



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

**FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA**

DISEÑO Y MODELACIÓN DE UN COLECTOR SOLAR

**Seminario de Titulación presentado
en conformidad con los requisitos
para obtener el título de Ingeniero
de ejecución en Mecánica.**

Profesor guía:

Sr. Carlos Hernán Salinas Lira. Dc.Sc.

Camilo Roberto Maldonado Valderrama

Agosto 2013

Agradecimientos

A mi Familia.

Tabla de contenidos

Objetivos	8
Objetivo general.....	8
Objetivos específicos.....	8
Resumen	9
Capítulo 1.....	10
Energía Disponible	10
1.1 La energía solar.....	11
1.2 Cuerpo Negro.....	12
1.3 Relaciones Astronómicas Sol – Tierra	13
1.3.1 Declinación Solar.....	13
1.3.2 Posición relativa sol – superficie horizontal	15
1.3.3 Constante Solar.....	16
1.3.4 Radiación extraterrestre sobre superficie horizontal.....	17
1.3.5 Radiación Solar en la superficie de la Tierra: Directa, Difusa y Reflejada.....	18
1.3.6 Métodos para obtener valores de radiación global sobre superficie horizontal.....	21
1.3.7 Métodos para obtener valores de radiación difusa sobre superficie horizontal.....	23
1.3.8 Radiación solar sobre superficies inclinadas.....	25
Capítulo 2.....	26
Modelación Colector Solar	26
2.1 Balance de energía	27
2.2 Materiales.....	27
2.2.1 Radiación solar($q_{RadiaciónSolar}$)	28
2.2.2 Pérdidas térmicas($q_{Perdidas}$).....	28
2.2.3 Calor útil($Q_{Útil}$).....	29
2.3 Temperaturas superficiales.....	29
2.3.1 Balance de energía sobre la superficie transparente del captador, Superficie 1	30
2.3.2 Balance de energía superficie reflectora, superficie 2	31
2.3.3 Balance de energía Superficie p.....	31
2.4 Definición de parámetros.....	32
2.4.1 Propiedades del Fluido	32
2.4.2 Sistema de ecuaciones.....	32
2.4.3 Coeficientes de convección (h)	33
Capítulo 3.....	40
Resultados	40
3.1 Resultados	41
Conclusiones.....	43

Anexos	46
Anexo A	47
Tablas: Constantes, Registros Históricos y Propiedades	47
Anexo B	52
Cálculo de Radiación Global y Difusa.....	52
Anexo C.....	65
Modelación Colector Solar.....	65

Nomenclatura

A	Área superficial	$[m^2]$
A_1	Área de la cubierta de vidrio	$[m^2]$
A_2	Área del reflector parabólico	$[m^2]$
A_p	Área del tubo captador	$[m^2]$
a_1, b_1	Constantes fórmula de Angstrom modificada	$[adim]$
c_p	Calor específico	$[J/kg K]$
D	Diámetro	$[m]$
dn	Nº de día del año [0,365]	$[día]$
F_{ij}	Factor de forma	$[adim]$
E	Energía	$[J]$
ΔE	Energía almacenada	$[J]$
E_b	Potencia emisiva	$[W]$
g	Aceleración de gravedad	$[kg m/s^2]$
Gr	Número de Grashof	$[adim]$
H_0	Energía Radiante Extraterrestre	$[J/m^2]$
H_r	Energía Radiante Total sobre una superficie	$[J/m^2]$
H	Energía Radiante Global	$[J/m^2]$
H_d	Energía Radiante Directa	$[J/m^2]$
H_D	Energía Radiante Difusa	$[J/m^2]$
H_R	Energía Radiante Reflejada	$[J/m^2]$

h_{ij}	Coeficiente de convección	[<i>adim</i>]
I_{sc}	Constante Solar	[<i>W/m²</i>]
I_0	Irradiación Solar Extraterrestre	[<i>W/m²</i>]
J	Radiosidad	[<i>W/m²</i>]
K_m	Índice de transparencia atmosférico mensual	[<i>adim</i>]
k_{aire}	Conductividad térmica del aire	[<i>W/m k</i>]
L	Longitud del colector	[<i>m</i>]
m_{agua}	Masa de agua a calentar	[<i>kg</i>]
N_d	Duración teórica del día	[<i>hrs</i>]
n_0	Duración real del día	[<i>hrs</i>]
n_i	Nº del día del año en evaluación [0,365]	[<i>día</i>]
Nu_D	Numero de Nusselt superficie cilíndrica	[<i>adim</i>]
Nu_L	Numero de Nusselt superficie plana	[<i>adim</i>]
Pr_D	Numero de Prandtl superficie cilíndrica	[<i>adim</i>]
Pr_L	Numero de Prandtl superficie plana	[<i>adim</i>]
Q	Transferencia de energía	[<i>J</i>]
q_{Conv}	Calor por convección	[<i>W</i>]
q_{Rad}	Calor por radiación	[<i>W</i>]
R	Resistencia térmica	[<i>J</i>]
R_b	Factor de corrección por inclinación de sup.	[<i>adim</i>]
Re	Número de Reynolds	[<i>adim</i>]
Ra_L	Numero de Rayleigh	[<i>adim</i>]

r_0	Distancia Media Sol – Tierra	[UA]
r	Distancia Real Sol – Tierra en el día dn	[UA]
x	Nº de octavos de cielo cubierto	[<i>adim</i>]
α_i	Absortividad	[<i>adim</i>]
α	Altura Solar	[rad]
α	Difusividad Térmica	[1/K]
β	Inclinación del colector Solar	[rad]
β_{ij}	Coefficiente volumétrico de expansión térmica	[K ⁻¹]
δ	Declinación Solar	[rad]
ε	Emisividad	[<i>adim</i>]
ξ_0	Factor de corrección de la constante solar	[<i>adim</i>]
η_c	Rendimiento del calefactor	[%]
θ	Angulo de inclinación del colector	[grados]
θ_z	Ángulo cenital	[rad]
φ	Latitud geográfica	[rad]
μ	Viscosidad dinámica	[Kg/m s]
ν	Viscosidad cinemática	[m ² /s]
ρ	Densidad	[kg/m ³]
ρ_i	Reflexividad de una superficie	[<i>adim</i>]
σ	Constante de constante de Stefan Boltzmann ¹	[W/m ² K ⁴]
τ	Transmisividad	[<i>adim</i>]
ω	Ángulo horario o acimut	[rad]
ω_S, ω_{SS}	Ángulo horario salida y puesta de sol	[rad]

¹ corresponde a la constante de proporcionalidad de Stefan-Boltzmann igual a

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$$

Objetivos

Objetivo general.

“Optimizar el diseño geométrico de un colector solar de baja temperatura para el acondicionamiento de agua sanitaria

Objetivos específicos.

- Cuantificar el flujo de energía solar radiante.
- Describir los modelos de estimación de la irradiación solar y comparar sus estimaciones con registros históricos de la provincia de Concepción.
- Describir distintos métodos empíricos de medición de radiación global: componentes directa, difusa y reflejada.
- Presentar la metodología de cálculo que permite determinar los factores de forma, que inciden directamente en la cuantificación de la transferencia de calor por radiación entre el sol, el ambiente y las superficies del colector.
- Realizar un estudio paramétrico que permita optimizar una determinada configuración del captador solar.

Resumen

Este trabajo se concentra en determinar la energía solar disponible y describir una aplicación, la cual se busca mejorar en términos geométricos para alcanzar los máximos niveles posibles de utilización del recurso energético disponible. Para esto en el primer capítulo se desarrollan los métodos de estimación de la radiación solar global, flujo total de radiación proveniente del sol medido en la superficie de la tierra, compuesto de sus parcelas directa, difusa y reflejada. La magnitud de esta es función de variables geográficas, temporales y climatológicas que son recogidas en el modelo de estimación desarrollado. La validación de estos modelos de estimación, se realiza al comparar los resultados con los registros solarimétricos disponibles [4]. Estas comparaciones evidencia la cercanía de las estimaciones en iguales periodos, aunque es necesario reunir mayor cantidad de datos históricos para afirmar que estos modelos responden al comportamiento real de la irradiación solar para la región bajo análisis.

En segundo lugar se procedió a la optimización geométrica de un concentrador parabólico, el cual es parte de un sistema diseñado para acondicionar agua sanitaria a través de la irradiación solar. La transferencia de calor por radiación, posee entre sus parámetros limitantes la geometría de las superficies que se enfrentan al intercambio. Así, un adimensional llamado Factor de Forma o Configuración recoge las características dimensionales del concentrador parabólico y permitirá condicionar los niveles de captación de energía a parámetros geométricos como el tamaño, la posición y concavidad de esta superficie.

Finalmente, la modelación desarrollada en el software Maple es condicionada a parámetros que definen el tipo de superficie reflectora parabólica del colector solar, lo cual permite optimizar la forma de dicha superficie en función de obtener una máxima captación de energía.

Capítulo 1.

Energía Disponible

La finalidad de este capítulo es determinar de forma clara y consistente la cantidad de energía radiante mensual disponible. Se desarrolla un modelo a partir de las variables más significativas, que dicen relación con la dependencia astronómica, geográfica y climatológica del sitio en evaluación.

Los contenidos se dividen en tres partes. En la primera, se presentan los fundamentos de la radiación solar, en particular su característica espectral. En segundo lugar se trata la geometría solar en cuanto al movimiento de la tierra en torno al Sol. Finalmente, se desarrollan los modelos de estimación de la radiación solar.

En el Anexo A se evalúan los modelos expuestos comparándolos con los flujos esperados².

² CNE / PNUD / UTFSM, Irradiación Solar en Territorios de la República de Chile, [en línea], Santiago de Chile, < <http://www.freewebs.com/infoenergia/RegistroSolarimetrico.pdf>>, [Consulta: 16 de Junio de 2013].

1.1 La energía solar.

La energía solar es producida en el Sol como resultado de reacciones nucleares de fusión, viaja a través del espacio en forma de ondas electromagnéticas de diferentes frecuencias denominada Radiación Solar, la cual interactúa con la atmósfera y la superficie terrestre.

La energía solar es de naturaleza electromagnética de amplio espectro: longitudes de onda que va desde 10^{-10} hasta $10^4 \mu\text{m}$, ver Figura 1. Las longitudes más cortas (alta frecuencia) están asociadas con los rayos gama, rayos X y la radiación ultravioleta, mientras las microondas tienen longitudes de onda larga. Valores intermedios de longitud de onda (**entre 0,1 y 100 μm**) corresponden a la radiación térmica que puede detectarse como calor o luz, las cuales son de interés en este estudio.

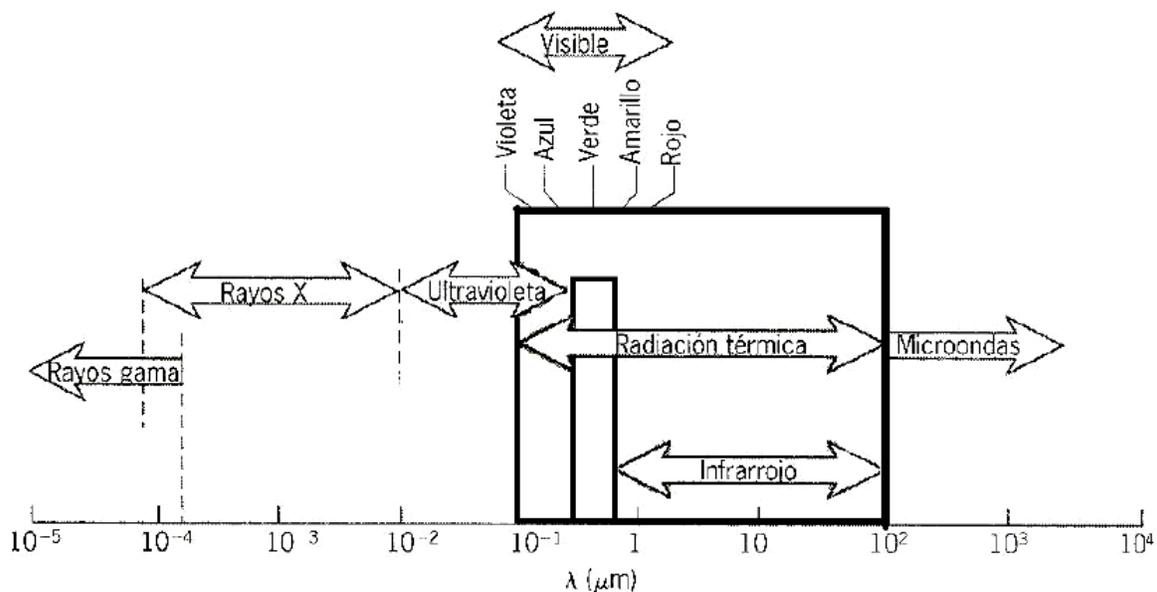


Figura 1.1. Espectro Electromagnético.

La radiación solar se distingue en función de los cambios que haya sufrido en su trayectoria. Se distinguen tres tipos: directa, difusa y reflejada.

La radiación directa llega a la superficie de la tierra sin haber sufrido cambio en su dirección. La radiación difusa interactúa con la atmósfera desarrollándose procesos de reflexión y dispersión, finalmente la radiación reflejada es aquella reflejada por la superficie terrestre y depende de la reflectividad del medio circundante. Así, se define radiación global H_r al total de irradiación en una superficie unitaria.

1.2 Cuerpo Negro

El cuerpo negro es una superficie ideal, utilizada como referencia para evaluación de las propiedades radiantes de superficies reales. Un cuerpo negro:

- Absorbe toda la radiación incidente sobre él.
- Ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro
- Es un emisor difuso

La Emisión total de cuerpo negro para todas las longitudes de onda está dada por [referencia 1]:

$$E_b = \sigma T^4 \quad (1.1)$$

Donde

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right] \quad \text{Constante de Stephan Boltzmann}$$

1.3 Relaciones Astronómicas Sol – Tierra

La cantidad de radiación que incide sobre un sistema, está condicionada por parámetros astronómicos, geográficos y climatológicos.

Los factores astronómicos se relacionan con la posición relativa Sol – Tierra y la posición sobre la tierra considerada. Estos parámetros son responsables de los cambios estacionales y diarios de la irradiación, ya que condicionan el recorrido del flujo energético a través de la atmósfera y su ángulo de incidencia.

1.3.1 Declinación Solar

La tierra da una vuelta sobre su eje cada 24 horas y completa una elipse alrededor del sol cada 365.25 días aproximadamente. La excentricidad de la órbita de la tierra es muy pequeña (0.01673), y la distancia media sol – tierra, r_0 , es una unidad astronómica UA, equivalente a 1.496×10^8 km.

La rotación de la tierra alrededor de su eje causa los cambios en la distribución de la radiación a lo largo del día, y la posición de este eje respecto al sol causa los cambios estacionales.

En la trayectoria de la tierra alrededor del sol hay que destacar los siguientes estados:

- Solsticio de verano: máxima duración del día.
- Solsticio de invierno: mínima duración del día.
- Equinoccios de primavera y otoño: igual duración del día y la noche.

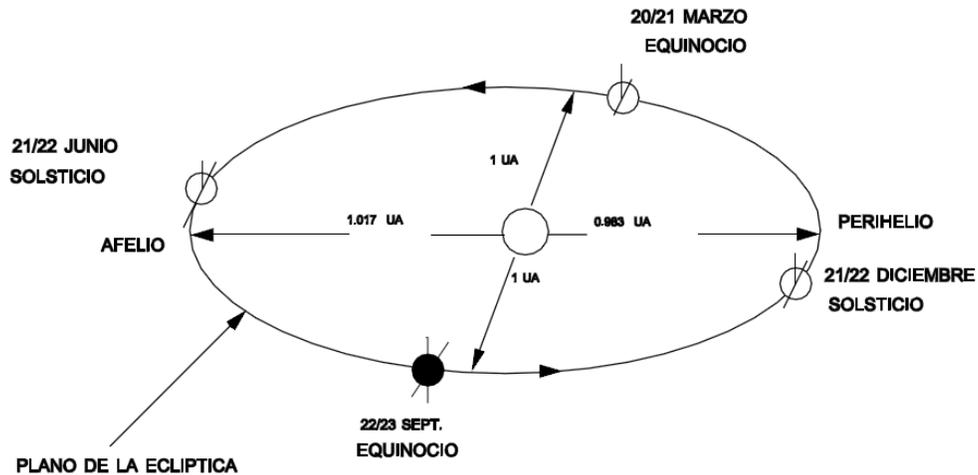


Figura 1.2. Movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

El plano de giro de la tierra alrededor del sol se llama plano de la eclíptica. La tierra gira alrededor de su eje polar, que está inclinado aproximadamente 23.5° respecto a la perpendicular al plano de la eclíptica. Este ángulo permanece constante a lo largo del año; sin embargo el ángulo formado por una línea que una los centros de la tierra y el sol y el plano ecuatorial varía cada día. Este ángulo se conoce como declinación solar y se determina a través de la Ec. 1.3. Es cero en los equinoccios y varía entre $+23.5^\circ$ y -23.5° .

$$\alpha := \frac{2 \cdot \pi \cdot (dn - 1)}{365} ; \quad (1.2)$$

$$\delta := (0.006918 - 0.399912 \cdot \cos(\alpha) + 0.070257 \cdot \sin(\alpha) - 0.006758 \cdot \cos(2 \cdot \alpha) + 0.000907 \cdot \sin(2 \cdot \alpha) - 0.002697 \cdot \cos(3 \cdot \alpha) + 0.00148 \cdot \sin(3 \cdot \alpha)) ; \quad (1.3)$$

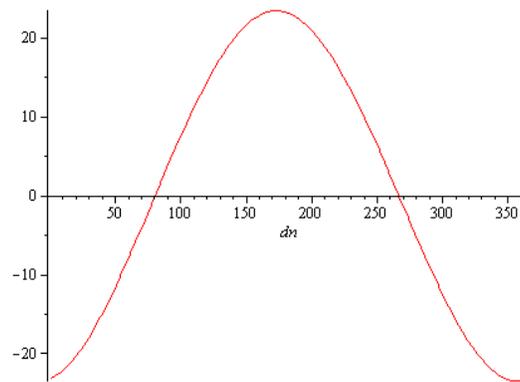


Figura 1.3. Declinación solar δ vs día del año dn .

1.3.2 Posición relativa sol – superficie horizontal

Para conocer la posición del sol en el cielo en cualquier momento – desde el punto de vista del observador – se utilizan dos ángulos, conocidos como ángulo horario o acimut ω y altura solar α . El ángulo horario es negativo a la mañana, cero a medio día y positivo por la tarde.

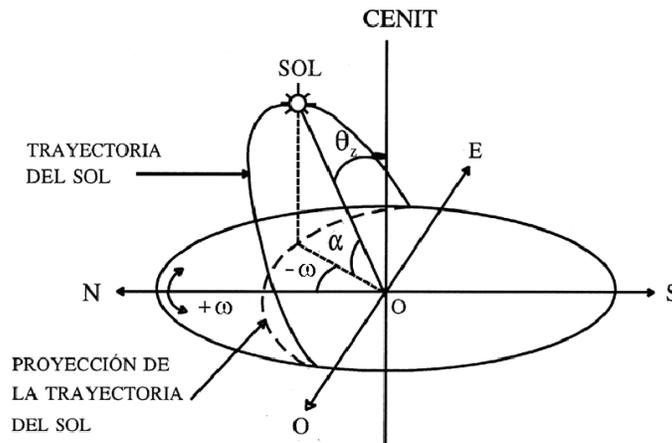


Figura 1.4. Altura solar, ángulo horario y cenital.

La dependencia del lugar se recoge mediante la latitud geográfica φ . La dependencia temporal se recoge en la declinación δ y ω . Así:

$$\cos(\theta_z) = \sin(\delta) \cdot \sin(\phi) + \cos(\delta) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\omega) = \sin(\alpha) : \quad (1.4)$$

$$\text{A la salida del sol } \alpha = 0 \rightarrow \omega_s = \arccos(-\tan(\varphi) \tan(\delta)) \quad (1.5)$$

Así, la duración total del día expresada en radianes será $2\omega_s$. Teniendo en cuenta que la Tierra gira 2π rad en 24 horas, la duración del día en horas será:

$$Nd := \frac{24}{\pi} \arccos(-\tan(\phi) \cdot \tan(\delta)) : \quad (1.6)$$

1.3.3 Constante Solar

La constante solar I_{sc} es la irradiación por unidad de tiempo y área sobre una superficie perpendicular a los rayos del sol, situada fuera de la atmósfera a la distancia media sol – tierra r_0^3 .

$$I_{sc} = 1367 \frac{W}{m^2}$$

Debido a la excentricidad de la trayectoria de tierra en torno al sol, la constante solar real para el día dn del año, es proporcional a un factor de corrección ξ_0 .

$$\xi_0 := \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = 1 + 0.033 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot dn}{365} \right) : \quad (1.7)$$

³ La WRC – Centro de Radiación Mundial por sus siglas en Inglés – Propone que la distribución espectral de la radiación procedente del sol es similar a la que se obtendría si se supone que el sol es un cuerpo negro a una temperatura de 5777 K.

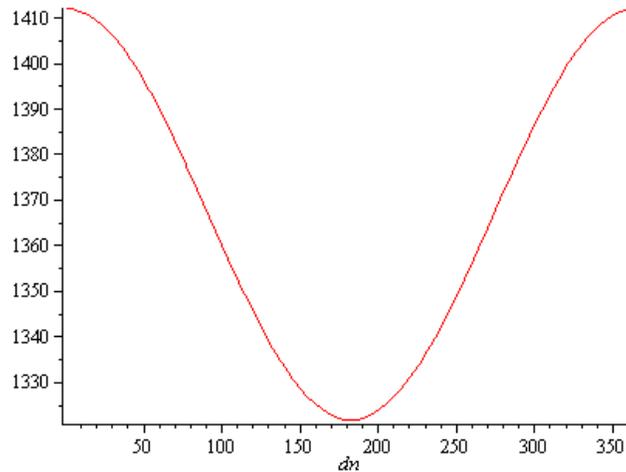


Figura 1.5. Constante solar corregida a lo largo del año.

1.3.4 Radiación extraterrestre sobre superficie horizontal

La radiación solar extraterrestre se define como la cantidad de energía recibida en el exterior de la atmósfera por unidad de superficie. La expresión que define el flujo para cualquier momento entre el ángulo de salida y puesta de sol por unidad de área es:

$$I_0 = I_{sc} \xi_0 \cos \theta_z \tag{1.8}$$

La integral de la expresión anterior entre dos ángulos horarios cualquiera representa la cantidad de energía recibida por unidad de superficie $\left[\frac{J}{m^2}\right]$ en el intervalo tiempo equivalente.

$$H_0 = \frac{24 \cdot 3600}{\pi} \int_0^\omega I_0 d\omega \tag{1.9}$$

Tabla 1.1 Radiación extraterrestre $\left[\frac{W}{m^2}\right]$ vs día del año vs latitud para $\omega = 0$.

		01-ene	01-feb	01-mar	01-abr	01-may	01-jun	01-jul	01-ago	01-sep	01-oct	01-nov	01-dic
Latitud Norte	90	0	0	0	101	344	496	520	415	200	0	0	0
	80	0	0	51	336	564	702	723	627	428	169	0	0
	70	0	65	291	561	768	887	904	821	643	402	140	0
	60	170	308	523	769	948	1045	1058	990	838	623	378	203
	50	411	541	739	953	1099	1171	1179	1128	1008	825	605	441
	40	639	758	932	1109	1217	1262	1265	1233	1147	1002	813	666
	30	848	952	1097	1231	1297	1314	1312	1299	1251	1148	996	871
	20	1031	1117	1228	1315	1339	1327	1319	1327	1318	1259	1149	1050
	10	1183	1248	1322	1360	1340	1299	1287	1314	1344	1332	1268	1196
Ecuador	0	1299	1341	1376	1363	1300	1231	1226	1261	1329	1365	1347	1306
Latitud Sur	-10	1375	1393	1389	1325	1220	1126	1106	1170	1274	1356	1386	1376
	-20	1410	1403	1359	1246	1103	987	963	1043	1181	1306	1382	1405
	-30	1401	1371	1287	1130	953	818	792	884	1051	1216	1337	1391
	-40	1350	1296	1177	979	774	624	596	699	889	1089	1251	1334
	-50	1258	1183	1031	798	571	411	382	492	701	930	1127	1237
	-60	1128	1033	853	594	351	185	157	271	491	741	968	1103
	-70	964	852	650	371	121	0	0	41	266	531	781	935
	-80	770	645	426	137	0	0	0	0	33	304	569	738
	-90	553	418	190	0	0	0	0	0	0	68	340	519

1.3.5 Radiación Solar en la superficie de la Tierra: Directa, Difusa y Reflejada.

La radiación solar que llega a la superficie de la tierra está condicionada por:

Factores astronómicos: Son función de la posición relativa sol – tierra y de las coordenadas geográficas del lugar considerado. Condicionan básicamente el ángulo de incidencia de los rayos solares.

Factores climáticos: no toda la radiación máxima esperable para cada altura solar y cada localidad será siempre perceptible en la superficie de la tierra. Los factores llamados climáticos atenuarán la misma: nubes, ozono, aerosoles, etc, los cuales causan absorción, reflexión y difusión de la radiación.

El total de radiación procedente del sol que incide en una superficie en la tierra estará compuesto por:

- Radiación directa: la que llega a la tierra directamente en línea con el disco solar.
- Radiación difusa: originada por los efectos de dispersión de los componentes de la atmósfera, incluidas las nubes.
- Radiación reflejada: radiación incidente en la superficie que procede de la reflejada por otras superficies (suelo por ejemplo). Al cociente entre la radiación reflejada e incidente en la superficie de la tierra se denomina albedo.

La Irradiación global o total que llega a una superficie se puede expresar como la suma de estas tres componentes:

$$H_r = H_d + H_D + H_R \quad (1.10)$$

1.3.5.1 Índice de transparencia atmosférico

El índice de transparencia atmosférico es una medida de lo “transparente” que es la atmósfera a la radiación solar. Fundamentalmente, nos da información de cuánta radiación alcanza la superficie de la tierra en función de la radiación extraterrestre. En días claros, los valores de este índice serán elevados (por encima de 0.8) y en días nublados pueden llegar a ser muy bajos (incluso por debajo de 0.1). Un valor alto, por ejemplo 0.8, nos indica que el 80% de la radiación que había en el exterior de la atmósfera alcanzó la superficie de la tierra.

$$K_m = \frac{H}{H_0} \quad (1.11)$$

1.3.5.2 Albedo terrestre

Cuando una energía radiante incide en una superficie, puede ser parcialmente absorbida, parcialmente reflejada y parcialmente transmitida. Estas propiedades

se llaman absorptividad, reflectividad y transmisividad de una superficie. Cuando la fuente de radiación es el sol, se utiliza el término albedo en lugar de reflectividad.

La radiación incidente puede incluir tanto radiación directa como difusa, mientras que la radiación reflejada dependerá de las propiedades de la superficie. Con respecto a éstas, se pueden citar dos tipos límites de características:

- Difusa: Una superficie es perfectamente difusa si la radiación que refleja es uniforme en todas las direcciones. Tal superficie se llama reflector isotrópico.
- Especular: Una superficie refleja especularmente cuando el ángulo de incidencia de la radiación sobre esta es igual al ángulo de reflexión. Se denomina reflector anisotrópico.

Respecto a la radiación reflejada por superficies terrestres, hay que tener en cuenta el tipo de cobertura de la superficie.

Tabla 1.2 Albedos de superficies terrestres

	Intervalo	Valor medio típico
Tierras sin vegetación	0.04 - 0.25	0.12
Arena	0.20 - 0.40	0.30
Tierras cultivadas	0.10 - 0.30	0.20
Nieve fresca	0.70 - 0.90	0.80
Nieve vieja	0.30 - 0.70	0.55
Agua, sol en el cenit	0.03 - 0.07	0.05
Agua, sol bajo	0.15 - 0.65	0.20
Nubes	0.30 - 0.85	0.60
Planeta tierra (medio)		0.32

1.3.6 Métodos para obtener valores de radiación global sobre superficie horizontal

Se desarrolla un modelo de estimación basado en datos históricos del lugar en evaluación. En primer lugar, se obtiene la llamada Heliofanía relativa, razón entre la duración real del día respecto a su duración teórica. Para obtenerla se utilizan dos métodos, el primero basado en las horas de sol directa y el segundo a partir de los valores de nubosidad, ambos registrados por estaciones meteorológicas.

No se desarrolla acá la extinción de la radiación solar a causa del ozono, absorción por vapor de agua y/o contenido de aerosol en la atmósfera. Sin embargo, en la Fig. 1.6 se observa el mapa de transmisividad atmosférica sin nubes. El promedio mundial estimado es de 0.54⁴.

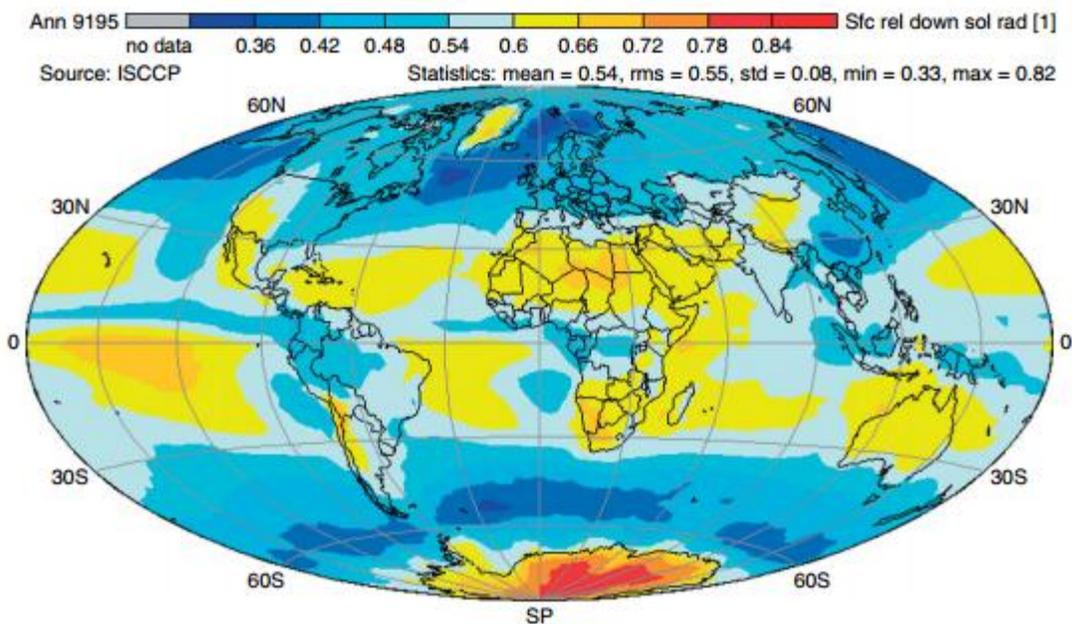


Figura 1.6. Mapa de la transmitancia atmosférica media anual.

⁴ RASCHKE, A & OHMURA, A, Efectos de las nubes en la disponibilidad de radiación (1991 a 1995), [en línea], Hamburgo, Alemania
http://pubs.giss.nasa.gov/docs/2005/2005_Raschke_etal.pdf, [Consulta: 18 de Junio de 2013].

1.3.6.1 Heliofanía Relativa

1.3.6.1.1 Estimación de la Heliofanía Relativa: Basado en horas de Sol

La heliofanía relativa es relación entre las horas de sol medidas en una localidad determinada y la duración media teórica del día en la localidad que se evalúa. Así, la Ec. 1.6 expresada en valor medio mensual será:

$$N_d := \frac{1}{n_2 - n_1} \cdot \sum_{n=n_1}^{n_2} \left(\frac{24}{\pi} \cdot \arccos(-\tan(\phi) \cdot \tan(\delta)) \right) : \quad (1.12)$$

Con esto, la heliofanía relativa se expresa:

$$S = \frac{n_0}{N_d} \quad (1.13)$$

1.3.6.1.2 Estimación de la Heliofanía Relativa: Basado en octavos de Cielo Cubierto⁵

En esta estimación heliofanía relativa S es función de la nubosidad presente en el cielo, lo que comúnmente se expresa en octavos de cielo cubierto.

$$S(x) := 0.85 - 0.020 \cdot x - 0.011 \cdot x^2 : \quad (1.14)$$

⁵ CASTILLO, Haydée y SANTIBAÑES, Fernando, Evaluación de la radiación solar global y luminosidad en Chile, [en línea], <http://www.chileanjar.cl/files/V41I3A06_es.pdf>, [Consulta: 18 de Junio de 2013].

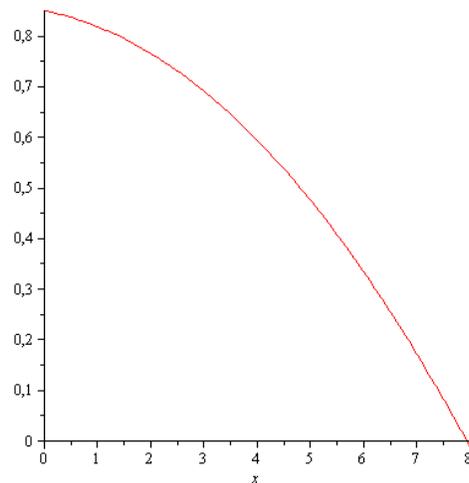


Figura 1.7. Heliofanía relativa en función de octavos de cielo cubierto.

1.3.6.1.3 Fórmula de Angström modificada

Esta expresión predice la irradiación global en función de la heliofanía relativa:

$$H = H_0 \cdot (a_1 + b_1 \cdot S) \quad (1.15)$$

Los coeficientes a_1 y b_1 son empíricos, obtenidos a partir de un análisis de regresión utilizando valores medidos de H .

1.3.6.1.4 Correlación Castillo – Santibañez

Esta corresponde a una calibración desarrollada por los autores [Ref. 3] para el territorio Chileno.

$$H = H_0 \cdot (0.26 + 0.51 \cdot S) - 1842280 \quad (1.16)$$

1.3.7 Métodos para obtener valores de radiación difusa sobre superficie horizontal.

La radiación difusa es la energía radiante disponible por unidad de superficie para días de baja transparencia atmosférica. Se busca predecir este flujo a partir del valor de H .

Para su obtención se evalúan relaciones propuestas por diversos autores, las que se comparan en el Anexo A. Estas son:

Método de Liu y Jordan

$$\frac{H_D}{H} = 1.39 - 4.027 \cdot K_m + 5.531 \cdot K_m^2 - 3.108 \cdot K_m^3, \quad 0.3 \leq K_m \leq 0.7 \quad (1.17)$$

Método de Page

$$\frac{H_D}{H} = 1.00 - 1.13 \cdot K_m \quad (1.18)$$

Método de Iqbal

$$\frac{H_D}{H} = 0.958 - 0.982 \cdot K_m, \quad 0.3 \leq K_m \leq 0.6 \quad (1.19)$$

Método de Ruth y Chant:

$$\frac{H_D}{H} = \begin{cases} 0.98 & K_m \leq 0.1 \\ 0.91 + 1.154 \cdot K_m - 4.936 \cdot K_m^2 + 2.848 \cdot K_m^3 & 0.1 \leq K_m \leq 0.7 \end{cases} \quad (1.20)$$

Método de Collares-Pereira y Rabl

$$\frac{H_D}{H} = \begin{cases} 0.99 & K_m \leq 0.17 \\ 1.188 - 2.272 \cdot K_m + 9.473 \cdot K_m^2 - 21.856 \cdot K_m^3 + 14.648 \cdot K_m^4 & 0.17 \leq K_m \leq 0.8 \end{cases} \quad (1.21)$$

1.3.8 Radiación solar sobre superficies inclinadas.

Para la determinación de la radiación solar sobre superficies inclinadas, se adopta un factor de corrección R_b , que es la relación entre la irradiación extraterrestre en un plano inclinado respecto a la irradiación sobre un plano horizontal.

Además, en la estimación sobre superficie inclinada aparece la radiación reflejada, como un nuevo aporte a la irradiación total sobre la superficie.

Así, el valor para la irradiación total sobre superficie inclinada será:

$$H_r = \left(H \cdot \left(1 - \frac{H_D}{H} \right) \cdot R_B + H_D \cdot \left(\frac{1 + \cos(\beta)}{2} \right) + H \cdot \rho_{[tierra]} \cdot \left(\frac{1 - \cos(\beta)}{2} \right) \right) \cdot \frac{1}{(n[2] - n[1] + 1)} \quad (1.22)$$

Capítulo 2.

Modelación Colector Solar

En este capítulo se analizará un colector solar térmico, destinado al acondicionamiento de agua sanitaria. Se busca realizar un modelo que permita cuantificar las ganancias energéticas del fluido de trabajo, cuando el equipo es expuesto a las distintas condiciones de irradiación anual producto de la variación estacional y climatológica.

El objetivo esencial de este capítulo es desarrollar un modelo para cuantificar los flujos energéticos y optimizar las ganancias energéticas en base a una variación paramétrica de la geometría del colector.

2.1 Balance de energía

En base al principio de conservación de la energía, se realiza un balance de energía, expresado por la ecuación (2.1), el cual permite determinar el calor almacenado en el fluido de trabajo del sistema de captación mostrado en la Fig. 2.1.

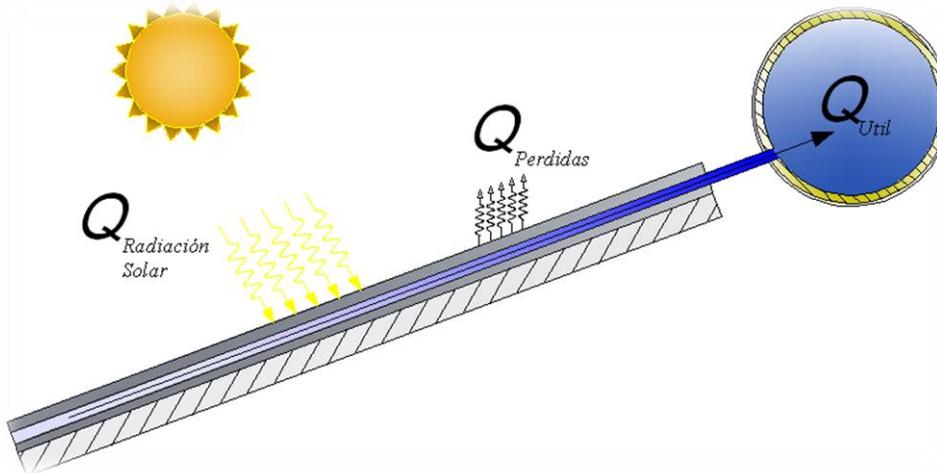


Figura 2.1. Balance de energía del sistema

$$q_{\text{Radiación Solar}} - q_{\text{Perdidas}} = q_{\text{Útil}} \quad (2.1)$$

2.2 Materiales.

Los materiales relevantes son los que están directamente expuestos a la radiación solar y transfieren la energía al fluido de trabajo. Las propiedades más importantes para la modelación corresponden a la absorptividad⁶, transmisividad⁷, reflectividad⁸ y emisividad⁹ de estos materiales.

⁶Es la razón entre la radiación térmica absorbida por una superficie y la que incide sobre ella.

2.2.1 Radiación solar ($q_{Radiación\ Solar}$)

Los valores de irradiación solar son determinados por el modelo de estimación de radiación global basado en horas de sol descrito en el capítulo 1. Se compone de sus fracciones directa, difusa y reflejada, y es proporcional al área normal incidente y a las propiedades radiativas del material. Dicha radiación es resumida por la siguiente expresión (ω en horas):

$$q_{Radiación\ Solar} = \frac{H_r}{\omega \cdot 3600} \quad (2.2)$$

2.2.2 Pérdidas térmicas ($q_{Perdidas}$)

Las pérdidas térmicas corresponden a la transferencia de calor por radiación y convección que ocurre entre la placa superior de vidrio y el ambiente. La parte inferior del colector se supone completamente aislado térmicamente.

$$q_{Perdidas} = q_{Conv\ 1\infty} + q_{Rad\ 1\infty} \quad (2.3)$$

Siendo.

$$q_{Conv\ 1\infty} = h_1 A_1 (T_1 - T_{amb}) \quad (2.4)$$

$$q_{Rad\ 1\infty} = \varepsilon_1 \sigma A_1 (T_1^4 - T_{amb}^4) \quad (2.5)$$

⁷ Solo para superficies transparentes o semitransparentes, es la razón entre la radiación térmica transmitida por la superficie y la que incide sobre ella.

⁸ Es la razón entre la radiación térmica reflejada por una superficie y la que incide sobre ella.

⁹ Es la proporción de radiación térmica emitida por una superficie u objeto debido a una diferencia de temperatura determinada.

2.2.3 Calor útil ($Q_{\text{útil}}$).

El calor útil viene dado por la cantidad de energía captada por unidad de tiempo, que eleva la temperatura inicial del agua de la red hasta un nivel predeterminado. Los flujos máxicos y la temperatura de equilibrio están condicionados a los niveles de irradiación del colector.

$$q_{\text{útil}} = m_{\text{agua}} c_{p\text{agua}} (T_p - T_{\text{agua}}) \quad (2.6)$$

2.3 Temperaturas superficiales.

Debido a que en estado estable la pared del colector estará en equilibrio con el fluido de trabajo, se plantea un sistema de ecuaciones que determina el valor de las temperaturas superficial junto al flujo máxico que fluye en el tubo captador, lo cual determinará el flujo de calor neto hacia el agua.

La Fig. 2.2 muestra los flujos de calor en el captador; producto de las propiedades radiativas de los materiales y el medio circundante.

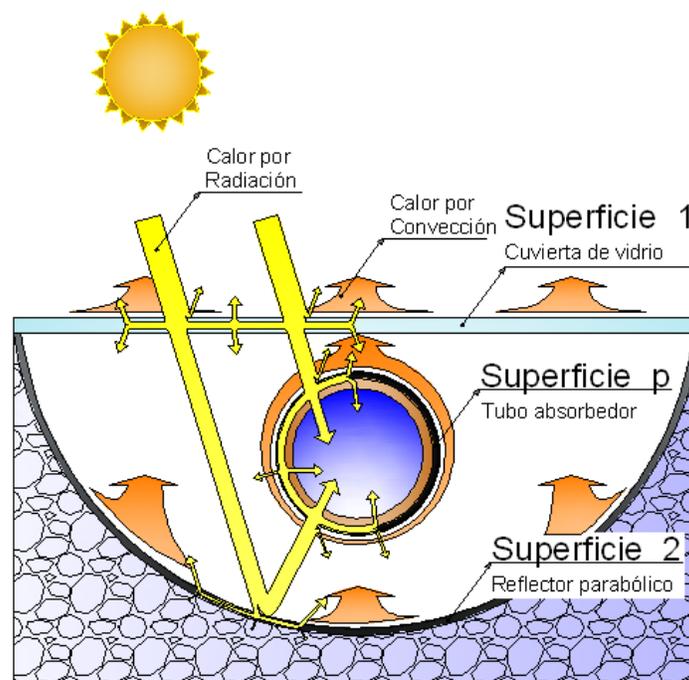


Figura 2.2. Flujos de calor en el Captador

2.3.1 Balance de energía sobre la superficie transparente del captador, Superficie 1

Superficie Plana que permite asilar el tubo captador de las condiciones atmosféricas externas.

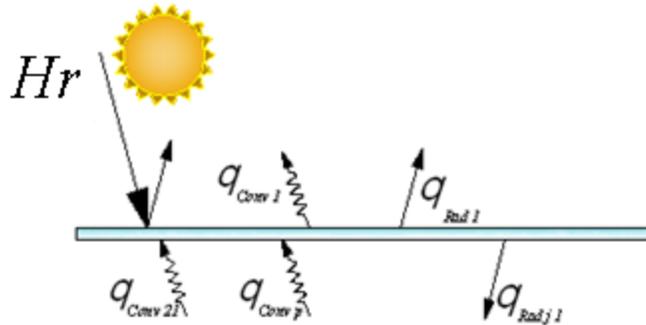


Figura 2.3. Superficie 1

$$H_r \alpha_1 A_1 + q_{Conv p1} + q_{Conv 21} = q_{Conv 1\infty} + q_{Rad 1\infty} + q_{Rad j 1} \quad (2.7)$$

Siendo.

$$q_{conv p1} = h_{p1} A_p (T_p - T_1) \quad (2.8)$$

$$q_{conv 21} = h_{21} A_{21} (T_2 - T_1) \quad (2.9)$$

$$q_{conv 1\infty} = h_{1\infty} A_1 (T_1 - T_{amb}) \quad (2.10)$$

$$q_{rad 1\infty} = \varepsilon_1 \sigma A_1 (T_1^4 - T_{amb}^4) \quad (2.11)$$

$$q_{rad j 1} = \frac{J_1 - J_p}{R_{1p}} + \frac{J_1 - J_2}{R_{12}} \quad (2.12)$$

2.3.2 Balance de energía superficie reflectora, superficie 2

La ecuación 2.13 representa el balance de flujo energético para la superficie reflectora, las ganancias son la irradiación global multiplicada por los factores de transmisividad de la superficie transparente y el factor de forma entre la superficie 1 y 2. Se equilibra al reconocer los flujos de radiación reflejada y las transferencias de calor convectivas. Esta superficie se supone aislada en su parte inferior, por lo que no figuran flujos energéticos en esta zona.

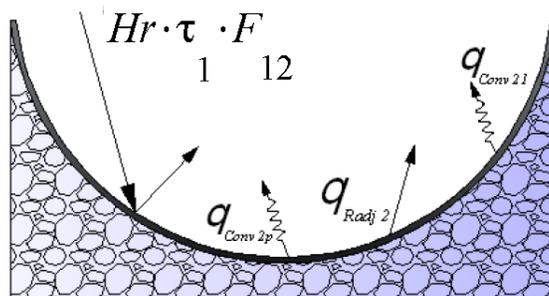


Figura 2.4. Superficie 2

$$H_r \tau_1 \alpha_2 A_{ref} = q_{Conv\ 2p} + q_{Conv\ 21} + q_{Rad\ j\ 2} \quad (2.13)$$

$$q_{Rad\ j\ 2} = \frac{J_1 - J_p}{R_{1p}} + \frac{J_1 - J_2}{R_{12}} \quad (2.14)$$

2.3.3 Balance de energía Superficie p

La Ecuación 2.15 representa los flujos de calor que interfieren en la superficie colectora p. Las contribuciones son representadas por la irradiación directa, la reflejada por el concentrador parabólico junto a las ganancias por convección. Los flujos de energía que abandonan esta superficie dicen relación con transferencias radiativas y convectivas debido al aumento de la temperatura del colector, y principalmente por el calor que es traspasado al agua, al interior del tubo.

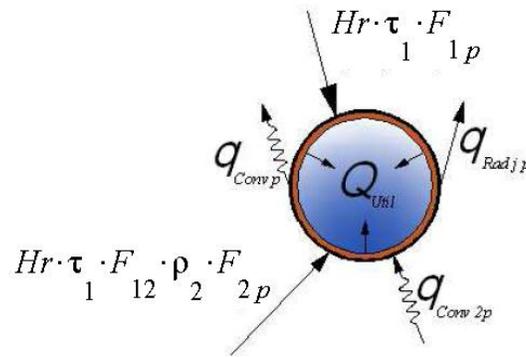


Figura 2.5. Superficie P

$$H_r \tau_1 \alpha_p A_{dir} + H_r \tau_1 A_{ref} F_{2p} \rho_2 \alpha_p + q_{Conv\ 2p} = q_{\acute{u}til} + q_{Conv\ 1p} + q_{Rad\ j\ p} \quad (2.15)$$

$$A_{dir} = dL \quad (2.16)$$

$$A_{ref} = A_1 - A_{dir} \quad (2.17)$$

$$q_{Conv\ 2p} = h_{2p} A_2 (T_2 - T_p) \quad (2.18)$$

$$q_{Rad\ j\ p} = \frac{J_p - J_1}{R_{p1}} + \frac{J_p - J_2}{R_{p2}} \quad (2.19)$$

2.4 Definición de parámetros.

2.4.1 Propiedades del fluido

Una limitante de *Maple* es no poseer las tablas de propiedades termofísicas entre sus librerías, debido a esto, se han desarrollado funciones de ajuste para un intervalo acotado, de estas propiedades.

2.4.2 Sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones es resuelto a través de un programa computacional desarrollado en Maple 12, cuyos detalles son dados en el anexo B.

El modelo programado permite determinar el desempeño del colector para cualquier localidad y estación del año, en base a la ubicación geográfica, periodo

del año, valores históricos de temperatura de aire y agua, junto a estimaciones de heliofanía relativa.

2.4.3 Coeficientes de convección (h)

Los coeficientes de convección cuantifican la influencia de las propiedades del fluido, de la superficie y condición de flujo cuando se produce transferencia de calor por convección.

2.4.3.1 Coeficiente de convección ($h_{1\infty}$)

Este corresponde al coeficiente entre la placa de vidrio y el aire ambiente. Se obtendrá a partir de las correlaciones para convección forzada, y su clasificación de flujo laminar o turbulento. Esto se realiza encontrando el Número de Reynolds:

$$Re_{\infty} = u_{\infty} \cdot \frac{L}{\nu(T_{\infty})} \quad (2.20)$$

De la Tabla 2.2 obtenemos la temperatura del aire, y de la tabla 2.3 la velocidad del viento en nudos. (1 nudo = 0.5144 m/s).

El Número de Nusselt se obtendrá a través de la siguiente ecuación (Ref. 1):

$$N[1\infty] := \begin{cases} 0.664 \cdot R_g[\infty]^{\frac{1}{2}} \cdot Pr(T[\infty])^{\frac{1}{3}} & R_g[\infty] < 5E+05 \\ \left(0.037 \cdot R_g[\infty]^{\frac{4}{5}} - 871 \right) \cdot Pr(T[\infty])^{\frac{1}{3}} & R_g[\infty] \geq 5E+05 \end{cases} \quad (2.21)$$

Finalmente:

$$h[1\infty] := \frac{N[1\infty] \cdot k(T[\infty])}{L} \quad (2.22)$$

2.4.3.2 Coeficiente de convección (h_{p1})

Este factor determina la tasa de transferencia de calor por convección en el interior de recinto – entre el tubo captador y la cubierta de vidrio – donde la estimación para cilindros horizontales isotérmicos es (Ref. 1):

$$h_{[pl]} := \frac{N_{[pl]} \cdot k(T_{[pl]})}{d} : \quad (2.23)$$

Tal que:

$$T_{[pl]} := \frac{T[p] + T[1]}{2} : \quad (2.24)$$

$$\beta_{[pl]} := \frac{1}{T_{[pl]}} : \quad (2.25)$$

$$Gr_{[pl]} := \frac{g \cdot \beta_{[pl]} \cdot (T[p] - T[1]) \cdot d^3}{\nu(T_{[pl]})^2} : \quad (2.26)$$

$$Ra_{[pl]} := Gr_{[pl]} \cdot Pr(T_{[pl]}) : \quad (2.27)$$

$$N_{[pl]} := \left(0.6 + \frac{0.387 \cdot Ra_{[pl]}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0.559}{Pr(T_{[pl]})} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 : \quad (2.28)$$

2.4.3.3 Coeficientes de convección (h_{21}) y (h_{2p})

Para estimar los coeficientes de convección correspondientes a la superficie del reflector parabólico se utilizará la correlación de convección natural para placas con superficie caliente hacia arriba y superficie fría hacia abajo, haciendo diferencias en las temperaturas de la capa límite (Ref. 1).

$$h := \frac{N \cdot k(T_f)}{L} : \quad (2.29)$$

Tal que:

$$N := 0.56 \cdot (Ra \cdot \cos(\theta))^{1/4} : \quad (2.30)$$

$$Ra := Gr \cdot Pr(T_f) : \quad (2.31)$$

$$Gr := \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu \cdot T_f^2} : \quad (2.32)$$

$$\beta := \frac{1}{T_f} : \quad (2.33)$$

2.4.3.4 Resistencias geométricas

$$R_{1p} = \frac{1}{A_1 F_{1p}} \quad (2.34)$$

$$R_{p2} = \frac{1}{A_p F_{p2}} \quad (2.35)$$

$$R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{12}} \quad (2.36)$$

2.4.3.5 Factor de forma.

Los factores de forma describen la resistencia geométrica a la transferencia de calor por radiación y representan la visibilidad de una superficie con respecto a otra. Estos se obtienen a partir del método denominado áreas infinitas¹⁰:

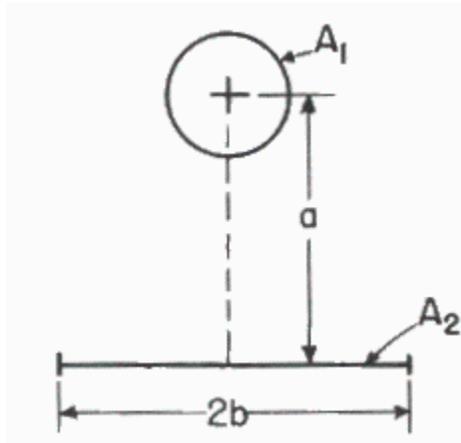


Figura 2.6. Plano horizontal enfrente a cilindro horizontal.

$$F_{A_1 A_2} := \frac{1}{\pi} \cdot \arctan(B) : \quad (2.37)$$

Tal que:

$$B := \frac{b}{a} : \quad (2.38)$$

2.4.3.6 Optimización en base a Estudio de Factores de Forma para máxima Captación

El objetivo general de este estudio es la optimización paramétrica de la unidad captadora de energía solar, mostrada en la figura 2.7.

¹⁰ HOWELL, John R. Catálogo de factores de configuración de transferencia de calor por radiación. [en línea], < <http://www.engr.uky.edu/rtl/Catalog/>>, [Consulta: 20 de Junio de 2013].

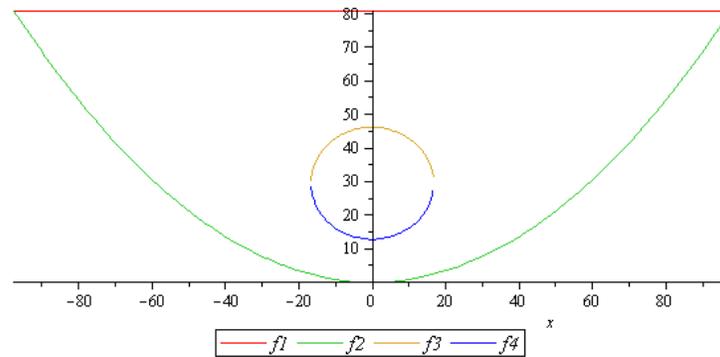


Figura 2.7. Geometría del colector

Para esto se define un estudio paramétrico que permita determinar la forma óptima de la geometría del captador. Siendo así, se define un cociente entre la irradiación efectiva producto de H_r más la contribución del concentrador parabólico y la irradiación sin concentrador.

$$\eta_{conc} = \frac{Rad}{Dir} * 100 \tag{2.39}$$

Siendo:

$$Rad = \alpha_p \cdot H_r \cdot \tau_1 \cdot ((d \cdot L_1) + (A_1 - d \cdot L_1) \cdot \rho_2 \cdot F_{2p}) \tag{2.40}$$

$$Dir = H_r \cdot d \cdot L_1 \tag{2.41}$$

La metodología del estudio paramétrico de optimización consiste en la determinación de dos parámetros que define la configuración geométrica del colector: extensión horizontal de la superficie transparente parámetro x y distancia vertical entre el punto inferior de la superficie reflectora y la superficie transparente parámetro y . El parámetro de optimización es la distancia focal F , que al mantener fijo el parámetro x o y en cada caso (sólo uno a la vez), producirá la variación del parámetro que haya quedado libre.

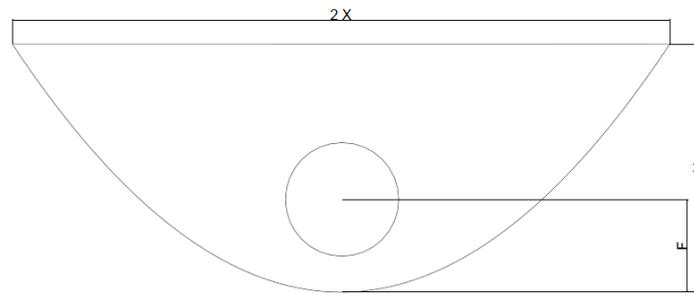


Figura 2.8. Geometría del colector

Para esto se definen dos etapas de optimización:

Primero:

- Se mantiene fijo el diámetro del tubo colector (D).
- En el plano transversal, el centroide del tubo colector coincide con el foco del reflector (F) parabólico.
- Se mantiene fija la distancia vertical y .
- Se grafica f vs η_{conc} , para determinar el punto focal para máxima captación.

Resultados: Maple halla los valores máximos de la gráfica en este intervalo de forma sencilla.

Segundo:

- Se mantiene fijo el diámetro del tubo colector (D).
- En el plano transversal, el centroide del tubo colector coincide con el foco del reflector (F) parabólico.
- Se mantiene fija la distancia horizontal x .
- Se grafica f vs η_{conc} , para determinar el punto focal para máxima captación.

Los resultados de estas variaciones son mostrados en las figuras 2.9 y 2.10. . Finalmente en la Figura 2.10 se puede observar un incremento de la irradiación gracias al concentrador parabólico de 185% en relación a la irradiación sin concentrador.

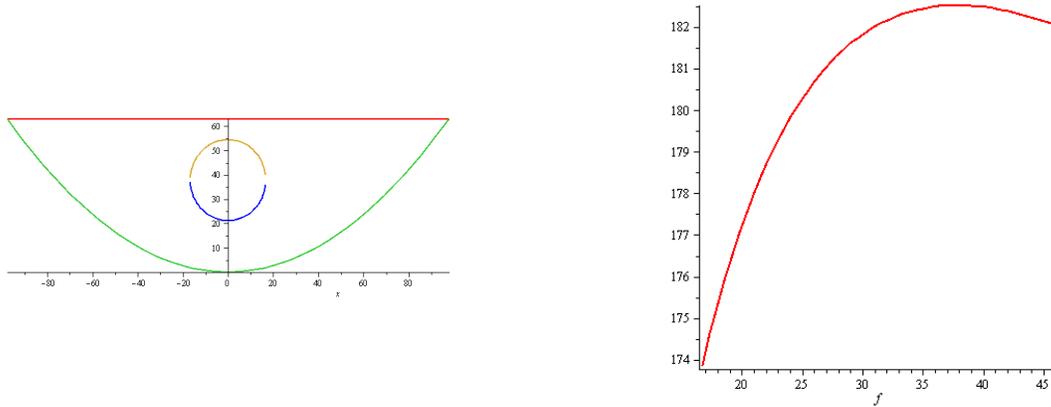


Figura 2.9. Optimización horizontal de concentrador. Distancia Focal vs Incremento de irradiación [%].

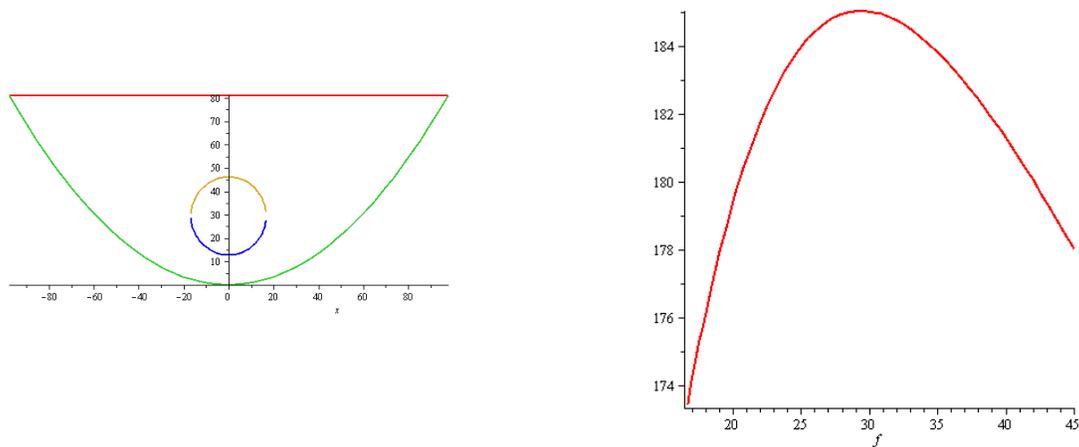


Figura 2.10. Optimización vertical de concentrador. Distancia Focal vs Incremento de irradiación [%].

Capítulo 3.

Resultados

3.1 Resultados

En el capítulo anterior se trató la metodología para optimizar las superficies, con el fin de lograr los máximos niveles de concentración de irradiación en el tubo captador.

Esta metodología logra un incremento de 185% en los niveles teóricos de irradiación con respecto a la geometría inicial sin concentrador.

La tabla 4.1 resume los resultados obtenidos a partir del sistema de ecuaciones propuesto para las tres superficies bajo el modelo de predicción de irradiación basado en horas de sol. Las condiciones de entrada para el sistema son: Mes del año, horas de irradiación directa real, temperatura de agua de la red, temperatura ambiente y velocidad del aire exterior.

Tabla 3.1 Irradiación global mensual, calor útil y rendimiento colector.

Mes	n	$q_{rad\ solar}$	T_p	m_{agua}	T_{agua}	C_p	A_p	Q_{util}	%
Enero	11,32	715,14	325,93	0,000206410822	287,2	4187	0,10493	318,99	44,6
Febrero	9,49	679,84	324,28	0,000190889864	286,2	4187	0,10493	290,09	42,7
Marzo	7,60	613,00	322,80	0,000172122141	286,2	4187	0,10493	251,39	41,0
Abril	7,02	602,07	321,48	0,000164580822	285,2	4187	0,10493	238,25	39,6
Mayo	4,87	446,35	315,76	0,000118870407	284,2	4187	0,10493	149,69	33,5
Junio	3,37	331,06	307,91	0,000116751504	283,7	4187	0,10493	112,78	34,1
Julio	4,56	422,82	313,61	0,000109772730	283,2	4187	0,10493	133,19	31,5
Agosto	5,94	520,65	317,52	0,000136891072	283,7	4187	0,10493	184,74	35,5
Septiembre	7,25	597,09	320,26	0,000159012266	284,2	4187	0,10493	228,80	38,3
Octubre	6,80	538,65	319,69	0,000146471259	285	4187	0,10493	202,77	37,6
Noviembre	9,94	664,89	323,48	0,000180798077	285	4187	0,10493	277,57	41,7
Diciembre	8,69	576,07	322,66	0,000159585301	285,7	4187	0,10493	235,37	40,9

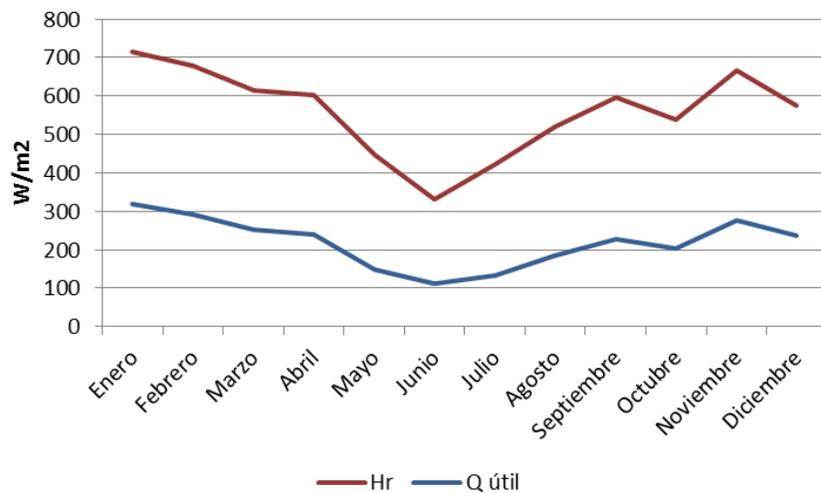


Imagen 3.1 Irradiación global mensual, calor útil y rendimiento colector.

Conclusiones

En el presente informe se desarrolló un modelo de estimación de radiación global, que permite la cuantificación del recurso energético solar, ajustado a través de observaciones climatológicas de horas de sol y/o nubosidad.

Estas estimaciones fueron comparadas con los flujos esperados obtenidos de publicaciones solarimétricas (Anexo B). Las desviaciones correspondientes se observan en los gráficos del anexo B. Aquí, se evidencia que los distintos modelos desarrollados describen de forma efectiva las tendencias en los flujos de irradiación solar disponible. Como consecuencia de las continuas variaciones climatológicas, este es un proceso de gran incertidumbre, por lo cual será difícil predecir de forma certera los flujos incidentes en la superficie de la tierra. Aun así, se han desarrollado dos principales modelos de estimación basados en las horas directas de irradiación, y otro basado en observaciones de nubosidad, y se concluye que cualquiera de estos que se utilice para evaluación de irradiación en determinada región, este será capaz de entregar una referencia válida, capaz de ser la condición de entrada en un análisis de factibilidad técnica de un proyecto cualquiera que utilice la radiación térmica solar como principal fuente energética.

En segunda instancia, se desarrolló la evaluación de rendimiento de un panel térmico solar. Este consta de un colector de tubo ubicado en el foco de un concentrador parabólico y aislado de las corrientes de aire externo a través de una placa de vidrio. En este capítulo el principal tema de estudio es la optimización de las dimensiones de las superficies del colector y su ubicación relativa. Para esto se desarrolló un balance energético en las tres principales superficies del recinto, y se mantuvo un parámetro de comparación el cual corresponde a la razón entre el flujo total concentrado y la irradiación directa sobre el colector sin concentrador.

A través de procedimientos reiterados muy sencillos, se obtuvo una modificación geométrica que permite un incremento de 185% en los niveles totales de captación, lo que significa un importante aumento en los niveles de calor transferido al fluido de trabajo, ahorro y rendimiento.

El estudio de la energía libre es producto de una creciente inquietud social por el cuidado del medio ambiente, la sustentabilidad y la autonomía. Políticas de masificación en el uso de ERNC producirían eventualmente un importante impacto en el consumo de combustibles fósiles y sus emisiones de CO₂, contribuyendo al ahorro nacional y particular.

Fue objeto de este informe plantear una pauta sencilla en la evaluación del recurso solar térmico, describir la dependencia estacional en los niveles de captación, y aumentar el rendimiento absoluto de una instalación de aprovechamiento de este basto recurso.

Bibliografía y Referencias

[1] *INCROPERA, Frank P. y DeWITT, David P.*, Fundamentos de Transferencia de Calor, México, Prentice Hall. 1999. 912p.

[2] *MORA López., Llanos. y RAMIREZ Santigosa, Lourdes.* Caracterización, medida y evaluación de la radiación solar. [en línea], Andalucía, España. <<http://ocw.unia.es/ciencias-tecnologicas/caracterizacion-y-evaluacion-de-la-radiacion-solar>>, [Consulta: 26 de Junio de 2013].

[3] *CASTILLO, Haydée y SANTIBAÑES, Fernando,* Evaluación de la radiación solar global y luminosidad en Chile, [en línea], <http://www.chileanjar.cl/files/V41I3A06_es.pdf >, [Consulta: 18 de Junio de 2013].

Anexos

Anexo A

Tablas: Constantes, Registros Históricos y Propiedades

Tabla A.1 Coeficientes para la fórmula de Angstrom desarrollada por diversos autores para distintas latitudes.

Autor	Constantes		Latitud
	a	b	
Penman (1948)	0,18	0,55	52 N
van Wijk (1963)	0,23	0,50	40 N
Tanner <i>et al</i> (1960)	0,18	0,55	43 N
de Vries (1958)	0,27	0,54	36 S
Prescott (1940)	0,25	0,54	35 S
Black <i>et al</i> (1954)	0,30	0,50	34 S
Page (1961)	0,20	0,59	34 S
Stanhill (1961)	0,32	0,47	31 N
Glover <i>et al</i> (1958)	0,25	0,50	30 S
Page (1961)	0,30	0,48	19 S
Fitzpatrick (1965)	0,33	0,43	16 S
Promedio	0,26	0,52	

Tabla A.2 Constantes y coeficientes de determinación para la fórmula de Angstrom en localidades Chilenas Seleccionadas.

Estación solarimétrica	Latitud	Longitud	Altitud	a	b	r ²
Parrnacota	18°12' S	60°16' W	4392	0,32	0,40	0,93
Arica	18°29' S	70°19' W	35	0,23	0,43	0,73
Iquique	20°13' S	70°04' W	8	0,28	0,42	0,90
Pica	20°30' S	60°21' W	1280	0,13	0,47	0,57
Calama	22°28' S	68°55' W	2270	0,46	0,23	0,39
Caldera	27°03' S	70°51' W	14	0,41	0,08	0,81
Copiapó	27°21' S	70°20' W	283	0,27	0,38	0,40
Vallenar	28°35' S	70°46' W	469	0,02	0,63	0,69
La Serena	29°54' S	71°15' W	32	0,13	0,72	0,39
Ovalle	30°34' S	71°11' W	335	0,05	0,68	0,67
Valparaíso	33°01' S	70°38' W	41	0,19	0,41	0,51
Santiago	33°27' S	70°42' W	520	0,29	0,38	0,91
San José de Maipo	33°39' S	70°22' W	1060	0,03	0,66	0,86
San Fernando	34°35' S	71°00' W	350	0,08	0,65	0,72
Concepción	36°47' S	73°07' W	9	0,45	0,23	0,91
Alto Palena	43°37' S	71°47' W	266	0,18	0,65	0,50
Puerto Williams	54°56' S	67°29' W	8	0,47	0,62	0,61

Tabla A.3 Propiedades radiativas de los componentes del colector.

		Absortividad α	Transmisividad τ	Reflexividad ρ	Emisividad ε
Pieza Material	Placa de vidrio	0,11	0,88	0.01	0,9
Vidrio bajo en hierro 3mm (vidrio corriente)					
Pieza Material	Tubo absorbedor	0,98	0	002	0,97
Cañería de cobre 1", pintada con pintura negra mate					
Pieza Material	Reflector parabólico	0,09	0	0,91	0,04
Plancha Aluminio espejo 1mm de espesor					

Tabla A.4 Temperatura de la red de distribución de Agua y Ambiente.

Mes	T _{agua} [C]	T _{amb} [C]
Enero	14,2	16,2
Febrero	13,2	14,2
Marzo	13,2	14,2
Abril	12,2	12,2
Mayo	11,2	10,2
Junio	10,7	9,2
Julio	10,2	8,2
Agosto	10,7	9,2
Septiembre	11,2	10,2
Octubre	12	12
Noviembre	12	13,2
Diciembre	12,7	15,6

Propiedades Termofísicas

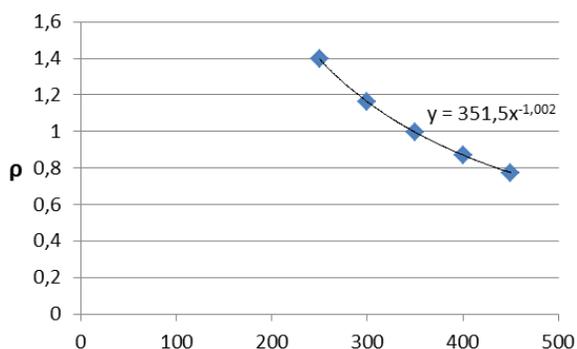


Figura A.1. Temperatura [K] vs Densidad

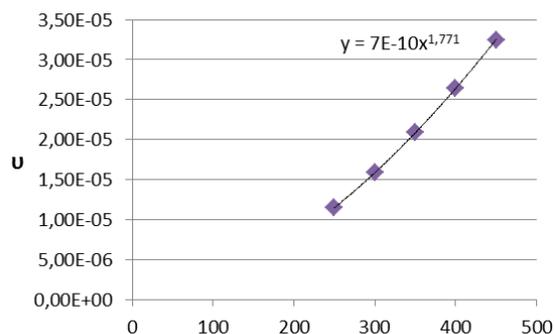


Figura A.4. Temperatura [K] vs Viscosidad Cinemática

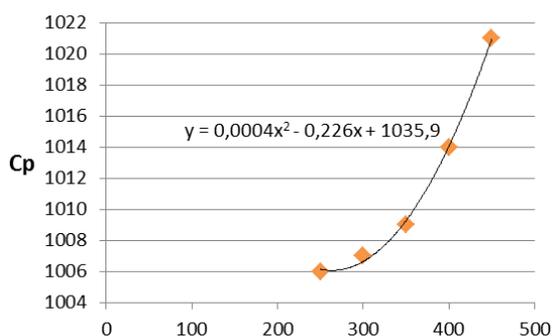


Figura A.2. Temperatura [K] vs Calor específico

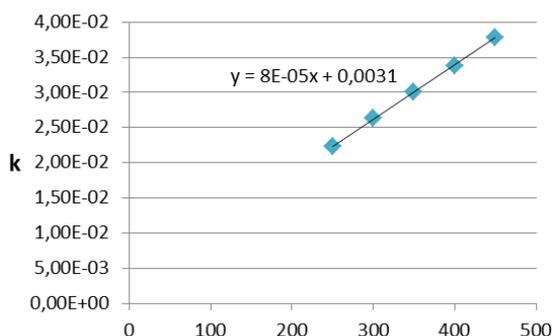


Figura A.5. Temperatura [K] vs Conductividad térmica

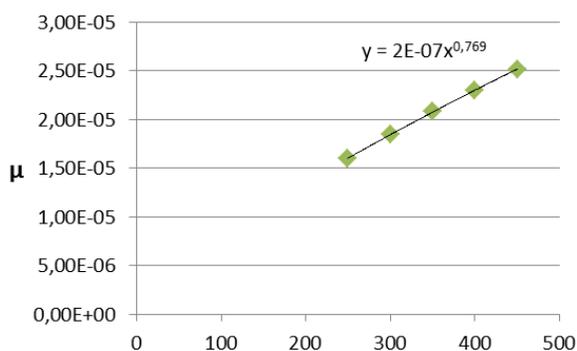


Figura A.3. Temperatura [K] vs Viscosidad Dinámica

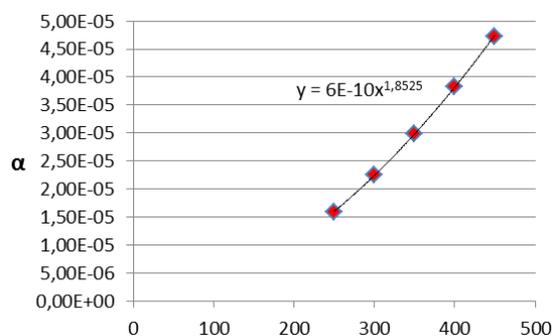


Figura A.6. Temperatura [K] vs Difusividad Térmica

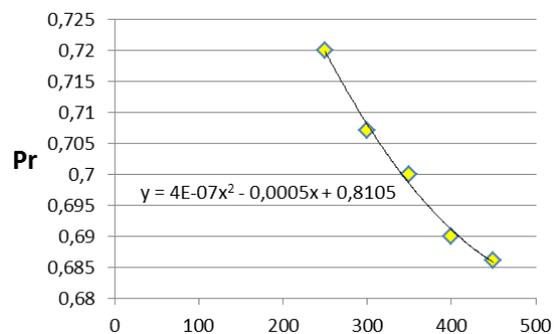


Figura A.7. Temperatura [K] vs Número de Prandtl

Tabla A.5 Anuario Climatológico Año 2010, Dirección Meteorológica de Chile.

MES	TEMPERATURAS (°C)										HUMEDAD RELATIVA (%)			HORAS DE SOL TOTAL
	MEDIA						EXTREMAS				08 hrs	14 hrs	20 hrs	
	08 hrs	14 hrs	20 hrs	Máx	Min	Mensual	Máx	Fecha	Min	Fecha				
ENERO	14.9	21.6	17.5	22.8	10.3	16.3	27.0	24	6.4	30	77	53	66	351.0
FEBRERO	13.6	19.9	15.9	21.2	10.2	15.2	84	58	74	.
MARZO	13.2	20.0	15.9	21.5	11.3	15.4	27.2	9	6.1	26	89	63	81	237.5
ABRIL	8.3	17.3	12.7	18.6	6.5	11.5	24.9	13	1.6	25	90	56	79	210.6
MAYO	6.9	14.4	9.8	15.3	5.4	9.3	20.8	9	0.4	27	90	62	86	151.1
JUNIO	8.5	12.9	10.3	13.8	7.3	9.9	17.7	28	1.1	27	90	76	86	101.3
JULIO	6.4	11.6	8.7	12.4	5.1	8.1	18.8	16	-1.4	R	84	67	79	141.5
AGOSTO	6.8	13.1	9.7	14.0	5.7	9.0	17.5	13	-1.1	R	83	63	79	184.4
SEPTIEMBRE	7.0	14.4	10.7	15.2	4.9	9.4	17.3	4	1.0	1	89	60	79	217.6
OCTUBRE	10.5	16.0	12.3	17.1	7.2	11.7	21.3	10	2.2	2	85	61	78	211.0
NOVIEMBRE	12.6	18.1	13.7	19.2	8.4	13.4	25.9	1	4.5	R	78	60	74	298.3
DICIEMBRE	13.6	18.7	15.3	20.0	9.1	14.5	25.2	28	3.4	12	78	58	69	269.5
ANUAL	10.2	16.5	12.7	17.6	7.6	12.0	84	61	77	.

Anexos A

Tablas y Propiedades

Tabla A.6 Anuario Climatológico Año 2010, Dirección Meteorológica de Chile. (n°: registros, v: Velocidad del viento en nudos)

MES	FRECUENCIA Y VELOCIDAD MEDIA DEL VIENTO (nudos)													DATOS				
	N		NE		E		SE		S		SW		W		NW		CALMA	Válidos
	N°	V	N°	V	N°	V	N°	V	N°	V	N°	V	N°	V	N°	V	N°	N°
ENERO	7	9	-	-	-	-	3	2	13	4	66	13	2	5	1	3	1	-
FEBRERO	18	11	4	4	-	-	3	2	11	5	34	11	3	7	1	7	5	5
MARZO	21	6	3	5	3	2	6	3	13	5	36	8	8	6	1	2	1	1
ABRIL	14	6	2	5	1	1	7	3	19	5	34	9	2	5	1	5	10	-
MAYO	10	6	2	4	3	2	17	4	35	4	18	6	3	5	1	2	4	-
JUNIO	36	12	1	6	6	4	13	4	13	5	7	6	6	8	5	9	3	-
JULIO	28	13	4	6	1	2	19	7	10	5	13	7	7	6	2	12	9	-
AGOSTO	24	13	3	9	4	3	12	7	21	5	17	6	3	6	6	9	2	1
SEPTIEMBRE	12	9	6	6	-	-	9	3	14	5	37	9	2	4	4	5	6	-
OCTUBRE	17	9	3	2	1	2	5	3	9	5	36	10	13	6	3	4	6	-
NOVIEMBRE	11	9	-	-	-	-	4	4	14	6	58	12	-	-	1	5	1	1
DICIEMBRE	16	8	3	3	1	2	1	2	13	6	42	11	9	6	4	11	3	1
ANUAL	214	10	31	5	20	3	99	4	185	5	398	10	58	6	30	7	51	9

Tabla A.7 Anuario Climatológico Año 2010, Dirección Meteorológica de Chile.

MES	NUMERO DE DIAS CON :							
	TEMPERATURA			PRECIPITACION			CIELO CUBIERTO	
	Mín <= 0°C	Máx >= 25°C	Mín >= 20°C	>= 0.1 mm	>= 1 mm	>= 10 mm	>= 6 Octavos	<= 2 Octavos
ENERO	-	7	-	3	2	1	1	21
FEBRERO	.	.	.	3	3	1	.	.
MARZO	-	3	-	6	2	-	8	9
ABRIL	-	-	-	2	2	-	6	15
MAYO	-	-	-	7	4	1	12	8
JUNIO	-	-	-	18	15	7	18	4
JULIO	3	-	-	22	18	10	13	7
AGOSTO	2	-	-	10	7	4	11	11
SEPTIEMBRE	-	-	-	6	4	-	7	12
OCTUBRE	-	-	-	9	7	3	12	9
NOVIEMBRE	-	1	-	6	4	-	5	13
DICIEMBRE	-	2	-	6	4	-	.	.
ANUAL	.	.	.	98	72	27	.	.

Anexo B

Cálculo de Radiación Global y Difusa

En este apartado se presentan las tablas de resultados de los distintos modelos de estimación de la radiación solar global y difusa expuestos en el capítulo 1.

Para el caso de la radiación global, se distinguen dos grupos, que se diferencian en el método utilizado para estimar la heliofanía relativa, y subgrupos que son evaluaciones de la Fórmula de Angstrom Modificada para distintos valores de las constantes a_1 y b_1 .

En lo que se refiere a la radiación difusa también se distinguen las estimaciones que nacen a partir de los modelos basados en horas de sol o cielo cubierto, y luego subgrupos que son el resultado de las distintas correlaciones expuestas con anterioridad.

En todos los resultados obtenidos, estos son comparados con los registros históricos disponibles¹¹.

¹¹ CNE / PNUD / UTFSM, Irradiación Solar en Territorios de la República de Chile, [en línea], Santiago de Chile, < <http://www.freewebs.com/infoenergia/RegistroSolarimetrico.pdf>>, [Consulta: 16 de Junio de 2013].

LEAL, Rodrigo y ALBISTUR, Miguel, Diseño de un sistema residencial para el calentamiento de agua sanitaria mediante energía solar, (Ingeniero de Ejecución Mecánico). Concepción, Chile. Universidad del Bio Bio, Depto. De Ingeniería Mecánica. 2011, 82 pg.

Tabla B.1 Cálculo de Error Porcentual entre Registro Solarimétrico y Referencia Leal – Albistur [J/m^2].

MES	H*	H**	% Error
Enero	7,62E+08	7,72E+08	1,37%
Febrero	5,82E+08	5,83E+08	0,21%
Marzo	5,10E+08	5,18E+08	1,43%
Abril	3,40E+08	3,42E+08	0,60%
Mayo	2,14E+08	1,97E+08	-8,56%
Junio	1,42E+08	1,57E+08	9,28%
Julio	1,87E+08	1,72E+08	-8,49%
Agosto	2,90E+08	2,66E+08	-8,73%
Septiembre	4,08E+08	3,93E+08	-3,62%
Octubre	5,72E+08	5,73E+08	0,09%
Noviembre	6,76E+08	6,70E+08	-0,93%
Diciembre	7,41E+08	7,48E+08	0,97%
			-1,36%

- * Registro Solarimétrico CNE / PNUD / UTFSM, 2008
- Ley 26.365 para la contribución mínima de sistemas solares térmicos (Seminario Leal Albistur)
- **

Tabla B.2 Radiación Global Mensual Modelo Basado en Horas de Sol.

MES	H*	H0	n/Nm	H**	% Error	H***	% Error	H****	% Error
Enero	7,62E+08	1,34E+09	0,77	8,81E+08	13,50%	8,72E+08	12,67%	7,71E+08	1,24%
Febrero	5,82E+08	1,08E+09	0,76	7,03E+08	17,24%	6,98E+08	16,57%	6,16E+08	5,52%
Marzo	5,10E+08	9,80E+08	0,61	5,47E+08	6,66%	5,57E+08	8,48%	4,79E+08	-6,46%
Abril	3,40E+08	7,16E+08	0,59	3,92E+08	13,37%	4,01E+08	15,24%	3,44E+08	1,20%
Mayo	2,14E+08	5,49E+08	0,47	2,58E+08	17,18%	2,72E+08	21,36%	2,27E+08	5,65%
Junio	1,42E+08	4,44E+08	0,34	1,74E+08	18,33%	1,91E+08	25,59%	1,53E+08	7,11%
Julio	1,87E+08	4,93E+08	0,45	2,27E+08	17,98%	2,40E+08	22,43%	2,00E+08	6,57%
Agosto	2,90E+08	6,44E+08	0,54	3,33E+08	13,01%	3,44E+08	15,84%	2,92E+08	0,83%
Septiembre	4,08E+08	8,38E+08	0,60	4,62E+08	11,81%	4,72E+08	13,67%	4,05E+08	-0,58%
Octubre	5,72E+08	1,10E+09	0,51	5,47E+08	-4,60%	5,71E+08	-0,16%	4,80E+08	-19,21%
Noviembre	6,76E+08	1,24E+09	0,69	7,57E+08	10,67%	7,60E+08	11,03%	6,63E+08	-1,95%
Diciembre	7,41E+08	1,37E+09	0,58	7,42E+08	0,15%	7,62E+08	2,79%	6,51E+08	-13,87%
					11,27%		13,79%		-1,16%

- * Registro Solarimétrico CNE / PNUD / UTFSM, 2008
- ** Correlación de Rietveld para fórmula de Angstrom
- *** Correlación de Castillo Santibañez
- **** Propuesta de Ajuste

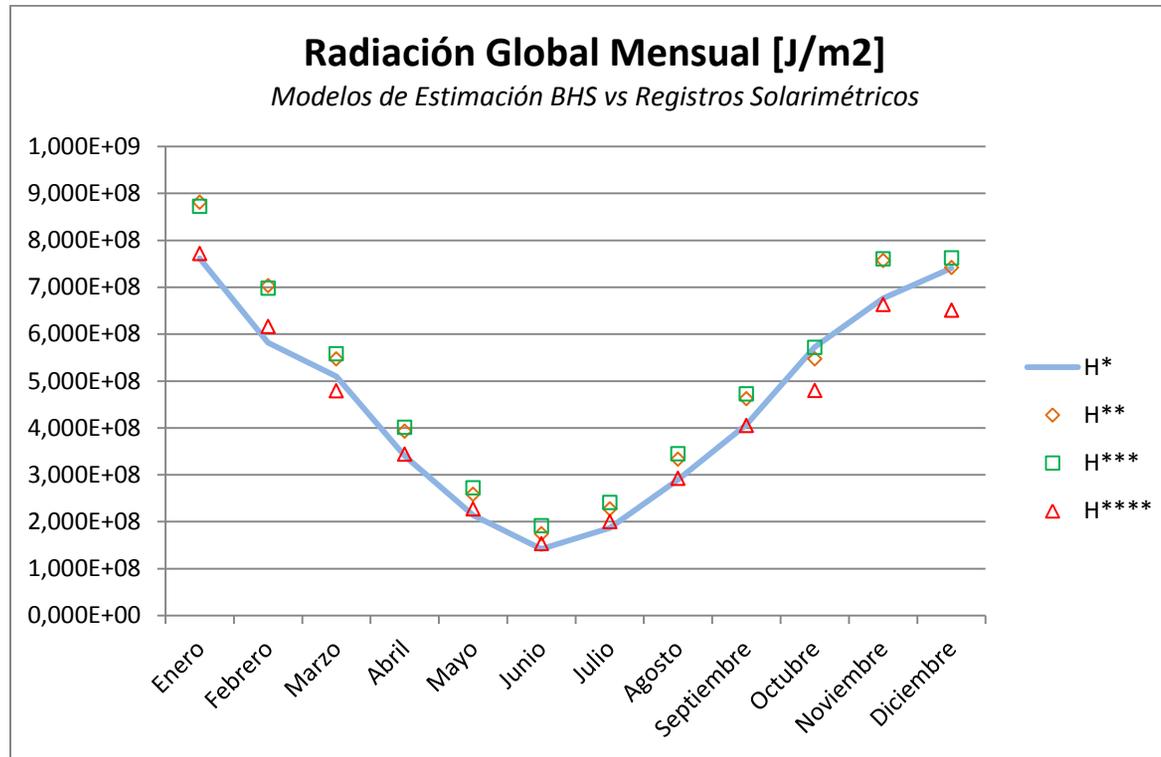


Figura B.1. Radiación Global Mensual Modelo BHS.

- * Registro Solarimétrico CNE / PNUD / UTFSM, 2008
- ** Correlación de Rietveld para fórmula de Angstrom
- *** Correlación de Castillo Santibañez
- **** Propuesta de Ajuste

Tabla B.3 Cálculo de Error Porcentual de Radiación Difusa según Modelo Basado en Horas de Sol y Referencia Seminario Leal - Albistur [J/m²].

MES	D [J/m ²]	D*	% Error	D**	% Error	D***	% Error	D****	% Error	D*****	% Error
Enero	2,64E+08	2,40E+08	-9,86%	2,69E+08	1,92%	3,02E+08	12,76%	3,71E+08	28,85%	3,53E+08	25,19%
Febrero	2,32E+08	1,95E+08	-19,33%	2,19E+08	-5,98%	2,45E+08	5,30%	3,03E+08	23,25%	2,89E+08	19,63%
Marzo	2,09E+08	1,82E+08	-14,65%	2,14E+08	2,64%	2,29E+08	8,82%	3,01E+08	30,53%	2,99E+08	30,20%
Abril	1,58E+08	1,33E+08	-18,92%	1,57E+08	-0,76%	1,67E+08	5,28%	2,20E+08	28,14%	2,20E+08	27,99%
Mayo	1,04E+08	1,02E+08	-2,08%	1,21E+08	13,62%	1,25E+08	16,62%	1,69E+08	38,19%	1,70E+08	38,74%
Junio	8,46E+07	8,14E+07	-3,97%	9,34E+07	9,43%	9,48E+07	10,75%	1,28E+08	34,01%	1,29E+08	34,34%
Julio	9,72E+07	9,19E+07	-5,82%	1,08E+08	10,27%	1,12E+08	13,13%	1,51E+08	35,70%	1,53E+08	36,29%
Agosto	1,35E+08	1,20E+08	-12,30%	1,42E+08	5,24%	1,50E+08	9,88%	2,00E+08	32,44%	2,01E+08	32,75%
Septiembre	2,07E+08	1,56E+08	-32,94%	1,84E+08	-12,73%	1,96E+08	-5,82%	2,58E+08	19,59%	2,57E+08	19,35%
Octubre	2,30E+08	2,05E+08	-11,83%	2,43E+08	5,64%	2,54E+08	9,67%	3,41E+08	32,66%	3,43E+08	33,15%
Noviembre	2,72E+08	2,28E+08	-19,13%	2,64E+08	-3,14%	2,88E+08	5,62%	3,67E+08	25,96%	3,59E+08	24,16%
Diciembre	2,84E+08	2,56E+08	-11,28%	3,02E+08	5,85%	3,20E+08	11,23%	4,24E+08	32,87%	4,24E+08	32,87%
			-13,51%		2,67%		8,60%		30,18%		29,56%

Ley 26.365 para la contribución mínima de sistemas solares térmicos (Seminario Leal Albistur)

- * Correlación de Liu Jordan
- ** Método de Page
- *** Regresión de Iqbal
- **** Método de Ruth y Chant
- ***** Método de Collares-Pereira y Rabl

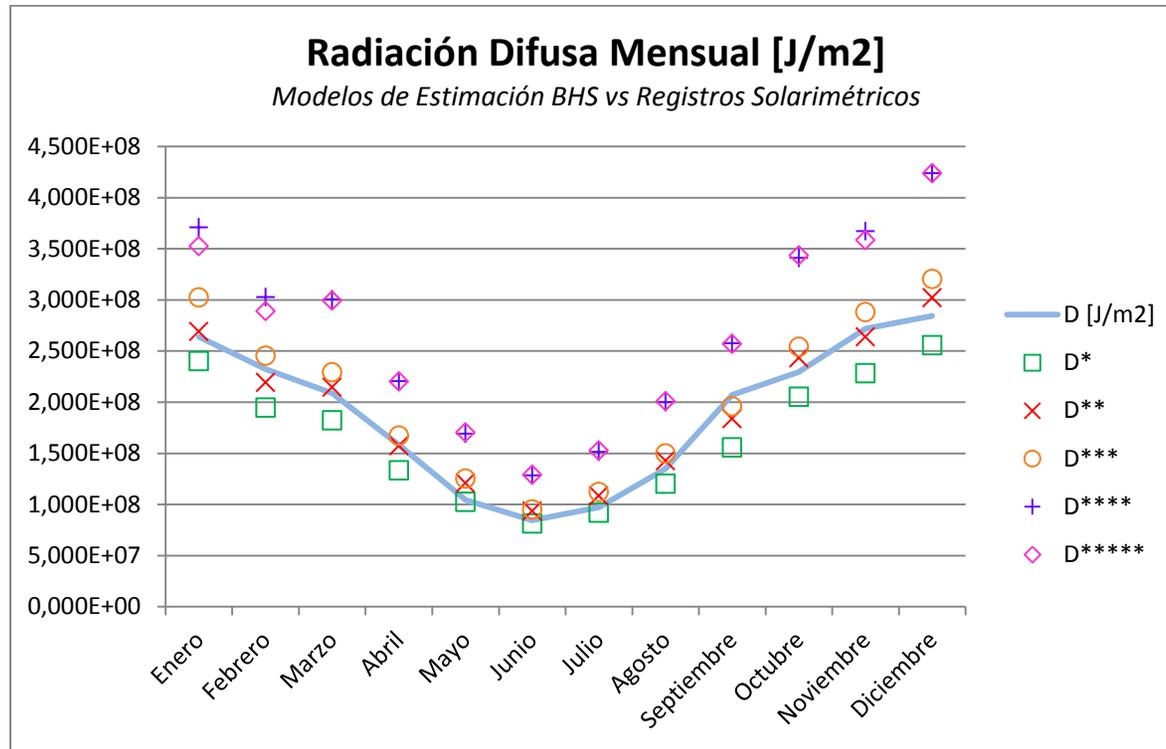


Figura B.2. Radiación Difusa Mensual [J/m2].

Ley 26.365 para la contribución mínima de sistemas solares térmicos (Seminario Leal Albistur)

- * Correlación de Liu Jordan
- ** Método de Page
- *** Regresión de Iqbal
- **** Método de Ruth y Chant
- ***** Método de Collares-Pereira y Rabl

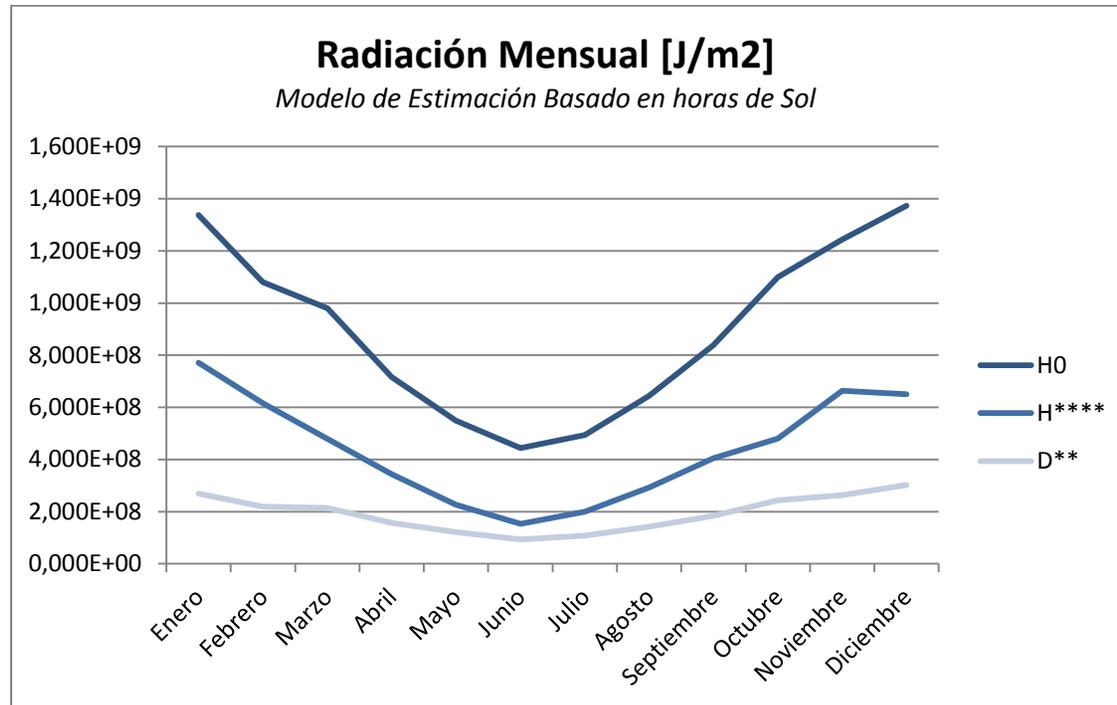


Figura B.3. Irradiación Mensual Modelo BHS. [J/m2].

H0 Radiación Extraterrestre
 H**** Radiación Global Propuesta de Ajuste
 D** Método de Page

Tabla B.4 Radiación Global Mensual Modelo Basado en Cielo Cubierto [J/m²].

MES	8vos	Días	S	H*	H0	H0 Total	H**	H**Total	%Error	H***	H***Total	%Error	H****	H****Total	%Error
Enero	1	21	0,82	7,62E+08	9,18E+08	1,34E+09	6,31E+08	8,51E+08	10,47%	6,20E+08	8,44E+08	9,76%	5,53E+08	7,45E+08	-2,20%
	4	4	0,59		3,79E+08		2,08E+08			2,11E+08			1,82E+08		
	7	1	0,17		4,14E+07		1,18E+07			1,25E+07			1,04E+07		
Febrero	1	15	0,82	5,82E+08	5,99E+08	1,08E+09	4,12E+08	6,38E+08	8,79%	4,04E+08	6,40E+08	9,11%	3,61E+08	5,59E+08	-4,07%
	4	9	0,59		3,37E+08		1,85E+08			1,88E+08			1,62E+08		
	7	4	0,17		1,44E+08		4,12E+07			4,82E+07			3,64E+07		
Marzo	1	9	0,82	5,10E+08	3,10E+08	9,80E+08	2,13E+08	5,21E+08	2,00%	2,08E+08	5,32E+08	4,18%	1,87E+08	4,57E+08	11,74%
	4	14	0,59		4,41E+08		2,42E+08			2,47E+08			2,12E+08		
	7	8	0,17		2,29E+08		6,55E+07			7,77E+07			5,78E+07		
Abril	1	15	0,82	3,40E+08	3,85E+08	7,16E+08	2,65E+08	4,13E+08	17,70%	2,59E+08	4,14E+08	17,96%	2,32E+08	3,62E+08	6,11%
	4	9	0,59		2,05E+08		1,12E+08			1,13E+08			9,84E+07		
	7	6	0,17		1,26E+08		3,61E+07			4,20E+07			3,19E+07		
Mayo	1	8	0,82	2,14E+08	1,57E+08	5,49E+08	1,08E+08	2,72E+08	21,18%	1,04E+08	2,79E+08	23,36%	9,44E+07	2,38E+08	10,18%
	4	11	0,59		1,97E+08		1,08E+08			1,09E+08			9,46E+07		
	7	12	0,17		1,95E+08		5,58E+07			6,59E+07			4,92E+07		
Junio	1	4	0,82	1,42E+08	6,16E+07	4,44E+08	4,24E+07	1,83E+08	22,38%	3,99E+07	1,95E+08	27,03%	3,71E+07	1,61E+08	11,68%
	4	8	0,59		1,20E+08		6,56E+07			6,55E+07			5,75E+07		
	7	18	0,17		2,63E+08		7,51E+07			8,93E+07			6,63E+07		
Julio	1	7	0,82	1,87E+08	1,04E+08	4,93E+08	7,14E+07	2,28E+08	18,03%	6,85E+07	2,37E+08	21,26%	6,25E+07	2,00E+08	6,63%
	4	11	0,59		1,70E+08		9,34E+07			9,41E+07			8,19E+07		
	7	13	0,17		2,19E+08		6,27E+07			7,43E+07			5,53E+07		
Agosto	1	11	0,82	2,90E+08	2,06E+08	6,44E+08	1,42E+08	3,16E+08	8,33%	1,38E+08	3,27E+08	11,28%	1,24E+08	2,77E+08	-4,46%
	4	9	0,59		1,86E+08		1,02E+08			1,03E+08			8,95E+07		
	7	11	0,17		2,52E+08		7,20E+07			8,56E+07			6,35E+07		

Anexos B

Radiación Global y Difusa

Septiembre	1	12	0,82	4,08E+08	3,08E+08	8,38E+08	2,12E+08	4,46E+08	8,52%	2,07E+08	4,55E+08	10,37%	1,85E+08	3,91E+08	-4,30%
	4	11	0,59		3,14E+08		1,72E+08			1,75E+08			1,51E+08		
	7	7	0,17		2,16E+08		6,18E+07			7,31E+07			5,45E+07		
Octubre	1	9	0,82	5,72E+08	2,96E+08	1,10E+09	2,03E+08	5,26E+08	-8,81%	1,99E+08	5,50E+08	-4,00%	1,78E+08	4,61E+08	-23,97%
	4	10	0,59		3,52E+08		1,93E+08			1,96E+08			1,69E+08		
	7	12	0,17		4,52E+08		1,29E+08			1,55E+08			1,14E+08		
Noviembre	1	13	0,82	6,76E+08	5,22E+08	1,24E+09	3,59E+08	6,98E+08	3,16%	3,52E+08	7,08E+08	4,51%	3,14E+08	6,12E+08	-10,46%
	4	12	0,59		5,06E+08		2,77E+08			2,83E+08			2,43E+08		
	7	5	0,17		2,16E+08		6,18E+07			7,32E+07			5,45E+07		
Diciembre	1	17	0,82	7,41E+08	7,49E+08	1,37E+09	5,15E+08	8,22E+08	9,89%	5,06E+08	8,24E+08	10,14%	4,51E+08	7,20E+08	-2,82%
	4	11	0,59		4,90E+08		2,69E+08			2,74E+08			2,36E+08		
	7	3	0,17		1,33E+08		3,81E+07			4,45E+07			3,37E+07		
									10,14%			12,08%			-2,45%

- * Registro Solarimétrico CNE / PNUD / UTFSM, 2008
- ** Correlación de Rietveld para fórmula de Angstrom
- *** Correlación de Castillo Santibañez
- **** Propuesta de Ajuste

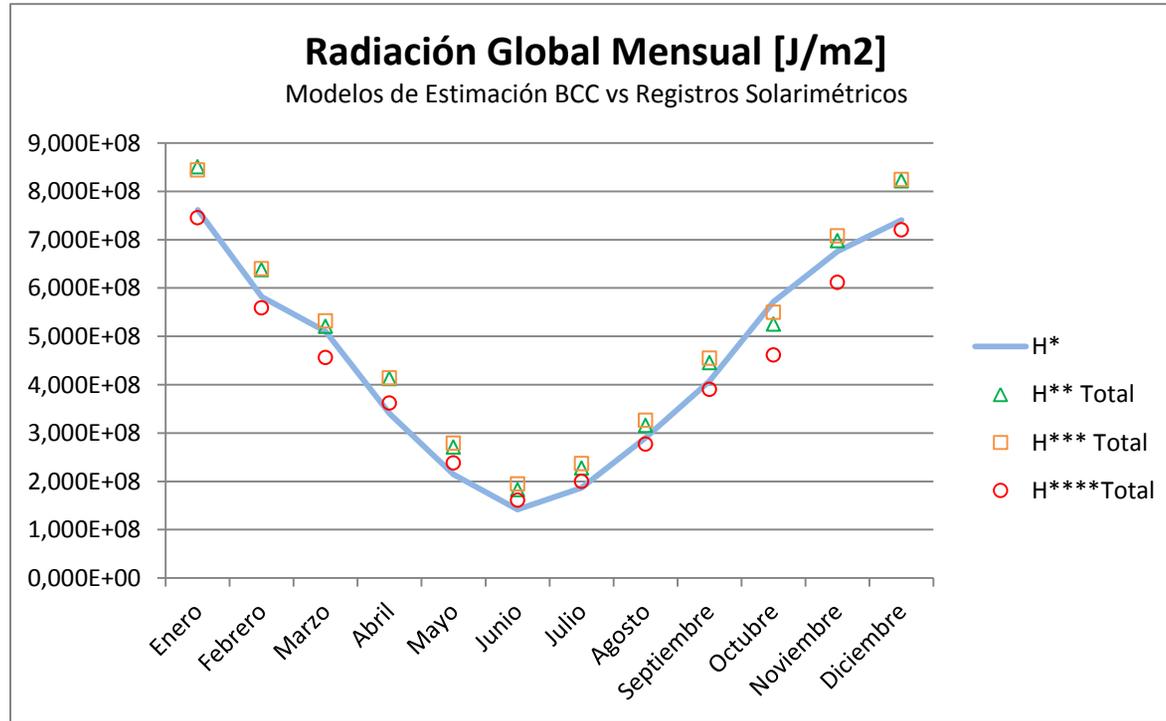


Figura B.4. Radiación Global Mensual Modelo BCC [J/m2].

- * Registro Solarimétrico CNE / PNUD / UTFSM, 2008
- ** Correlación de Rietveld para fórmula de Angstrom
- *** Correlación de Castillo Santibañez
- **** Propuesta de Ajuste

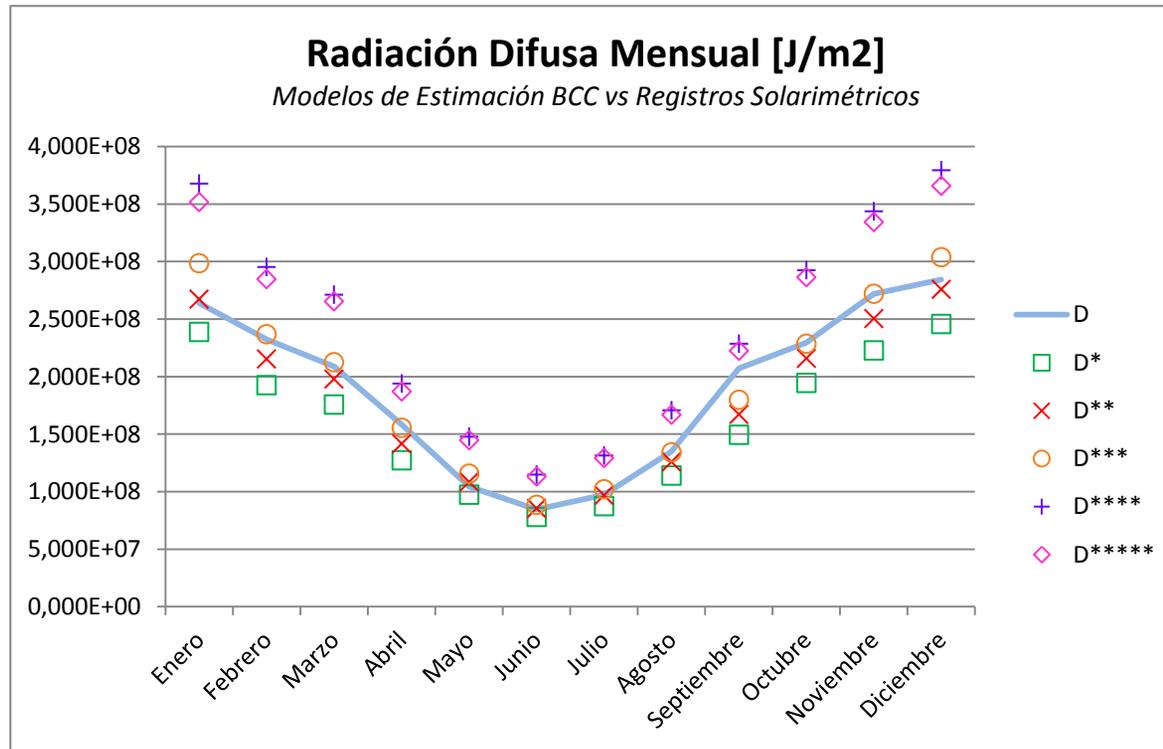


Figura B.5. Radiación Difusa Mensual BCC [J/m2].

Ley 26.365 para la contribución mínima de sistemas solares térmicos (Seminario Leal Albistur)

- * Correlación de Liu Jordan
- ** Método de Page
- *** Regresión de Iqbal
- **** Método de Ruth y Chant
- ***** Método de Collares-Pereira y Rabl

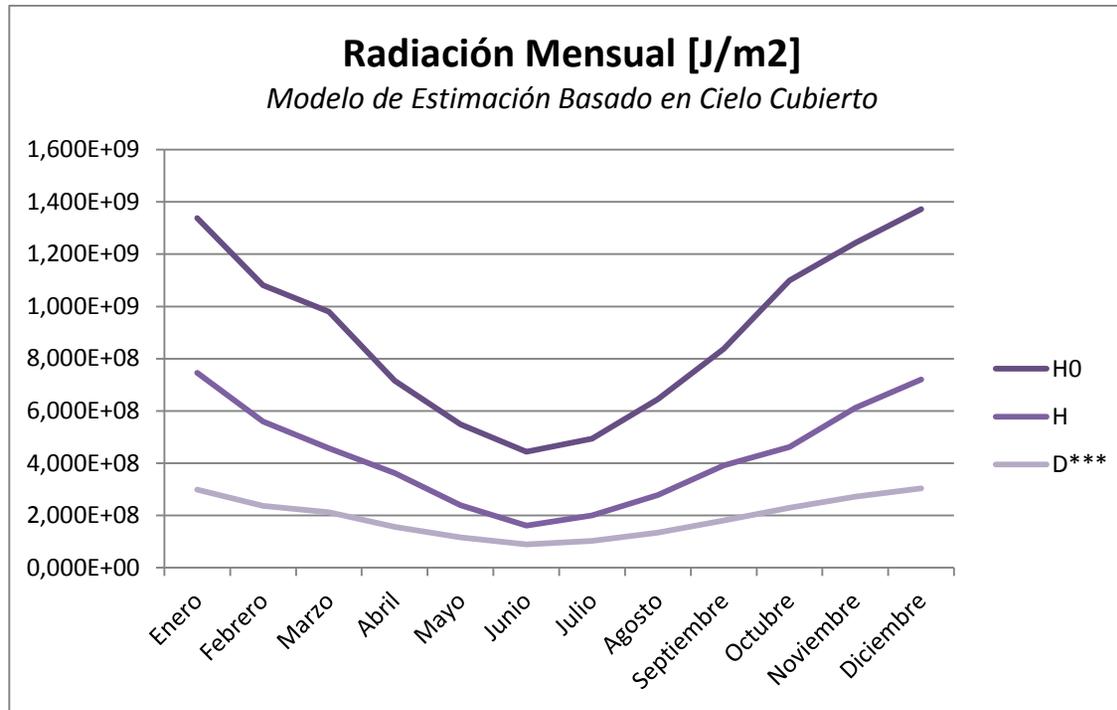


Figura B.6. Irradiación Mensual Modelo BCC. [J/m²].

H0	Radiación Extraterrestre
H****	Radiación Global Propuesta de Ajuste
D***	Regresión de Iqbal

Anexo C

Modelación Colector Solar

En este anexo se Presenta la Modelación del Sistema Colector Solar Térmico propuesto. Esta programación fue desarrollada utilizando el software Maple 12, el cual posee facilidad de comprensión pues se escribe en modo matemático tradicional. Los comandos utilizados para algunas funciones específicas son detallados en el seguimiento del modelo.

Propiedades Radiativas de Material*Absortividad:*

$$\alpha[1] := 0.11 :$$

$$\alpha[p] := 0.98 :$$

$$\alpha[2] := 0.09 :$$

Transmisividad:

$$\tau[1] := 0.88 :$$

$$\tau[p] := 0 :$$

$$\tau[2] := 0 :$$

Reflectividad:

$$\rho[1] := 0.01 :$$

$$\rho[p] := 0.02 :$$

$$\rho[2] := 0.91 :$$

Emisividad:

$$\epsilon[1] := 0.9 :$$

$$\epsilon[p] := 0.97 :$$

$$\epsilon[2] := 0.04 :$$

Modelo de Radiación Incidente Basado en Horas de Sol

Para efectos de evaluar el modelo se ingresarán los datos de entrada para el mes de Noviembre.

$$n[0] := 9.94 :$$

$$n[1] := 305 :$$

$$n[2] := 334 :$$

$$\beta := \phi :$$

$$\alpha := \frac{2 \cdot \pi \cdot (dn - 1)}{365} :$$

$$\delta := (0.006918 - 0.399912 \cdot \cos(\alpha) + 0.070257 \cdot \sin(\alpha) - 0.006758 \cdot \cos(2 \cdot \alpha) + 0.000907 \cdot \sin(2 \cdot \alpha) - 0.002697 \cdot \cos(3 \cdot \alpha) + 0.00148 \cdot \sin(3 \cdot \alpha)) :$$

$$\phi := -36.7833 \cdot \left(\frac{\pi}{180} \right);$$

$$\omega[s] := \arccos(-\tan(\phi - \beta) \cdot \tan(\delta));$$

$$\xi[0] := 1 + 0.033 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot dn}{365}\right);$$

$$Nd := \frac{1}{n[2] - n[1] + 1} \cdot \sum_{dn=n[1]}^{n[2]} \left(\frac{24}{\pi} \cdot \arccos(-\tan(\phi) \cdot \tan(\delta)) \right);$$

$$\theta[z] := \arccos(\sin(\delta) \cdot \sin(\phi) + \cos(\delta) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\omega));$$

$$I_{sc} := 1367;$$

$$IO := I_{sc} \cdot \sum_{dn=n[1]}^{n[2]} \xi[0] \cdot \cos(\theta[z]);$$

$$HO := \frac{24 \cdot 3600}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} IO \, d\omega;$$

$$a[1] := 0.16 :$$

$$b[1] := 0.54 :$$

$$H := HO \cdot \left(a[1] + b[1] \cdot \left(\frac{n[0]}{Nd} \right) \right) :$$

$$K[m] := \frac{H}{HO} :$$

$$HD := (1 - 1.13 \cdot K[m]) \cdot H :$$

$$\varrho := 0 :$$

$$R_B := \frac{1}{n[2] - n[1] + 1} \cdot \sum_{dn=n[1]}^{n[2]} \frac{(\omega_s) \cdot (\sin(\delta) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\beta) - \sin(\delta) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\varrho)) + \sin(\omega_s) \cdot \cos(\delta) \cdot (\cos(\delta) \cdot \cos(\beta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\varrho))}{\cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\omega_s) + (\omega_s) \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\phi)} :$$

$$\rho[tierra] := 0.32 :$$

$$Hr := \left(H \cdot \left(1 - \frac{HD}{H} \right) \cdot R_B + HD \cdot \left(\frac{1 + \cos(\beta)}{2} \right) + H \cdot \rho[tierra] \cdot \left(\frac{1 - \cos(\beta)}{2} \right) \right) \cdot \frac{1}{(n[2] - n[1] + 1) \cdot 6 \cdot 3600} :$$

Longitudes Conocidas

$$L[1] := 1 :$$

$$d := 0.0334 :$$

Coefficientes de ConvecciónCoefficiente de Convección $h[1^\infty]$ Velocidad de Aire

Se considerará una velocidad V promedio en nudos:

$$V := 5 :$$

$$u[\infty] := V \cdot 0.5144 :$$

Propiedades Termofísicas del AireDensidad

$$\rho(T) := (351.5 \cdot T^{-1.002}) :$$

Calor específico

$$C_p(T) := 0.0004 \cdot T^2 - 0.226 \cdot T + 1035.9 :$$

Viscosidad dinámica

$$\mu(T) := (2\text{E-}07 \cdot T^{0.769}) :$$

Viscosidad cinemática

$$\nu(T) := (7\text{E-}10 \cdot T^{1.771}) :$$

Conductividad Térmica

$$k(T) := (8\text{E-}05 \cdot T + 0.0031) :$$

Difusividad térmica (α en tabla, ψ en este estudio)

$$\psi(T) := (6\text{E-}10 \cdot T^{1.8525}) :$$

Prandtl

$$Pr(T) := 4\text{E-}07 \cdot T^2 - 0.0005 \cdot T + 0.8105 :$$

Temperaturas Conocidas

$$T[\text{agua}] := (12 + 273) :$$

$$T[\infty] := (13.2 + 273) :$$

Factor de Convección $h[1\infty]$

$$\theta[1] := \phi :$$

$$g := 9.81 :$$

Cálculo Número de Reynolds

$$R_g[\infty] := \frac{u[\infty] \cdot L[1]}{\nu(T[\infty])} :$$

Así, para calcular Nu, se poseen dos expresiones las que se utilizarán dependiendo el valor de Re. Estas son:

$$N[1\infty] := \begin{cases} 0.664 \cdot R_g[\infty]^{\frac{1}{2}} \cdot Pr(T[\infty])^{\frac{1}{3}} & R_g[\infty] < 5E+05 \\ \left(0.037 \cdot R_g[\infty]^{\frac{4}{5}} - 871 \right) \cdot Pr(T[\infty])^{\frac{1}{3}} & R_g[\infty] \geq 5E+05 \end{cases} :$$

Finalmente:

$$h[1\infty] := \frac{N[1\infty] \cdot k(T[\infty])}{L[1]} :$$

Factor de Convección h[p1]

Para la convección libre o natural se utilizó el método descrito en ref [x].

$$T[p1] := \frac{T[p] + T[1]}{2} ;$$

$$\beta[p1] := \frac{1}{T[p1]} ;$$

$$Gr[p1] := \frac{g \cdot \beta[p1] \cdot (T[p] - T[1]) \cdot d^3}{\nu(T[p1])^2} ;$$

$$Ra[p1] := Gr[p1] \cdot Pr(T[p1]) ;$$

$$N[p1] := \left(0.6 + \frac{0.387 \cdot Ra[p1]^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0.559}{Pr(T[p1])} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 ;$$

$$h[p1] := \frac{N[p1] \cdot k(T[p1])}{d} ;$$

Factor de Convección h 21

$$T[12] := \frac{T[1] + T[2]}{2} ;$$

$$\beta[21] := \frac{1}{T[12]} ;$$

$$Gr[21] := \frac{g \cdot \beta[21] \cdot (T[2] - T[1]) \cdot L[1]^3}{\nu(T[12])^2} ;$$

$$Ra[21] := Gr[21] \cdot Pr(T[12]) ;$$

$$N[21] := 0.56 \cdot (Ra[21] \cdot \cos(\theta[1]))^{\frac{1}{4}} ;$$

$$h[21] := \frac{N[21] \cdot k(T[12])}{L[1]} ;$$

Factor de Convección h 2p

$$T[2p] := \frac{T[p] + T[2]}{2} ;$$

$$\beta[2p] := \frac{1}{T[2p]} ;$$

$$Gr[2p] := \frac{g \cdot \beta[2p] \cdot (T[2] - T[p]) \cdot L[1]^3}{v(T[2p])^2} :$$

$$Ra[2p] := Gr[2p] \cdot Pr(T[2p]) :$$

$$N[2p] := 0.56 \cdot (Ra[2p] \cdot \cos(\theta[1]))^{\frac{1}{4}} :$$

$$h[2p] := \frac{N[2p] \cdot k(T[2p])}{L[1]} :$$

Factores de Forma

El comando Plots permite graficar funciones. En las siguientes instrucciones se le dice al programa que grafique cuatro curvas. La primera es la recta que representa la superficie de vidrio que aísla el recinto. La segunda es la parábola, la tercera y cuarta representan a la circunferencia dividida en su segmento inferior y superior.

with(plots) :

with(plottools) :

f := 29.45383541 :

r := 16.7 :

y := \frac{97.67937051^2}{4 \cdot f} :

plot\left(\left[y, \frac{x^2}{4 \cdot f}, \sqrt{r^2 - x^2} + f, -\sqrt{r^2 - x^2} + f\right], x = -97.67937051 .. 97.67937051, legend = [f1, f2, f3, f4]\right);

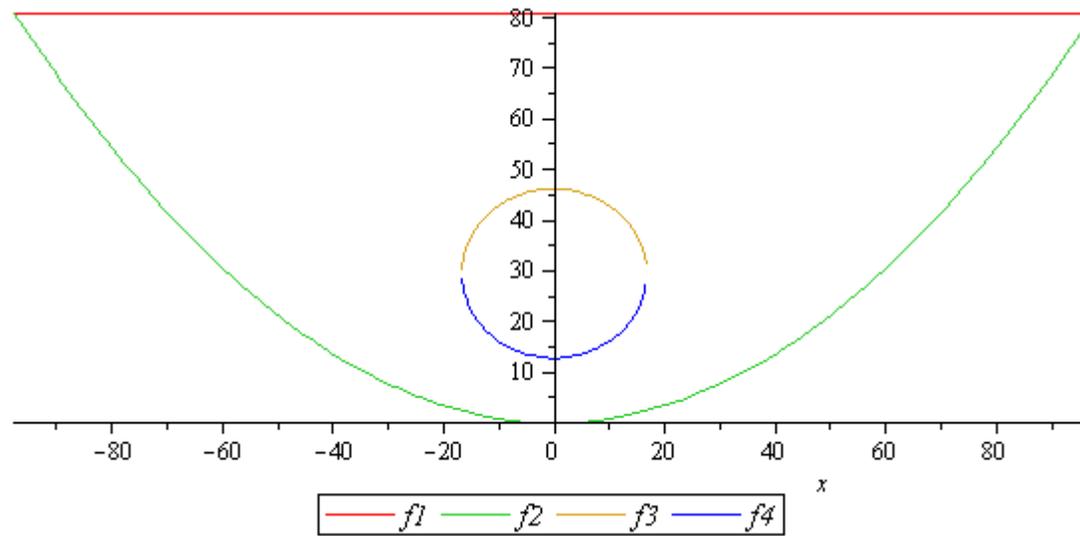


Figura C.1. Irradiación Mensual Modelo BCC. [J/m²].

Áreas de Superficies

$$A[p] := \pi \cdot d \cdot L[1] :$$

$$A[1] := \frac{2 \cdot b \cdot L[1]}{1000} :$$

Longitud de arco de parábola

$$y(x) := \frac{x^2}{4 \cdot f} :$$

$$L[2] := 2 \cdot \int_0^b \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2} dx,$$

$$A[2] := \frac{L[2] \cdot L[1]}{1000} :$$

Cálculo Factor de Forma:

$$a[2] := y - f :$$

$$b := 97.67937051 :$$

$$B[1] := \frac{b}{a[2]} :$$

$$F[pl] := \frac{1}{\pi} \cdot \arctan(B[1]) :$$

$$F[11] := 0 :$$

$$F[pp] := 0 :$$

$$F[p2] := 1 - F[p1] :$$

$$F[1p] := \frac{F[p1] \cdot A[p]}{A[1]} :$$

$$F[12] := 1 - F[1p] :$$

$$F[21] := \frac{F[12] \cdot A[1]}{A[2]} : \text{evalf}(\%)$$

$$F[2p] := \frac{F[p2] \cdot A[p]}{A[2]} :$$

$$F[22] := 1 - F[21] - F[2p] :$$

Matriz de Factores de Forma:

$$[F_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0 & 0.8144403673 & 0.1855596327 \\ 0.6015162344 & 0.1388411322 & 0.2596426334 \\ 0.3454776944 & 0.6545223056 & 0 \end{bmatrix}$$

Balance de Energía Superficies

$$\sigma := 5.67E-8 :$$

Radiación Interna

$$q[\text{rad}12] := F[12] \cdot \epsilon[1] \cdot \sigma \cdot A[1] \cdot (T[1]^4 - T[2]^4) :$$

$$q[\text{rad}1p] := F[1p] \cdot \epsilon[1] \cdot \sigma \cdot A[1] \cdot (T[1]^4 - T[p]^4) :$$

$$q[\text{rad}21] := F[21] \cdot \epsilon[2] \cdot \sigma \cdot A[2] \cdot (T[2]^4 - T[1]^4) :$$

$$q[\text{rad}2p] := F[2p] \cdot \epsilon[2] \cdot \sigma \cdot A[2] \cdot (T[2]^4 - T[p]^4) :$$

$$q[\text{rad}p1] := F[p1] \cdot \epsilon[p] \cdot \sigma \cdot A[p] \cdot (T[p]^4 - T[1]^4) :$$

$$q[\text{rad}p2] := F[p2] \cdot \epsilon[p] \cdot \sigma \cdot A[p] \cdot (T[p]^4 - T[2]^4) :$$

Potencias Emisivas

$$q[\text{rad}1] := \epsilon[1] \cdot \sigma \cdot A[1] \cdot (T[1]^4) :$$

$$q[\text{rad}2] := \epsilon[2] \cdot \sigma \cdot A[2] \cdot (T[2]^4) :$$

$$q[\text{rad}p] := \epsilon[p] \cdot \sigma \cdot A[p] \cdot (T[p]^4) :$$

Radiosidades

$$J[1] := q[\text{rad}21] \cdot \rho[1] + q[\text{rad}p1] \cdot \rho[1] + q[\text{rad}1] :$$

$$J[2] := q[\text{rad}12] \cdot \rho[2] + q[\text{rad}p2] \cdot \rho[2] + q[\text{rad}2]:$$

$$J[p] := q[\text{rad}1p] \cdot \rho[p] + q[\text{rad}2p] \cdot \rho[p] + q[\text{rad}p]:$$

Resistencias Geométricas

$$R[1p] := \frac{1}{A[1] \cdot F[1p]}:$$

$$R[12] := \frac{1}{A[1] \cdot F[12]}:$$

$$R[2p] := \frac{1}{A[2] \cdot F[2p]}:$$

Radiación neta

$$q[\text{rad}j1] := \frac{J[1] - J[p]}{R[1p]} + \frac{J[1] - J[2]}{R[12]}:$$

$$q[\text{rad}j2] := \frac{J[2] - J[p]}{R[2p]} + \frac{J[2] - J[1]}{R[12]}:$$

$$q[\text{rad}jp] := \frac{J[p] - J[1]}{R[1p]} + \frac{J[p] - J[2]}{R[2p]}:$$

Calor por convección

$$q[\text{conv}21] := h[21] \cdot A[2] \cdot (T[2] - T[1]):$$

$$q[\text{conv}p1] := h[p1] \cdot A[p] \cdot (T[p] - T[1]) :$$

$$q[\text{conv}l\infty] := h[1\infty] \cdot A[1] \cdot (T[1] - T[\infty]) :$$

Radiación a la atmósfera

$$q[\text{rad}l\infty] := \epsilon[1] \cdot \sigma \cdot A[1] \cdot (T[1]^4 - T[\infty]^4) :$$

Balance Superficie 1:

$$\text{sup}1 := \alpha[1] \cdot H_r \cdot A[1] + q[\text{conv}p1] + q[\text{conv}2l] = q[\text{conv}l\infty] + q[\text{rad}l\infty] + q[\text{rad}j1] :$$

Balance Superficie 2

$$q[\text{conv}2p] := h[2p] \cdot A[2] \cdot (T[2] - T[p]) :$$

$$\text{sup}2 := H_r \cdot \tau[1] \cdot \alpha[2] \cdot (A[1] - d \cdot L[1]) = q[\text{conv}2p] + q[\text{conv}2l] + q[\text{rad}j2] :$$

Balance Superficie P

$$C_p[\text{agua}] := 4187 :$$

$$m[\text{agua}] := 0.74 \cdot \frac{\alpha[p] \cdot H_r \cdot \tau[1] \cdot ((d \cdot L[1]) + (A[1] - d \cdot L[1]) \cdot \rho[2] \cdot F[2p])}{C_p[\text{agua}] \cdot (323 - T[\text{agua}])} :$$

$$q[\text{util}] := m[\text{agua}] \cdot C_p[\text{agua}] \cdot (T[p] - T[\text{agua}]) :$$

$$supP := \alpha[p] \cdot Hr \cdot \tau[1] \cdot (d \cdot L[1]) + Hr \cdot \tau[1] \cdot (A[1] - d \cdot L[1]) \cdot \rho[2] \cdot F[2p] \cdot \alpha[p] + q[conv2p] = q[convp1] + q[radjp] + q[util] :$$

Solución Sistema de Ecuaciones

fsolve({sup1, sup2, supP});

Optimización Geométrica

$$Rad := \alpha[p] \cdot Hr \cdot \tau[1] \cdot ((d \cdot L[1]) + (A[1] - d \cdot L[1]) \cdot \rho[2] \cdot F[2p]) : evalf(\%)$$

$$Dir := Hr \cdot d \cdot L[1] : evalf(\%)$$

Parámetro de optimización

$$\eta_{conc} := \frac{Rad}{Dir} \cdot 100 : evalf(\%)$$

Comando utilizado para graficar este último con respecto a la posición del foco de la parábola:

plot(η_{conc} , $f = 16.7..45$);

Máximos:

$$0 = \frac{d}{df} \eta_{conc} :$$

fsolve({%}, {f}, 16.4..45);