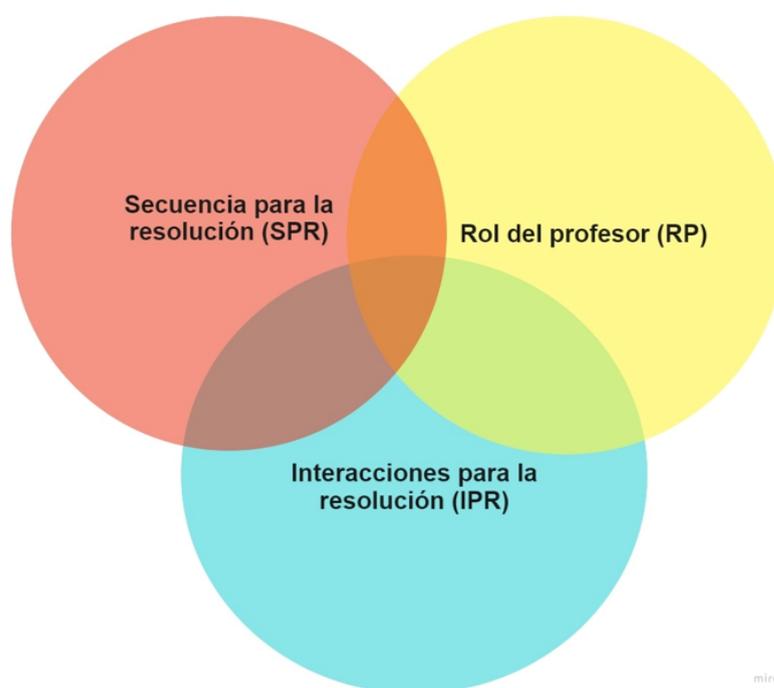
Capítulo IV: RESULTADOS

4.0 Dimensiones del estudio

Se presentan las dimensiones o categorías obtenidas a través del análisis del discurso de los profesores en formación en el programa Atlas.ti, a partir de una codificación abierta, selectiva y axial de la transcripción de clases grabadas y de las entrevistas realizadas, considerando los objetivos específicos de esta investigación. Las categorías resultantes de la recolección de datos corresponden a Secuencia para la Resolución de Problemas (SPR), Rol de Profesor (RP) e Interacciones para la Resolución de Problemas (IPR). Estas categorías se obtuvieron a través del método de comparación constante entre los códigos (MCC) para caracterizar los andamios utilizados por futuros profesores de matemática y se representan en cada una de las network o redes de cada profesor en formación (ver figura 8).

Figura 8

Dimensiones en la resolución de problemas contextualizados por profesores en formación.



Dimensión I *Secuencia para la Resolución de problemas (SPR)*. Esta categoría considera códigos relacionados con el procedimiento que adopta el profesor en la enseñanza de la resolución de problemas contextualizados, la presencia o ausencia de una metodología para resolver el problema, su intencionalidad o realización in situ, aplicación de contexto del

problema para acercarlo a la realidad concreta del estudiante y así favorecer la obtención de significado matemático, adecuación de la secuencia de resolución al nivel del grupo curso.

Dimensión II Rol del Profesor (RP). Esta categoría considera códigos relacionados a las funciones que adopta el profesor durante la enseñanza de la resolución del problema con sus estudiantes, su rol en la resolución como un protagonista o facilitador según corresponda, conocimiento teórico-práctico del profesor en formación sobre andamiaje en la resolución de problemas y los tipos de preguntas que emplea durante la resolución de problemas contextualizados.

Dimensión III Interacciones para la Resolución de Problemas (IPR). Esta categoría considera los códigos asociados a las instancias de resolución o tiempos de desarrollo de procesos de manera individual o colectiva, que ofrece el profesor al estudiantado para participar en la resolución de problemas, facilitar o no la interacción entre pares, realizar una validación a las respuestas de los estudiantes como evaluación de proceso y monitoreo al avance realizado por los estudiantes en la resolución del problema.

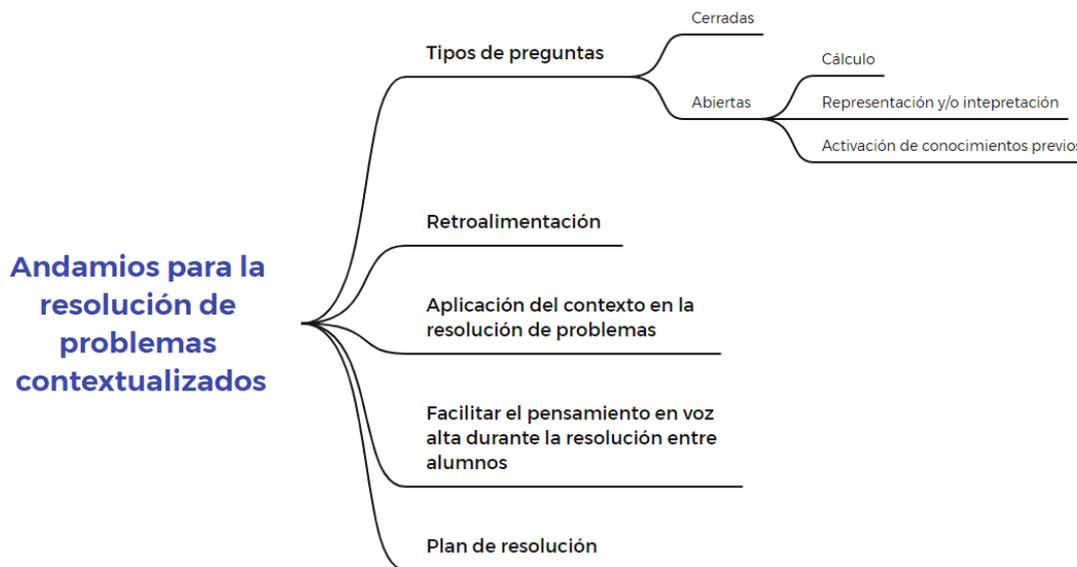
Los resultados se presentan según los objetivos planteados en la investigación y se discuten a continuación del mismo objetivo.

4.1 Exploración de andamios utilizados por futuros profesores de matemática al resolver problemas contextualizados, en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.

La figura 9 muestra los andamios que se presentan al realizar el análisis del discurso de los registros de las clases realizadas por profesores en formación de matemática acerca de la resolución de problemas contextualizados.

Figura 9

Andamios utilizados por profesores en formación de matemática en Práctica Profesional.



La figura 9 muestra los andamios que utilizan los futuros profesores de matemática al enseñar problemas contextualizados en secundaria, ordenados de mayor a menor según su frecuencia de uso, específicos a la Resolución de problemas de acuerdo a la literatura.

Tipos de preguntas. Como resultado se obtiene que todos los futuros profesores de matemática usan preguntas como andamio en la resolución de problemas contextualizados, un 100% utiliza tipos de preguntas cerradas, preguntas abiertas de representación y de cálculo, la última mencionada presenta mayor frecuencia. Por otro lado, un 20% emplea preguntas de activación de conocimientos previos. Aschner (1961) establece que “las preguntas son una de las principales herramientas de los docentes para estimular la reflexión y el aprendizaje en el estudiante” (como se cita en Suárez, 2019, p.10). Este es el tipo de andamio es el más utilizado por los futuros profesores porque es sencillo de emplear y todos los participantes lo presentan. Para la Agencia de Control de la Calidad de Educación hay dos tipos de preguntas, uno que intenciona la participación y otro que incentiva la elaboración de procesos de los estudiantes, donde se realizan preguntas cerradas y preguntas abiertas las cuales apuntan al razonamiento, interpretación, comparación cálculo y representación.

En cuanto a las preguntas de **activación de conocimientos previos**, es un andamio que se usa exclusivamente al inicio de la resolución de un problema, pueden ser preguntas, lluvia de ideas o diálogos que permite a los estudiantes participar en la resolución y construir aprendizajes nuevos. Según Rojas (2017) la activación de los conocimientos previos

constituye un principio didáctico, que motiva al estudiante a participar en las actividades de la clase, pues sienten que aportan y pueden comentar sus experiencias. Además, siguiendo al mismo autor insta a los estudiantes a construir nuevos aprendizajes y su aplicación los guía a vivir la experiencia sobre un tema, su aplicación es sencilla, se pueden utilizar preguntas generadoras, lluvias de ideas, diálogos, entre otros. Por su parte, Costa y Kallick (2015) describen que una estrategia beneficiosa para el aprendizaje sería formular preguntas que estimulen el pensamiento de los educandos en diversos niveles cognitivos, por ejemplo, enunciar interrogantes que impliquen recordar hechos o situaciones, aplicar, predecir hasta llegar a evaluar o juzgar.

Retroalimentación. El 80% de los profesores en formación utiliza la retroalimentación como andamiaje dentro de la resolución de problemas contextualizados, específicamente la retroalimentación espontánea es un acompañamiento que realiza el profesor en formación al estudiante durante la resolución de un problema. Para Wilson (2002) el docente de manera espontánea se acerca al estudiante y le acompaña en el proceso que esté realizando, le permite comentar frente a la manera como desarrolla la actividad y los resultados que obtiene. (Citado por Mendivelso, Ortiz y Sánchez, 2019, p.23). Los profesores que emplearon la retroalimentación como andamio mejoraron y motivaron el aprendizaje de los estudiantes. Este resultado se valida con lo expresado por Moreno (2016) “Dicha retroalimentación puede mejorar el aprendizaje, tanto directamente, a través del esfuerzo que puede derivarse, como indirectamente, mediante el apoyo a la motivación para invertir en tal esfuerzo.” (p.125)

Aplicación del contexto para resolver problemas. Un 40% de los futuros profesores de matemática utilizan este andamio durante la resolución, este consiste en la utilización de un contexto para la resolución de problemas, el que debe ser cercano a la vida real del estudiante, para que lo motive a buscar la solución. Mesa, Garcia y Rosas (2015) señalan que un estudiante razona más y se le facilita el significado matemático, cuando el problema abarca un tema cercano a él y es capaz de llevarlo a su contexto. Por tanto, la aplicación del contexto como andamio en la resolución permite el facilitar la obtención de significado matemático en el aprendizaje de la resolución de problemas contextualizados.

Facilitar el pensamiento en voz alta entre pares. Un 40% de los futuros profesores de matemática utilizó este andamio en la resolución de problemas, este permite a los estudiantes

contar con instancias de realización de los procesos cognitivos, tomando roles entre ellos con el fin de encontrar una solución al problema. Para Ríos (2018) El uso del Pensamiento en voz alta en la resolución de problemas entre pares (*Thinking- Aloud Pair Problem Solving TAPPS*)

Consiste en que dos estudiantes trabajan cooperativamente en resolver un problema y tiene como principal propósito la mediación de los pensamientos de los estudiantes durante la solución de un problema a través de preguntas, el oyente orienta la actividad del solucionador a reflexionar acerca de su propia ejecución, es decir lo guía a realizar procesos metacognitivos. (p.27)

Donde el alumno toma el rol protagonista dentro de la resolución de problemas con base en la reflexión y argumentación, además, al ser un proceso entre pares el vocabulario es comprensible lo que facilita la resolución de problemas.

Plan de resolución. El 40% de los futuros profesores de matemática utilizan este andamio en la resolución de problemas y un 20% es realizado de manera intuitiva. Polya (1945) afirma que se debe considerar el realizar una secuencia de resolución en pasos o separar el problema contextualizado en partes. Por su parte, Macario (2006) afirma que “se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta” (citado en Martínez, 2015, p.8) lo que facilita la resolución del problema por parte del estudiante, al integrar los pasos que componen la secuencia de resolución se obtiene la solución, además de adquirir un método de resolución con una estructura aplicable a la resolución de otros problemas contextualizados.

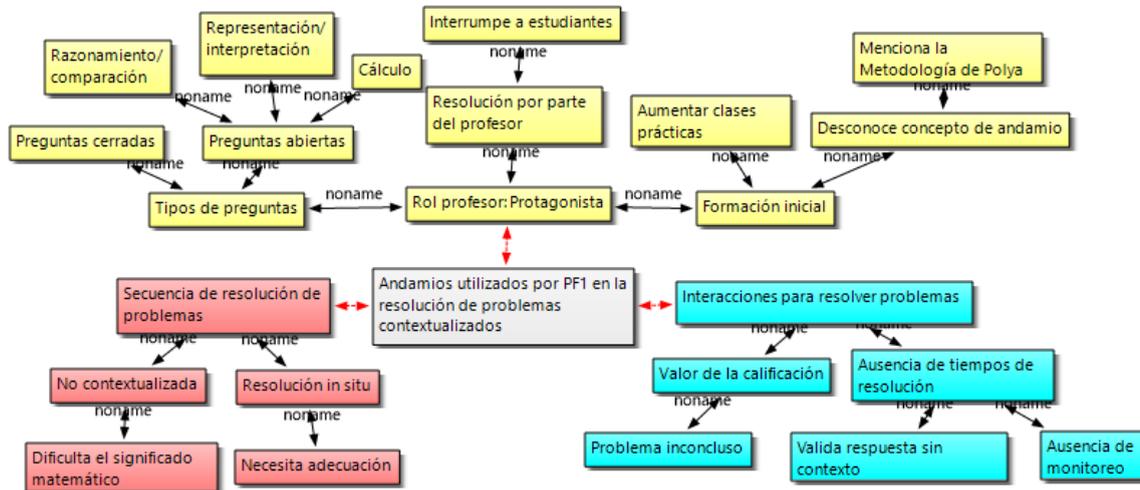
4.2 Caracterización de los andamios utilizados por futuros profesores de matemática para resolver problemas contextualizados, en establecimientos educativos de Chillán, El Carmen y Parral.

Se presentan por cada profesor en formación, las representaciones (network o redes) obtenidas del análisis de su discurso desde las entrevistas y las clases grabadas.

4.2.1 Mapa de entrevista y registro de clase del PF1

Figura 10

Caracterización de los andamios en uso en clases matemáticas por PF1.



En la red de la figura 10, se caracteriza al Profesor Inicial 1 (PF1) en la categoría, *secuencia para resolver el problema* con una baja utilización del contexto, porque en el ejemplo no integra las unidades de medida como el tiempo y distancia involucrada en el problema. Durante el desarrollo del problema expresa: “... nos vamos a comer los km por hora, porque no nos interesa...”. En la entrevista del PF1 se reafirma que no utiliza el contexto, puesto que solo realiza la lectura del problema para idear una resolución *in situ*, su planteamiento de la secuencia es espontáneo, lo cual no concuerda con lo mencionado por el PF1 en la entrevista, “... Al momento de resolver el problema, lo primero es una lectura comprensiva del enunciado, ... buscar una estrategia, ... posteriormente, aplicarlo hasta encontrar la solución. En caso de no quede clara la forma de resolución, buscamos otra estrategia ...”, el PF1 señala ejecutar los pasos descritos por Polya (1945) para la resolución de problemas considerando el protagonismo en los estudiantes y posee el conocimiento de la metodología de resolución de problemas de Polya (1945), igualmente acerca de teorías didácticas de Régine Douady (1984) y Brousseau (1998). Además, manifiesta aplicar “... los cambios de cuadro de Régine Douady...”. De esta forma PF1 tiene conocimiento teórico sobre metodologías de resolución de problemas, pero no las aplica en su secuencia de clase, lo cual se ha visualizado en otras investigaciones de Leschiñuk y Talavera (2020) donde se menciona que

Los docentes conocen la metodología de resolución de problemas de George Polya, pero no la aplican con mucha regularidad en el proceso de enseñanza aprendizaje, tal vez por mantener la rutina de procesos que se fueron dando por años, por la falta de tiempo para preparar el desarrollo de la clase con el apoyo de esta metodología o por la falta de un conocimiento profundo de la misma. (p.66)

En la categoría *Rol del Profesor*, la clase del PF1 se caracteriza por su rol protagónico durante la enseñanza de la resolución de problemas, realiza el problema en la pizarra sin interacción por parte de los estudiantes. Utiliza preguntas como andamio, pero no entrega el tiempo para que estos respondan en su mayoría realiza preguntas cerradas, de cálculo y de menor dificultad a lo que están tratando, por ejemplo “... entonces *la y, son $3/2y=30-21$ ¿cuánto es $30-21$?...*” a lo que el estudiante responde “9”. Según Morales (1987) la enseñanza de la matemática debe atender dos aspectos: el informativo y el formativo. El primero proporciona los contenidos para vivir el mundo actual y el segundo tiene como meta que el individuo piense y razone lógicamente. (citado por Brenes, p. 36), el PF1 adopta un aspecto de enseñanza informativo, pero no formativo pues impide que el estudiante razone de forma lógica, al centrar las preguntas al cálculo básico. Además, no se evidencia el uso de otros andamios lo que coincide con el relato de PF1 “... *Desconozco el concepto andamio...*” y en el mismo sentido, el PF1 explícita en la entrevista

“... lo que contribuiría serían más prácticas, porque en realidad lo que nosotros vemos en la universidad está muy alejado de la realidad (...) no se enseña qué hacer en esos casos cuando el estudiante no sabe y eso solo se puede aprender realizando más prácticas pedagógicas, desde segundo año ojalá...”

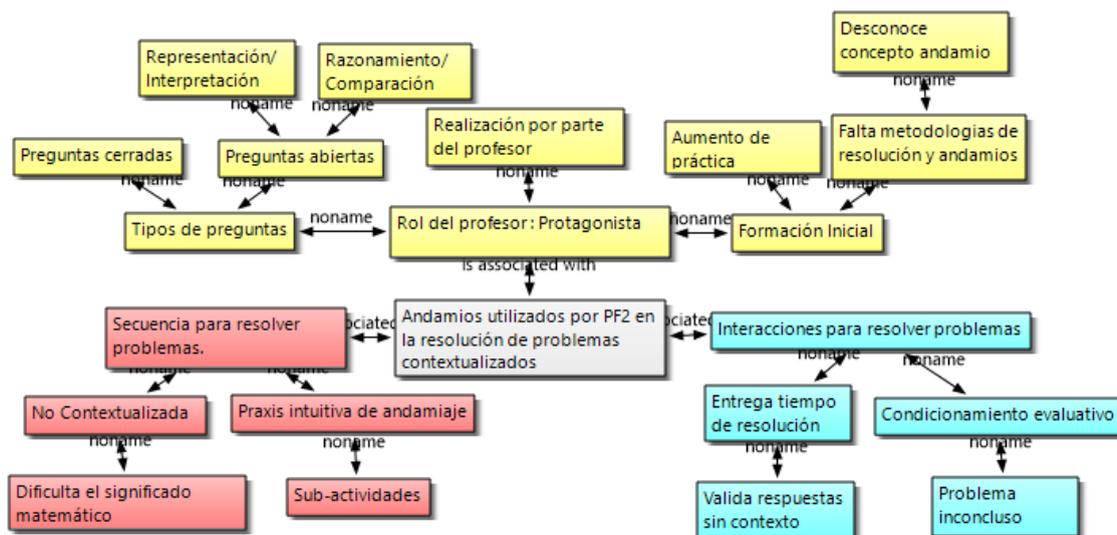
En la dimensión *Interacciones para Resolver Problemas*, PF1 se caracteriza por baja interacción, es el profesor el único que habla, en la observación de la clase realiza la siguiente pregunta: “... *¿Qué nos dice?*”, por lo que a pesar de realizar preguntas él hace las preguntas y es él mismo quien las responde, siendo él mismo PF1 quien se responde “... *Que las buenas y las malas, van a sumar 30 preguntas...*”. Además, promueve un aprendizaje basado en la observación y repetición, puesto que aunque se encontraba realizando la resolución de un problema, prefirió el solucionar uno nuevo, acción que justificó con que era similar al que aparecía en la evaluación, por lo que según el PF1 era relevante, interrumpiendo el proceso

de resolución del problema previo, como se mostró en el registro de clase en donde expresa: “... La pregunta es súper parecida a un ejercicio de la prueba, lo estaba buscando, pero no lo encuentro, para que lo hubiésemos hecho así, bueno un regalo (...) La pregunta de la prueba es...”. En la entrevista expresa que los problemas los seleccionó en función a la evaluación “... analizó la prueba bicentenario y ahí voy seleccionando ejercicios similares...”. Esto se debe a que los profesores deben demostrar por medio de la calificación obtenida en la evaluación, los resultados alcanzados por los estudiantes en el aprendizaje. Merino afirma que, “Los educadores para ser eficientes deberán traducir los contenidos en términos de lo que los estudiantes sean capaces de hacer, de las conductas que tengan que exhibir como evidencia de que efectivamente el aprendizaje se produjo” (2010). (Citado por Guerrero, Zambrano y Samaniego, 2017, p.2). La *retroalimentación* no se realizó, pues es el mismo PF1 quien realiza el proceso, y los interrumpe cuando ellos intentan comentar el problema. Esta acción en el aula es común en los profesores con un modelo tradicional de enseñanza, ellos son los dueños del saber y los estudiantes solo escuchan de forma pasiva. Para Jimenez y Sánchez (2019) el profesor tradicional, “identifica al profesor como un transmisor de contenidos y el alumno como un receptor que no participa de forma activa”.(p.335)

4.2.2 Mapa de entrevista y registro de clase del PF2

Figura 11

Caracterización de los andamios en uso en clases matemáticas por PF2.



En la red de la figura 11, lo que caracteriza al Profesor Inicial 2 (PF2) según la *Secuencia para resolver el problema*, es que intencionó la resolución del problema dividido en cuatro partes, pero los estudiantes no entendieron el problema, a lo que uno de ellos expresa: “...no sé cómo usar los datos...” debido a que presentó dificultades de aprendizaje con el contenido anterior, el que se aplicaba en las actividades. Van, Volman, y Beishuizende (2010) afirman “El docente de matemáticas adecua su nivel de comprensión con el del alumno, de tal manera que le brinde el profesor las condiciones para que construya sobre lo que conoce” (Citado por Balderas, Páez, Pérez, 2020, p.235). Lo cual es contrario a la necesidad del estudiante para construir su aprendizaje con apoyo de su entorno. El PF2 considera ejercicios con contextos cercanos a la realidad de sus estudiantes y es concordante con el discurso al ser entrevistado “... que se contextualice a la situación del colegio...” sin embargo, la lectura del ejercicio es realizada por el mismo PF2, cuando declara “... yo hago los ejercicios en la pizarra...”, además, el PF2 no realiza preguntas de verificación de la comprensión del problema, durante el desarrollo de la parte tres de la secuencia para resolver problemas, puesto que los estudiantes afirman desconocer la aplicación los datos entregados en el enunciado a lo cual PF2 responde: “... esos datos 1, 3, que nos aparecen son las veces que consumen comida chatarra en una semana un grupo de personas”, en esta situación la comprensión del problema surgió en un proceso tardío, porque según Mass, Garcés y González (2017) “entender el problema es el primer paso” (p.60). Se evidencia que el PF2 intenciona la secuencia de resolución, con pasos que facilitan la resolución de problemas, pero en un nivel

superior al del curso, puesto que los alumnos carecen de los aprendizajes previos para comprender el problema.

En la secuencia de clase PF2 en la categoría *Rol del Profesor*, este se caracteriza por ejecutar un rol protagónico en la resolución, pues en las instancias de entregar herramientas para facilitar la resolución de problemas, opta por realizar la solución de la actividad en la pizarra, cuando los estudiantes preguntan cómo ocupar los datos, el PF2 realiza una tabla y menciona “... *la que yo acabo de hacer...*”, no permite la realización de procesos de representación de los datos del problema por parte de los estudiantes. En la entrevista afirma que aborda el aprendizaje de la resolución de problemas de forma que los estudiantes sean los que realizan estos procesos “... *cosa que ellos puedan ir haciendo y no les cueste tanto...*”, lo que contradice el registro de clases. Lo cual es común en un profesor tradicional según Guerrero, Zambrano y Samaniego, (2017)

Además, en el desarrollo de esos ejercicios la mediación del profesor no considera la posibilidad de integrar el aprendizaje a los dominios cognitivos de sus estudiantes (Pochulu & Font, 2011), todo queda en la resolución de ejercicios literales, sin ningún sentido práctico para el estudiante. (p.4)

Las preguntas que realiza el PF2 son abiertas, de cálculo, de razonamiento, de representación como expresa en clase “... *A partir de estos datos se confeccionó el diagrama de cajón del costado ¿Cómo se puede interpretar?*” las que corresponden a preguntas de alto nivel cognitivo

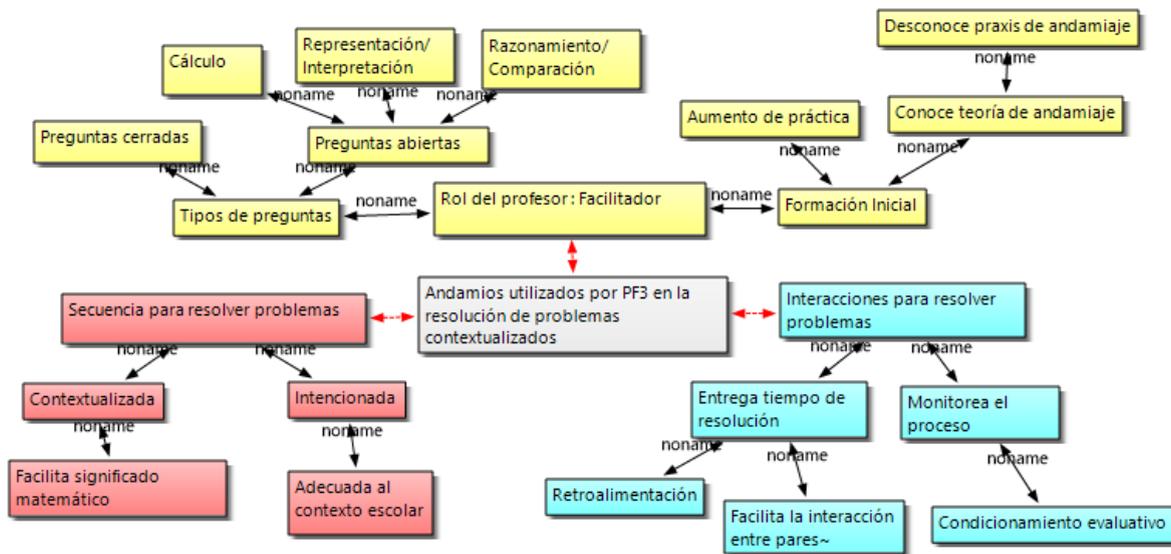
En las *interacciones para resolver el problema*, el PF2 se caracteriza por entregar el tiempo necesario a los estudiantes para la realización de procesos en la resolución de problemas, pero aplica una retroalimentación sin contexto a las respuestas de los alumnos, como en la siguiente pregunta: “...*¿Cuál sería el mínimo que come una persona?...*”, el alumno responde: “...*1...*”, el PF2 retroalimenta sin mostrar atención a la falta de contexto de la respuesta, no considera la unidad de medida del contexto involucrado en el problema. Además, manifiesta una alta valoración por la calificación, hace desviar la actividad que realizaban para comprender el problema y enfocarse en una pregunta de la evaluación, cuando un alumno pregunta “... *¿Al final como era la respuesta de la última pregunta en la prueba?*”, el PF2 interrumpe el proceso para solucionar la consulta. El proceso de resolución

se muestra cómo un aprendizaje basado en la observación y repetición. Emplea un modelo conductista de aprendizaje, cuando incentivó a los estudiantes a realizar actividades basándose en beneficios como expresa “... *suban esta tarea y tendrán décimas...*” realizando un condicionamiento evaluativo a la acción del alumno.

4.2.3 Mapa de entrevista y registro de clase del PF3

Figura 12

Caracterización de los andamios en uso en clases matemáticas por PF3.



En la red de la figura 12, lo que caracteriza al Profesor Inicial 3 (PF3) en *Secuencia para resolver problemas*, es que realiza una secuencia intencionada para resolver problemas con sus estudiantes con preguntas adecuadas al conocimiento de los estudiantes, utilizando el contexto en la resolución de problemas de manera constante “... *¿Quién tiene la razón? ¿Mateo o Francisca?*” realizando estas preguntas de forma reiterada. En la entrevista expresa que selecciona problemas contextualizados a la realidad de los estudiantes, “... *problemas con contexto acorde a lo que han visto los estudiantes en sus amistades, edad, gustos, entre otros...*”, lo que coincide con el registro de las clases observadas. Fomenta la utilización de los conocimientos previos al emplear herramientas adquiridas, el trabajo grupal, la argumentación matemática en los estudiantes, como menciona Borja (2018)

Formular situaciones contextualizadas y problematizadoras que logran movilizar el pensamiento de los aprendices para la búsqueda de explicaciones y estrategias para la solución de las mismas; promueven el diálogo, la concertación y el trabajo

colaborativo entre los aprendices, apelando a sus conocimientos previos y recursos lingüísticos para argumentar procedimientos matemáticos. (p.60)

El PF3 facilitó la obtención de significado matemático en los estudiantes al incorporar en la secuencia para la resolución, preguntas que le permitieron a ellos mismos relacionar que una función con un término al cuadrado, es una función cuadrática, hecho que se manifiesta ante la interrogante del PF3 *¿por qué es una función cuadrática?*, a lo que una alumna le responde por chat *“...pq hay un número al cuadrado?”*.

En el *Rol del profesor* el PF3 se caracteriza por desenvolverse como un facilitador de procesos aprendizaje, al inicio del problema preguntó: *“... ¿Cuál era el término independiente?”*, lo que facilitó a los estudiantes el identificar los conceptos necesarios para resolver el problema, permitió a los estudiantes el buscar la solución. Lo que concordó con la entrevista cuando expresó *“... espero que ellos hagan estos procesos, todo va con preguntas de cuestionamiento...”* lo cual es beneficioso para los estudiantes, pues después de ser guiado con los andamios que usa el profesor podrán hacer la resolución por sí mismos. Para Cuello, Valera y Bolaño (2021) *“Es importante que el docente vaya guiando al estudiante a lo largo de este proceso para que después esté lo pueda reproducir sin su compañía.”*(p.3). El PF3 se caracteriza por emplear preguntas abiertas que facilitaron el desarrollo de habilidades de representación y razonamiento, cuando un estudiante responde a las preguntas, él inmediatamente le solicita una argumentación de su respuesta *“... y ¿por qué? A ver...”* facilitando que el estudiante socializara y parafraseara el procedimiento implementado. En la entrevista el PF3 mencionó desconocer el concepto andamios, declaró *“... ¿A qué te refieres con andamios?...”*, luego que el entrevistador le introdujera la definición afirma, *“... Vimos la teoría en tercero o cuarto, vimos los andamios, pero no sé si decir si me enseñaron a enseñar a resolver problemas con ellos, las clases siempre fueron expositivas...”*, por lo tanto, el PF3 tenía una noción teórica de andamios, en consecuencia el rol facilitador y las preguntas que realiza como andamiaje durante la resolución de problemas correspondió a una aplicación intuitiva de los andamios en su práctica. Según el PF3 en su formación inicial faltó *“... Más prácticas, observaciones de aula desde primer año, todo lo que sea teoría, pero desde segundo clases para observar cómo enseñan, creo que es una gran falencia en nuestra malla, con prácticas demasiado tardías...”*, lo que es coincidente con la percepción de PF1.

Según las *Interacciones para la resolución de los problemas*, PF3 realiza monitoreo en aula híbrida de manera constante, como se cita “... *Ya chicos los que están en casa, ¿qué dicen ustedes?, aquí Daniela, Angel, Maria y Monserratt ¿Qué dicen ustedes?*”, entregó instancias para que los estudiantes de manera colectiva resolvieran el problema, como lo plantea en la entrevista “... *hago que trabajen en grupos...*”. De igual forma facilita la resolución entre pares, porque al momento de recibir una respuesta permitió al resto de los estudiantes participar de la retroalimentación, lo que incentivó a complementar la respuesta entregada por el alumno hasta llegar a la solución. Lo expuesto concuerda con la entrevista “... *y luego yo vengo a aclarar las dudas del debate con su resultado...*”. Realiza condicionamiento evaluativo, similar al PF2, motiva a los estudiantes a realizar actividades con base en beneficios señalando “... *porque si no hay algo a cambio, nunca trabajan, entonces, suelo dar décimas...*”. Lo que es común según menciona Skinner (1935)

Aunque hayamos adquirido un nuevo conocimiento o habilidad, este no se puede ejecutar hasta que exista un estímulo para hacerlo. Ese incentivo será obtener una buena nota en el próximo examen; después, ya no importa. El estudiante se desmotiva, que tiene que realizar muchos ejercicios y muy largos, le vienen sentimientos de rechazo, fobia, ansiedad y temor a las matemáticas al considerarlas complejas e inalcanzables (Sarmiento, 2004; Pochulu y Font, 2011; Guerrero, Zambrano y Samaniego, 2017, p.3).

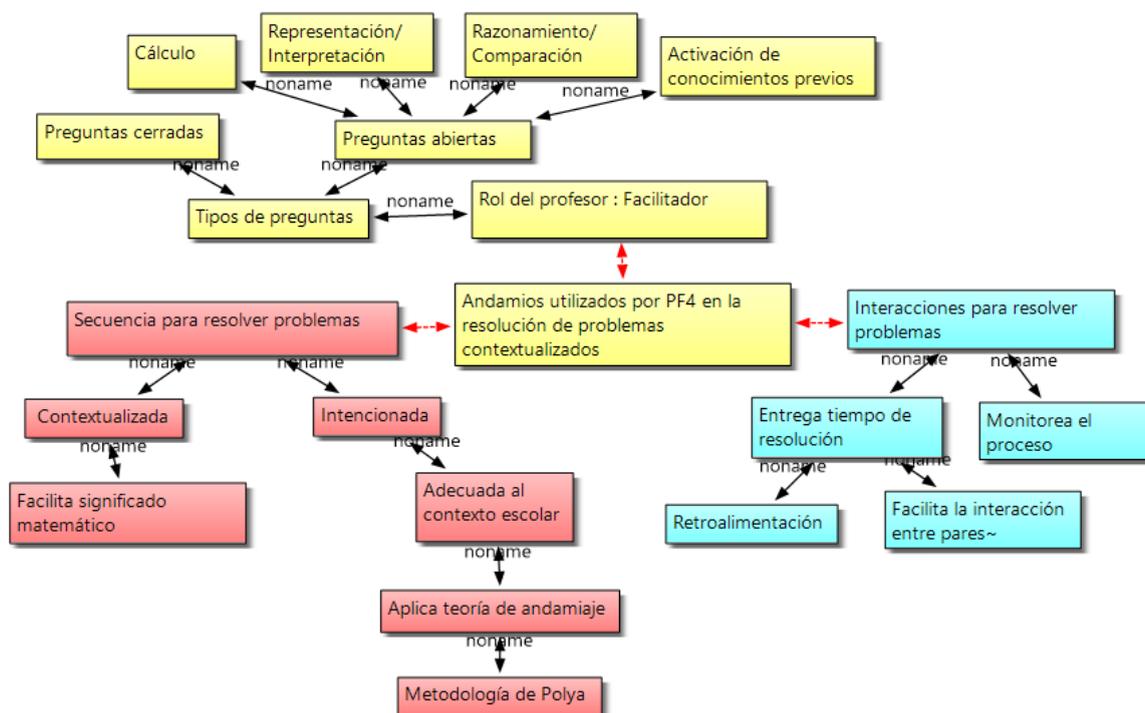
Mapas de los registros de clases de los profesores en formación e investigadoras.

Se presentan a continuación las representaciones (network o redes) obtenidas del análisis del discurso de las clases grabadas de las investigadoras para el objetivo 2. Los registros de las clases realizadas durante la práctica profesional, el Profesor Inicial 4 (PF4) intenciona las preguntas basándose en la metodología de Polya y con conocimiento en la teoría de andamiaje, pues se capacitó en estos andamios para realizar sus clases de práctica. El Profesor Inicial 5 (PF5) en su registro de clase utiliza un andamiaje intuitivo y no se capacitó en la teoría de andamios.

4.3.4 Mapa de los registros de clase de PF4

Figura 13

Caracterización de los andamios en uso en clases matemáticas por PF4.



La figura 13 lo que caracteriza al PF4 en la *Secuencia para resolver problemas* es la utilización constante del contexto, lo que facilita el significado matemático como se observa en el registro de clases “... ¿Qué figura se parece a su televisor?...”, a lo que el estudiante responde “... Un rectángulo...”, promoviendo que sean ellos mismos los que encuentren la representación del objeto, parte fundamental del plan de resolución, construido con base en la metodología de Polya, puesto que les permite a los estudiantes aplicar los datos entregados en el enunciado, facilitando la comprensión del contexto del problema, la secuencia se intencionó y se presenta en pasos, lo que facilitó la resolución por parte de los estudiantes. Esto fomentó en los alumnos adoptar un trabajo metódico y una estructura de resolución en los problemas contextualizados, como se ha comprobado en otras investigaciones donde se emplea el método de Polya, Espinal y Gelvez (2019)

Durante el proceso de ejecución de las diferentes actividades planeadas se observó un cambio de actitud en los estudiantes, ya que la implementación de cada uno de los pasos del método les permitió realizar su trabajo de una forma estructurada y organizada, sin apresurarse a dar una respuesta, contando con herramientas y estrategias que aumentaban las posibilidades de resolver de forma asertiva las situaciones planteadas. (p.23)

En *Rol del profesor*, PF4 se caracteriza por ser facilitador, utiliza la activación de conocimientos previos como este ejemplo: “... ¿Ustedes conocen cómo se miden las pulgadas de un televisor?”. La activación de conocimientos previos es fundamental al momento de realizar un problema contextualizado es el primer paso para la construcción de un nuevo conocimiento, según López (2008) “el aprendizaje llega a ser un proceso constructivo interno (...) es decir, que el punto de partida será siempre los conocimientos previos” (Citado en Rojas, 2017, p.46). El PF4 realizó preguntas abiertas de representación/interpretación, razonamiento/comparación, que apuntan al desarrollo de habilidades y/o competencias en los estudiantes, al poseer un conocimiento en andamiaje, cada pregunta fue cuidadosamente diseñada para orientar a los estudiantes a la resolución del problema, a continuación se presenta a modo de ejemplo una secuencia para la resolución intencionada a través de andamiaje realizado con base en preguntas y actividades.

(...) PF4: ¿Cuántas personas participaron de esta encuesta?

Alumna 3: 32,

PF4: ¿Por qué dice que son 32?

Alumna 2: Porque se sumó, todas las cantidades de frecuencia que aparecen ahí,

PF4: Perfecto, su compañera se refiere a la frecuencia absoluta,

Alumna 2: Si el número de veces que aparece cada respuesta.

PF4: Perfecto, ¿queda claro para todos y todas?

Alumna 4: Sí. Otros alumnos... Si, ahora sí.

PF4: ¿Qué elementos tiene el diagrama de cajón?

Alumna 2: Los bigotes

Profe: ¿Qué representan?

Alumna 1: El rango.

PF4: ¿Qué era el rango?

Alumna 1: Dato máximo y dato mínimo.

PF4: Perfecto, ¿qué otros elementos tienen?

Alumna 5: Los cuartiles 1, 2 y 3.

PF4: Entonces deben buscar cada uno de esos datos (...)

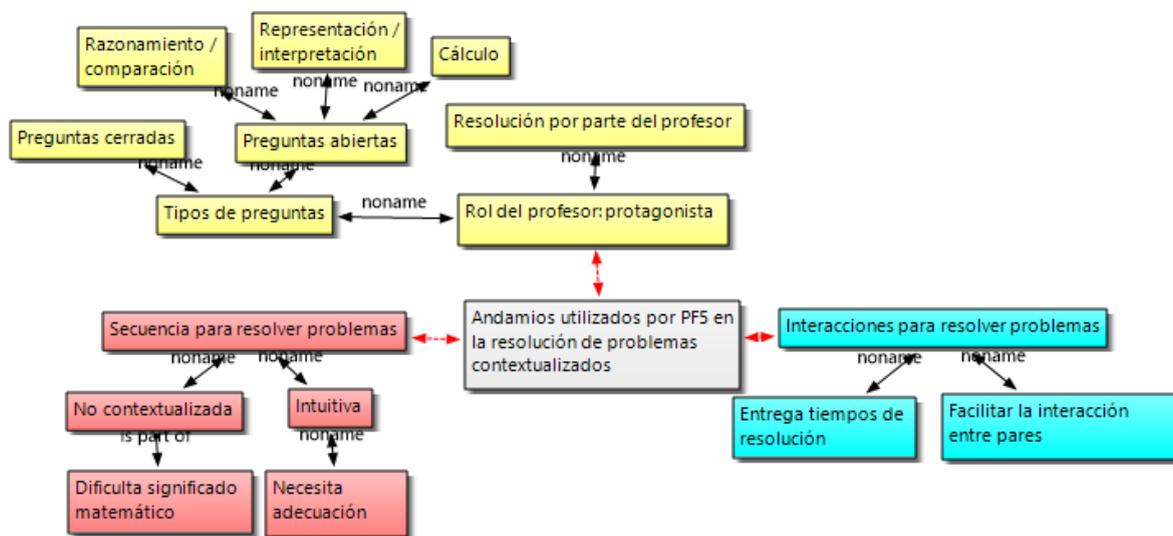
El PF4 en las *Interacciones para resolver problemas*, se caracteriza por monitorear el proceso de aprendizaje de los estudiantes, por medio de preguntas “... ¿Entonces qué debemos hacer para encontrar el valor de h ?...”. El PF4 ejecuta un permanente monitoreo, con preguntas “... ¡Calcular la raíz!...”. Esto facilita el control del estudiante en la realización del

problema, según menciona Balderas, Páez y Pérez (2020) “La estrategia de monitoreo permite que el estudiante controle sus acciones y procesos cognitivos, por ejemplo, procedimientos matemáticos o algoritmos que realiza para resolver una tarea matemática” (p.230). Adicionalmente, realiza una validación con contexto a las respuestas que le entregan. Esto representa un aspecto de un profesor competente en matemáticas, como menciona Lupiáñez y Rico (2015) “Para ser matemáticamente competente hay que (...) cultivar una actitud crítica y constructiva para validar y contrastar los razonamientos seguidos y las soluciones encontradas.” (Citado por Lupianez, 2016, p.255). Finalmente, el PF4 facilita la interacción entre pares, haciendo que los estudiantes expliquen su razonamiento con un parafraseo entre ellos y complementando sus respuestas.

4.3.5 Mapa del registro de clase PF5

Figura 14

Caracterización de los andamios en uso en clases matemáticas por PF5.



La figura 14 presenta las observaciones de las clases realizadas durante la práctica profesional de PF5, según la *Secuencia para resolver el problema* se observa que la aplicación del contexto es baja, por ejemplo menciona: “... diagonal de este cuadrado, que el cerco mide 20 y sus catetos, por lo tanto, los lados de este cuadrado son 12 y 15 respectivamente...” cuando se refiere a un terreno cercado en metros, sin hacer uso de las unidades de medida involucradas en el contexto, que en este caso corresponden a distancias.

Además, durante la realización lee el ejercicio de forma independiente, sin realizar preguntas que evaluarán la comprensión por parte del estudiante. Como se observó en su registro de clase, luego de leer el enunciado, “... entonces vamos a dibujar nuestro televisor, *lo dibuja* tenemos nuestro televisor acá y nos dice que la base es de 144 cm y su altura es de 81 cm ...”. Lo anterior es particular de los profesores tradicionales, como menciona Guerrero, Zambrano y Samaniego (2017) “La materia se dicta para todo el grupo y se resuelven ejercicios en la pizarra sin verificar si han sido comprendidos para todos, no se tienen consideraciones individuales”. (p.3)

El PF5 en la dimensión *Rol del profesor*, es protagónico, puesto que en las instancias en que los estudiantes necesitan herramientas para la resolución de problemas, optó por realizar de forma autónoma la solución de la actividad en la pizarra, como se observó en su registro de clase, con esta acción no permite la realización de procesos de razonamiento por parte de los estudiantes. Lo anterior, dice relación con las creencias que posee el profesor, respecto a que los estudiantes no pueden resolver un problema pues nadie les ha enseñado, como menciona Jiménez y Gutiérrez (2017)

Que los estudiantes no pueden resolver problemas, a menos que se les enseñe cómo.

Esta creencia estaría presente en aquellos docentes que esperan que sus alumnos resuelvan los problemas como se les indicó y, por tanto, si lo hacen de otra forma los docentes no les preguntan cómo lo hicieron. (p.112)

Las preguntas que realiza el PF5 son de cálculo como: “...144 al cuadrado ¿cuánto da?” y realiza preguntas de representación “... ¿Es un cuadrado? ¿Qué se debe cumplir para que sea un cuadrado?” Que orientan al estudiante a la resolución del problema.

En las *Interacciones para Resolver el Problema*, el PF5 se caracteriza por convocar a los estudiantes para la resolución, con instancias de trabajo individual o colaborativo en su secuencia de resolución. Esto es necesario en las clases de matemática pues los procesos de interacción facilita el aprendizaje matemático, de acuerdo con Sánchez y Coll (2007) los procesos e ideas que son desarrollados o elaborados durante la interacción son los que contribuyen de manera directa al aprendizaje de las y los estudiantes (Como se cita en Balderas, Páez y Pérez, 2020). El PF5 Realiza validaciones sin contexto, cuando una estudiante responde una pregunta de cálculo “da 20.736”, responde “... perfecto, da 20.736

más 81 al cuadrado...” realizando por su parte el teorema de Pitágoras, sin mencionar la unidad de medida de distancia.

4.3 Contraste en las secuencias didácticas la contextualización, interacciones en la forma de enseñar la resolución de problemas

Las tres categorías obtenidas, denominadas Secuencia de resolución, Rol del profesor e Interacciones para resolver el problema, se relaciona al tercer objetivo, puesto que la caracterización obtenida del segundo objetivo, nos permite contrastar las interacciones que facilitan el aprendizaje matemático para establecer modelos de acción didáctica en el aula por los profesores en formación inicial al resolver problemas contextualizados

4.3.1 Modelo de profesor en formación 1: Profesor con un rol protagónico, con resolución de experto y sin interacción ni andamiaje para facilitar la resolución de problemas.

Figura 15

Modelo de profesor en formación matemática 1.



La intersección que muestra en la figura 15, en color verde, establece que la densidad de los códigos entre las categorías el *Rol del Profesor* e *Interacciones para la resolución de problemas* es alta, pues el **protagonismo presente** en el registro de clase, ocasiona que las interacciones para la resolución sean propias del profesor en formación, pues las preguntas que realiza son respondidas por el mismo e interrumpe las intervenciones de los estudiantes, debido al protagonismo excesivo en su rol del profesor.

La densidad de códigos presente en la intersección de color naranja, entre la *Secuencia de resolución* y el *Rol del Profesor*, es alta debido a que la secuencia es realizada por el mismo profesor en formación, con **una solución de experto**, aquí los estudiantes solo observan el procedimiento, con una participación pasiva y sin realizar los procesos involucrados en la secuencia de resolución del problema.

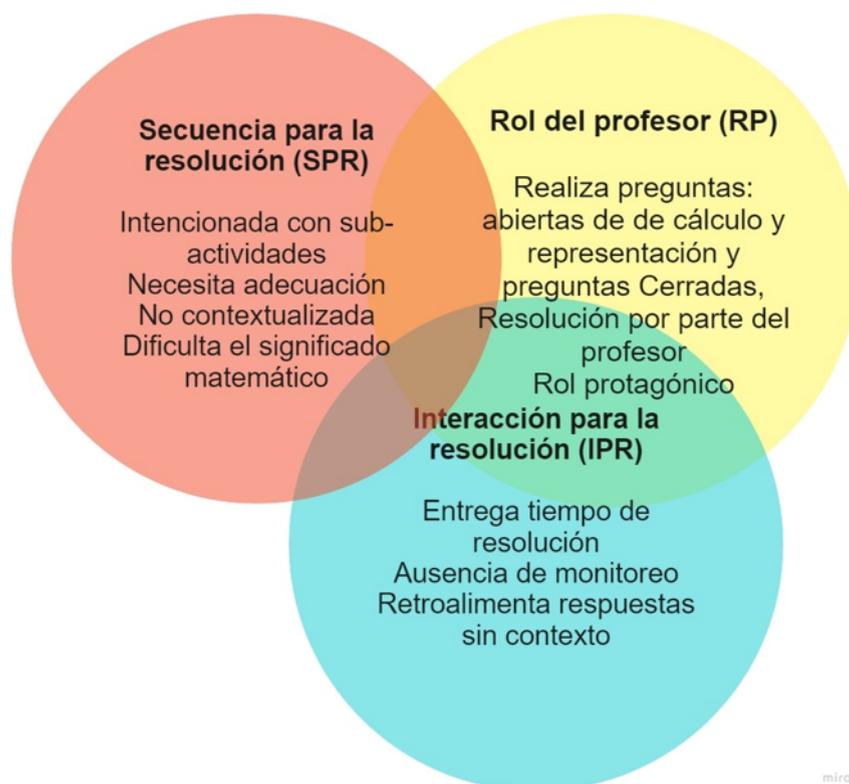
En la intersección de color morado, la densidad de códigos entre la *Secuencia de Resolución* e *Interacciones para la Resolución* es baja, la secuencia es realizada por el profesor en formación y los pasos de **resolución del problema no involucran la participación de los estudiantes en la interacción** en su acción del aula no considera tiempos para la resolución por parte de los estudiantes, siendo el mismo profesor en formación el que realiza los procesos relacionados y las interacciones para la resolución. El profesor presenta un rol y herramientas tradicionales, porque en su actuar reproduce sus modelos de formación y como menciona Guerrero, Zambrano, Samaniego (2017)

El proceso de enseñanza es llevado adelante en función de rígidos programas establecidos, por su formación el docente es un experto en su disciplina, pero no siempre es un educador, de modo que la única forma en que el profesor sabe enseñar es como a él le enseñaron. (p.2)

4.3.2 Modelo de profesor en formación 2: Profesor que intenciona en la secuencia los andamios, pero mantiene un rol protagónico.

Figura 16

Modelo de profesor en formación matemática 2.



El modelo de profesor 2 emplea en su *Secuencia para la Resolución*, preguntas o actividades intencionadas, que al integrarlas facilitan la obtención del resultado y realización de la resolución por parte de los estudiantes, entrega tiempos para la realización de la secuencia, pero esta no es llevada a cabo en su totalidad por parte de los estudiantes, al carecer de aprendizajes previos y necesitar adecuación o retroalimentación de los contenidos involucrados. En este modelo se **involucran contextos cercanos a los estudiantes**, pero estos no son utilizados durante el proceso. Se Mantiene un rol protagónico durante la enseñanza de resolución de problemas, se realizaron preguntas de cálculo y representación, se entrega un énfasis en las preguntas de cálculo y en consecuencia las preguntas relacionadas con la **resolución del problema las resuelve el profesor en formación**. Por lo que la intersección de color naranja es media, puesto que la **secuencia de resolución es el profesor quien la efectúa**.

La intersección de color verde contiene una densidad mayor de códigos, porque refleja que las interacciones observadas durante la resolución del problema son por parte del profesor, esto evidencia el rol protagonista que asume al no recibir respuestas por parte de los estudiantes, realizando las interacciones para la resolución del problema.

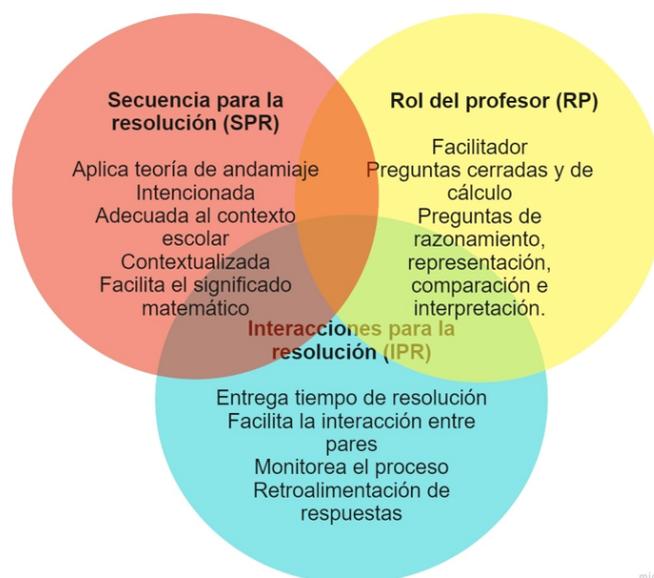
La formación docente que reciben los profesores en formación es un predictor de las acciones y sus actitudes en el proceso de enseñanza, porque si la educación entregada presenta falencias o está desactualizada esta se repite en los docentes egresados por lo que Guerrero, Zambrano, Samaniego (2017) señala:

Las carencias en la formación pedagógica impiden al docente a dar todo su potencial, tienen limitaciones en cuanto a planificar sus clases, aplicar métodos y técnicas de enseñanza, uso de recursos didácticos, aplicación de nuevas tecnologías, planificar la evaluación y el dominio de otras variables presentes en el proceso formativo. (p.4)

4.3.3 Modelo de profesor en formación 3: Profesor con un rol facilitador de la interacción a través del uso de andamios en la secuencia de resolución de problemas.

Figura 17

Modelo de profesor en formación matemática 3.



El modelo de profesor 3, presenta a las tres intersecciones con densidad de códigos equitativas, por lo que las tres dimensiones se relacionan de forma homogénea, en la intersección verde, debido al **rol facilitador que ejerce el profesor en formación** en la resolución de problemas, **intenciona las preguntas** hacia los estudiantes, con el fin de utilizar las respuestas entregadas por parte de ellos e integrarlas para obtener la resolución del problema, monitoreando el proceso de tanto los estudiantes vía presencial y on-line

entregándoles tiempo necesario para la resolución, **facilitando la interacción entre pares**, además de retroalimentar las respuestas entregadas por los estudiantes.

En la intersección de color naranja, al emplear en su *secuencia de resolución* un plan compuesto de preguntas o actividades integradas en su diseño, los estudiantes son guiados en los procesos necesarios para encontrar la solución al problema y adecuados a las necesidades del nivel del curso, de forma que son los estudiantes quienes construyen la solución del ejercicio el *rol profesor* mantiene un rol facilitador en la resolución y los estudiantes son los protagonistas de su proceso.

La intersección morada o violeta, en la *secuencia de resolución* al estar intencionada de manera que los estudiantes se involucren con un rol activo para obtener la solución al problema y las *interacciones para la resolución*, requieren de la participación de los estudiantes en las actividades, con preguntas abiertas, de predicción adecuadas para su comprensión. Al intencionar las actividades y preguntas en la secuencia de resolución a través del andamiaje, las interacciones profesor-alumno requieren de la participación activa de los estudiantes en el proceso de resolución. El PF4 realizó problemas contextualizados basados en la metodología de Polya, estructurando de manera previa la resolución del problema un plan de resolución, aplicando teoría de andamiaje a diferencia de PF3, que realiza de forma intencionada preguntas para la resolución por parte de los estudiantes, pero de manera intuitiva, ya que no cuenta con el conocimiento práctico en la teoría de andamiaje y métodos de resolución.

Según Belfort y Mandarinó (2008) Los profesores competentes que emplean andamios, planifican sus clases en función de los estudiantes y sus capacidades se debe a que en su formación recibieron saberes disciplinares y pedagógicos, por ello los mismos autores señalan que “los programas de formación continua deben promover la profundización en los saberes disciplinares, pero sin disociarlos de los saberes pedagógicos, pues esta articulación es la que va a generar prácticas de enseñanza que consigan un mejor aprendizaje de los alumnos” (Citado por Breda, Rosário, 2016, p.75). Por lo tanto, si los profesores en formación presentan patrones tradicionales, desconocimiento en andamios y metodologías de resolución es debido a una formación inicial deficiente, como menciona SENA “la calidad del instructor, es la calidad de la formación” (Citado por Borja, 2018, p. 59)

4.4 CONCLUSIÓN

Al explorar los andamios que utilizan los profesores en formación de matemática, al resolver problemas contextualizados en secundaria, se obtiene por el análisis del discurso que utilizan preguntas abiertas de cálculo, representación y preguntas cerradas. Las preguntas que predominan son de cálculo, siendo el profesor quien realiza los procesos resolutivos y no el estudiante, lo que se traduce en que el aprendizaje de la resolución de problemas no implica un aprendizaje significativo para el alumno. El profesor en formación presenta dificultades para realizar de modo intencional las preguntas de forma que sea el estudiante quien tome un rol activo en la resolución de problemas, siendo protagonista el profesor, con dificultades para intencionar el andamiaje por su falta de conocimiento de la relevancia en la resolución de problemas. Por lo mismo, señalan que se necesita aumentar las prácticas al interior de las asignaturas de didáctica más que solo formación teórica y crear instancias para estudiar cómo formular distintos tipos de preguntas que sirvan como andamiaje en la acción didáctica del aula de matemática.

El andamio menos utilizado por los profesores en formación durante la resolución de problemas, es construir una secuencia para la resolución que facilite, oriente, guíe a los estudiantes para su desarrollo, sea este un andamiaje diseñado a través de pasos, preguntas que permite ir estructurando la resolución del problema. En este sentido el procedimiento de Polya (1945) como andamio permite a los alumnos la realización de los procedimientos necesarios para llegar a la solución por sí mismos, haciéndolos los actores del proceso. Se evidencia la brecha en la formación de profesores entre el conocimiento teórico-práctico acerca del andamiaje en la resolución de problemas contextualizados, porque este solo se queda en la teoría. Por lo mismo, la formación inicial de los futuros profesores de matemática requiere cuestionarse el aprendizaje de la competencia de resolución de problemas y la relevancia del andamiaje por el docente en todas aquellas asignaturas involucradas.

Un profesor en formación que es capaz de intencionar la secuencia para la resolución, y que aplicó la teoría andamiaje en el proceso de aprendizaje de la resolución de problemas

de sus alumnos basados en Polya, utilizando la formulación de preguntas abiertas de activación de conocimientos previos, representación, interpretación y comparación aporta una forma activa de aprender a los estudiantes, debido a que incluye procesos de abstracción, comprensión, razonamiento, síntesis y recurrencia. Es por esta razón que la formación inicial debe tener como prioridad el que los futuros aprendan a desarrollar la formulación diversos tipos de preguntas como andamios en la resolución de problemas, puesto que les permite entrega a sus futuros alumnos la posibilidad de adoptar un plan metacognitivo en el cual ellos se realizan sus preguntas para obtener la solución del problema.

La caracterización de los andamios para resolver problemas contextualizados en la secuencia y el rol del profesor en las interacciones por profesores formación

El desconocimiento para aplicar teoría de andamiaje a través de métodos de resolución de problemas ocasiona que profesores en formación empleen herramientas basadas en la enseñanza tradicional en la resolución de problemas contextualizados, aplicando resoluciones expertas, provocando que la resolución del problema sea exclusiva del profesor, con un rol protagónico, relegando la realización de procesos y aprendizaje por parte de los estudiantes y en los cuales no se consideran los saberes previos de los estudiantes, dificultando las interacciones entre profesor y alumno en la realización de procesos de resolución, porque estos solo se restringen a procesos repetitivos y de bajo nivel cognitivo.

A lo anterior, se suma que los futuros profesores consideran en su acción didáctica el aprendizaje de resolución de problemas como un proceso basado en la repetición y observación, característicos del modelo didáctico tradicional. Igualmente, los profesores en formación sostienen prácticas de condicionamiento evaluativo, en el cual entregan bonificaciones a los estudiantes para realizar actividades, elementos propios de ese estilo de enseñanza.

La formación inicial debe asegurar que los profesores en formación, al momento de enfrentarse a su Práctica Profesional, sean capaces de crear una secuencia innovadora para la resolución de problemas integrada por preguntas y actividades contextualizadas que sirvan como andamiaje en el aprendizaje con significados matemáticos de los conceptos asociados al problema. Para ello, la secuencia debe entregar un rol activo al alumno para desarrollar sus

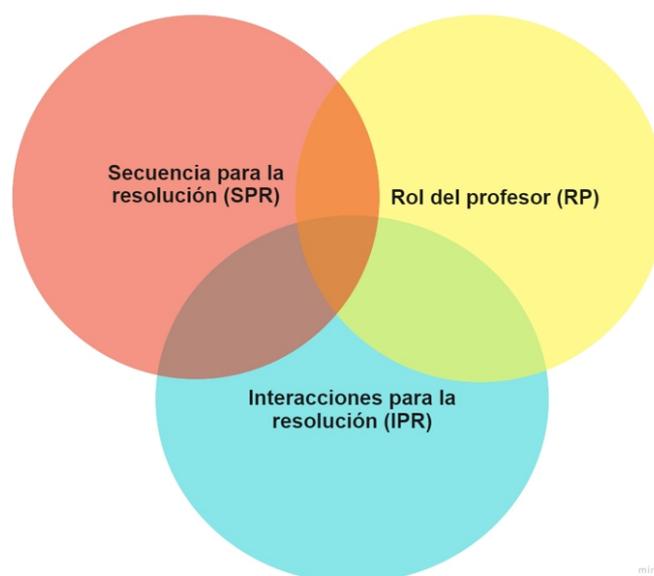
destrezas y adquirir múltiples habilidades que están involucradas en la resolución de problemas. Por esta razón, es relevante la inserción de prácticas iniciales en formación inicial porque contribuye a la problematización teórico-práctica en el aprendizaje de la competencia de resolver un problema para posteriormente enseñar a sus estudiantes en el aula

Las prácticas tradicionalistas de enseñanza, provocan una disminución en las interacciones y calidad de estas, es por esto que los profesores en formación, deben tener como desafío aprender cómo realizar el andamiaje durante su formación, de tal forma que se desprendan durante su proceso de formación inicial de prácticas características de la enseñanza tradicional. Asimismo, es necesario que las prácticas pedagógicas universitarias comiencen en los primeros años para promover el cuestionamiento de la enseñanza de resolución de problemas en aula.

Al contrastar en el discurso de los profesores en formación de secundaria, la utilización de andamios en las secuencias didácticas de la resolución de problemas y sus interacciones para facilitar el aprendizaje de la matemática, se obtuvieron tres modelos resultantes de profesores en formación. Las conclusiones respecto a los modelos de profesor se ejecutan con base en 3 dimensiones que se muestran en la siguiente figura.

Figura 18

Dimensiones al resolver problemas contextualizados de profesores en formación de matemática.



El modelo de profesor en formación de matemática 1. Profesor con un rol protagónico, con resolución de experto y sin interacción ni andamiaje para facilitar la resolución de problemas. Este futuro profesor evidencia un modelo pedagógico tradicionalista que dificulta el aprendizaje de la resolución del problema, puesto que realiza una secuencia de resolución in situ, la que esta no es adecuada ni contextualizada a los estudiantes, que lleva a cabo una resolución de experto, lo que dificulta la participación y la realización de procesos por parte de los estudiantes, obstaculizando la adquisición de aprendizaje significativo por parte de ellos. Mantiene un rol protagónico en la resolución, por lo que los procesos involucrados son efectuados por el mismo, interrumpiendo las intervenciones de los estudiantes, limitando su participación a responder preguntas cerradas y de cálculo. La formación inicial docente debe promover e incluir instancias de análisis de sus prácticas docentes, tanto de manera individual como por los docentes de las asignaturas de didáctica, lo que creará instancias de retroalimentación en el aprendizaje de los profesores en formación respecto a sus métodos de enseñanza para resolver problemas.

El modelo de profesor en formación de matemática 2. Profesor que intenciona en la secuencia los andamios, pero mantiene un rol protagónico. Este modelo emplea una secuencia de resolución de problemas intencionada de forma intuitiva, que incluye sub-actividades, las cuales no están adecuadas ni contextualizadas al nivel de los estudiantes. Mantiene un rol protagonista, el profesor es quien finalmente debe realizar la resolución del problema. La mayoría de sus preguntas incitan el cálculo o son del tipo cerrada, dejando al

profesor a cargo de los procesos cognitivos de mayor complejidad. Los estudiantes también formulan y responden preguntas, facilitando la interacción entre pares, pero debido a las dificultades de los estudiantes para realizar la secuencia de resolución, a pesar de disponer de tiempo para desarrollar la secuencia, no es monitoreado ni retroalimentado de manera eficaz. Este modelo de profesor necesita adquirir herramientas que promuevan su rol facilitador en la enseñanza de problemas, a través de conocimientos de andamiaje y métodos de resolución de problemas de manera teórica y práctica, priorizando la formulación de preguntas durante el monitoreo del proceso y el uso de material adecuado al contexto escolar, para facilitar la realización de las actividades y en consecuencia el aprendizaje de estudiantes.

El modelo de profesor en formación de matemática 3. Profesor con un rol facilitador de la interacción a través del uso de andamios en la secuencia de resolución de problemas. Este modelo de profesor es un aporte al aprendizaje de la resolución de problemas en los estudiantes, pues emplea una secuencia que permite a los estudiantes adoptar un método de resolución metacognitivo durante la realización de procesos, puesto que incluye preguntas y/o actividades adecuadas al nivel y al contexto escolar, lo que les permite comprender el contexto del problema en cuestión, facilitando el aprendizaje significativo y la adquisición de significado matemático. Mantiene un rol facilitador durante la enseñanza de la resolución de problemas, porque intenciona las actividades para que los estudiantes sean los que realicen los procesos necesarios para obtener la solución al problema, por medio de preguntas abiertas y cerradas. Monitorea la participación entregando un rol protagónico a los estudiantes el cual se refleja en un aumento en las interacciones realizadas. La formación inicial docente debería promover la preparación de futuros profesores de matemática basados en este modelo del profesor³, puesto que significa un aporte al aprendizaje de resolución de problemas de los estudiantes en el aula matemática.

Para finalizar, las evidencias de esta investigación señalan que un 60% de los profesores en formación emplean el modelo tradicional de profesor, con un marcado protagonismo durante la enseñanza de problemas, en su mayoría realizan preguntas de bajo nivel cognitivo o bien de cálculos básicos con actividades de aprendizaje en sus prácticas, sin contextualización y que no promueven un aprendizaje con significado para sus estudiantes con la resolución de problemas.

5. REFERENCIAS

Agencia de Calidad de la Educación. (2017). Evaluación de la implementación de la marcha blanca del 2017 Subsistema de Evaluación Progresiva.

Agencia de Calidad de la Educación. (2018). Estudio de las Interacciones Pedagógicas dentro del Aula.

Aguilar, S. y Barroso, J.M. (2015). La triangulación de datos como estrategia en investigación educativa. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 47, 73-88.

Aguilera, E. et al. (2017). Programa de formación docente en metacognición, para la intervención en situaciones-problema de carácter interpersonal entre estudiantes. Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.

Aviles, F. y Reyes, M. (2015). *La práctica docente: tradicional o innovadora en la clase de matemáticas en secundaria*. En Rodríguez, Flor; Rodríguez, Ruth (Eds.), Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa (pp. 362-366). Oaxaca: Red Cimates.

Balderas, M. D., Páez, D. A. y Pérez, M. G. (2020). Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas. *Educación matemática*, 32(1), 221-240.

Barallobres, G. (2016). Diferentes interpretaciones de las dificultades de aprendizaje en matemática. *Educación matEMática*, 28(1), 39-68.

Borja, D. F. (2018). Matemáticas en contexto: reflexiones pedagógicas en el tránsito de la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(1), 58-60.

Breda, A., & do Rosário Lima, V. M. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-103.

Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique.

Cabello, V. M. y Sommer, M. (2020). Andamios de retiro gradual. Parte 1: Visibilización del pensamiento en la construcción de explicaciones científicas escolares. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 46(1), 257-267.

Chico, J. (2018). Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas. *AIEM*, (14), 31-47.

Costa, A. y Kallick, B. (2015). Five strategies for questioning with intention. *Educational Leadership*, 73(1), 66-69.

Cruz, G. J. D. (2017). El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. *Journal of Science and Research: Revista Ciencia e Investigación*. ISSN 2528-8083, 2(5), 14-17.

Cuello, D. J. O., Valera, L. M., y Bolaño, A. F. B. (2021). Método de Polya: una alternativa en la resolución de problemas matemáticos. *Ciencia e Ingeniería*, 8(2), e5716273-e5716273.

Donoso, E., Valdés, R. y Cisternas, P. (2020). Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas De Educación*, 13(1), 82-106.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectiques outil-objet dans l'enseignement des Mathématiques. Une réalisation dans tout le cursus primaire* (Doctoral dissertation, Université paris VII).

English, L. D. y Gainsburg, J. (2016). *Problem solving in a 21st century mathematics curriculum*. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (3rd ed.) (Vol. 3, pp. 313335). New York, NY: Taylor and Francis.

Espinal, M. L. M., & Gelvez, D. Y. P. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona proxima*, (31), 8-25.

Hernández-Sellés, N., González-Sanmamed, M., y Muñoz-Carril, P. C. (2015). El rol docente en las ecologías de aprendizaje: análisis de una experiencia de aprendizaje colaborativo en entornos virtuales. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 19(2), 147-163.

Hernández, M. B. y Johnson, D. (2015). Investigación-acción en formación de profesores: Desarrollo histórico, supuestos epistemológicos y diversidad metodológica. *Psicoperspectivas*, 14(3), 93-105.

García Fariña, A., Jiménez Jiménez, F., y Hernández Sanfiel, R. (2010). El papel del discurso docente en la activación y exploración de los conocimientos previos. La libreta.

Gallucci, J. J., "Investigating the Effect of Increasing Positive Teacher-Student Interactions on Adolescent Behavior and Teacher-Student Relationships" (2014). Doctoral Dissertations. 502.

Giaconi, V., Perdomo, J., Cerda, G., & Saadati, F. (2018). Prácticas docentes, autoeficacia y valor en relación con la resolución de problemas de matemáticas: diseño y validación de un cuestionario. *Enseñanza de las ciencias*, 36(3), 99-120.

Godoy, F.; Varas, L.; Martínez, N.; Treviño, E. y Meyerde, A. (2016). Interacciones pedagógicas y percepción de los estudiantes en escuelas chilenas que mejoran: una aproximación exploratoria. *Estudios Pedagógicos*, 42(3), 149-169.

González Anta, M. (2015). ¿Ocurre de la misma forma el condicionamiento evaluativo en personas sanas y personas con la enfermedad de Alzheimer?.

González, E. A., Farfán, A. J., Bobadilla, D. A. y Díaz, A. D. (2020). La metacognición, concepto clave en el ámbito pedagógico. *Metacognición en docentes*, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia.

Gómez, P. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa.

Graus, M. E. (2020). Escala estadística y software para evaluar coherencia didáctica en procesos de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas.

Guerrero, F. E. B., Zambrano, C. A. T., y Samaniego, J. F. B. (2017). Reflexiones sobre la evolución de la clase de matemáticas en el bachillerato ecuatoriano. *INNOVA Research Journal*, 2(7), 1-12.

Guerrero, M. A. (2016). La investigación cualitativa. *INNOVA Research Journal*.

Jiménez Espinosa, A., y Gutiérrez Sierra, A. S. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación matemática*, 29(3), 109-129.

Jiménez Espinosa, A., y Sánchez-Bareño, D. M. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(2), 333-346.

Leschiñuk, R. A. y de Talavera, Y. A. (2020). Estudio de la incidencia de la aplicación del método de Polya para resolver problemas de aritmética en estudiantes del cuarto grado– EEB de dos escuelas del sector oficial, periodo 2017.

López, J. M. S., Garrido, C. D., y Castillo, V. M. (2014). Valoración de los obstáculos, ventajas y prácticas del e-learning: un estudio de caso en Universidades Iberoamericanas. *Educatio Siglo XXI*, 32(2 Julio), 195-220.

López, M. y Alsina, Á. (2018). ¿ Qué andamios se ofrecen para enseñar matemáticas en Educación Infantil? Preguntas e interacciones en función del método= What scaffolds are offered to teach mathematics in children's education? Questions and interactions depending on the method.

Lupianez, J. L. (2016). Lo ordinario y lo extraordinario en el aula de Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 253-268.

Macias, E. G. (2017). La interacción comunicativa y la convivencia escolar en el aula de educación secundaria. España.

Marín, J. (2015). Elaboración de una propuesta de aula desde un enfoque del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión, en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, en los estudiantes del grado VIII de la Institución Educativa San Agustín.

Martínez Juan, R. (2015). Análisis de la interacción verbal profesor-alumno según el método Flanders aplicado a dos aulas de diferente etapa.

Martínez, P., Armengol, C. y Muñoz, J. L. (2019). Interacciones en el aula desde prácticas pedagógicas efectivas.

Martínez-Rizo, F. (2012). Procedimientos para el estudio de las prácticas docentes. Revisión de la literatura. *RELIEVE. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 18(1), 1-22.

Martinez, S., (2015). Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos. Quetzaltenango. Escaso Monitoreo y acompañamiento orientado al Desconocimiento de los uso de estrategias.

Mass, E. S., Garcés, M. P. y González, J. R. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Pólya. *Panorama*, 11(21), 55-68.

Medina, M., Castleberry, A. y Persky, A. (2017). Strategies for improving learner metacognition in health professional education. *American Journal of Pharmaceutical*

Education, 81(4), 78.

Mendivelso Aponte, H., Ortíz Peña, S., & Sánchez Méndez, C. A., 2019. La retroalimentación en el proceso de aprendizaje de estudiantes del área de matemáticas.

Meneses, M. y Peñaloza, D. (2017). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas en estudiantes de los grados tercero y cuarto del Colegio Municipal Aeropuerto.137.

Mesa, L. H., García, M., y Rosas, G. M. (2015). Estrategia de enseñanza y aprendizaje en matemáticas teniendo en cuenta el contexto del alumno y su perfil de egreso. Asesoría entre pares:¿ un método para aprender a aprender a enseñar matemáticas?. Boletín redipe, 4(12), 45-58.

Ministerio de Educación de Chile (2015). Bases Curriculares 7° Básico a 2° Medio. Ministerio de Educación de Chile (2016). Bases Curriculares 8° Básico.

Ministerio de Educación de Chile (2020). Progresión de Objetivos de Aprendizajes Priorizados

Ministerio de Educación de Chile (2021). Red de Liceos Bicentenario.

Molina, V. (2019). El discurso pedagógico en las tutorías de escritura. Develando elementos de una práctica educativa. *Revista mexicana de investigación educativa*, 24(80), 125-148.

Moreno Olivos, T. (2016). Evaluación del aprendizaje y para el aprendizaje: reinventar la evaluación en el aula. Universidad Autónoma Metropolitana.

Pérez, Á., Alcalá, D., Gutiérrez, C., Garijo, A. (2019). Andamiaje y evaluación formativa: Dos caras de la misma moneda. *Revista Infancia, Educación y Aprendizaje*, 5(2), 559-565.

Piñeiro, J. L., Castro R., E. y Castro, E. (2016). Resultados PISA y resolución de problemas matemáticos en los currículos de educación primaria. Edma 0-6: *Educación Matemática en la Infancia*, 5(2), 5064.

Piñeiro, J. L., Pinto, E. y Díaz, D. (2015). ¿Qué es la Resolución de Problemas?. *Boletín REDIPE*, 4(2), 6-14.

Polya, G. (1945). How to solve it; a new aspect of mathematical method. Princeton University Press.

Quiroz, R. I. (2018). Principios que consideran los catedráticos al elaborar problemas matemáticos. *UCV-SCIENTIA*, 10(2), 132-

Ríos, M. E. (2018). Andamios para la resolución de problemas. *Revista electrónica en Ciencias Sociales y Humanidades Apoyadas por Tecnologías*, 7(13), 24-31

Rodríguez, J. L. y Yangali, V. J. (2016). Aplicación del método PÓLYA para mejorar el rendimiento académico de matemática en los estudiantes de secundaria.

Rosas, M. F. E. (2020). ¿Hay alguien ahí? Interacciones pedagógicas con cámaras apagadas en tiempos de pandemia. *Revista Pedagogía Universitaria y Didáctica del Derecho*, 7(2), 1-8.

Rojas, K. P. (2017). Los principios didácticos constructivistas como prácticas inclusivas en el aula de primaria. *Innovaciones educativas*, 19(27), 41-54.

Solaz Portolés, J. J., & Sanjosé López, V. (2008). Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza.

Stake, R. E. (1995). The art of case study research. sage.

Suárez Salas, F. A. (2019). Estudio de las preguntas matemáticas hechas por profesores y profesoras en la sala de clases como herramienta para caracterizar la enseñanza en educación superior técnico profesional.

Tapia, I. R. (2019) Evaluación de habilidades para la resolución de problemas de matemáticas en estudiantes de bachillerato, a partir del modelo heurístico de Polya. *Revista RedCA*, [S.l.], v. 2, n. 4, p. 98-110, jun. 2019. ISSN 2594-2824.

Vargas, O. L. (2020). Diseño de andamiajes computacionales para apoyar la autonomía en el aprendizaje. *Educación y Tecnologías de la Información y la Comunicación*, 47.

Valenzuela Hasenohr, M. F., & Ramaciotti Ferré, A. (2016). USO DE PREGUNTAS COMO ESTRATEGIA CLAVE EN LA SALA DE CLASES: LA PIEZA QUE FALTA. *Revista Panamericana de Pedagogía: Saberes y Quehaceres del Pedagogo*, (23).

Villacis, M. I. (2021). Aplicación del Método Pólya para mejorar la resolución de

problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de EGB. de Baños (Master's thesis, Pontificia Universidad Católica del Ecuador).

Villalpando, C. G. y Hernandez Perez, C. (2017). Evaluación para la permanencia: una visión desde la experiencia docente. *IE revista de investigación educativa de la REDIECH*.

Zapata, F. y Rondán, V. (2016). La investigación-acción participativa.