



**UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**Visiones del uso de TICS como facilitador u
obstaculizador del aprendizaje de números desde la
reflexión de práctica por futuros profesores de
Matemática.**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
PROFESORA DE ENSEÑANZA MEDIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**AUTORAS: ARANTXA CIFUENTES ESPINOZA Y CECILIA ALEXANDRA
ESCRIBÁ CERDA**

Profesora guía: Dra. Herrera San Martín, Edith

CHILLÁN 2021

ÍNDICE

CAPÍTULO I: DELIMITACIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	7
1.1. Antecedentes Del Problema	7
1.2. El problema y su justificación	8
1.3. Planteamiento del problema	10
1.4. Supuestos y premisas	11
1.4.1. Premisas	11
1.4.2. Supuestos	11
1.5. El Problema y los Objetivos de investigación	12
1.5.1. Objetivo General:	12
1.5.2. Objetivos específicos:	12
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	13
2.1. Enseñanza de los números enteros:	13
2.2. Enseñanza de los números racionales:	14
2.3. Errores de los estudiantes al aprender números en matemática	15
2.4. Tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza	17
2.4.1. Oportunidades de las TICs en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.	18
2.4.2. Obstáculos de las TICs en la enseñanza de la matemática.	19
2.5. TICs utilizadas en una propuesta de enseñanza de la matemática:	21
2.5.1. PhET	21
2.5.2. Cerebriti	22
2.6. Significados de aprendizaje en matemáticas.	23
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	24
3.1. Marco metodológico del estudio	24
3.2. Unidad de estudio	26
3.2.1. DISEÑO	27
3.2.2. INSTRUMENTOS DE RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN	31
3.2.3. ANÁLISIS DE LOS DATOS	36
CAPÍTULO IV: RESULTADOS	37
4.1. Números racionales	37
4.1.1. Significado de aprendizaje de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 1° año INSUCO	37
4.1.2. Tipos de representaciones de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 1° año INSUCO	38
4.1.3. Significado de aprendizaje de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Hurtado (CPPAH)	39

4.1.4. Tipos de representaciones de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH)	40
4.2. Números enteros	41
4.2.1. Significado de aprendizaje de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año del Liceo Santa Cruz de Larqui (LSCL)	41
4.2.2. Tipos de representaciones de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año del Liceo Santa Cruz de Larqui (LSCL)	42
4.2.3. Significado de aprendizaje de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado CPPAH	43
4.2.4 Tipos de representaciones de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH)	44
4.3. Interacciones profesor-alumno con el uso del simulador	45
4.3.1. Números racionales:	45
4.3.1.1. Uso de simuladores como facilitador para el aprendizaje de números racionales:	45
4.3.1.2. Uso de simuladores como obstaculizador para el aprendizaje de números racionales:	47
4.3.2. Números Enteros:	50
4.3.2.1. Uso de simuladores como facilitador para el aprendizaje de números enteros	50
4.3.2.2. Uso de simuladores como obstaculizador para el aprendizaje de números enteros	51
4.4. Reflexiones de los futuros profesores con el uso de tics en clases de números racionales y números enteros.	53
4.4.1. Reflexiones de los futuros profesores con el uso de tics en clases de números racionales.	53
4.4.2. Reflexiones de los futuros profesores con el uso de tics en clases de números enteros.	58
CONCLUSIONES	62
REFERENCIAS	65

RESUMEN

La investigación tiene como objetivo caracterizar el uso de TICs como facilitador u obstaculizador en el aprendizaje de los números de estudiantes de Enseñanza Media en tres establecimientos públicos de la región de Ñuble. Esta investigación se enmarca bajo el paradigma constructivista, con un enfoque cualitativo-interpretativo y un diseño metodológico correspondiente a la investigación-acción. Se recopiló información a través de diarios de campo y el registro audiovisual de las grabaciones de clases virtuales. El análisis de los datos obtenidos se realizó mediante el uso del análisis del contenido del discurso en la interacción profesor-alumno con el uso del simulador, en la observación de sus representaciones y significados matemáticos otorgados por estudiantes. Los resultados indican un mejoramiento en el pensamiento lógico-matemático, un aumento progresivo en la participación de los alumnos en clases, se evidenció un predominio de la representación algebraica en los estudiantes, los errores son atribuibles a falta de conocimientos previos dado el contexto de pandemia por lo que se sugiere el tratamiento del lenguaje conceptual matemático, previo al uso del simulador. Se concluye que el uso del simulador facilita el aprendizaje de los números considerando la adecuada elección de las TICs por parte del docente según contexto escolar y la reflexión crítica que acompaña la implementación clase-clase con esta innovación mejora el desempeño de la práctica del futuro profesor de matemática. Es conveniente considerar para estudios posteriores continuar con la implementación de las actividades didácticas en un contexto de aula presencial.

Palabras clave: Tecnologías de la comunicación y la enseñanza, aprendizaje de matemáticas, Números, Aula virtual.

ABSTRACT

The objective of the research is to characterize the use of ICTs as a facilitator or an obstacle in the learning of the numbers of High School students in three public establishments in the Ñuble region. This research is framed under the constructivist paradigm, with a qualitative-interpretive approach and a methodological design corresponding to action research. Information was collected through field diaries and the audiovisual record of the virtual class recordings. The analysis of the data obtained was carried out through the use of the analysis of the content of

the discourse in the teacher-student interaction with the use of the simulator, in the observation of their representations and mathematical meanings given by students. The results indicate an improvement in logical-mathematical thinking, a progressive increase in the participation of students in classes, a predominance of algebraic representation in students was evidenced, the errors are attributable to a lack of prior knowledge given the pandemic context Therefore, the treatment of the mathematical conceptual language is suggested prior to the use of the simulator. It is concluded that the use of the simulator facilitates the learning of numbers considering the appropriate choice of ICTs by the teacher according to the school context and the critical reflection that accompanies the class-class implementation with this innovation improves the performance of the future teacher's practice of mathematics.

Keywords: Communication and teaching technologies, ICTs, mathematics teaching, Numbers, Virtual Classroom.

INTRODUCCIÓN

La investigación aborda la problemática que existe al incorporar las Tecnologías de la Investigación y la Comunicación (desde ahora TICs) en el proceso de enseñanza de números durante las clases virtuales realizadas en la Práctica Profesional de futuros profesores de matemática. Bajo el contexto de confinamiento por la pandemia Covid-19 y en la modalidad virtual con tiempos reducidos de clases, con clases expositivas que dificultan el aprendizaje de los números, debido a que no siempre los contenidos se relacionan con experiencias cotidianas. Autores como Vera y Yáñez (2021) señalan necesaria la incorporación de nuevas herramientas TICs a la enseñanza, por consecuencia, se planteó dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación ¿El uso de las TICs facilita u obstaculiza el aprendizaje de los números en estudiantes de Enseñanza Media al reflexionar sobre su Práctica Profesional por futuros profesores de matemática en pandemia?

En este sentido Grisales (2018) menciona que la incorporación del uso de TICs, “revolucionó los sistemas semióticos de representación”, pero su uso ha sido más bien restringido en matemática, señalando que aún es frecuente la utilización de métodos tradicionales y procesos mecánicos que no generan reflexiones en los alumnos. Sin embargo, por el contexto de pandemia que se vive actualmente en todo el mundo, donde la educación ha tenido que adaptar las metodologías de enseñanza y los docentes se han dado a la tarea de reinventarse por exigencias de la modalidad a distancia virtual a diferentes formatos: sincrónico, asincrónico e híbrido, según la disposición de conectividad, utilizando las herramientas TICs, que permitan dar continuidad al proceso de enseñanza.

La presente investigación bajo el paradigma constructivista, con un enfoque cualitativo-interpretativo, de carácter exploratorio y descriptivo, con un diseño basado en la investigación-acción, ha sido realizada con estudiantes de octavo y primer año medio, en el liceo Santa Cruz de Larqui (LSCL), Instituto Superior de Comercio (INSUCO) profesor Fernando Pérez Becerra y Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH) durante el desarrollo de la Práctica Profesional, específicamente se estudió en la unidad de Números y operaciones incorporando TICs, para estudiar las interacciones entre el profesor-alumno con el uso del simulador PhET y la plataforma Cerebriti.

Se espera analizar el discurso de los episodios que se suceden durante las interacciones de las clases transcritas con el uso de los simuladores PhET y Cerebriti, para lograr establecer facilitadores u obstáculos que se generan al enseñar-aprender números de forma virtual en la pandemia por futuros profesores de matemática.

CAPÍTULO I: DELIMITACIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes Del Problema

En los primeros años de la etapa escolar se inicia el estudio del campo numérico desarrollando en el estudiante la concepción del número como cantidad, como representación de lo concreto y con soporte lógico en el mundo natural y físico. Herrera y Zapatera (2019), señalan que, en la enseñanza básica, se busca relacionar los argumentos matemáticos con ejemplos concretos que ayuden al estudiante a comprender y argumentar sus respuestas. Luego, a finales de la enseñanza básica y comienzos de la educación media, cambia la enseñanza de los números pasando de lo concreto y físico a una matemática más formal, en donde no siempre las argumentaciones y fundamentaciones de los alumnos tendrán cabida en lo real, intuitivo y concreto, adhiriéndose solo a las mismas reglas matemáticas.

Los números al ser un eje muy amplio de estudiar contempla también muchas dificultades y obstáculos epistemológicos presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, Bachelard (citado en López y López, 2017) señala dificultades en los siguientes contenidos: operaciones con números naturales, ley de los signos, operaciones con fracciones, el concepto de potencia, entre otros, que se exponen en planteamientos didácticos a nivel de educación primaria y en el primer año de educación media general.

El MINEDUC (2016) plantea en la enseñanza de los números diversos contenidos matemáticos, que van desde los números enteros hasta los números reales, se comienza estudiando las potencias de base diez y su uso en notación científica, se espera que los alumnos comprendan los porcentajes y sean capaces de relacionarlos con la vida real representándolos en la recta numérica. De igual manera, el Ministerio de Educación Chileno mediante las Bases Curriculares (Decreto 369, 2016, p. 95), incentivan a usar las TICs en forma de “apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados.”

Con respecto a las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs), estas se han presentado como una herramienta que facilita el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que, como señalan Coloma, Labanda, Michay y Espinoza (2020) la implementación de un software dinámico permite relacionar la realidad de manera que sea un aprendizaje activo de la matemática. Sin embargo, para Grisales (2018), la mera disposición de estos recursos no implica que estos aporten al proceso de enseñanza. En el caso de la matemática los estudios revelan que

el rol del docente acompañando a sus alumnos es significativo, así como la frecuencia y continuidad de estas tecnologías.

Es importante mencionar que durante el año 2020, la pandemia de Covid-19 que afectó a todos los países y confinó a cuarentenas en el hogar, modificó sustancialmente la forma de enseñar. La educación chilena tuvo que adaptarse a la diversidad de modalidades considerando los contextos según la disponibilidad de recursos de los alumnos con conectividad digital y sin conectividad, evidenciando la falta de acceso de muchos estudiantes por falta de Internet, dispositivos tecnológicos, por lo que la implementación de clases híbridas profundizaron las desigualdades en oportunidades de aprendizaje y reprodujeron las brechas sociales. Las clases virtuales se realizaron de manera telemática, por medio del uso de plataformas como Zoom, Google Meet y Google Classroom, (WhatsApp, llamadas telefónicas) entre otras ya existentes, pero que eran muy poco utilizadas en la educación presencial. El Mineduc (2020) en el segundo semestre propuso la implementación de planes estratégicos para la educación con modalidad a distancia, a través de la “priorización de objetivos de aprendizaje” por asignatura y los tiempos de clase se redujeron en todas las asignaturas. Todo esto ha generado dificultad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en tiempos del COVID-19 y en la educación Media Secundaria ha sido un reto para el profesorado, por la falta de interacción por parte de los alumnos en el aula virtual, desde ahí la relevancia de buscar estrategias didácticas para motivar la participación de los alumnos mediadas por Tics en las clases de matemática.

1.2. El problema y su justificación

Para el MINEDUC (2016), los números son uno de los ejes principales de la matemática siendo el primero en formar parte de la enseñanza. En este proceso se motiva a los estudiantes por medio de las reglas y operaciones numéricas que permiten modelar situaciones cotidianas de diferentes áreas. Se espera que los estudiantes sean capaces de aproximar, estimar y calcular con precisión, identificando los conceptos de cantidad, magnitud y medida de objetos por medio de los números. Es importante orientar el cálculo de una forma contextualizada y real, concluyendo en un aprendizaje de los números en su forma concreta, pictórica y simbólica.

En este contexto, Linares (citado por Parra, 2021) resalta todos los obstáculos que el estudiante debe atravesar para comprender el concepto de fracción a causa de todas las

interpretaciones que estas poseen. De igual manera Namkung, Fuchs y Koziol (citados en Parra, 2021) aluden a que las dificultades con fracciones se relacionan con el conocimiento previo, es decir, existe una relación directa entre la habilidad de un estudiante con los números enteros y la facilidad para comprender las fracciones.

El uso de las TICs presenta un medio que puede propiciar el proceso de enseñanza aprendizaje. La implementación de programas diseñados para utilizarse en matemática permite establecer un puente entre la realidad y esta misma (Coloma, et al. 2020). Además, Ramírez (citado en Grisales, 2018) plantea que el aprendizaje es mucho más efectivo cuando los alumnos, por medio de un programa, manipulan objetos y observan los gráficos de las transformaciones. Por lo tanto, Rodríguez, Romero y Vergara (2017) mencionan que las TICs resultan ser una herramienta que enriquece el proceso de aprendizaje, algunas de las más usadas dependiendo el nivel educacional son: Geogebra, Cabrí, Matlab, Octave, Wolfram mathematics, Scilab y Discovery webmath.

No obstante, el uso de las TICs requiere que los profesores posean competencias para hacer uso adecuado de ellas logrando una enseñanza eficaz e integrada. Como mencionan Rodríguez, Romero y Vergara (2017), el profesor debe tener un dominio sobre las herramientas tecnológicas concibiendo el aprendizaje de conceptos y habilidades. Agregan que a pesar de que las TICs están restringidas en la enseñanza de la matemática, estas otorgan una serie de beneficios a nuestra sociedad, tales como: Permitir la interacción en la sociedad, fomenta el desarrollo del aprendizaje y la enseñanza, y además permite el desarrollo de nuevos modelos pedagógicos basados en las TICs.

Tomando en cuenta que durante la situación de confinamiento por la pandemia Covid-19, las clases de matemática en su mayoría fueron implementadas vía telemática, por medio del uso de TICs, sumado esto, la poca participación por parte los alumnos durante las clases a distancia, el poco o nulo uso de cámaras que evidenciara su presencia y sus limitadas intervenciones por micrófono, se hace importante la integración TICs que promuevan las interacciones en el aula virtual, además de definir si éstas cumplen un rol facilitador u obstaculizador de la enseñanza de la matemática durante las clases a distancia.

1.3. Planteamiento del problema

Nuestro país al igual que el resto del mundo ha enfrentado desde hace aproximadamente dos años una de las crisis socio-sanitarias más importantes del siglo, lo cual ha afectado de manera negativa a toda la humanidad, viéndonos obligados a permanecer en nuestros hogares, los establecimientos educacionales, el comercio, viajes y emprendimientos han sido afectados teniendo que detener sus labores habituales y adaptarse la situación para poder seguir en orden. Tal es el caso de la educación, la cual ha tenido que pasar de una modalidad presencial a una híbrida o incluso solo online.

Producto de las clases a distancia han surgido diversos inconvenientes para la continuación apropiada de la educación, tales como: si el estudiante dispone o no de internet, computador, tablet o celular del cual ver las clases online, tener un espacio propicio para el aprendizaje, además de un tiempo establecido para dichas labores; por otro lado, es importante considerar las habilidades de cada uno de los estudiantes en formación, además, de los conocimientos previos, ritmos de aprendizaje y técnicas de aprendizaje al momento de enseñar un contenido.

En la actualidad, en contexto de pandemia, la enseñanza de la matemática y específicamente de los números se ha visto limitada, debido a que la educación se ha restringido a una forma telemática. Esto ha provocado que los medios por los que nos comunicamos están ligados ante todo a las tecnologías de la información y la comunicación (TICs), modificando la manera en que nos desenvolvemos y la manera en que se entrega la educación. Desde la perspectiva como futuras profesoras de matemática, el uso de las TICs ha tomado un rol relevante, ya que gracias a ellas ha sido posible continuar con el proceso de enseñanza. Por lo descrito anteriormente, se cree que es importante realizar la siguiente pregunta de investigación.

¿El uso de las TICS facilita u obstaculiza el aprendizaje de los números en estudiantes de Enseñanza Media al reflexionar sobre su Práctica Profesional por futuros profesores de matemática en pandemia?

1.4. Supuestos y premisas

1.4.1. Premisas

- A. La aplicación del simulador PhET en la enseñanza permite un aprendizaje activo, participativo, característico, acrecentando el nivel de participación del estudiante, cumplimiento de tareas y actividades y el interés por el tema de estudio (Díaz, 2018).
- B. El uso pedagógico de las TIC, en particular la valoración e implementación de objetos virtuales de aprendizaje (OVA), juega un papel clave en la matemática escolar, puesto que apoya la organización de contenidos digitales en unidades de aprendizaje que pueden ser utilizadas en diferentes contextos; asimismo, permite la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades cognitivas al igual que la posibilidad de realizar diferentes representaciones de los objetos matemáticos (Triana, Ceballos y Villa, 2016)
- C. Los estudiantes conservan muchas de las concepciones aprendidas con los números naturales y las utilizan en el campo numérico de los enteros, lo que les genera errores tanto conceptuales como numéricos (Herrera y Zapatera, 2019)

1.4.2. Supuestos

1. El uso de las TICs, beneficia que los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico-matemático, por lo que se constituyen en facilitadores del aprendizaje y son obstaculizadores cuando no se promueve el uso de lenguaje conceptual en las actividades de aprendizajes virtuales.
2. Incorporar las TICs al diseño didáctico para la enseñanza- aprendizaje de números y reflexionar sobre su implementación en aula mejora la práctica siguiente como futuras docentes de matemática.
3. La integración de las TICs como innovación en la clase de matemática ayuda a mejorar la participación de los alumnos en el aula virtual.

1.5. El Problema y los Objetivos de investigación

1.5.1. Objetivo General:

Caracterizar el uso de TICs como facilitador u obstaculizador en el aprendizaje de los números de estudiantes de Enseñanza Media al reflexionar sobre su Práctica Profesional por futuros profesores de matemática.

1.5.2. Objetivos específicos:

- 1) Detectar las representaciones y significados matemáticos de los estudiantes al participar en las actividades de aprendizaje en números diseñadas con el uso del simulador PhET y Cerebriti, en el aula virtual de Enseñanza Media.
- 2) Caracterizar las interacciones profesor-estudiante que se generan con el uso del simulador PhET y Cerebriti como facilitador u obstaculizador del aprendizaje de los números en el aula virtual.
- 3) Analizar desde la reflexión sobre la acción de futuros profesores de matemática al implementar un diseño didáctico con el uso de simulaciones en el aula virtual en la Práctica Profesional

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Enseñanza de los números enteros:

La incorporación de los números enteros, como objeto matemático, tuvo dificultades, debido a que la concepción que se manejaba de número era concreta, con base en la realidad. Su incorporación comienza con Hankel (1867), quien sostenía que debido a que la matemática es una creación intelectual de la humanidad, para crear una aritmética universal, era necesario separar la matemática de las situaciones concretas, lo que implicó, el paso del concepto de número, con soporte en lo concreto, a una matemática formal, donde el número tiene distintos significados y su validez está dada por el cumplimiento de reglas matemáticas.

Para investigadores como Herrera y Zapatera (2019) las dificultades y errores, para adquirir el aprendizaje de los números enteros, son causados por dos obstáculos epistemológicos: considerar al número como cantidad de magnitud y la alternativa de abordarlo desde el plano concreto y el formal. Para los docentes, es común utilizar situaciones concretas para dar justificación a las propiedades de los números, sin embargo, este eje no puede ser tratado sólo desde el plano concreto. Además, el uso formal de los conceptos y propiedades de los números enteros los reduce a un “formalismo vacío”. Por lo que deben ser abordados desde las dos miradas, concreto y formal. Estos mismos autores señalan los siguientes errores en el aprendizaje de los números enteros y la resolución de operaciones aritméticas: representar una situación real-concreta y problemas para comunicar situaciones con números enteros.

Vlassis (2008) estableció que gran parte de las dificultades de los alumnos en cuanto al aprendizaje de los números enteros proviene de la incapacidad de tener en cuenta la polisemia de los signos $+$ y $-$, como operación y como signo, además, los estudiantes presentan dificultades para (i) realizar operaciones con dos signos negativos, (ii) aceptar e interpretar soluciones negativas y (iii) reconocer que al sumar o multiplicar los resultados pueden disminuir. Por su parte, Bishop et al. (2014) descubrieron similitudes en cuanto a los errores presentados por matemáticos del pasado y alumnos, destacando las siguientes dificultades en el aprendizaje de los números enteros: (iv) representar números menores que nada, (v) quitar más de lo que se tiene y (vi) resolver el funcionamiento de la suma y la resta (ver figura 1).

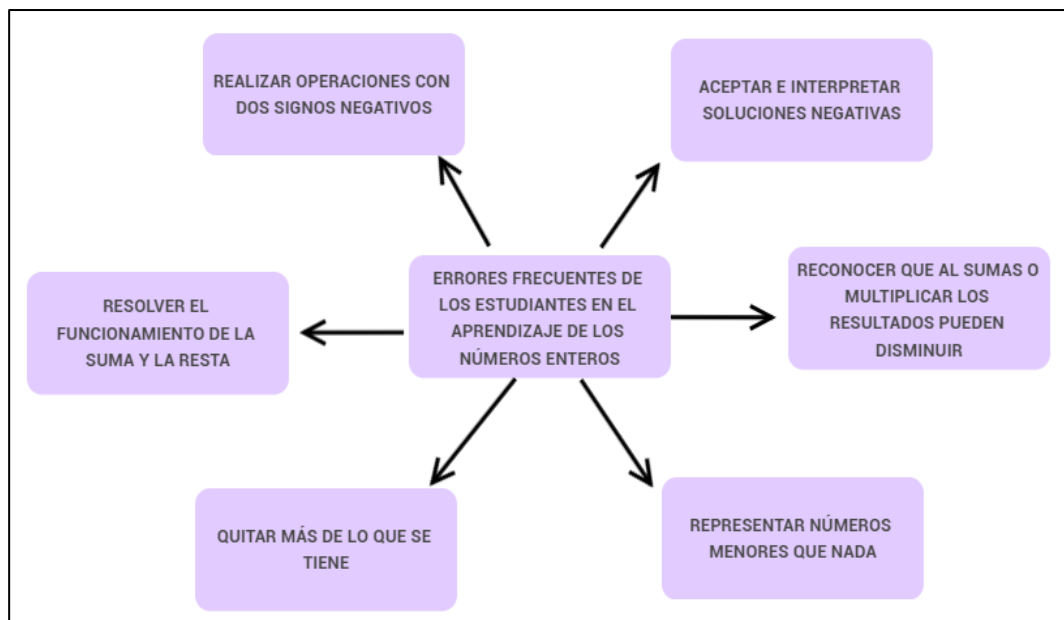


Figura 1: Errores frecuentes en aprendizaje de números enteros (Vlassis ,2008; Bishop *et al.* ,2014)
(Elaboración propia)

2.2. Enseñanza de los números racionales:

En el caso de los números racionales, Figueras (citado en Sanz, Figueras y Gómez, 2018), identifica la existencia de cinco maneras de enseñar las fracciones: los modelos egipcio primitivo y avanzado, y el modelo discreto, de la medición y griego; sin embargo, la estrategia más utilizada es la técnica del pastel, donde algo es dividido en porciones del mismo tamaño, más pequeñas que el todo inicial y cada parte corresponde a una fracción de lo que fue ese todo original. Butto (citado en Sanz, Figueras y Gómez, 2018), alude a que cuando los estudiantes no logran identificar con claridad el total o “todo “de la fracción, entonces el fraccionamiento se vuelve una dificultad en el aprendizaje de fracciones.

Por otro lado, los autores Montalván, Acevedo y González (2017) aluden a la mecanización como un problema común al desarrollar los contenidos de álgebra, especialmente en la adición y sustracción de fracciones algebraicas, ya que se aborda desde lo formal, si bien algunos docentes tienen la iniciativa de brindar una enseñanza que supere este problema, otros no consideran este tema para ser enseñado a través de alguna estrategia metodológica. Esto provoca que generalmente se enseña de manera expositiva, el profesor enseña la teoría y luego realiza algunos ejercicios para que los estudiantes practiquen, en consecuencia, el aprendizaje se vuelve momentáneo y mecánico.

De igual manera, los autores Caballero y Juárez (2016) señalan los siguientes errores al resolver operaciones algebraicas con fracciones: (i) Dificultades al simplificar expresiones algebraicas, (ii) resolver una suma de fracciones quitando el denominador, (iii) transforman la fracción en una ecuación lineal, (iv) resolver operaciones con fracciones de distinto signo, (v) encontrar el mínimo común múltiplo, (vi) reducir términos semejantes y (vii) no respetan la forma básica de sumar o restar fracciones, algo que se enseña desde la enseñanza básica, los estudiantes de ingreso a la universidad siguen cometiendo los mismos errores que los niños al inicio del aprendizaje de las fracciones, el cual es: (viii) sumar directamente los numeradores y denominadores (ver figura 2)

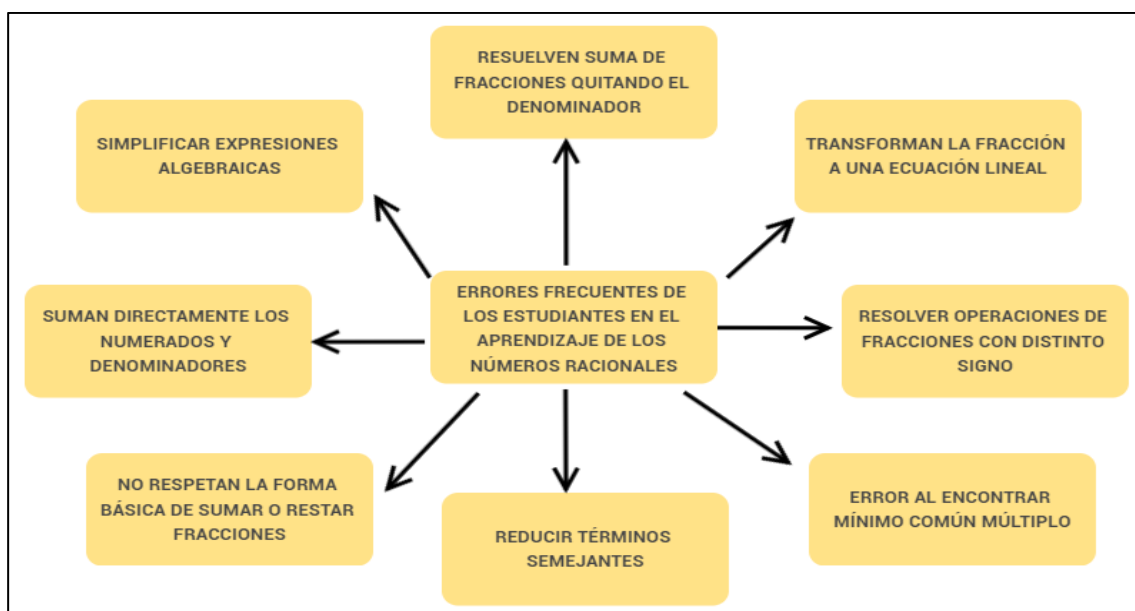


Figura 2: Errores frecuentes en el aprendizaje de números racionales. (Caballero y Juárez ,2016)
(Elaboración propia)

2.3. Errores de los estudiantes al aprender números en matemática

En el caso de los errores de los estudiantes, Matz (citado en Vasco y Climent, 2020), indica que “los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación” (p. 94). Planteando que al resolver tareas algebraicas. Los errores de los alumnos surgen de su intento por adaptar conocimientos previos a nuevas situaciones.

Vasco y Climent (2020), señalan que es posible caracterizar los errores de los alumnos en tres orígenes:

- Errores que se relacionan a un obstáculo, el cual el alumno considera como un saber adquirido que luego utiliza para elaborar respuestas que no funcionan.

- Errores relacionados con la ausencia de sentido, errores de procedimiento y errores propios del lenguaje algebraico,
- Errores relacionados a actitudes afectivas y emocionales.

Al cometer errores, según Rico (citado en Vasco y Climent, 2020) los alumnos expresan el conocimiento incompleto de un determinado tema, sin embargo es a partir de estos errores que los alumnos pueden aprender las distintas propiedades de conceptos que desconocían previamente, puesto que permite al profesor u otros alumnos ayudar mediante un aprendizaje colaborativo, que el alumno pueda comprender aquello que estaba mal, es así como los errores pueden llegar a contribuir positivamente al proceso de aprendizaje.

Por otra parte, se destaca como dificultad los tipos de representaciones matemáticas, ya que como señalan Adu-Gyamfi et al. (citados en Ríos-Cuesta, 2020) los estudiantes no emplean correctamente las representaciones gráficas teniendo dificultades para interpretar la información de un problema con dicha representación, asimismo, Mendoza (citado en Ríos-Cuesta, 2020) señala que los alumnos presentan un escaso lenguaje conceptual al momento de abordar problemas con representaciones gráficas. Lo cual es coincidente con lo abordado por Kieren (citado en Ávila 2019) quien menciona que, para la interpretación de los tipos de representaciones y construcción de los conceptos matemáticos, es necesario el saber adquirido del alumno y el lenguaje matemático empleado. De igual manera, Radatz (citado en Rico 1998), dice que los alumnos presentan dificultades el aprendizaje de símbolos y vocabulario conceptual matemático, provocando errores en la interpretación de los ejercicios de resolución de problemas en donde el alumno debe leer el enunciado y convertir el lenguaje conceptual a uno natural.

Todas las teorías sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, la importancia de determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información. Tal como señala Cadenas (2007), hallar estos errores da la posibilidad de evaluar los contenidos para que cada alumno identifique e intente superar sus dificultades y obstáculos, adquiera nuevos aprendizajes y refuerce los conocimientos existentes. Por esta razón Godino, Batanero y Font (citados en Gamboa, Castillo e Hidalgo, 2019) destacan la sensibilidad del profesor para detectar en las ideas previas, los posibles errores. Más aún, Engler et al. (2004) y Franchi y Hernández (2004) sostienen que el análisis de los errores ayuda a mejorar el proceso de enseñanza, puesto que refuerza al docente en la selección, organización y creación de estrategias

para superarlos. Incluso Dodera, Bender, Burroni y Lázaro (2014) (como se citó en Gamboa, R., Castillo, M. e Hidalgo, R. 2019) Sostienen que los errores en matemática surgen a partir de reglas y estrategias personales que cada docente utiliza para resolver problemas.

En las operaciones como es el caso de la *suma*, según Herrera y Zapatera (2019), el razonamiento del estudiante está asociado a situaciones concretas, por lo tanto, mantiene en el número su significado de magnitud. Por otro lado, *la resta* está relacionada con las palabras quitar, la que a su vez está relacionada con la palabra disminución. Se entiende que el resultado de esta acción conlleva a que la cantidad resultante haya disminuido en su magnitud. En el *caso de la multiplicación*, sostienen que está asociada mentalmente a la concepción de repetir, reunir, agrupar o adicionar varias veces una misma cantidad, por consiguiente, la multiplicación se relaciona con aumentar, en la misma línea Olive (citado en Bosch, 2012), menciona que la construcción de una unidad que se repite es esencial para desarrollar esquemas multiplicativos. Por su lado, Herrera y Zapatera (2019), precisan que *la división*, durante la educación primaria el énfasis está dado en el cociente o resultado de la operación. Esto es, cuántos grupos pueden formarse o cuantas veces se repite un grupo. En este caso la concepción de división está centrada en la obtención del resultado. Finalmente, con respecto al orden de los números, se reconoce al número negativo como menor que el número positivo, sin embargo, al establecer relaciones de orden lo hacen de la misma forma que en los números naturales.

2.4. Tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza

Según Galvis y Townsend (citados en Cruz, Pozo, Aushay y Arias, 2019), clasifican las TICs en tres grupos:

- i. *Medios transmisivos*: entregan efectivamente mensajes del emisor a los destinatarios.
- ii. *Medios activos*: permiten que el aprendiz a través de la experiencia y reflexión mediante la interacción con el objeto de estudio aclare sus ideas sobre el conocimiento.
- iii. *Medios interactivos*: permiten que el aprendizaje se genere a través de la comunicación mediante medios digitales.

Según Díaz (2013) y Espinoza y Rivera (2016) (citados en Granda, Espinoza y Mayón, 2019) en la clasificación anterior de las TICs, se indica la participación que tienen en el enfoque educativo, además del rol que estas cumplen al facilitar algunos procesos y la orientación que se le asignan. Dentro de los modelos educativos actuales, las TICs son un sustento material de

los modelos de innovación; aportando nuevos métodos y procedimientos de enseñanza y aprendizaje. Las nuevas formas de acceder a la información, así como las diferentes herramientas para el proceso de transformación en conocimientos y transferencia, poseen gran importancia y repercusión en la educación y el desarrollo cognoscitivo humano (Organización de Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, citado en Granda, Espinoza y Mayón, 2019).

Por otra parte, podemos encontrar dentro de los recursos tecnológicos más utilizados los procesadores de textos, para la realización de tareas; también, los docentes utilizan con regularidad presentaciones de diapositivas electrónicas elaboradas en Power Point o Prezi para motivar y desarrollar el contenido de la clase, las cuales también son usadas por los alumnos para el estudio de contenidos y realización de tareas, además de la utilización de buscadores como Google en Internet. Según Viera (citado en Granda, Espinoza y Mayon, 2019), estos medios didácticos contribuyen al desarrollo de habilidades y destrezas, a la vez que mejoran el aprendizaje, pues añaden al proceso recursos actualizados y una interfaz gráfica que estimula y motiva a los estudiantes. Sin embargo, las indagaciones de Méndez y Delgado (2016) (citados en Granda, Espinoza y Mayon, 2019), descubrieron que la implementación del software educativo y tabuladores electrónicos es muy escasa en la enseñanza, con poca incorporación de plataformas didácticas, sitios Web, listas de discusión y correo electrónico.

2.4.1. Oportunidades de las TICs en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

La Organización de Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (citado en Granda, Espinoza y Mayon, 2019) señala que las TICs contribuyen a la formación, capacitación y auto-superación de los docentes, así como a la gestión, dirección y administración más eficiente del sistema educativo. También, según autores como Fernández y Torres; Llorente, Giraldo y Monroy; y Espinoza, Serrano y Brito, (citados en Granda, Espinoza y Mayon, 2019) apuntan a que las TICs ayudan al mejoramiento de las relaciones entre docentes y estudiantes, puesto que, las orientaciones del profesor pueden ser atendidas en cualquier momento y lugar posibilitando así la atención individual diferenciada a las necesidades cognitivas de cada alumno. Asimismo, Méndez y Delgado (citados en Granda, Espinoza y Mayon, 2019) dicen que las TICs proporcionan ambientes de trabajo cooperativos y colaborativos, así como espacios de autoaprendizaje contribuyendo a un aprendizaje significativo. Por tanto, la alta presencia de la tecnología en la vida cotidiana de las personas ha comenzado a llenar múltiples aspectos, dentro de los cuales se encuentra el proceso formativo de los profesionales en distintas áreas laborales

como lo es en la educación, por lo que se han incorporado en las mallas curriculares de los profesores en formación.

En cuanto a la importancia de utilizar las tecnologías para la enseñanza, Ghitis y Alba (2019) afirman que su valor está dado en su implementación en la clase, con el objetivo de que las y los estudiantes realicen procesos cognitivos complejos, sin embargo, su uso está centrado principalmente en actividades administrativas. Por otro lado, muchos docentes que se sienten preparados para utilizar las tecnologías reconocen la necesidad de una formación adecuada para su incorporación en el proceso de enseñanza. Para Granda, Espinoza y Mayon (2019), las oportunidades de utilizar las TICs por estudiantes y docentes facilita obtener información, ayudando además al mejoramiento del desarrollo cognitivo, debido a la mayor participación de los estudiantes. Además, la implementación de las TICs en el proceso enseñanza-aprendizaje aumentan el interés y espíritu investigativo de los alumnos, contribuyendo al desarrollo de una clase más atractiva, interesante e interactiva gracias a las propuestas metodológicas que brinda la tecnología.

Si consideramos la conectividad, De la Torre, et al. (citados en Granda, Espinoza y Mayon, 2019) mencionan que el uso de instrumentos como computadores, Tablet o celulares, ayudan a facilitar el trabajo del profesor y del estudiante en diversas actividades durante el transcurso o creación de clases, por ejemplo, en la toma de apuntes importantes de forma rápida, solo con apretar un botón, los cuales pueden ser vistos en cualquier lugar. De esta forma se puede seguir con la enseñanza, aun estando fuera del horario académico, entonces el aprendizaje se vuelve permanente e interactivo.

2.4.2. Obstáculos de las TICs en la enseñanza de la matemática.

En referencia a los obstáculos de las TICs en la enseñanza, Gallardo y Bujele (citados en Cruz, Pozo, Aushay y Arias, 2019), mencionan algunos de los principales factores que influyen en el uso de las TICs por parte de los docentes, en donde podemos encontrar, falta de recursos, calidad de software y equipos, facilidad o simplicidad de uso, incentivo para cambiar las prácticas pedagógicas usando tecnología, el apoyo de las instituciones para usar estas herramientas en el currículo, además de la capacitación docente en el uso de las TICs. Adicionalmente, investigaciones como la realizada por Martínez, Hinojo y Rodríguez (2017), logran evidenciar que algunos de los obstáculos que tienen los docentes son producto de la falta o escasez de recursos tecnológicos dentro de los establecimientos educacionales, como programas o software

educativos, en donde es necesario una licencia para poder acceder a ellos y no siempre se le provee al profesor, además de la falta de mantenimiento al equipo existente y la insuficiencia de equipos para trabajar continuamente con el uso de las TICs, puesto que debido a la escasez de equipo solo se incorporan las tecnologías en clases informáticas. A esto se le suma la ausencia o déficit del Internet.

Por su parte, Belloch (citado en Cruz, Pozo, Aushay y Arias, 2019), resalta que algunos obstáculos en el uso de las TICs dependen de factores como: infraestructura, actitudes, apoyo del equipo directivo, entre los cuales el más relevante es el interés y la formación por parte del profesorado, tanto a nivel instrumental como pedagógico. De igual modo, Mortis, Valdés, Angulo, García y Cuevas (citados en Granda, Espinoza y Mayon, 2019), señalan que muchos docentes no están preparados para integrar las TICs en la enseñanza debido a una falta de conocimiento técnico de su uso, derivadas de una deficiencia en la formación pedagógica. Por lo tanto, es necesaria la capacitación docente de forma adecuada para brindar una educación de calidad atendiendo las necesidades y exigencias de la sociedad actual. De esta forma, los docentes deben hacer un gran esfuerzo para implementar las TICs en el aula, ya que tal como lo señala Grisales (2018), requerirán de un desarrollo más exhaustivo, debido a la falta de formación en esta área. Además, para comprobar el impacto de las TICs, es necesaria una permanencia y evaluación constante del efecto que tienen en el proceso de aprendizaje, por consiguiente, su uso requiere de mayor tiempo y constancia.

Adicionalmente, Ceballos (2019), menciona la importancia de considerar el entorno educativo cuando se debe decidir el uso de las TICs, ya que influye en la distracción de los estudiantes, en especial los de primaria (entre 5 y 10 años), puesto que dadas sus características cognitivas pierden con facilidad la atención y objetivo de la clase. La implementación de las TICs más que ser un beneficio para la clase sería perjudicial para el desarrollo efectivo de esta, por más que el docente trate de obtener resultados satisfactorios habrá una notable distracción por parte de los alumnos al intentar ejecutar las actividades. Así también, Litwin (2005) (citado en Ghitis y Alba, 2019) plantea una fuerte crítica a la incorporación de las TICs en la escuela, porque se parte de la idea ingenua, que por su simple introducción se convierten, casi por obra de “un pensamiento mágico”, en el camino más directo y efectivo para alcanzar la resolución de todos los problemas de la educación (p.23). Para el autor no se trata sólo de introducir la tecnología en el aula, sino de hacerlo de forma adecuada y con objetivos pedagógicos claros. Parte de la dificultad se encuentra relacionada con la cultura didáctica disciplinar, que como

señala Pozuelo (citado en Ghitis y Alba, 2019), en muchos casos la cultura y las costumbres establecidas a lo largo del tiempo, por parte de los docentes en sus formas de enseñar y recursos utilizados, generan miedo o desconfianza en el uso e implementación de las TIC en el aula.

2.5. TICs utilizadas en una propuesta de enseñanza de la matemática:

Los autores Riveros, Mendoza y Castro (2011) establecen a la matemática, como una disciplina que cumple un rol primordial en la formación intelectual e incide directamente en el desarrollo mental de los alumnos; es necesario un proceso de enseñanza y aprendizaje adecuado que satisfaga las necesidades de los estudiantes y facilite el desarrollo lógico-matemático. Sin embargo, Riveros (citado en Riveros, Mendoza y Castro, 2011), agrega que la manera de proceder de los docentes en la sala de clase, se caracteriza por utilizar la estrategia expositiva, restringiendo la participación de las y los estudiantes, dejando de lado las interacciones, los medios y los recursos a utilizar. Por esto, Riveros, Mendoza y Castro (2011) aseguran que las TICs son un medio de enseñanza con el que se puede llegar a facilitar el aprendizaje, el proceso didáctico de la matemática y atender las diferencias de aprendizaje.

Por su parte, Pabón-Gómez (2014) agrega que la incorporación de software dinámicos permite establecer una conexión entre la realidad y la matemática, asimismo, aprender matemática de manera divertida. La incorporación de las TICs en las distintas estrategias de enseñanza facilita a los docentes crear nuevos ambientes de aprendizaje, con la posibilidad de desarrollar una mayor interacción mediante clases más innovadoras, sin embargo, tal como señala Díaz (2018), si bien las TICs son un elemento importante para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje, queda sometida a cómo será la integración curricular por parte del docente, es decir, los resultados obtenidos al incorporar las TICs dependen del entorno educativo diseñado por el profesor.

Para efectos del siguiente estudio nos centraremos en el simulador *PhET* y la plataforma *Cerebriti*, para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

2.5.1. PhET

Los simuladores son programas que representan un modelo o entorno dinámico, en el cual a través de gráficos o animaciones ayudan al estudiante a visualizar lo que ocurre en un determinado entorno simulado. Ortega (citado en Díaz, 2018) menciona que a medida que los alumnos interactúan con la simulación pueden comprender mejor lo que ocurre en dicho

entorno. PhET ofrece simulaciones de Java (ou.jar) gratuitas para Física, Biología, Química, Ciencias de la Tierra y Matemática, apoyadas en investigaciones del proyecto PhET de la Universidad de Colorado. Estas simulaciones ayudan a desarrollar habilidades de investigación científica, tal como señala Díaz (2018), los estudiantes exploran a través del simulador, en donde se adoptará un enfoque de investigación guiada por parte de un instructor, en este caso el docente, que facilita el progreso de los alumnos/as. El profesor realiza preguntas para incentivar la interacción con el simulador, se espera que los estudiantes realicen preguntas que permitan que la clase sea mucho más interactiva.

2.5.2. Cerebriti

Es una herramienta para implementar la gamificación como metodología en el aula, uniendo el aprendizaje colaborativo con dinámicas de juego en la clase, Carrión (2019) señala que esta plataforma educativa es una herramienta muy útil capaz de ser incorporada para introducir un tema de estudio, para reforzarlo o revisar los conocimientos, puesto que contiene elementos que permiten calificar, medir el progreso académico, autocorregir ejercicios, entre otros. Esta plataforma incentiva a la motivación de los estudiantes, el desarrollo de la inteligencia emocional y mejora el proceso de aprendizaje.

Además, Cerebriti en su interfaz tiene la capacidad de interactuar con diferentes modalidades de juego, incluyendo diversas habilidades de aprendizaje, se encuentran actividades de imágenes, de tipo test, de ordenar, gráficos, entre otros. Asimismo, los autores Muñoz, García, Mena y Erazo (2020), aluden a que estas actividades interactivas que proporciona la plataforma deben ser revisadas y seleccionadas previamente por el docente antes de compartirlas con los estudiantes, puesto que es necesario elegirlas de acuerdo al contenido a estudiar en la clase, y analizar si la actividad es pertinente para tratar dicho objetivo de aprendizaje.

A continuación, se presenta la Figura 1 que resume el marco teórico de esta investigación.

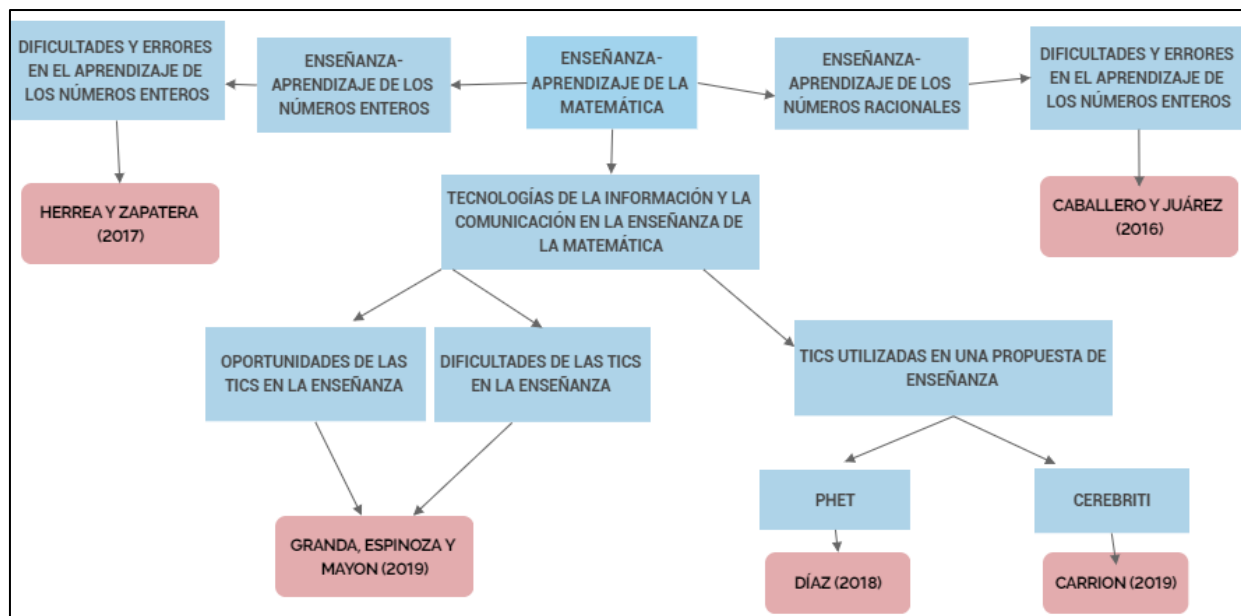


Figura 1: Aspectos delimitados en el marco teórico sobre uso de Tics por futuros profesores de matemática
(Elaboración propia, 2021)

2.6. Significados de aprendizaje en matemáticas.

Tal como señala Medina (2018), la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas implica el desarrollo de habilidades tales como: razonar, imaginar, descubrir, intuir, generalizar, aplicar destrezas, estimar y comparar resultados. Se vuelve necesario que las actividades propuestas por el profesor sean representativas para la formación de dichas habilidades, así como el pensamiento lógico matemático y la incorporación del lenguaje matemático al vocabulario habitual del estudiante.

El pensamiento matemático así como señala Castro (citado en Bosch, 2012) trata de la capacidad de relacionar los números y que se encuentra presente en todas las situaciones realizadas relacionadas con los números, así mismo, se define como la capacidad para comprender conceptos abstractos, razonamiento y comprender relaciones, además, permite la resolución de problemas con operaciones matemáticas complejas, hacer hipótesis y explicaciones acerca de las distintas formas de responder a un cierto ejercicio. Según Medina (2018), algunas de las características que nos sirven para identificar cuando un alumno posee un pensamiento lógico matemáticos son las siguientes:

- Los alumnos perciben con exactitud objetos y sus funciones dentro del medio.
- No presentan dificultades para relacionarse rápidamente con conceptos matemáticos.
- Utilizan símbolos abstractos para representar objetos concretos y conceptos.
- Usan con facilidad habilidades como el cálculo, interpretación y representación.
- Demuestran gran habilidad para resolver problemas.

De igual manera, Carboni (citado en Bosch, 2012), menciona la importancia del desarrollo del pensamiento numérico, ya que el trabajar con números permite desarrollar otras habilidades cómo descubrir y usar estrategias propias para resolver problemas de la vida cotidiana.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Marco metodológico del estudio

La metodología en esta investigación se encuentra bajo el paradigma constructivista, tiene un enfoque cualitativo-interpretativo y el diseño para este estudio corresponde a la investigación-acción (Carr y Kemmis, 1988). Como existen escasos estudios en el uso de Tics en matemática en pandemia, el diseño se enmarca en un estudio exploratorio y descriptivo.

Se seleccionó este paradigma ya que el propósito de esta investigación es reflexionar sobre el aprendizaje que construyen los propios alumnos con las TICs en clases de matemática proporcionadas por el docente durante la realización de su Práctica Profesional. Es el propio alumno quien interpreta la enseñanza otorgada, ya que con el uso de simuladores esta interpretación dependerá de cada sujeto. (Morales y Irigoyen, 2016, p. 28)

Corresponde a una investigación con orientación cualitativa, según Alonso (citado en Gaete, 2014) porque se desarrolla dando importancia a la construcción de los propios integrantes de una comunidad, más allá de las construcciones formales que existen de una organización social. En ella los elementos a analizar son el lenguaje, las acciones, y los símbolos surgidos de los propios actores sociales de las situaciones estudiadas. Es por esto que para López Doblas (citado en Gaete (2014)), señala que los datos obtenidos de una investigación cualitativa son aquellos que se expresan por medio de los discursos o puntos de vista de los actores sociales que intervienen en la situación investigada

Bancayán-Ore y Vega-Denegris (2020) señalan que la investigación-acción es un proceso investigativo orientado al cambio social, que debe contar con la participación democrática en la toma de decisiones de los involucrados, este modelo tiene la característica que el investigador no cumple solo con la función de conocer la problemática a estudiar, también se involucra orientando a los grupos estudiados en la solución de las problemáticas.

En esta investigación el estudiante del grupo en estudio participó durante las actividades de aprendizaje, respondiendo las preguntas del profesor diseñadas para actividad del simulador en una secuencia didáctica creada para las clases. En el registro de las clases virtuales se estudió la interacción entre profesor -alumnos desde que se inicia la pregunta hasta que expresan las respuestas los alumnos, lo que para esta investigación corresponde a la **unidad de análisis** de estudio, llamado también episodio **de clase** y es el que se usó para caracterizar las respuestas de los estudiantes y reflexionar posteriormente acerca si las TICs son un facilitador u obstaculizador en el aprendizaje de números. Los episodios de las interacciones han sido enumerados en cada clase según establecimiento, de modo de establecer por estadística descriptiva los logros de aprendizaje en su significado y representación matemática con uso del simulador.

Para la reflexión sobre las brechas entre el diseño construido y la implementación de las actividades de aprendizaje en cada clase, el estudio sigue la investigación-acción (Carr y Kemmis, 1988), cuya finalidad es mejorar la forma cómo se hacen las cosas, mejorar acciones, ideas y contextos mediante acción y reflexión, teoría y práctica. Sin embargo, estos autores afirman que el cambio no se justifica a sí mismo, por lo que el proceso debe ser congruente con los valores de la sociedad o sistema dentro del cual se desarrolla, teniendo siempre en cuenta a quiénes se beneficia o perjudica.

La investigación-acción posee la característica de ser cíclica, dependiendo del tipo del problema y el tiempo que se disponga para su realización, los ciclos pasan a transformarse en espirales de acción. Carr y Kemmis (1988) señalan que el ciclo no es más que el comienzo de una investigación-acción, puesto que la investigación en sí puede verse como un «**ciclo de ciclos**» o como una «espiral de espirales» que tiene el potencial de continuar indefinidamente (Ver figura 2).

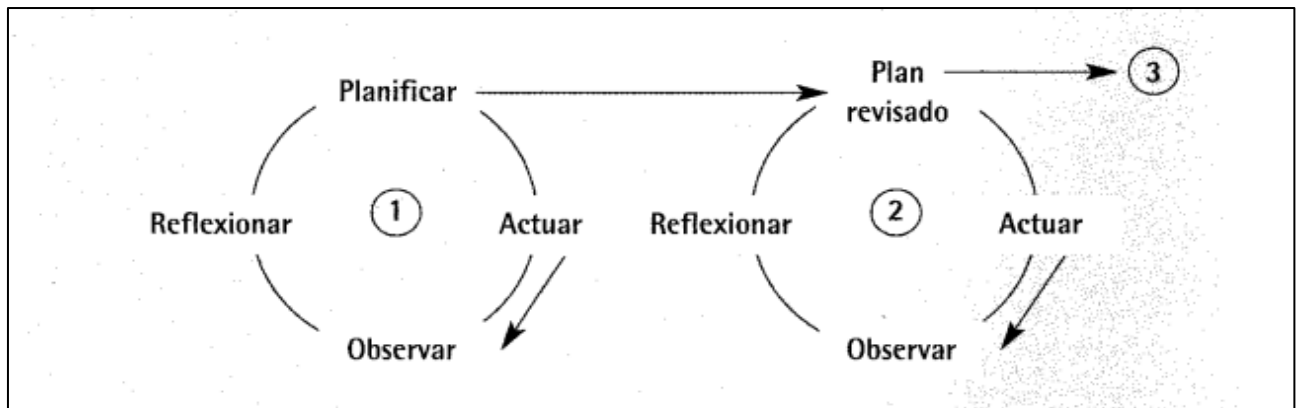


Figura 2: Modelo de la investigación-acción (Latorre, 2003)

En el modelo de investigación-acción se identifican cuatro momentos cada ciclo:

El primer momento es la planificación, en donde se desarrolla un plan de acción informado críticamente para mejorar la situación problemática a investigar. En este plan de acción se describe la situación problemática, se analiza el funcionamiento del grupo investigado, se delimitan los objetivos y la forma en que se evaluará, este plan debe ser flexible, de modo que permita la adaptación a efectos imprevistos.

El segundo momento es la acción, en donde se pone en práctica el plan de acción desarrollado en el primer momento, el cual debe ser controlado y registrado, fundamentando teóricamente cada acción a realizar.

El tercer momento es la observación, en donde se observan los datos registrados durante la acción, los efectos de la acción para recoger evidencias que permitan evaluarla, a partir de los registros obtenidos durante la acción.

El cuarto momento es la reflexión, en donde se reflexiona sobre la acción registrada durante la observación, ayudada por la discusión entre los miembros del grupo. La reflexión del grupo puede conducir a la reconstrucción del significado de la situación social y proveer la base para una nueva planificación y continuar otro ciclo.

3.2. Unidad de estudio

Para efectos de la presente investigación se presentan dos unidades de estudio:

- Futuras profesoras que cursan su quinto año de Pedagogía en Educación Matemática en la Universidad del Bío-Bío, Campus La Castilla, Chillán; las cuales realizan su práctica

profesional de forma virtual en el primer año del Instituto Superior de Comercio, (INSUCO) y en octavo año del Liceo Bicentenario Santa Cruz de Larqui (LSCL), ambos niveles de enseñanza media. Además de la intervención en dos cursos de octavo año del Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH). Se utilizan las siglas PF1 y PF2 para referirse a las Profesoras en Formación que realizaron la implementación en el aula.

- Estudiantes (n=36) de primer año de INSUCO, con un rango de edad entre 14-15 años, los estudiantes (n=38) que forman el curso de octavo año del Liceo Bicentenario con un rango de edad entre 13-14 años y los estudiantes (n=90) que forman los cursos de octavo año A y B del Colegio Polivalente Padre Hurtado (CPPAH), con un rango de edad entre 13-14 años. Además, es importante destacar que las actividades implementadas en CPPAH fueron realizadas con posterioridad a ser implementadas en INSUCO y LSCL.

El estudio se desarrolla en una secuencia de fases cuyo diseño se resume en la figura 3

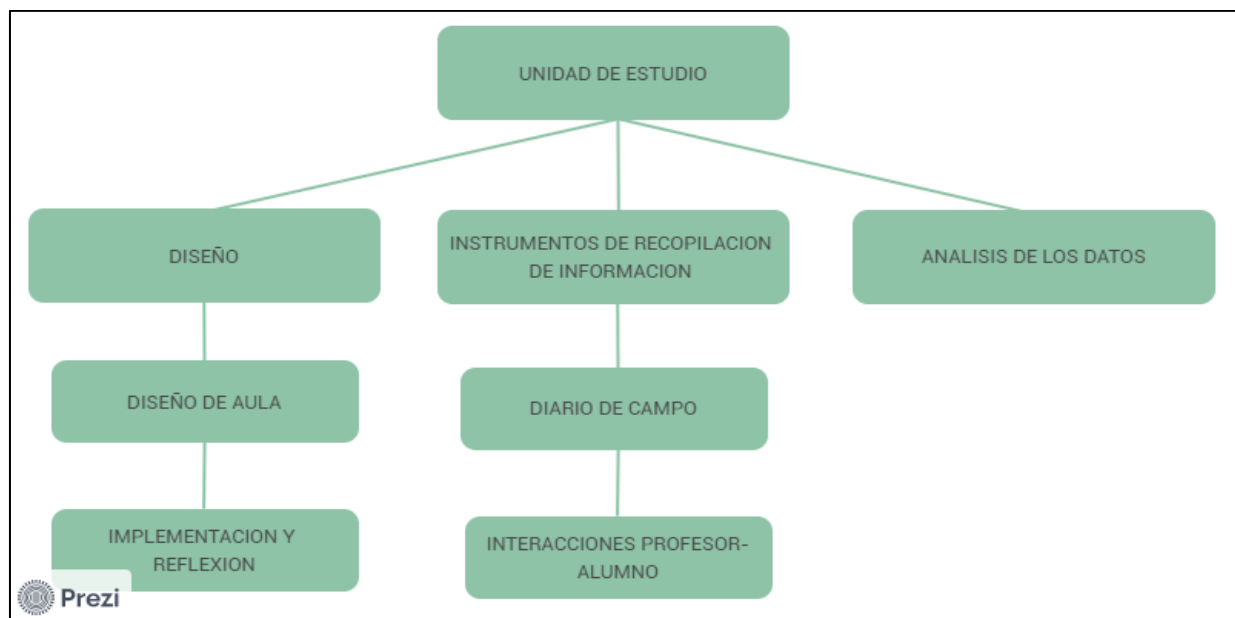


Figura 3: Etapas del diseño de investigación para este estudio. (Elaboración propia, 2021)

3.2.1. DISEÑO

El siguiente estudio se realiza a través de investigación-acción, mediante dos fases:

FASE 1: Diseño de estrategia del uso de las TICS para la enseñanza de números.

FASE 2: Implementación y reflexión sobre la acción al aplicar la estrategia en el aula con el uso de las TICS.

FASE 1: Para el Diseño de aula se consideran preguntas que incentiven la participación de los estudiantes, predominando el uso de preguntas abiertas que busquen la participación, análisis y razonamiento de los alumnos en el aprendizaje de números. Entre las preguntas seleccionadas se encuentran las siguientes: “¿a qué nos referimos con el siguiente concepto?, ¿cuál es el error cometido?, ¿cómo hubiéramos corregido este error?, ¿qué estrategia se utilizará en el siguiente ejercicio”, en donde se tomó como referencia el estudio de la Agencia de la Calidad de la Educación (2018).

A continuación, se presenta el Diseño de aula creado para las sesiones y a modo de ejemplo se presenta la secuencia didáctica con su reflexión en la sesión 1.

Tabla 1

Ejemplo de planificación y reflexión por sesión para la enseñanza de números

Colegio	Instituto Superior de Comercio Profesor Fernando Pérez Becerra	
Departamento De	Matemáticas	
Curso/Nivel	1 medio	
Asignatura	matemáticas	
Unidad	Unidad 1: números y operaciones	
Estrategia Clases presenciales/ duración	Clases online	
N° semana / Tiempo destinado a la ruta	Semana 1 a semana 4 – 2° trimestre	
Contacto(s) para consultas		
PROFESOR:		
OBJETIVO PRIORITARIO DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD / NIVELACIÓN		
Unidad: Números y operaciones OA 1. Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica		
INDICADORES DE EVALUACIÓN		
Operan y resuelven ejercicios del conjunto de los números racionales. Identifican las partes de una fracción, su representación pictórica y equivalencia de fracciones. Identifica las operaciones aritméticas de números racionales y cómo resolverlas.		
Secuencia de los CONCEPTOS para aprender / con TIC	HABILIDADES que espera desarrollar	ACTITUDES a fomentar

<p>Reconocer las características y propiedades que adoptan las partes de una fracción, por medio de la representación algebraica y pictórica de una fracción. Comprender cómo resolver operaciones aritméticas.</p>	<p>Comprender lenguaje matemático Identificar las distintas representaciones de una fracción. Identificar operaciones aritméticas.</p>	<p>Demostrar interés en las actividades a trabajar. Participar en las actividades.</p>
<p>¿Cuáles son fortalezas y debilidades observadas en el proceso E-A en estas dos semanas en cursos a implementar?</p> <ul style="list-style-type: none"> · Fortalezas: Rápido aprendizaje, buen dominio de conceptos previos, clases fluidas, interés en aprender. · Debilidades: Poca participación de la totalidad del curso, solo la mitad participa, no preguntan las dudas, bajo manejo de tecnologías como ppt. 		
<p>REFLEXIÓN PARA ELABORACIÓN DISEÑO CONTEXTUALIZADO</p>		

DESARROLLE cada pregunta antes de comenzar con su diseño U.D

1) ¿Qué espera que sus estudiantes aprendan **en torno a los conceptos/habilidades** que ha propuesto en su secuencia?

Espero que logren reconocer las distintas representaciones de una fracción, comprendan a través de ejemplos pictóricos las características y propiedades de las partes de una fracción.

2) ¿Cuáles son las **dificultades** al aprenderlo/ (justifique)?

Las dificultades serían la baja participación de los estudiantes, lo cual me impediría saber si aprendieron el concepto y desarrollaron las habilidades correspondientes, además, la falta de un buen internet para implementar la actividad dificulta poder tener una clase fluida, sin interrupciones, como que colapse la red. Además, las clases a realizar son muy limitadas en tiempo, lo que genera que cada actividad tenga un tiempo muy estructurado, lo cual se dificulta más al esperar la respuesta de los estudiantes durante las actividades.

3) **¿Por qué es importante** para sus estudiantes desarrollar estos aprendizajes?

Porque esto permitirá interiorizar el contenido de fracciones, pudiendo continuar con las operaciones de fracciones, además de relacionarlas con potencias en clases siguientes.

4) ¿Cómo se diseñan las actividades aprendizaje para ser utilizadas con TIC?

Se diseñan tomando como referencia nociones básicas de fracciones, definidas por el currículo, las cuales se pueden ejemplificar y enseñar de una forma más tangible con el simulador PhET, dado el contexto de clases online producto de la pandemia.

5) ¿Dónde van a **aplicar lo que han aprendido** en este aprendizaje del concepto con la TIC seleccionada?

Al momento de identificar las partes de una fracción, en donde el alumno de manera intuitiva deberá responder a las preguntas que acompañan la actividad.

6) ¿Cómo va a realizar **la evaluación del aprendizaje** en las actividades con usos TIC y seguimiento de aprendizaje?

A través de la investigación-acción

7) ¿Cómo van a **estudiar/ analizar las respuestas de los alumnos cuando se use el simulador TIC**?

A través de un diario de campo, registros audiovisuales de las clases

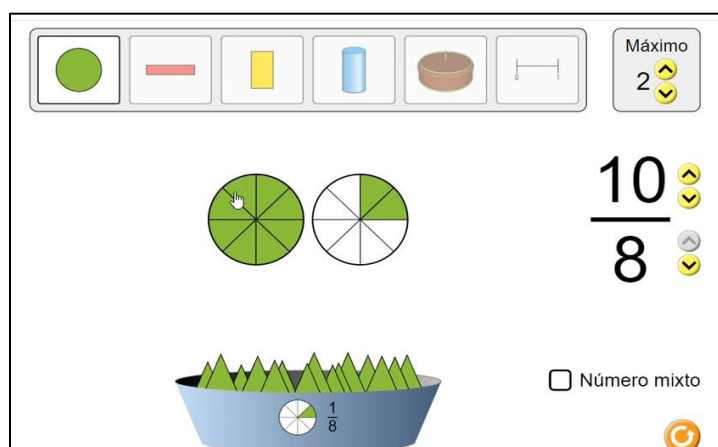
DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA –APRENDIZAJE Y FORMA DE EVALUACIÓN
(Describir **de forma general** cómo espera desarrollar en la secuencia de actividades propuesta con TIC)

SESIÓN 1 / 10-06-2021

Actividad de aprendizaje con fracciones por medio del simulador PhET

A los estudiantes se les presenta el simulador PhET en la actividad llamada: “fracciones: números mixtos” Se comienza mostrando de qué forma funciona el simulador, luego se muestra una fracción y se realizan las siguientes preguntas:

- En la fracción, ¿Cuál número corresponde al numerador y cuál corresponde al denominador?
- ¿Cómo leemos la siguiente fracción?
- ¿Qué ocurrirá si el denominador aumenta?, ¿Qué ocurre si el numerador aumenta?
- Luego, se realiza una actividad con número mixto, en donde se recuerda lo que es un número mixto y se muestra una representación pictórica de una fracción, en donde los alumnos deberán de manera intuitiva traspasar de fracción a número mixto; se pregunta:
- ¿Cómo transformamos a número mixto la siguiente fracción? ¿Cuál sería el resultado?

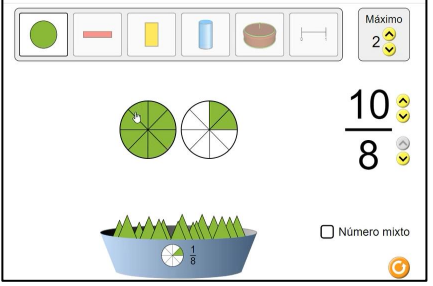
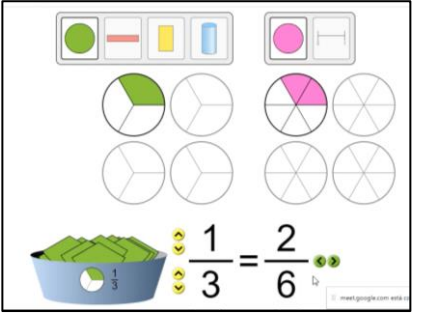
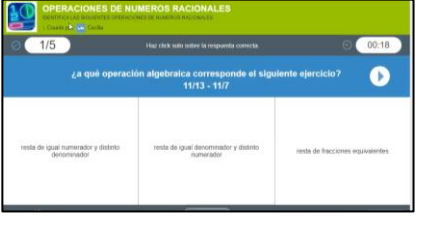


3.2.2. INSTRUMENTOS DE RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN

Se presenta a continuación la forma de organización de la secuencia didáctica según los diseños de clases propuestos con el uso de las TICS, con la fecha respectiva de cada sesión, las preguntas intencionadas para las actividades a realizar y la TIC utilizadas con un total de 8 sesiones, 4 para números racionales y 4 para números enteros.

Tabla 2

Diseño de secuencia didáctica con TICs en Números Racionales, para ser aplicada en 1° medio del INSUCO y 8° año del CPPAH.

Sesión de clase	Actividad de aprendizaje	TIC
1 10/06/2021	<p>"Conociendo las fracciones"</p> <p>A los estudiantes se les presenta el simulador PhET en la actividad llamada: "fracciones: números mixtos"</p> <p>Se comienza mostrando de qué forma funciona el simulador, luego se muestra una fracción y se realizan las siguientes preguntas:</p> <p>En la fracción, ¿Cuál número corresponde al numerador y cuál corresponde al denominador?</p> <p>¿Cómo leemos la siguiente fracción?</p> <p>¿Qué ocurrirá si el denominador aumenta?, ¿Qué ocurre si el numerador aumenta?</p> <p>Luego, se realiza una actividad con número mixto, en donde se recuerda lo que es un número mixto y se muestra una representación pictórica de una fracción, en donde los alumnos deberán de manera intuitiva traspasar de fracción a número mixto; se pregunta: ¿Cómo transformamos a número mixto la siguiente fracción? ¿Cuál sería el resultado?</p>	<p>PhET</p> 
2 17/06/2021	<p>"Aprendamos sobre igualdades"</p> <p>A los estudiantes se les presenta el simulador PhET en la actividad llamada: "fracciones: igualdades"</p> <p>¿Qué ocurre con la fracción al utilizar la función del simulador de "apretar la flechita"?</p> <p>¿por cuál valor se amplifica la fracción? ¿Qué ocurre si volvemos a amplificar?</p> <p>¿Qué representa la fracción compuesta por un entero y una parte fraccionaria?, ¿a cuál número mixto corresponde la fracción?</p>	<p>PhET</p> 
3 24-06-21	<p>"vamos hacer operaciones"</p> <p>Se identifican los pasos a realizar para resolver operatoria de números racionales.</p> <p>En el siguiente ejercicio de números racionales: ¿a qué operación aritmética corresponde?</p> <p>¿cómo podemos resolver la siguiente operación?</p> <p>¿Cuál debería ser el paso a seguir para dar solución al ejercicio?</p>	<p>Cerebriti</p> 
4 01-07-21	<p>"cómo demostramos que hemos aprendido"</p>	<p>Cerebriti</p>

Se identifican los pasos a seguir para resolver operaciones aritméticas de números racionales, utilizando lenguaje matemático.

- ¿Cuál es la siguiente operación aritmética?
- ¿Qué tipo de fracción es la siguiente?
- ¿Cómo podemos transformar a número mixto la siguiente fracción?
- ¿por cuál número podemos simplificar la siguiente fracción con número primo?
- Identifica el error en la resolución del siguiente ejercicio.



Tabla 3

Diseño de secuencia didáctica para Números Enteros, para ser aplicada en 8° del Liceo Santa Cruz de Larqui y 8° año del CPPAH.

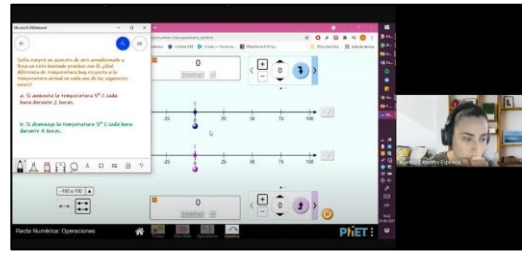
Sesión de clase	Actividad de aprendizaje	TIC
1 15-06-21	<p>"¿hacemos cuentas con números enteros?"</p> <p>Se les presenta el simulador PhET en la actividad llamada: "Recta numérica operaciones".</p> <p>¿Qué temperatura hubo ese día a las 12:00 de la mañana?, ¿Qué operaciones resuelven la pregunta?, ¿Qué números están involucrados?, ¿Cómo se relaciona la multiplicación y la adición?, ¿Cómo lo resolviste?, ¿Qué pasa de 9:00 a 12:00?, ¿Cómo se representa en la recta numérica?</p>	<p>PhET</p>
2 16-06-21	<p>"Aprendiendo a calcular"</p> <p>Se reconocen los pasos a seguir para representar la multiplicación de enteros: ¿Cuál era la temperatura a las 11 de la noche?, ¿Qué operaciones resuelven la pregunta?, ¿Qué números están involucrados? ¿Cómo lo calculaste?, ¿Cómo fueron los cambios de temperatura a cada hora?</p>	<p>PhET</p>

3

24-06-21 "Juguemos con los signos"

Reconocer la regla de los signos al multiplicar números enteros: ¿Cómo representarías la temperatura de las 7 pm?, ¿Qué temperaturas había a las 8pm, 9pm, 10pm y 11pm?, ¿cómo representarías en la recta numérica "el producto de $4 \cdot (-2)$ "?, ¿Qué signo toma el resultado de la multiplicación $12 \cdot (-4)$? Explica con tus palabras ¿por qué los productos obtenidos son números negativos?, apóyate en la recta numérica.

PhET



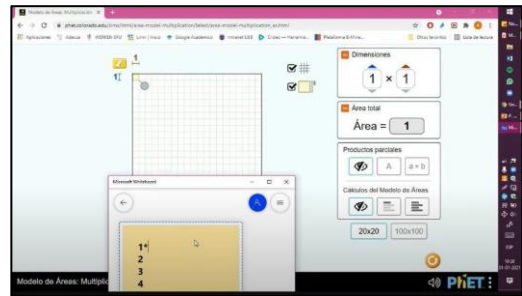
4

01-07-21

"Aprendamos sobre el área"

Reconocer el área de un cuadrado como el cuadrado de un número. ¿Cómo se obtiene el área de un cuadrado?, ¿Qué operación se debe realizar?, ¿Cuál es el área del cuadrado de 1 cm de lado?, ¿Qué pasa con el área del cuadrado, si se aumenta un centímetro el lado del cuadrado?, ¿Qué pasa con el área del cuadrado, si se aumenta un centímetro más?, ¿Cómo se obtiene el lado de un cuadrado a partir de su área?

PhET



➤ **Diario de campo:**

En cuanto a la técnica de recolección de datos utilizada para esta investigación se trata de la utilización de un diario de campo o también conocido como diario del investigador, es un instrumento empleado para el registro de información en investigaciones de carácter cualitativo. Sanchez, Fernandez y Díaz (2021), señalan que el diario de campo es un instrumento en donde los investigadores pueden hacer un registro etnográfico, información que es susceptible de ser interpretada, de esta manera, es una herramienta que permite sistematizar las experiencias para luego analizar los resultados obtenidos durante la práctica; una de sus cualidades es que se puede usar desde el comienzo de un estudio, se van tomando notas de manera organizada: fechas y lugares de encuentros, nombre y descripción de las actividades, involucrados, reflexiones, entre otros aspectos que puedan ser considerados importantes de ser utilizados en la reflexión sobre la acción.

➤ **Registro de interacciones profesor-alumno en clases virtuales:**

Los registros de interacciones, de hechos tal como lo señalan Sanchez, Fernandez y Díaz (2021), están relacionados a cualquier objeto fabricado para desempeñar alguna función específica, como captar una imagen, la voz, los sonidos; y pueden servir de evidencia en una investigación cualitativa. Entre estos se pueden mencionar las cámaras fotográficas, teléfonos móviles, dispositivos tecnológicos, filmadoras, entre otros. Para efectos de la siguiente investigación se utiliza el video y sus audios como registro de hechos, realizando grabaciones de cada sesión de aula, se utiliza este instrumento puesto que el video permite grabar secuencias de imágenes de la realidad, pudiendo así reproducir el movimiento de cosas y personas para su estudio detallado después e inclusive permite volver a ella cuantas veces sea necesario a fin de revisar una y otra vez lo sucedido en una escena en particular, esto nos permitirá como futuras docentes analizar con una mayor profundidad las interacciones de los estudiantes respecto a las TICs.

➤ **Validez y confiabilidad**

Las actividades de aprendizaje con uso del simulador y su rúbrica de evaluación (ver anexo 3) fueron validadas por las dos investigadoras, una Dra. Didáctica de las Ciencias y la docente de matemática Norca Guevara Carrasco, RUT 14.028.695-8, coordinadora pedagógica del ciclo galilea del Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado. Se implementaron la secuencias de actividades de aprendizaje en INSUCO, LSCL y con posterioridad en CPPAH con el propósito de realizar las adaptaciones necesarias sugeridas por los expertos al mejorar las preguntas abiertas y clase a clases, al reflexionar y comparar los datos o información en distintos momentos de su desarrollo, definiendo relaciones explicativas, se pudo establecer de esta manera la validez para las secuencias didácticas mediadas por las Tics (Martínez, 2006).

Por otro lado, se establece la confiabilidad de los datos recopilados, por medio de la concordancia de las interpretaciones de las investigadoras y de la utilización de medios técnicos, como la grabación para conservar lo ocurrido en la secuencia, de modo que, aplicado varias veces, indique resultados congruentes y previsibles. (Martínez, 2006) y Kerlinger (1980, citado en Barba y Solís, 1997). Cada una de las sesiones fueron grabadas a través de Meet de forma automática, a la que los padres y/o apoderados han dado su consentimiento informado, se protegerá la identidad de cada alumno asignándole un número de identificación a cada uno.

3.2.3. ANÁLISIS DE LOS DATOS

El análisis de los datos obtenidos con los instrumentos aplicados se realizará mediante el uso del **análisis del contenido del discurso** (significado de las palabras de lo que observan pictórico, simbólico y abstracto de la matemática). Para lo cual se considerarán los registros obtenidos mediante las grabaciones de las sesiones de aula, analizando los diálogos generados en la interacción profesor-alumno cuando se utilizan preguntas como andamios para motivar la participación en el aula virtual. Basándonos en el autor Krippendorff (1980), se puede decir que este tipo de análisis es una técnica de interpretación y comprensión de textos escritos, orales, filmados, fotográficos, transcripciones de entrevistas y observaciones, discursos, documentos, es decir, todo tipo de registro teniendo en cuenta el contexto en el que se produce.

Por su parte, Lemke (1997), (como se citó en Goldrine y Rojas, 2007) sostiene que hacer clases es una actividad social estructurada, con inicio y final, que se construye en la medida que sus actores, docentes y estudiantes, participen. Lemke (1997), (como se citó en Goldrine y Rojas, 2007) señala que la estructura de una clase es de episodios, definidos con una duración de 1 a 20 minutos, los que pueden ser identificados por los cambios de tema o de actividad. Dentro de las interacciones, es posible identificar límites entre episodios, gracias a expresiones del docente, tales como “bien”, “ya” o “ahora”. Para el análisis de los datos, las autoras utilizaron esta segmentación como referente para estructurar el análisis y divisiones por cambio de tema.

Para el análisis de la interacción entre profesor y alumnos, se delimitaron los episodios del registro de las clases, desde que se introduce la pregunta correspondiente a cada actividad hasta que terminan las respuestas y comentarios de los alumnos a dicha pregunta. Los diálogos fueron analizados a través de una tabla excel (ver anexo 2), en donde cada pregunta y respuesta ocupaba una celda individual, para poder diferenciar mejor de esta manera entre un episodio y otro, pudiendo contarlos y obteniendo un total por cada clase. Una vez diferenciados cada uno de los episodios estos fueron analizados por medio de una **rúbrica de números**, especialmente diseñada y validada (ver anexo 3) para evaluar los logros en el aprendizaje de números racionales y números enteros, basados en: Medina (2018), Vasco y Climent (2020), Ríos-Cuesta (2020), Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019).

Finalmente, una vez analizadas las respuestas de los estudiantes por medio de la rúbrica se procedió a estudiar las frecuencias porcentuales por cada eje temático abordado en cada establecimiento, de esta manera de llegar a establecer con estos resultados si el uso de simuladores es un facilitador u obstaculizador en el aprendizaje de números.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

Los resultados se presentan acorde a los objetivos planteados en la investigación, obtenidos durante la implementación de actividades de aprendizaje diseñadas para los números racionales y enteros con el uso de los simuladores PhET y Cerebriti según establecimiento educacional en modalidad virtual.

4.1. Números racionales

4.1.1. Significado de aprendizaje de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 1° año INSUCO

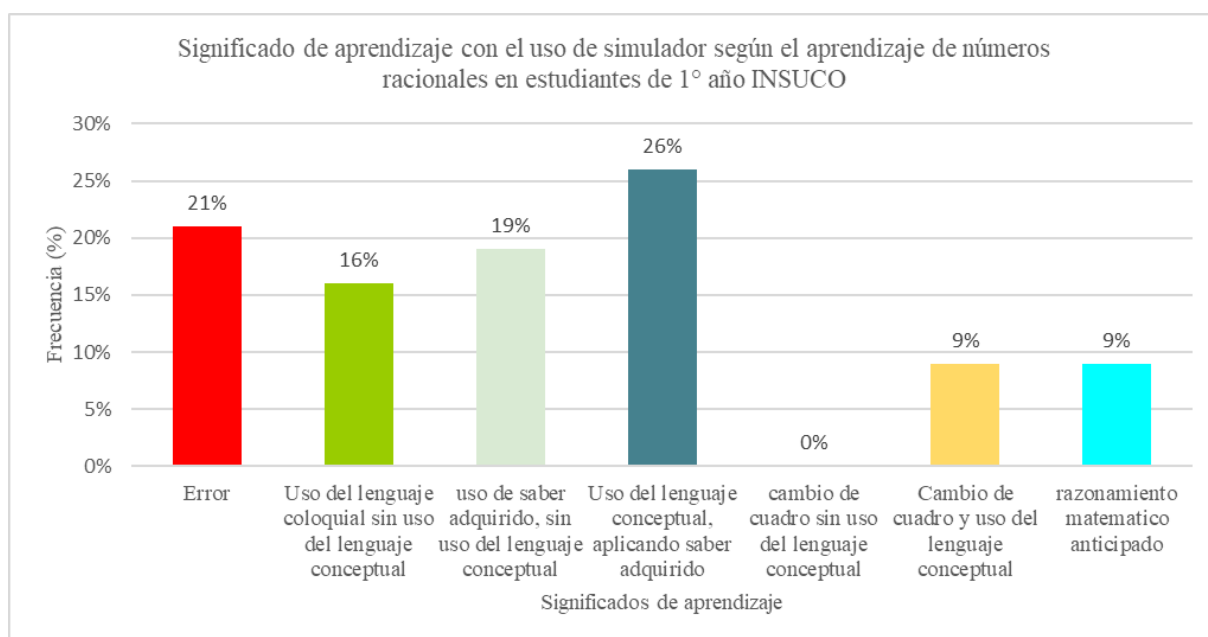


Figura 4: Significado de aprendizaje con el uso de simulador según números racionales en estudiantes de 1° año INSUCO (elaboración propia, 2021)

La figura 4 muestra que la mayor parte de los episodios estudiados ($n= 29$) en la clase con uso del simulador, un 26% presentó el uso del lenguaje conceptual aplicó el saber adquirido en la actividad aprendizaje, seguido un 21% correspondiente a errores, el 19% de los estudiantes utilizó el saber adquirido, sin considerar el lenguaje conceptual y un 16% utiliza lenguaje coloquial. Solo el 9% de los estudiantes realiza un cambio de cuadro e igual porcentaje de estudiantes puede realizar un razonamiento anticipado. Un 21 % de los estudiantes presentó errores como dificultades al simplificar expresiones algebraicas, reducir términos semejantes (Caballero y Juárez, 2016) y problemas con el fraccionamiento (Butto, citado en Sanz, Figueras y Gómez, 2018), durante la interacción con el profesor, con mayor frecuencia en las primeras clases, los que fueron disminuyendo en las siguientes sesiones.

4.1.2. Tipos de representaciones de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 1° año INSUCO

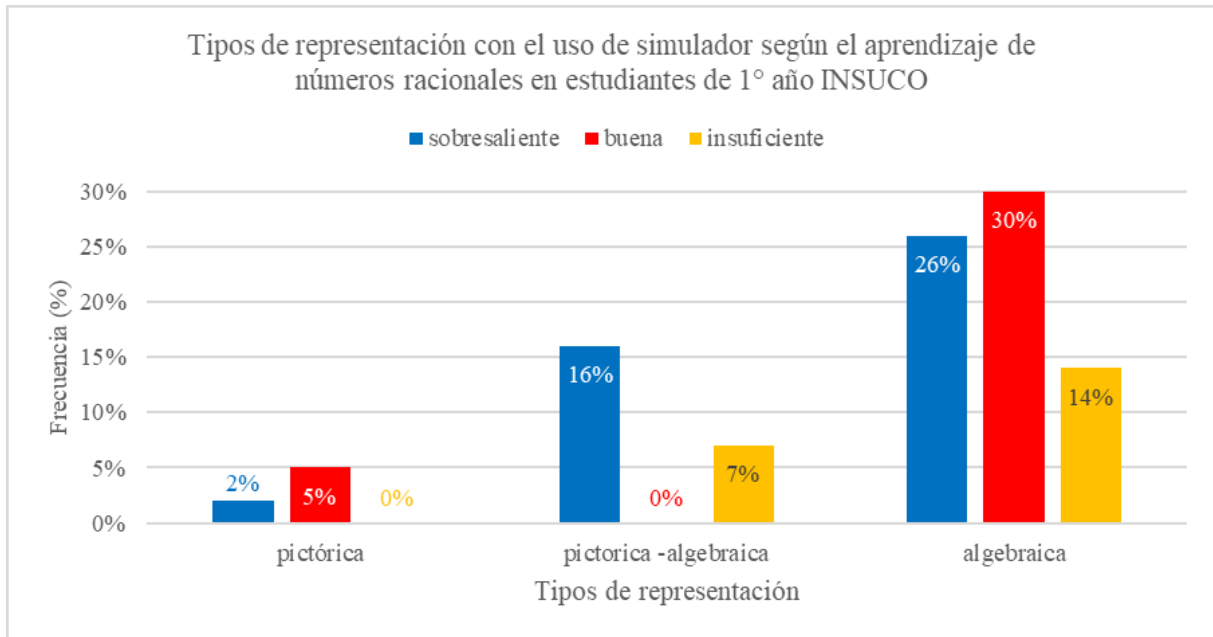


Figura 5: Tipo de representación con el uso de simulador según el aprendizaje de números racionales en estudiantes de 1° año INSUCO (elaboración propia, 2021).

Según el análisis de los tipos de representaciones (figura 5) utilizados en las respuestas de los estudiantes de 1° año INSUCO, un 30% de ellas corresponden a una representación algebraica *buena*, seguido por un 26% y un 16% correspondientes a respuestas *sobresaliente* de representaciones algebraicas y pictóricas respectivamente.

Las respuestas de los estudiantes evidenciaron que no poseen dificultades al representar los números racionales de forma pictórica, pues no se encontraron respuestas *insuficientes*. Por su parte, en la representación pictórica-algebraica, las respuestas de los alumnos son diversas y se sitúan desde sobresalientes a insuficientes. Por lo que una parte de los alumnos puede realizar un cambio de cuadro entre la representación pictórica de una fracción y la parte algebraica sin mayores complicaciones, pero otros alumnos presentan dificultades para asociar el número y el dibujo que representan una misma fracción en el ejemplo del simulador. De igual manera, la representación algebraica con un 14% de respuestas *insuficiente* resulta ser la que presenta un mayor obstáculo para los estudiantes.

4.1.3. Significado de aprendizaje de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Hurtado (CPPAH)

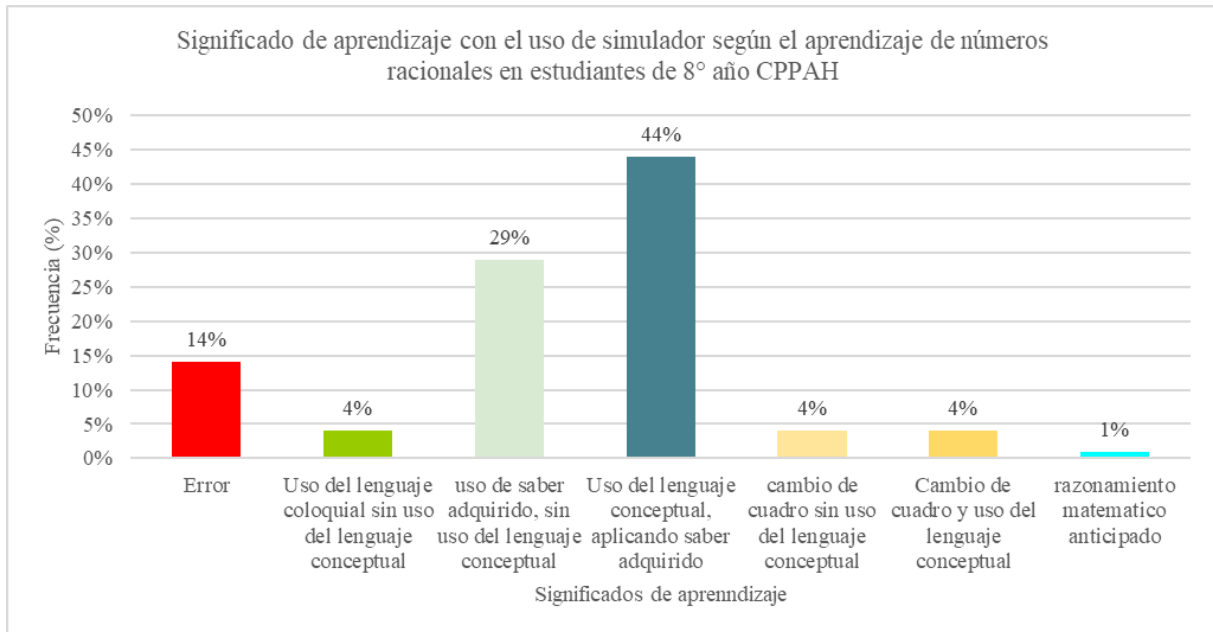


Figura 6: Significado de aprendizaje con el uso de simulador según números racionales en estudiantes de 8° año CPPAH (elaboración propia, 2021).

La figura 6 evidencia que, de los episodios analizados ($n= 45$), la una mayor parte de los significados de aprendizaje, un 44%, muestran uso de lenguaje conceptual aplicando saber adquirido, luego un 29% muestran uso de saber adquirido sin uso de lenguaje conceptual, el 14% de las respuestas fueron errores, en un 4% se utilizó un lenguaje coloquial, se interpreta un cambio de cuadro con y sin uso del lenguaje conceptual y solo el 1% tuvo un razonamiento matemático anticipado.

De los resultados obtenidos poco menos de la mitad de los estudiantes aplica los conocimientos adquiridos durante las sesiones, empleando un lenguaje matemático, sin embargo, estos no son capaces de anticipar razonamiento matemático, limitándose a responder. Además, los alumnos presentan errores debido a la falta de conocimientos previos.

4.1.4. Tipos de representaciones de los números racionales con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH)

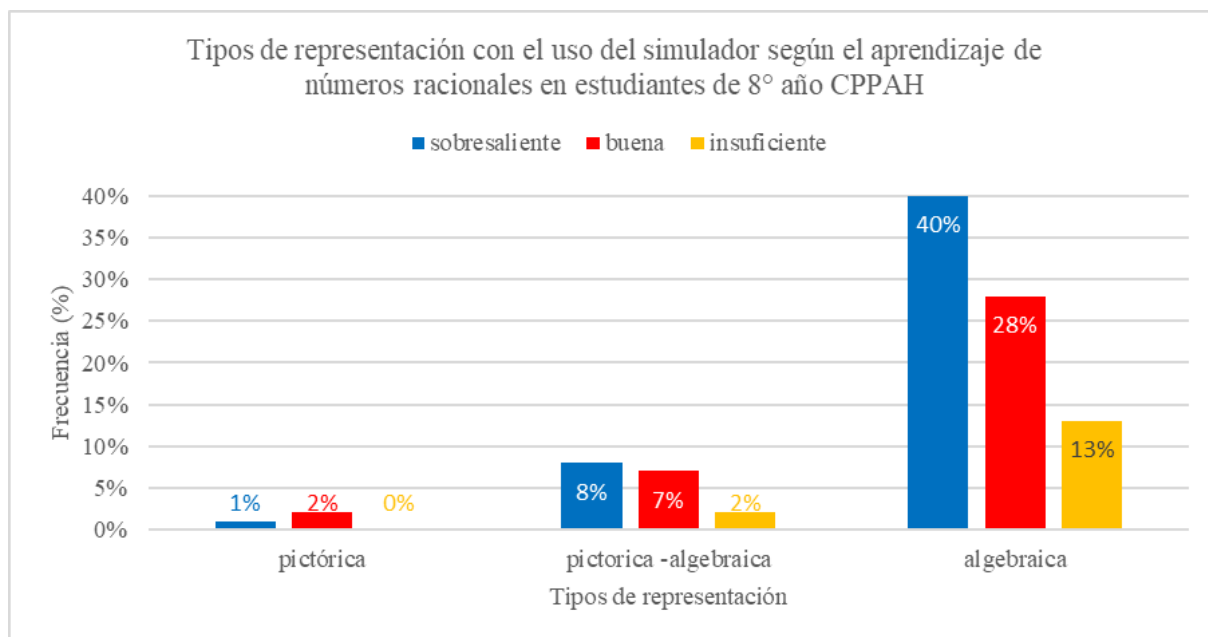


Figura 7: Tipo de representación con el uso de simulador según el aprendizaje de números racionales en estudiantes de 8° año CPPAH (elaboración propia, 2021).

La figura 7 muestra que la mayoría de las representaciones que realizaron los estudiantes fueron del tipo algebraica, un 40% corresponden a respuestas *sobresalientes*, un 28% de respuestas *buenas* y un 13% de respuestas *insuficientes*. En la representación pictórica-algebraica se obtuvo un 8% de respuestas *sobresalientes* y 7% de respuestas *buenas*, mientras que solo hubo 2% de respuestas *insuficientes*. En el caso de la representación pictórica, un 2% de los alumnos logró respuestas *buenas* y 1% *sobresalientes*.

Las respuestas en la interacción con el simulador de los estudiantes muestran que no hubo dificultades para interpretar la parte pictórica de una fracción y relacionarla con su representación algebraica y su variación al aumentar y disminuir su cantidad. Sin embargo, un 2% presentó errores de interpretación (Adu-Gyamfi et al. citados en Ríos-Cuesta, 2020) y un 13 % de respuestas erróneas en la representación algebraica (Kieren (citado en Ávila 2019).

4.2. Números enteros

4.2.1. Significado de aprendizaje de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año del Liceo Santa Cruz de Larqui (LSCL)

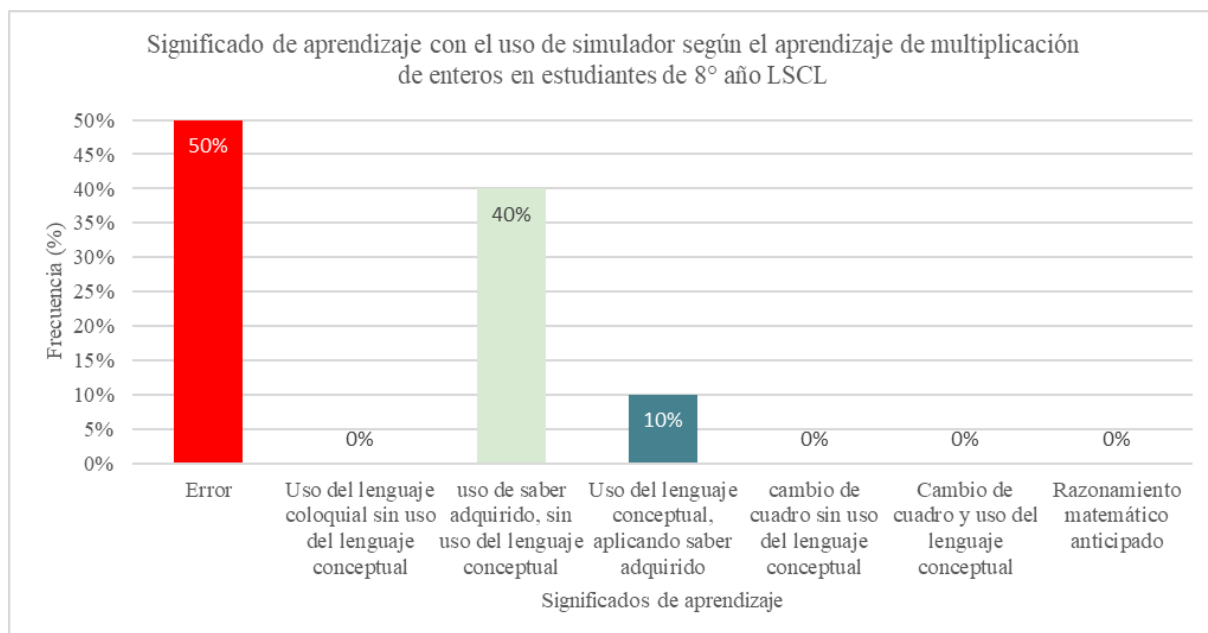


Figura 8: Significado de aprendizaje con el uso de simulador según multiplicación de enteros en estudiantes de 8° año LSCL (elaboración propia, 2021).

La figura 8 muestra que la mayor parte de los episodios ($n= 10$), un 50%, presenta respuestas con errores, un 40% de uso del saber adquirido sin aplicar el uso del lenguaje conceptual y el 10% de uso del lenguaje conceptual aplicando el saber adquirido. El 50% de las respuestas de los estudiantes presentaron errores atribuidos a la falta de conocimientos previos. En el 40% de los episodios analizados los alumnos expresaron el uso del saber adquirido, en menor medida el uso del lenguaje conceptual (10%), además, ninguno logró realizar algún tipo de razonamiento anticipado.

4.2.2. Tipos de representaciones de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año del Liceo Santa Cruz de Larqui (LSCL)

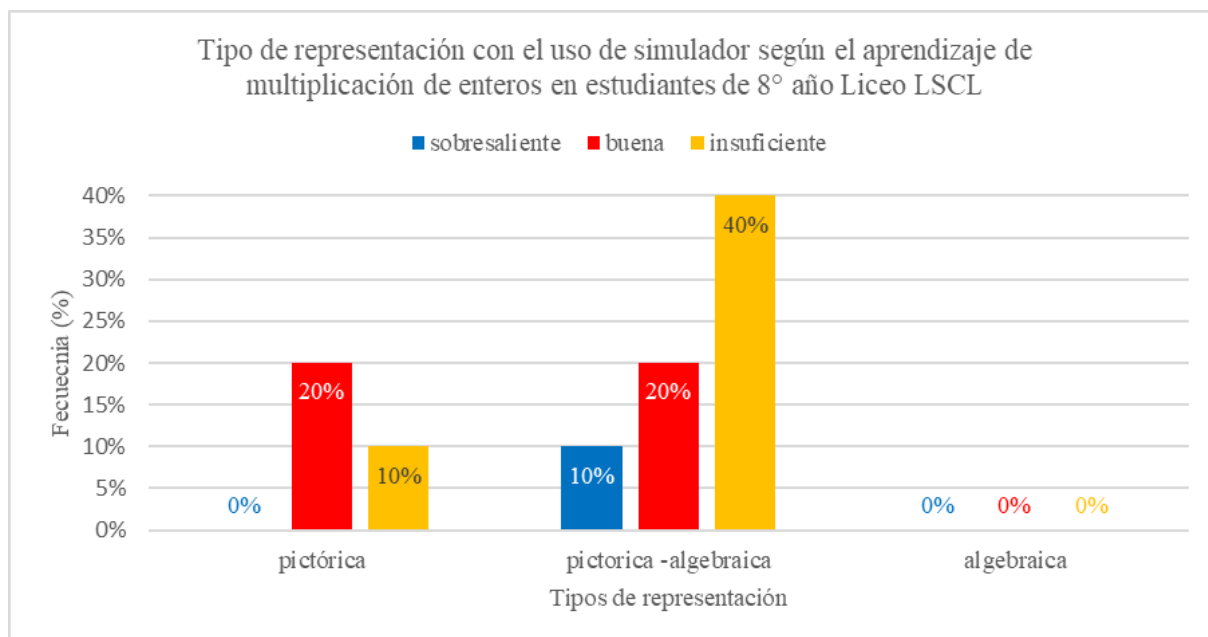


Figura 9: Tipo de representación con el uso de simulador según el aprendizaje de multiplicación de enteros en estudiantes de 8° año Liceo LSCL (elaboración propia, 2021).

La figura 9 muestra que un 40% de las representaciones matemáticas en la actividad con el simulador son de tipo pictórico-algebraico son *insuficientes*, seguidas de un 30% de respuestas *buenas* en las representaciones pictórica-algebraica y 20% en pictórica, el 10% de las respuestas de los estudiantes realizó representaciones pictóricas con respuestas *insuficientes*. En la interpretación de las respuestas de los alumnos de la figura 9 no hay evidencia de la representación algebraica de los números enteros.

La representación pictórica-algebraica, presenta dificultades a los estudiantes, en esta actividad con el simulador los alumnos no lograron relacionar la parte pictórica de un número entero con la parte algebraica, no hay comprensión en cómo se representa una cantidad por un elemento visual.

4.2.3. Significado de aprendizaje de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado CPPAH

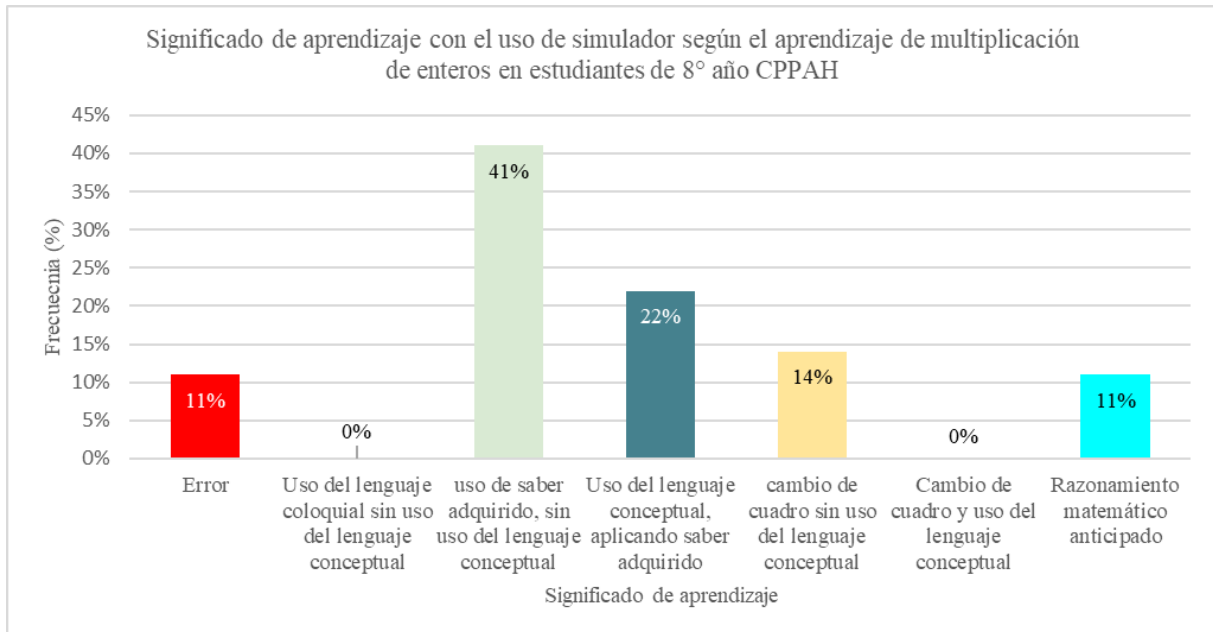


Figura 10: Significado de aprendizaje con el uso de simulador según multiplicación de enteros en estudiantes de 8° año CPPAH (elaboración propia, 2021).

En la figura 10 se observa que, de los episodios analizados (n=53), un 41% de los estudiantes hace uso del saber adquirido sin uso de lenguaje conceptual, mientras que un 22% logra el saber adquirido con uso del lenguaje conceptual, seguido de un 14% que manifiesta un cambio de cuadro sin uso del lenguaje conceptual, mientras que un 11% de los alumnos muestran un razonamiento matemático anticipado, en cuanto a los errores o falta de conocimientos previos hubo un 11% de estudiantes.

Un mayor número de estudiantes logró el aprendizaje utilizando el saber adquirido en clases, sin embargo, en su mayoría faltó lenguaje conceptual, lo que concuerda con lo que dice Radatz (citado en Rico 1998), pues plantea que los alumnos tienen dificultades en el aprendizaje de vocabulario conceptual matemático, además, los alumnos entregan respuestas con menor cantidad de errores en comparación con LBSCL.

4.2.4 Tipos de representaciones de los números enteros con el uso de simulador en estudiantes de 8° año Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH)

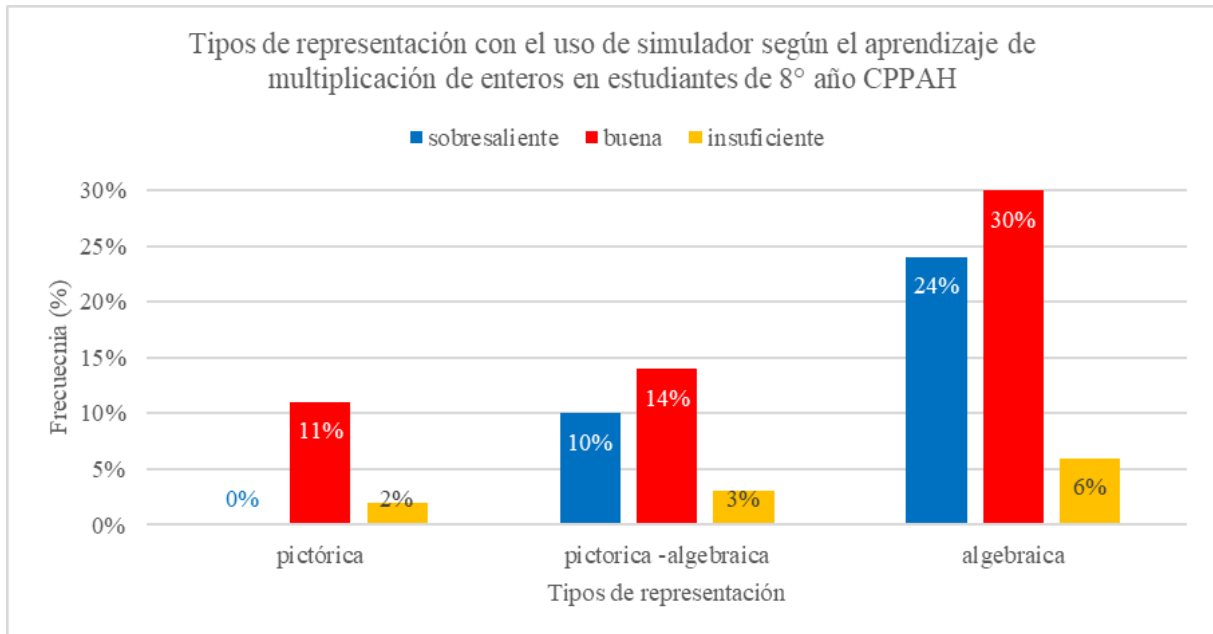


Figura 11: Tipo de representación con el uso de simulador según el aprendizaje de multiplicación de enteros en estudiantes de 8° año CPPAH (elaboración propia, 2021)

El análisis de la figura 11 muestra que el tipo de representación algebraica con el uso del simulador obtuvo respuestas *buenas* con un 30%, seguido de 24% de respuestas que fueron consideradas como *sobresalientes*. La representación algebraica es la más empleada por los estudiantes. Dentro de los porcentajes más bajos encontramos las respuestas de carácter *insuficientes* en la representación algebraica, pictórica-algebraica y pictórica respectivamente con un 6%, 3% y 2%. El gráfico da cuenta que los resultados insuficientes han disminuido. Por el contrario, la representación pictórica si bien es la menos utilizada por los estudiantes, ninguno de ellos logra hacerlo de manera *sobresaliente*.

Basados en los resultados obtenidos, los alumnos lograron en las actividades de aprendizaje con uso del simulador hacer uso del saber adquirido. En menor logro realizan la utilización de lenguaje conceptual, ya que la mayor parte de los estudiantes expresa sus respuestas en la interacción haciendo uso del lenguaje coloquial. Los errores que presentan están referidos a falta de conocimientos previos se ve con mayor frecuencia en las primeras clases en LBSCL e INSUCO, sin embargo, el CPPAH los errores que se presentan son mínimos. Por su parte la representación más utilizada por los estudiantes fue la algebraica, alcanzado niveles de *buena* y *sobresaliente*, esto ocurre principalmente en el CPPH, de nivel *insuficiente* en el LSCL, que fue mejorando a medida que se sucedieron las clases.

Por esta razón podemos afirmar que el uso de PhET y Crerebriti pueden ser facilitadores de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, pues del total de episodios de clase analizados (n=74) para números racionales y de episodios de clase analizados (n=63) para números enteros, un 68,91% de interacciones son facilitadores del aprendizaje de números racionales y 86,79% son facilitadoras del aprendizaje de números enteros.

4.3. Interacciones profesor-alumno con el uso del simulador

A continuación, se presentan los resultados de las interacciones entre profesores y alumnos al implementar el diseño didáctico con uso del simulador para el aprendizaje de los números en el aula virtual para dar respuesta al objetivo 2. Se seleccionaron dos episodios a modo de ejemplo de la clase, considerando como criterio el uso del simulador como un facilitador y dos episodios que representen el uso del simulador como un obstaculizador en el aprendizaje, para cada concepto de estudio: números racionales (en INSUCO y CPPAH) y números enteros (en LSCL y CPPAH).

4.3.1. Números racionales:

4.3.1.1. Uso de simuladores como facilitador para el aprendizaje de números racionales:

Tabla 4

Episodio 5, clase 3. ¿Cómo demostramos lo que hemos aprendido?

Interacción profesor-alumno	significado de aprendizaje	tipo de representación	Respuesta	segmento
PF1: El siguiente ejercicio tiene un error, tres cuartos más un medio es igual a cuatro sextos, entonces, ¿no tiene errores, tiene error al simplificar o al sumar correctamente? PF1: ¿en dónde se encuentra el error en la siguiente operación $3/4+1/2=4/6$?				14:55
Alumno 1: a ver, la tres queda descartada porque creo que por lo menos la parte de numerador está bien la suma, pero se supone que, al sumar, para que sea equivalente tendría que multiplicar los denominadores por lo que no quedarían cuatro sextos, quedaría a ver, algo así como diez octavos, pero también podría ser cinco cuartos, que sería lo máximo que se puede dividir. No mejor dejémoslo, así como cinco cuartos. Sería sumar correctamente.	razonamiento matemático anticipado	Algebraica	Sobresaliente	15:20

Al comienzo del diálogo, PF1 realiza un ejercicio de operatoria de fracciones con uso de Cerebriti, en donde se muestra la siguiente pregunta: ¿en dónde se encuentra el error de la siguiente operación $3 / 4 + 1 / 2 = 4 / 6$? En la información proporcionada por el juego nos

entrega tres alternativas que el alumno debe mencionar: el error al simplificar, error al sumar correctamente o no tiene ningún error. PF1 lee la pregunta y el alumno responde haciendo un análisis exhaustivo del ejercicio, no solo respondiendo cuál es el error que está presente al haber sumado correctamente, además realiza la operación de forma correcta entregando un resultado, siendo capaz de simplificarlo.

El alumno presentó un pensamiento lógico matemático, ya que tal como señala Medina (2018), estamos ante un razonamiento matemático cuando el alumno: No presenta dificultades para relacionarse rápidamente con conceptos matemáticos, usa con facilidad habilidades como el cálculo, interpretación y representación, demostrando gran habilidad para resolver problemas, por lo anterior, se considera este episodio como facilitador del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tabla 5
Episodio 6, clase 1: “Vamos hacer operaciones”

interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	Respuesta	segmento
PF2: Para el siguiente ejemplo, dos quintos más siete quintos, ¿Qué tendremos que hacer aquí? PF2: ¿cómo se resuelve $2/5 + 7/5$ esta operación?	razonamiento matemático anticipado			1:14:50
Alumno 1: no está la respuesta profesora, debería denunciar el juego...	Identificación del error	Algebraica	Sobresaliente	1:15:20
PF2: ¿qué hubiéramos tenido que hacer aquí?, ¿Para resolver esta operación?				1:18:20
Alumno 1: lo mismo que el anterior solamente que en vez de haber tenido que sumar el dos con el siete y el 5 dejarlo igual				1:18:30

PF2 presenta ante los alumnos un ejercicio con uso de Cerebriti acerca de operaciones con fracciones, en donde se realiza la siguiente pregunta: ¿cómo se resuelve $2/5 + 7/5$?, teniendo para escoger entre tres alternativas: multiplicar cruzado en el numerador y sumar los denominadores, sumar numeradores y denominadores o sumar numerador y multiplicar los denominadores. Sin embargo, al presentar dicho ejercicio la respuesta correcta no se encontraba presente en las alternativas, el PF1 no tenía contemplado al momento de presentar el juego a los estudiantes, pero esta omisión involuntaria ayudó a trabajar con el error y potenciar el razonamiento matemático, al igual que como señala Rico (citado en Vasco y Climent, 2020), los errores pueden llegar a contribuir positivamente al proceso de aprendizaje. La respuesta entregada por el alumno es considerada como una respuesta sobresaliente puesto que logra identificar los errores presentes en un ejercicio escrito de operaciones de fracciones, si bien el

alumno no utiliza un lenguaje matemático, él debe leer la operación en la pregunta y comprender a qué números se refiere para encontrar una respuesta. Tal como señalan los autores Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019), los alumnos presentan dificultades al momento de utilizar un lenguaje matemático, ya que traducen incorrectamente el lenguaje natural al lenguaje conceptual o simbólico.

Además, en esta pregunta se tienen alternativas que simulan ser correctas una de ellas, pero en realidad, no se encuentra ninguna alternativa que sea correcta y esto deber ser descubierto por el alumno sin ayuda del profesor. A pesar de esto hubo un estudiante que logró identificar el error presente no solo en la operación, también el error del juego y señala que debería de ser denunciado por no incluir la respuesta correcta. Finalmente, el alumno entrega la respuesta correcta de cómo se debió haber resuelto el ejercicio. Por todo lo anterior, este episodio es identificado como facilitador del aprendizaje, pues muestra cómo el Alumno 1 logra reconocer que no existen respuestas correctas, yendo más allá de lo pedido por la PF2.

4.3.1.2. Uso de simuladores como obstaculizador para el aprendizaje de números racionales:

Tabla 6

Episodio 3, clase 2: "Cómo demostramos que hemos aprendido"

interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	respuesta	segmento
PF1: ¿por cuál número es posible simplificar la fracción 6/11? PF1: ¿por qué no se puede simplificar?				23:09
alumno 1: 3, AAAA NOSE	falta de conocimientos previos	Algebraica	insuficiente	23:28
alumno 2: porque es un número impar?	falta de conocimientos previos	Algebraica	insuficiente	23:34
alumno1: Eso eso	falta de conocimientos previos	Algebraica	insuficiente	23:40

En el episodio anterior se presenta un ejercicio con uso del simulador Cerebriti, en donde se pregunta ¿por cuál número es posible simplificar la fracción 6/11?, teniendo a su disposición tres alternativas: se puede simplificar por 2, se puede simplificar por 3 o no es posible de simplificar. El alumno 1 menciona que es posible por el número 3 pero luego responde que no sabe, luego el alumno 2 responde que no es posible porque es un número impar. Las respuestas entregadas por los estudiantes reflejan falta de conocimientos previos, que se relaciona con los números primos, puesto que en matemáticas una fracción con un número primo, no es posible

de simplificar, Y es importante que logren relacionar las fracciones con conceptos anteriores de números primos. Tal como plantea Matz (1980, citado en Vasco y Climent, 2020), en este episodio el Alumno 2 relaciona los conocimientos o el saber adquirido previamente en una situación nueva en su intento por dar una respuesta correcta, sin embargo, no funciona generando errores. Por su parte, el Alumno 1 demuestra un error “que tiene su origen en una ausencia de sentido” (p. 101) según lo definen Vasco y Climent (2020), puesto que presenta una falta de conocimientos previos. Esto se relaciona con lo planteado por Caballero y Juárez (2016), quienes señalan que una de las dificultades que más presentan los alumnos es al simplificar expresiones algebraicas. Por lo anterior, se puede reconocer que las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de números racionales puede llegar a ser un obstáculo para la correcta implementación de TICs.

Tabla 7

Episodio 8, clase 2: "Conociendo las fracciones"

interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	respuesta	segmento
PF1: ¿qué pasaría si se aumenta en el denominador de la fracción $2/6$? PF1: estamos tomando dos, y ¿qué pasa si yo aumentó nuevamente el denominador?, ¿qué pasa con esa parte?				11:20
Alumno 1: como que cuando aumentamos un cierto número se hace o más grande o más chico	falta de conocimientos previos	pictórico - algebraico	insuficiente	12:27
alumno 2: si el denominador aumenta el numerador se hace más pequeño	falta de conocimientos previos	Algebraica	insuficiente	13:34

Al comienzo de la actividad se presenta a los estudiantes el simulador PhET, que muestra el dibujo de un pastel que está dividido en 6 partes iguales y se toman 2 trozos de él (representación pictórica de una fracción), a su vez, se muestra la fracción $2/6$ que representa algebraicamente dicho pastel. PF1 pregunta a los alumnos ¿qué pasaría si se aumenta en el denominador de la fracción?, en donde los alumnos pueden responder de forma abierta por medio del chat de meet o encendiendo su micrófono. El Alumno 1 responde diciendo que si se aumenta un cierto número este se hará más grande o más chico, el Alumno 2 responde que si el denominador de una fracción aumenta el numerador se vuelve más pequeño; en ambos casos podemos apreciar que los alumnos presentan dificultades para predecir los cambios en una fracción si una de sus partes aumenta o disminuye, presentan complicaciones para relacionar la parte algebraica y pictórica de una fracción, para poder responder correctamente debían observar que el número $2/6$ representa lo mismo que el dibujo del pastel, por lo tanto, al incrementar el denominador de

la fracción, es decir de $2/6$ a $2/7$, el pastel iba a estar partido en 7 partes iguales. Un correcto análisis de la situación hubiera sido que el alumno respondiera que al aumentar el denominador el pastel ahora se divide en más partes. A partir del análisis de esta interacción se puede afirmar una falta de conocimientos previos al momento de relacionar los tipos de representación de una fracción, porque no logran realizar un cambio de cuadro. Ríos-Cuesta (2020), señala que el uso de una representación gráfica o pictórica ayuda a la resolución de problemas con fracciones, este tipo de representación cuando es interiorizada por los estudiantes contribuye a la construcción de una representación más conceptual de las fracciones. Sin embargo, los alumnos al tener dificultades al realizar operaciones como la multiplicación y división, terminan teniendo fallos en la representación de una fracción como operador, lo cual se relaciona con Kieren (citado en Ávila 2019) quien menciona que, para la interpretación de los tipos de representaciones y construcción de los conceptos matemáticos, es necesario la integración de los conocimientos previos del alumno y el lenguaje matemático empleado. En consecuencia, la falta de conocimientos previos, al momento de tratar números racionales, puede obstaculizar el uso de TICs en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

4.3.2. Números Enteros:

4.3.2.1. Uso de simuladores como facilitador para el aprendizaje de números enteros

Tabla 8

Episodio 8, clase 2 "¿hacemos cuentas con números enteros?":

Interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	respuesta	Segmento
PF1: el cinco, pero son números positivos ¿verdad?				09:34
Alumno 1: sí son números positivos, por lo menos ahora, sería cinco positivo por x, podría ser cinco por dos, cinco por tres, cinco por cuatro, cinco por cinco.	razonamiento matemático	Algebraico	sobresaliente	09:40

PF1 presenta a los alumnos la misma situación problemática anterior que muestra la recta numérica de enteros y la representación del problema planteado, PF1 pregunta si los números involucrados en el problema son positivos, se espera con esta actividad que los alumnos sean capaces de identificar que las variables involucradas son positivas. El Alumno 1 de CPPAH, responde correctamente a la pregunta planteada, mostrando habilidades de un pensamiento lógico matemático avanzado, ya que como señala Medina (2018), el desarrollo de esta habilidad permite a los alumnos establecer relaciones entre diferentes conceptos para formular un análisis más exhaustivo, como, por ejemplo, el episodio anterior en donde el Alumno 1 relacionó los números enteros positivos con la función que representa el problema ($f(x)=5x$). De lo anterior se desprende que el uso de TICs en la enseñanza de números enteros puede llegar a ser un facilitador puesto que propicia el pensamiento lógico matemático en los alumnos.

Tabla 9

Episodio 10, clase 2 "¿hacemos cuentas con números enteros?"

Interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	respuesta	Segmento
PF1: ya bien, pero esa es la división y la multiplicación, yo estaba preguntando por la suma o adición y la multiplicación... ¿Qué operación?, estamos relacionando la multiplicación y la suma.				11:03
Alumno 1: ah, ya sé, como nos enseñaron cuando nos enseñaron lo de la multiplicación, una multiplicación es una suma reiterada, por ejemplo, cinco por cinco sería, cinco más cinco más cinco más cinco más cinco.	razonamiento matemático	Algebraica	Sobresaliente	11:27

PF1 pregunta “sumar más de una vez un número es equivalente a ¿qué operación?, estamos relacionando la multiplicación y la suma”, se espera que los alumnos sean capaces de identificar la relación que existe entre la suma y la multiplicación. El Alumno 1, responde correctamente a la pregunta, aplicando lenguaje matemático al nombrar la relación entre suma y multiplicación, además da un ejemplo correcto de está demostrando un razonamiento matemático aplicando los conocimientos previos abordados en clases, pues tal como señala Olive (citado en Bosch, 2012), la construcción de una unidad que se repite es esencial para desarrollar esquemas multiplicativos. En este caso, el alumno identificó la multiplicación como una suma repetitiva. En consecuencia, el episodio descrito, es reconocido como un facilitador de la enseñanza y aprendizaje de números enteros, pues favorece que los alumnos identifiquen la relación entre suma y multiplicación.

4.3.2.2. Uso de simuladores como obstaculizador para el aprendizaje de números enteros

Tabla 10

Episodio 1, clase 1 ¿hacemos cuentas con números enteros?

Interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	respuesta	Segmento
PF1: ¿cuánto tiempo pasó cuando la temperatura subió 5°C?				16:29
PF1.: Aquí tenemos una recta numérica, por ejemplo, ..., ¿cuántos segundos?, minutos u horas, ¿cuánto tiempo pasó en eso?				
Alumna 1: Se supone a ahí hay cinco horas o no	Falta de conocimientos previos	Pictórica	insuficiente	16:40

En esta clase de matemática con el simulador PhET, PF1 describe en el simulador PhET, la recta de números enteros positivos y negativos, la escala en que muestra y otros elementos de simulador, siendo esta intervención particularmente larga, luego, la profesora hace lectura de la situación matemática “a las 9 de la mañana había 0°C. Durante las siguientes tres horas, a medida que el sol subía en el horizonte, la temperatura subía 5 grados centígrados cada hora” y realiza las preguntas “¿cuántos segundos, minutos u horas?, ¿cuánto tiempo pasó en eso?”. Acá se espera que los alumnos reconozcan la cantidad de tiempo transcurrido. La actividad preparada consiste en calcular, sumar o multiplicar, las variables de temperatura y tiempo. Durante esta secuencia los alumnos muestran una constante confusión entre el problema planteado y su representación en el simulador PhET, los alumnos no lograron comprender los

elementos de la situación matemática en el simulador PhET, confunden las operaciones algebraicas y no responden lo que se les pregunta. Si se toma a Díaz (2018), quien sostiene que los resultados obtenidos al incorporar las TICs dependen del entorno educativo diseñado por el profesor, sumado al poco éxito de las respuestas entregadas por los alumnos, es coherente asegurar que las explicaciones entregadas por el docente pueden llegar a ser un obstáculo para la incorporación de TICs en las clases.

Tabla 11

Episodio 14, clase 2 “juguemos con los signos”:

Interacción	significado de aprendizaje	tipo de representación	respuesta	Segmento
PF1: es el primer transcurso del tiempo, si transcurrieron dos horas, de las siete a las nueve, ¿qué debería hacer en la recta numérica?				21:15
Alumna 2: hacer otro salto, de lo mismo, de tres grados	Error	Pictórica-algebraica	Insuficiente	21:40

PF1 con utilización del simulador PhET, plantea el problema, el que dice “en un día soleado en el altiplano, a las 9 de la mañana había 0°c. durante las siguientes dos horas, a medida que el sol subía en el horizonte, la temperatura subió 5 grados centígrados cada hora”. El simulador muestra la recta numérica de enteros y distintos elementos que representan el problema matemático, como el transcurso del tiempo representado por medio de una flecha. Los alumnos se muestran particularmente participativos, utilizando el micrófono y el chat de la reunión meet. PF1 pregunta “¿qué debería hacer en la recta numérica?”, se espera que los alumnos identifiquen que los números involucrados son negativos y que por lo tanto los saltos en la recta numérica deben ser hacia el lado izquierdo o hacia los números negativos, sin embargo, esto no ocurre, si no que el alumno plantea la respuesta con un número positivo. Esta situación es coherente con López y López (2017), quienes plantean que el concepto de los números negativos y su manera de operarlos son una dificultad al momento de tratar los números enteros, esto debido a que en primaria es recurrente la idea de operarlos y ordenarlos con respecto al cero. En consecuencia, es lógico considerar las dificultades en la enseñanza de los números enteros como un obstáculo al momento de implementar TICs.

4.4. Reflexiones de los futuros profesores con el uso de tics en clases de números racionales y números enteros.

4.4.1. Reflexiones de los futuros profesores con el uso de tics en clases de números racionales.

En un comienzo al incluir el uso del simulador PhET y Cerebriti para la enseñanza-aprendizaje de los números racionales los alumnos comprendieron de qué manera funcionaba la TIC, “*hubo muy buena aceptación por parte de los estudiantes con la innovación utilizando las TICs*” (nota de campo, PF2, clase 10-06-21). Sin embargo, los resultados por establecimiento fueron muy distintos, principalmente en el tipo de representación que utilizaban y en el significado de aprendizaje atribuido en cada una de las respuestas.

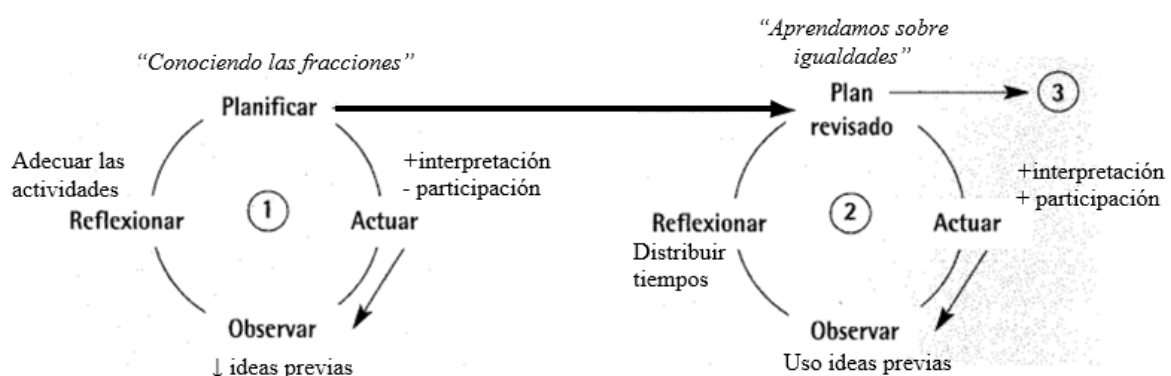


Figura 12: preguntas con simulador PhET, INSUCO. (elaboración propia, 2021)

Los estudiantes del INSUCO utilizando una innovación con el simulador PhET no presentaron dificultades para interpretar las actividades señaladas por los simuladores, con buena acogida por parte de ellos, sin embargo, su participación al comenzar la secuencia didáctica fue escasa, limitándose la participación se limitó a 2 estudiantes en la interacción.

Durante la clase se evidenciaron la falta de ideas previas en los conceptos de números mixtos, “*se dieron largos periodos de silencio cuando se preguntó acerca de la transformación a número mixto*” (nota ampliada, PF2, clase 10-06-21), necesitando de la ayuda del docente para responder dicha pregunta. Autores Maia, Cámara y Cámara (1991, citados en López y López, 2017), el concepto de fraccionamiento que presentan los alumnos tiene la idea de que cuando algo es dividido es en porciones más pequeñas que la cantidad total, en donde cada una de esas partes es igual y corresponde a una fracción de lo que fue ese todo originalmente, sin embargo, los alumnos comienzan a tener dificultades cuando se presentan fracciones impropias (números

mixtos), en donde la idea de fraccionamiento que tenían los alumnos inicialmente se contradice, pues se enfrentan a que el número de partes tomadas es mayor a la cantidad de partes divididas.

Es importante cuestionarse como profesor la importancia de conocer cuáles son los conocimientos previos de los alumnos, puesto que si existe una falta de estas ideas previas, al momento que los estudiantes deben aplicarlo en la TIC, no tendrán los conocimientos necesarios, necesitará de la colaboración y no podrá ser cumplido el objetivo principal de la implementación de simuladores que consiste en que los alumnos logren por sí mismos un razonamiento matemático. Se verificó que *“los estudiantes cuando desconocen ciertos conceptos, prefieren guardar silencio antes que dar respuestas que sean incorrectas”* (nota ampliada, PF2, clase 10-06-21). Esto concuerda con Elgueta (2020), quien alude que el aula virtual propicia clases mayormente expositivas en donde el docente explica los contenidos de la clase, en donde los alumnos se mantienen con las cámaras apagadas, sin participar, guardando silencio y en donde muy pocas veces realizan preguntas ni siquiera cuando presentan dudas de un contenido.

Lo anterior, contrasta con la experiencia con los estudiantes del CPPAH que presentaron una alta participación con 12 alumnos promedio por actividad, ya sea por medio del chat o hablando, aquí no se evidenciaron deficiencias de conocimientos previos, hay un mayor razonamiento matemático, sólo presentaron errores al relacionar la parte pictórica y algebraica de una fracción.

Un factor importante a considerar en las clases con uso de simulador son los constantes problemas con el internet, *“el meet y el PhET no funcionan bien al mismo tiempo, la página tarda mucho en cargar y la clase se hace corta de tiempo”* (nota ampliada, PF2, clase 10-06-21), a por lo mismo se optó por apagar la cámara del profesor y a esto se suma el limitado tiempo de las clases online (40 min).

En la segunda clase en la actividad, *“aprendamos sobre fracciones”*, los alumnos aumentaron ligeramente su participación, respondieron de forma rápida y en la mayoría de los casos asertiva, su desempeño mejoró, aplicando conceptos previos tratados en la sesión anterior, sólo presentaron dificultades al utilizar un lenguaje matemático. Así como señala Radatz (citado en Rico 1998), el aprendizaje de símbolos y vocabulario conceptual matemático presenta una dificultad para los alumnos similar al aprendizaje de un nuevo idioma, provocando errores en

la interpretación de los ejercicios de resolución de problemas en donde el alumno debe leer el enunciado y convertir el lenguaje conceptual a uno natural.

Los momentos de silencio incómodo de la clase disminuyeron producto que los alumnos comenzaron a tener respuestas más rápidas. Por esta razón, se tomó la decisión pedagógica de una redistribución del tiempo destinado a la actividad, puesto que los alumnos ya conocen de qué se tratan las sesiones con el simulador, se incorporaron preguntas guiadas de forma abierta, para dar oportunidades de crear respuestas por todos los alumnos de la clase.

En el caso de la intervención realizada en el CPPAH, los alumnos mantuvieron su participación en clases, sin presentar grandes errores conceptuales. Los estudiantes son capaces de realizar respuestas elaboradas conjeturando y utilizando un lenguaje matemático; al igual que en el INSUCO, los alumnos del CPPAH responden de manera rápida, sin embargo, dada la experiencia de las primeras intervenciones en INSUCO, se contaban con más preguntas que fueron surgiendo a las preguntas diseñadas, otras preguntas de manera espontánea producto del interés demostrado por los alumnos. La Agencia de la Calidad de la Educación (2018, p.21), invita a los docentes a realizar preguntas que incentiven al análisis y razonamiento de los estudiantes, en donde deban reflexionar en actividades con ejercicios analíticos y prácticos que desarrollen propuestas e incentiven al análisis, utilizando los contenidos abordados por el profesor durante la clase donde se trabaja activamente en la comprensión de los atributos de conceptos o contenidos, en esta actividad la profesora los motivó preguntando constantemente: “¿por cuánto está amplifica la fracción?, ¿es una fracción propia?, ¿qué ocurrió? ¿Cómo se transforma a número mixto?”.

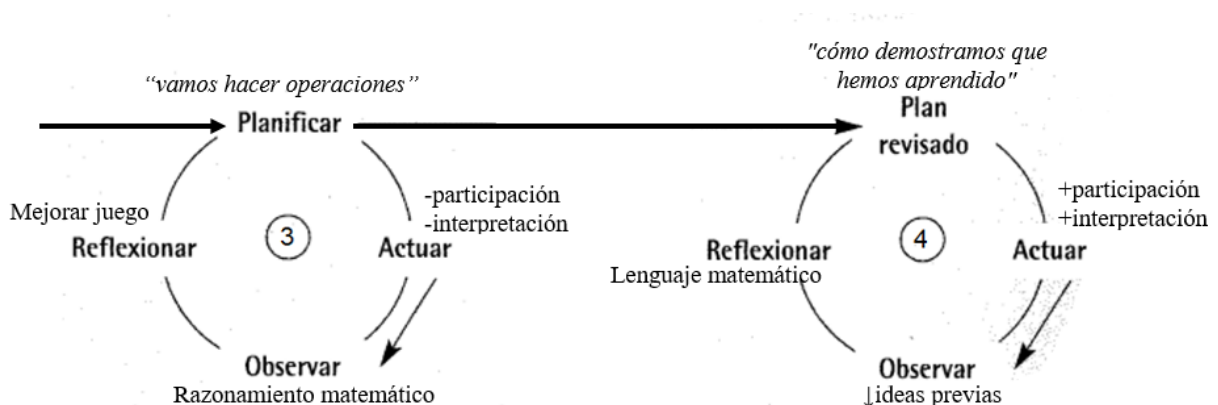


Figura 13: preguntas con herramienta Cerebriti, INSUCO. (elaboración propia, 2021)

Para las siguientes sesiones se utilizó la herramienta Cerebriti, los alumnos demostraron poca participación, se realizaron preguntas con juegos educativos de pregunta-respuesta acerca de

las operaciones de números racionales en la actividad llamada “*vamos hacer operaciones*”. puesto que no existían imágenes con representación pictórica. Con el uso de Cerebriti los alumnos debían interpretar el lenguaje matemático de las actividades, de las fracciones, el estudiante debió leer el enunciado y con el uso del saber adquirido realizar un cambio de cuadro sin necesidad de ver un dibujo. Existió una brecha entre lo que se pensó aumentaría las intervenciones de los alumnos, pero en el aula virtual se presentó baja participación de los alumnos del INSUCO, “*solo un estudiante participó continuamente respondiendo a las actividades*” (*nota ampliada, PF2, clase 25-06-21*).

Por su parte la participación en el CPPAH, se limitó a tres alumnos. Se presentaron algunas dificultades para la interpretación de las preguntas del juego. Los alumnos debieron seleccionar una respuesta dentro del juego y no siempre se encontraba la respuesta correcta, lo cual pudo confundir a algunos estudiantes sin embargo este error del juego, ayudó a que los estudiantes del INSUCO pudieran lograr un razonamiento matemático, ya que tal como señala Rico (1998, citado en Vasco y Climent, 2020) los errores pueden llegar a contribuir positivamente al proceso de aprendizaje, además, dentro del aprendizaje de los conocimientos matemáticos es habitual y normal que ocurran errores, siendo necesario un diagnóstico, detección, corrección y superación de estos errores mediante actividades que promuevan un razonamiento matemático.

Es importante señalar que en esta actividad se produjeron errores en la herramienta Cerebriti debido al poco tiempo que tenían los estudiantes al momento de responder las preguntas, donde el tiempo predeterminado por cada problemática no supera el minuto de tiempo. Si bien los alumnos presentaron tener respuestas rápidas en actividades anteriores, “*4 minutos es muy poco tiempo, hay que aumentarlo en la otra clase y colocar el tiempo máximo de 12 minutos por actividad*” (*nota ampliada, PF2, clase 25-06-21*). Así como plantea el modelo de Pinzón y Gómez (2019), la toma de decisiones del profesor durante su práctica docente se presenta en tres momentos: planificación, implementación y evaluación. En este caso, durante la implementación de las actividades producto de la situación inesperada del tiempo, se debió formular un propósito, que consistía en que la mayor cantidad de estudiantes pudieran responder a la actividad, generando la opción de ajustar el tiempo establecido por el juego. (Pinzón y Gómez, 2021, p. 4)

Esta misma actividad se mantuvo en la ejecución en CPPAH, puesto que al tener una respuesta que no se encuentra ayuda a identificar si los alumnos son capaces de por sí solos de darse cuenta del error y con esto lograr un aprendizaje por razonamiento matemático. Como reflexión

de la clase, se vuelve necesario reevaluar los juegos implementados con Cerebriti puesto que los juegos vienen con un cronómetro y muchos no tienen el tiempo suficiente para ser implementados durante la clase, ya que al explicar cada una de las actividades y esperar la respuesta de los alumnos, esto tarda de 2-3 minutos, pero los juegos vienen con un tiempo predeterminado de 4 min para todas las preguntas destinadas. Por lo tanto, había que estar constantemente repitiendo el juego, perdiendo con ello la continuidad en la actividad de aprendizaje. Para una próxima sesión hay que considerar actividades con un cronómetro de tiempo más extendido.

En la última sesión, *“cómo demostramos que hemos aprendido”*, la participación de los alumnos se mantuvo baja, pero aumentó notoriamente en comparación con la primera sesión utilizando Cerebriti, en promedio se contó con la participación de 4 a 5 estudiantes por colegio. Además, ya no hubo problemas de interpretación de los juegos debido a que se seleccionaron actividades con más tiempo para responder, sin que el cronómetro termine y sin juegos en donde no estuviera la respuesta correcta dentro de las alternativas. Sin embargo, es importante tener en cuenta que a partir de la actividad en donde se trataban sólo conceptos de operación de fracciones se detectaron algunos errores por una falta de ideas previas principalmente en las operaciones con distinto denominador, esto debido a que con el uso de Cerebriti, a diferencia del simulador PhET, los alumnos deben manejar el lenguaje matemático debido a que ya no cuentan con la representación pictórica de la fracción. Los alumnos en el CPPAH, demostraron aplicación del saber adquirido, es decir, su conocimiento de las clases anteriores sumado a un uso del lenguaje conceptual matemático

Como futuras profesoras de matemática interesadas en potenciar el uso del lenguaje matemático por parte de los alumnos, el uso de simulador abre una oportunidad de aprendizaje visual e interactiva, ya que en general el uso de TICs facilita que los alumnos puedan interpretar una fracción en su forma pictórica y algebraica, pudiendo ser capaces de relacionar contenidos que no habían adquirido previamente a través de la visualización con el simulador, sin embargo, el uso de simuladores no ayuda a los estudiantes a desarrollar el lenguaje conceptual matemático, teniendo dificultades para incluirlo en su vocabulario pero no para interpretarlo, lo que se relaciona con los autores Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019), quienes señalan como uno de los errores más frecuentes la notación y uso del lenguaje matemático, en donde los alumnos traducen de manera incorrecta los conceptos matemáticos al definirlos de un lenguaje natural a un lenguaje conceptual.

4.4.2. Reflexiones de los futuros profesores con el uso de tics en clases de números enteros.

Los resultados obtenidos en los dos establecimientos donde se implementó el simulador PhET, se diferencian principalmente en los resultados obtenidos, puesto que durante su implementación en el LSCL, las respuestas de los alumnos fueron principalmente *insuficientes*. A pesar de lo anterior, se observa un avance en cuanto a la comprensión puesto que en las sesiones posteriores, realizadas en el CPPH, los alumnos fueron capaces de entregar respuestas *buenas y sobresalientes*.



figura 14: preguntas con herramienta PhET Recta Numérica: Operaciones, LSCL. (elaboración propia, 2021)

Al comienzo de las sesiones realizadas con el uso del simulador PhET “Recta Numérica: Operaciones”, donde se implementó la actividad “hacemos cuentas con números enteros”, utilizado para el aprendizaje de multiplicación de números enteros, en junio del 2021, en el Liceo Bicentenario Santa Cruz de Larqui, hubo muchas dudas e inseguridades por parte de la profesora practicante, lo que constata la nota de campo: “Dudo de mi explicación y de la preguntas que hice” (nota de campo PF1, 15-06-21), además los alumnos presentaron dificultades para comprender la manera en que funcionaba la TIC, lo que se tradujo en una baja participación, tan “solo una alumna participó de la interacción” (nota de campo PF1, 15-06-21), además sus respuestas mostraron confusión para entender las representaciones del problema matemático en el simulador. Considerando a Pozuelo (citado en Ghitis y Alba, 2019), quien sostiene que en muchos casos la cultura y las costumbres establecidas a lo largo del tiempo, por parte de los docentes en sus formas de enseñar y recursos utilizados, generan miedo o desconfianza en el uso e implementación de las TIC en el aula, es coherente sostener que esta falta de comunicación por parte de los alumnos genera incertidumbres como futuro profesor en su acción en el aula virtual. Por otro lado, Díaz (2018) sostiene que los resultados obtenidos al

incorporar las TICS dependen del entorno educativo diseñado por el profesor, por lo que un obstáculo para el aprendizaje durante la implementación de un TIC puede llegar a ser la explicación del profesor o profesora para alcanzar la comprensión de sus estudiantes con uso de simulador.

Durante la segunda sesión cuando se implementaron las actividades “*aprendiendo a calcular*” y “*juguemos con los signos*”, se decidió, a causa de la falta de interacción, reformular la introducción al simulador PhET, con el objeto de obtener mejoras en la participación al entregar sus respuestas los alumnos. Durante la clase los alumnos del LSCL mantiene su baja participación, nuevamente “*tan solo una alumna participa de la interacción*” (nota de campo PF1, 15-06-21), sin embargo, fueron capaces de distinguir de manera precisa los elementos de la situación matemática dentro del simulador PhET, así mismo, las respuestas entregadas muestran uso de saber adquirido y uso de lenguaje conceptual. De la misma forma, al responder se utilizó representaciones pictóricas y pictóricas algebraicas, lo que señala un avance en la forma de responder al ejercicio. Cabe destacar que según Ríos-Cuesta (2021), las representaciones pictóricas o algebraicas, benefician a la interpretación y transformación del concepto matemático abstracto a la visualización, en donde este proceso es característico cuando el alumno logra realizar un razonamiento o pensamiento lógico matemático sin dificultad.

También fue importante cuestionarse que al plantear un problema matemático, por medio de una presentación de PowerPoint y luego mostrarla en la pantalla del simulador fue, como decisión pedagógica, la más adecuada para hacer participar a mis alumnos, esto quedó registrado en la nota de campo: “*lo que no me gustó fue no tener algo donde tener escrita la actividad*” (nota de campo PF1, 15-06-21), sin embargo, este acto, de hacer cambios de pantalla desde la presentación del problema al simulador, se hizo de manera repetida, sumado a la baja participación se decidió eliminar esos cambios de pantalla para las siguientes sesiones donde se implementó el simulador PhET.

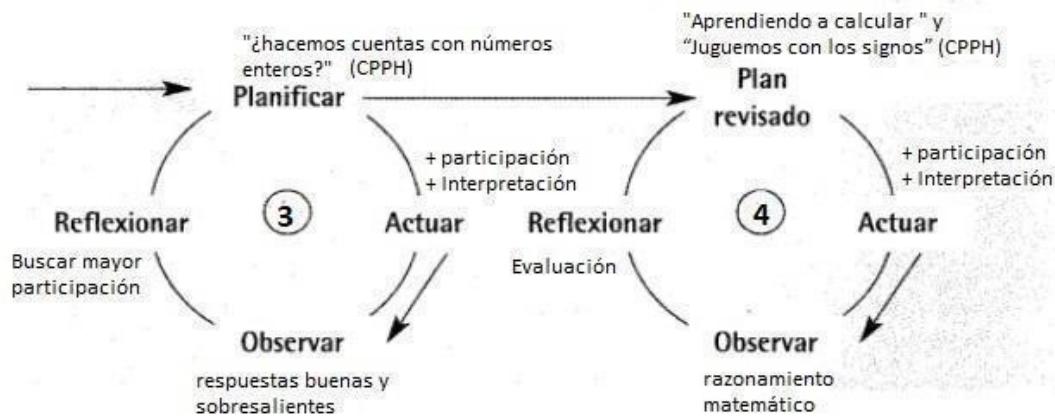


Figura 15: preguntas con herramienta PhET Recta Numérica: Operaciones, CPPAH. (elaboración propia, 2021)

Durante la primera sesión en el Colegio Polivalente Padre Alberto Hurtado (CPPAH), realizadas en octubre del año 2021, donde se implementó el simulador PhET, específicamente “*Recta Numérica: operaciones*”, en conjunto con la actividad “¿*hacemos cuentas con números enteros?*”, los alumnos mostraron una mayor participación, en comparación con la participación del LSCL, en el CPPAH hubo al menos dos alumnos que participaron dando respuestas por voz, sumado a otros alumnos que hicieron uso del chat. Esta actitud participativa de los estudiantes permitió que más estudiantes colaborarán expresando sus respuestas a esta actividad. Para lograr esto y por la experiencia anterior, el PF1 incentivó desde el comienzo de la clase su cooperación haciendo énfasis en el uso del chat. Tomando en cuenta a Pabón-Gómez (2014) quién sostiene que la incorporación de las TICs en la enseñanza facilita a los docentes crear la posibilidad de desarrollar una mayor interacción mediante clases más innovadoras, es razonable sostener que el uso del simulador PhET facilitó la participación en los alumnos.

Los alumnos del CPPAH, en la actividad antes mencionada, no mostraron dificultades para interpretar las actividades, dado que sus respuestas fueron mayoritariamente correctas, también utilizaron el saber adquirido con lenguaje conceptual, contrarrestando con lo mencionado por los autores Radatz (citado en Rico 1998), Mendoza (citado en Ríos-Cuesta) y Kieren (citado en Ávila, 2019), quienes señalan que los alumnos presentan dificultades al utilizar el lenguaje conceptual matemático; este cambio en el comportamiento de los alumnos significa un avance importante en el lenguaje matemático de los estudiantes en el aprendizaje de números. Así mismo, se ve una mejora en comparación con las representaciones de las respuestas entregadas en el LSCL, puesto que los alumnos del CPPAH utilizaron mayoritariamente representaciones algebraicas.

Cabe mencionar que, aunque, los alumnos del CPPAH en esta ocasión tuvieron una mayor participación, en comparación con LSCL, esta sigue siendo baja, si consideramos que el curso se compone de 45 alumnos y durante la actividad participaron 4 alumnos, por lo que PF1 decidió incentivar la participación, haciendo énfasis en el uso del chat.

Durante la segunda sesión en el CPPAH, donde se puso en marcha el uso de TICs, en conjunto de las actividades “*aprendiendo a calcular*” y “*jugemos con los signos*”, la participación de los alumnos aumentó. Esto es coherente con lo que menciona Pabón-Gómez (2014) quien sostiene que el uso de TICs puede llegar a desarrollar una mayor interacción mediante clases más innovadoras. Por otro lado, se observó en las respuestas de los alumnos un razonamiento matemático, esto es coherente con Riveros, Mendoza y Castro (2011) aseguran que las TICs son un medio de enseñanza con el que se puede llegar a facilitar el proceso didáctico de la matemática. por lo que es congruente asegurar que en este caso las TICs utilizadas están facilitando el pensamiento matemático en los estudiantes. Es importante mencionar que, si bien es cierto, que la cantidad de interacciones aumentaron, estas no son suficientes para hacer una evaluación del aprendizaje del curso, por lo que ese es un punto a mejorar para las próximas.

Con todo esto se puede decir que el éxito de una TIC depende en gran medida de la manera en que ésta es implementada por el docente, pues al poner en marcha su uso, puede generar inseguridades en el desempeño de profesoras y profesores las que van desapareciendo en la medida que su uso se acompaña de un proceso reflexivo y crítico en su implementación. En tanto que la TICs sea seleccionada correctamente, con un plan diseñado para su uso, estas resultan ser facilitadora del proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que se observaron avances en la participación, en uso de lenguaje conceptual y representaciones en las respuestas de los alumnos, sin embargo, esto no es suficiente, haciendo necesario un instrumento de evaluación que analice los niveles de logro de dichos aprendizajes.

CONCLUSIONES

Luego de caracterizar las interacciones entre profesor-alumno en la enseñanza-aprendizaje de números con uso de las TICs podemos llegar a las siguientes conclusiones en la Práctica Profesional

Las representaciones detectadas en los estudiantes al participar en las actividades de aprendizaje en números diseñadas con el uso del simulador PhET y Cerebriti, en el aula, señala que los estudiantes en el aprendizaje de los números racionales y números enteros optan por un tipo de representación mayoritariamente algebraica, siendo la representación pictórica la menos utilizada y la que más presentan dominio los estudiantes, además se presentan errores, asociados a la falta de conocimientos previos.

Los alumnos en forma general presentan un mayor logro de aprendizaje al aplicar el saber adquirido a medida que avanzaron las sesiones con el uso de simuladores, sin embargo, presentan problemas al incluir el lenguaje matemático al expresar sus ideas. Los principales errores detectados en el aprendizaje de números racionales tal como señalan Caballero y Juárez (2016), fueron al simplificar fracciones algebraicas al identificar en qué momentos puede reducirse, también al realizar operaciones de suma y resta con fracciones de igual o distinto denominador. En el caso de los números enteros, los mayores errores se produjeron en el LSCL debido a una incorrecta interpretación de la actividad y la baja interacción en el aula virtual.

Los significados matemáticos atribuidos por los estudiantes al participar en las actividades de aprendizaje en números diseñadas con el uso del simulador PhET y Cerebriti, en el aula indican que los alumnos presentan distintas formas de aprender y diversas ideas previas, de acuerdo al contexto escolar, a esto se suma que cada colegio en pandemia implementó su propia modalidad de enseñanza y duración de sus clases. Los alumnos también presentaron conocimientos diversos en el logro de aprendizaje, es así que el 24% de los estudiantes presenta un aprendizaje insuficiente en el aprendizaje de números, mientras que solo el 34% tiene un aprendizaje sobresaliente.

Si se analizan los resultados por concepto de *números racionales* se detecta una gran brecha porcentual con el uso del simulador, ya que existe un 18% de los estudiantes que presentan un aprendizaje insuficiente y un 47% de ellos un aprendizaje sobresaliente. Sin embargo, para los *números enteros* existe una gran diferencia de acuerdo al tipo de establecimiento, como pudimos observar el 50% de los alumnos pertenecientes al LSCL obtiene un aprendizaje

insuficiente, mientras que en el CPPAH solo el 11% de los alumnos demuestra un aprendizaje insuficiente. Según el contexto escolar, los estudiantes del LSCL presenta mayoritariamente respuestas insuficientes, debido a las dificultades para interpretar e identificar los elementos de la situación problema matemática en el simulador, lo que generó inseguridad, incertidumbre y cuestionamientos en la acción didáctica al enseñar del futuro profesor.

El uso de TICs facilitó la interacción en el aula virtual para que los alumnos interpretaran una fracción de una parte tanto pictórica como algebraica, logrando ser capaces de relacionar contenidos que no habían adquirido previamente a través de la visualización con el simulador. Sin embargo, con los datos obtenidos podemos afirmar que el uso de simuladores no ayuda a desarrollar el lenguaje conceptual matemático de los estudiantes, teniendo dificultades para incluirlo en su vocabulario en sus respuestas, no así para interpretarlo donde demuestra ser muy efectivo. Basados en estas evidencias en el aprendizaje de los alumnos con el uso de tics sus aprendizajes varían según sea: la complejidad del concepto aprender, los conocimientos previos adquiridos por los alumnos, el diseño con actividades de aprendizaje para aprender dichos conceptos (números), el uso de los recursos TICs seleccionado y el contexto educativo en que se encuentran presentes.

En base a los datos analizados en diversos contextos educativos, es posible afirmar que el uso de los simuladores PhET y Cerebriti funcionaron como facilitadores del aprendizaje de números en contextos de aula virtual, beneficiando la participación de los estudiantes a medida que van familiarizándose con simuladores, llegando a ser una gran herramienta para el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los alumnos. Sin embargo, este debe ocurrir bajo ciertas condiciones que permitan la interacción de profesor –alumno, con la adecuada elección de tecnologías de la información, por lo que se debe considerar el conocimiento del profesor del contexto educativo para construir un diseño de aprendizaje cercano al entorno del estudiante de modo que logren detectar y apoyar las dificultades de aprendizaje desde las primeras clases.

Finalmente, la reflexión clase-clase a través de la investigación-acción en la práctica profesional como ejercicio de análisis sobre la implementación permitió reevaluar críticamente los desempeños de cada futuro profesor para tomar decisiones pedagógicas que permiten modificar la forma de actuar en las clases siguientes y debe ser considerado como una forma de mejoramiento profesional continuo al enseñar matemática.

Considerando los resultados positivos en las actividades de aprendizaje mediadas con el uso del simulador en el contexto de aula virtual, es importante considerar para estudios futuros la implementación en el contexto presencial. Además, en este proceso es relevante que el profesor guíe el aprendizaje de sus estudiantes en el desarrollo del uso del lenguaje conceptual matemático. A modo de proyección, resulta pertinente para futuras investigaciones estudiar previo a la implementación de las actividades cuales son los conocimientos adquiridos por los alumnos, para que sea efectiva el desarrollo de habilidades con el uso de simuladores.

REFERENCIAS

- Agencia de la Calidad de la Educación. (2018). Estudio de las interacciones pedagógicas dentro del aula. Recuperado de: https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/4507/interacciones_peda.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Avila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Educación Matemática*, 31(2), 22-60. DOI: 10.24844/EM3102.02
- Bancayán-Ore, C. y Vega-Denegri, P. (2020). La investigación-acción en el contexto educativo. *Paideia XXI*, 10(1), 233-247. doi:10.31381/paideia.v10i1.2999
- Barba, A. y Solís P. (1997). *Cultura en las Organizaciones: Enfoques y Metáforas en los Estudios Organizacionales*. Estado de México, México: Vertiente Editorial.
- Bishop, J., Lamb, L., Philipp, R., Whitacre, I., Schappelle, B. y Lewis, M. (2014). Obstacles and affordances for integer reasoning: An analysis of children's thinking and the history of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 19-62.
- Bosch, M. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 1(1), 15-37. Consultado de <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/97>
- Caballero, E. y Juárez, J. (2016). Análisis y clasificación de errores en la adición de fracciones algebraicas con estudiantes que ingresan a la universidad. *Números*, 91(1), 33-56.
- Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes. Orbis. *Revista Científica Ciencias Humanas*, 2(6), 68-84. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/709/70920605.pdf>
- Carrión, E. (2019). El uso del juego y la metodología cooperativa en la Educación Superior: una alternativa para la enseñanza creativa. *ARTSEDUCA*, (23), 70-97. doi: <http://dx.doi.org/10.6035/Artseduca.2019.23.4>

- Carr, W. y Kemmi, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca.
- Ceballos, E. D. M. (2019). Tecnologías de la información y la comunicación en la educación infantil. *Revista Universitaria De Informática RUNIN*, 4(7), 79-82.
- Coloma, M., Labanda, M., Michay, G., Espinoza, W. (2020). Las Tics como herramienta metodológica en matemáticas. *Revista ESPACIOS* ISSN: 0798 1015, 41(7)
- Cruz, M., Pozo, M., Aushay, H. y Arias, A. (2019). Las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) como forma investigativa interdisciplinaria con un enfoque intercultural para el proceso de formación estudiantil. *e-Ciencias de la Información*, 9(1). Recuperado de: <https://doi.org/10.15517/eci.v1i1.33052>
- Díaz, J. (2018). Aprendizaje de las matemáticas con el uso de simulación. *Sophia*, 14(1), 22-30. DOI: <http://dx.doi.org/10.18634/sophiaj.14v.1i.519>
- Dodera, G., Bender, G., Burroni, E. y Lázaro, M. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (38), 69-84. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/38/archivo8.pdf>
- Elgueta, M. F. (2020). ¿Hay alguien ahí? Interacciones pedagógicas con cámaras apagadas en tiempos de pandemia. *Revista Pedagogía Universitaria y Didáctica del Derecho*, 7(2), 1-8. doi:10.5354/0719-5885.2020.60556
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S. y Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa*, 6(23), 23-32.
- Franchi, L. y Hernández, A. (2004). Tipología de errores en el área de la geometría plana. *Educere*, 8(24), 63-71. Recuperado de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/19840/1/articulo10.pdf>
- Gaete, R. (2014). Reflexiones sobre las bases y procedimientos de la Teoría Fundamentada. *Ciencia, Docencia y Tecnología*, 25(48),149-172. Recuperado de: <http://www.scielo.org.ar/pdf/cdyt/n48/n48a06.pdf>

- Gamboa, R., Castillo, M. e Hidalgo, R. (2019). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. *Actualidades Investigativas en Educación*, 19(1), 1-31.
- Ghitis, T. y Alba, A. (2019). Percepciones de futuros docentes sobre el uso de tecnología en educación inicial. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 21, e23, 1-12. doi:10.24320/redie.2019.21.e23.2034
- Goldrine, T. y Rojas, S. (2007). DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA DOCENTE A TRAVÉS DE LA INTERACTIVIDAD PROFESOR-ALUMNOS. *Estudios pedagógicos*, 33(2), 177-197.
- Granda, L., Espinoza, E. y Mayon, E. (2019). Las TIC como herramientas didácticas del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Conrado*, 15(66), 104-110. Recuperado de <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n66/1990-8644-rc-15-66-104.pdf>
- Grisales, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214.
- Hankel, H. (1867). *Vorlesungen über die complexen zahlen und ihre functionen*. Leipzig, Alemania: Leopold Voss.
- Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. *PNA* 13(4), 197-220.
- Krippendorff K. (1980) “Content análisis: an introduction to its methodology”, Sage Beverly Hills, California.
- Latorre, A. (2003). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona, España: Graó.
- Litwin, E. (2005). *Tecnologías educativas en tiempos de Internet*. Buenos Aires: Amorrortu.
- López, W. y López, W. (2017). Las dificultades conceptuales en el proceso de aprendizaje de la Matemática en el segundo año de Educación Media. *Educere*, 21 (70), 653-667. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35656000013>
- Martínez, L. Hinojo, F. y Rodríguez, A. (2017). Fortalezas, debilidades y concepciones que tienen los profesores al momento de implementar las TIC en sus procesos de enseñanza.

Revista Científica Electrónica de Educación y Comunicación en la Sociedad del Conocimiento, 17(2), 297-316.

Martínez, M. (2006). Validez y confiabilidad en la metodología cualitativa. *Paradigma*, 27(2), 07-33. Recuperado de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512006000200002&lng=es&tlng=es.

Medina, M. (2018). Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. *Revista Didasc@lia: D&E*, 9(1), 125-132. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6595073>

Méndez, G. J., y Delgado, G. M. (2016). Las TIC en centros de Educación Primaria y Secundaria de Andalucía. Un estudio de casos a partir de buenas prácticas. *Digital Education*, 29.

MINEDUC (2016). *BASES CURRICULARES DE 7º AÑO BÁSICO A 2º AÑO MEDIO*. Recuperado de <https://media.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/28/2017/07/Bases-Curriculares-7%C2%BA-b%C3%A1sico-a-2%C2%BA-medio.pdf>

Morales H. y Irigoyen A. (2016). El Paradigma Conductista y Constructivista de la Educación a través del Decálogo del Estudiante. *Arch Med Fam*, 18(2), 27-30.

Muñoz, I., García, D., Mena, S. y Erazo, J. (2020). NEO LMS enseñanza matemática: Uso de recursos digitales. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria KOINONIA*, 5(1), 793-814. DOI: <http://dx.doi.org/10.35381/r.k.v5i1.810>

Pabón-Gómez, J. (2014) Las TICs y la lúdica como herramientas facilitadoras en el aprendizaje de la matemática. *Eco. Mat.*, 5(1): 37-48

Parra, D. (2021). Ventajas del trabajo colaborativo para el aprendizaje de los números fraccionarios. *Seres y saberes*, 9(1), 65-69. Recuperado de <http://revistas.ut.edu.co/index.php/SyS/article/view/2430/1862>

Pinzón, A. y Gómez, P. (2019). Un modelo para la toma de decisiones del profesor de matemáticas. *PNA* 13(3), 130-146.

Pinzón, A. y Gómez, P. (2021). Toma de decisiones en el aula: Estudio de casos de profesores de matemáticas. *PNA* 16(1), 1-24. DOI: [doi:10.30827/pna.v16i1.15674](https://doi.org/10.30827/pna.v16i1.15674)

- Rico, L. (1998). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. In J. Kilpatrick, L. Rico, & P. González (Eds.). *Educación matemática* (pp. 69-109). México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Ríos-Cuesta, W. (2020) Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (63), 196-222. <https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n63a8>
- Riveros, V., Mendoza, M. I., y Castro, R. (2011). Las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de instrucción de la matemática. *Quórum académico*, 8(15), 111-130.
- Rodríguez, J. L., Romero, J. C., y Vergara, G. M. (2017). Importancia de las Tic en enseñanza de las matemáticas. *MATUA Revista Del Programa De Matemáticas*, 4(2), 2-9.
- Sánchez Bracho, M. ., Fernández, M. ., & Díaz, J. . (2021). Técnicas e instrumentos de recolección de información: análisis y procesamiento realizado por el investigador cualitativo. *Revista Científica UISRAEL*, 8(1), 107–121. <https://doi.org/10.35290/rcui.v8n1.2021.400>
- Sanz, M. T., Figueras, O., y Gómez, B. (2018). Las fracciones, habilidades de alumnos de 15 a 16 años. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 25, 257-279.
- Triana-Muñoz, M., Ceballos-Londoño, J. y Villa-Ochoa, J. (2016). Una dimensión didáctica y conceptual de un instrumento para la Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje. El caso de las fracciones. *Entramado*, 12(2), 166-186. <https://doi.org/10.18041/entramado.2016v12n2.24219>
- Vasco Mora, D. y Climent Rodríguez, N. (2020). Conocimiento de un profesor de Álgebra Lineal sobre los errores de los estudiantes y su uso en la enseñanza. *Cuadrante*, 29(1), 97-114.
- Vera, L. y Yáñez, M. (2021). La importancia de las TIC en la asignatura matemática. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 13(2), 37-48. doi: <https://doi.org/10.51896/atlane/RZBS1977>

Vlassis, J. (2008). The role of mathematical symbols in the development of number conceptualization: The case of the minus sign. *Philosophical Psychology*, 21(4), 555-570.