

Universidad del Bío-Bío
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil Industrial

Profesor Guía:
Dr. Rodrigo Linfati.



Informe de presentación

“Un Modelo de Optimización de Reglas de Trozado en la Cosecha Forestal Considerando Diferentes Funciones de Ahusamiento”

“A Model of Optimization of Cutting Rules in Forestry Harvesting Considering Different Tapering Functions”

Trabajo de Titulación presentado en conformidad a los requisitos
para obtener el título de Ingeniero Civil Industrial

Concepción, 15 de marzo de 2023

Matías Díaz Palma
Ingeniería Civil Industrial

DEDICATORIA

Dedicado a mi mamá y abuelos por su infinito amor, comprensión y dedicación.

Al Dr. Rodrigo Linfati por su disposición y apoyo constante durante todo este proceso.

A mis amigos Ignacio, Diego y Raúl por ser parte y apoyo fundamental durante el transcurso de la vida universitaria.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi mamá, María Palma, por su apoyo incondicional, comprensión y afecto entregado. A mis abuelos, María Delgado y Néstor Palma por su preocupación y cariño durante el transcurso de mi vida. A mis amigos, Diego, Ignacio y Raúl por ser un apoyo incondicional durante los desafíos presentados en el desarrollo de la etapa universitaria. A mis amigos Francisco y Dany por la motivación entregada para conseguir cada uno de mis objetivos.

A mi profesor guía, el Dr. Rodrigo Linfati por su disposición en todo momento para atender cada una de mis consultas y por su preocupación constante respecto de la realización del presente trabajo.

RESUMEN

Un modelo de optimización de reglas de trozado en la cosecha forestal considerando diferentes funciones de ahusamiento

Matías Díaz Palma

PROFESOR GUÍA: Dr. Rodrigo Linfati

Este estudio propone y resuelve un modelo de programación matemática que permite optimizar la selección de reglas de trozado en la cosecha forestal, las que dependen de las características del árbol y cuyo fin principal es realizar un combinatoria eficiente para obtener la mayor cantidad de productos y de la calidad requerida. El modelo propuesto considera las funciones de ahusamiento de Pino Radiata planteadas por Ormerod (1973) y Kozak et al (1969), exponencial y polinomial respectivamente, las que modelan la forma fustal. Estas resultan útiles cuando se desea cuantificar secciones del fuste de largos y diámetros variables. Para obtener los resultados se genera un conjunto de instancias compuestas por el DAP del árbol, su altura total y diferentes conjuntos de trozas que contemplan el largo de esta, su diámetro inferior y superior respectivamente. Estas instancias presentan diversas variaciones en sus parámetros con características reales, se utilizaron los *solver* SCIP y GUROBI mediante Julia con JuMP para implementar y resolver el modelo con las instancias generadas. Se obtienen soluciones que permiten inferir que el modelo exponencial es el apropiado para el problema ya que presenta un 16% de aprovechamiento de la materia prima por sobre el modelo polinomial. Cabe destacar además que la cantidad de trozas de las instancias incide directamente en el tiempo de resolución del modelo.

Palabras clave: Cosecha forestal, Reglas de Trozado, Funciones de Ahusamiento, Optimización Combinatoria.

Índice

CAPITULO 1: Introducción.....	8
1.1 Origen del tema.....	8
1.2 Objetivos: general y específicos.....	10
1.3 Ámbito del estudio.....	10
1.4 Metodología	11
CAPITULO 2: Marco teórico y estado del arte	13
2.1 Procesos de la cosecha forestal	13
2.1.1 Establecimiento de plantaciones forestales	13
2.1.2 Manejo forestal	14
2.1.3 Cosecha forestal.....	15
2.2 Revisión de la literatura.....	15
CAPITULO 3: Descripción del problema y propuesta de solución	18
3.1 Descripción del problema.....	18
3.2 Propuesta de solución.....	20
CAPITULO 4: Modelo de programación matemática	22
4.1.1 Modelo exponencial (Ormerod)	26
4.1.2 Modelo polinomial (Kozak et.al).....	27
CAPITULO 5: Presentación y análisis de los resultados	28
5.1 Generación de problemas de prueba	28
5.2 Diseño de experimentos.....	29
5.2.1 Primer experimento	29
5.2.2 Segundo experimento.....	30
5.3 Análisis de resultados	31
5.3.1 Aprovechamiento de la materia prima	31

5.3.2 Tiempo de resolución computacional	35
CAPITULO 6: Conclusiones.....	42
Referencias	45
Anexos	47
Anexo A.	47

Índice de figuras

Figura 3-1. Esquema de creación de parcelas dentro de un rodal	19
Figura 4-1. Valores de los estimadores de ajuste de los modelos	23
Figura 5-1. Parámetros utilizados por árbol.....	30
Figura 5-2. Parámetros utilizados por troza.....	30
Figura 5-3. Ejemplo solución modelo polinomial	33
Figura 5-4. Ejemplo solución modelo exponencial	33
Figura 5-5. Gráfico función objetivo promedio por solver	34
Figura 5-6. Gráfico cantidad de trozas promedio seleccionadas por solver	34
Figura 5-7. Gráfico Tiempo de resolución v/s Altura del árbol: Modelo exponencial (SCIP)	37
Figura 5-8. Gráfico Tiempo de resolución v/s Altura del árbol: Modelo polinomial (SCIP)	38
Figura 5-9. Gráfico Tiempo de resolución v/s Altura del árbol: Modelo polinomial (GUROBI).....	38
Figura 5-10. Gráfico Tiempo de resolución v/s Cantidad de trozas: Modelo exponencial (SCIP)	39
Figura 5-11. Gráfico Tiempo de resolución v/s Cantidad de trozas: Modelo polinomial (SCIP)	40
Figura 5-12. Gráfico Tiempo de resolución v/s Cantidad de trozas: Modelo polinomial (GUROBI).....	41

Índice de tablas

Tabla 5-1. Ejemplo de instancias de prueba	29
Tabla 5-2. Tamaño de trozas utilizadas en la industria del aserrío	30
Tabla 5-3. Resultados del modelo exponencial mediante solver SCIP	31
Tabla 5-4. Resultados del modelo polinomial mediante solver GUROBI	32
Tabla 5-5. Resultados del modelo polinomial mediante solver SCIP	32
Tabla 5-6. Tabla tiempo de resolución modelo exponencial mediante solver SCIP ..	35
Tabla 5-7. Tabla tiempo de resolución modelo polinomial mediante solver SCIP	35
Tabla 5-8. Tabla tiempo de resolución modelo polinomial mediante solver GUROBI	36
Tabla 6-1. Mapa de calor: Tiempo de resolución modelo polinomial mediante solver GUROBI	43
Tabla 6-2. Mapa de calor: Tiempo de resolución modelo exponencial mediante solver SCIP	44

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN

Dentro del presente capítulo se exponen las generalidades del estudio realizado, interiorizando tanto en el contexto dentro del cual se desarrolla, como en la definición de los objetivos, los alcances definidos para el desarrollo de la investigación y la metodología adoptada.

1.1 Origen del tema

Diferentes procesos productivos requieren necesariamente de la obtención de piezas a través del procesamiento de materia prima con la finalidad de obtener un conjunto de piezas intermedias o productos finales. Generalmente el aprovechamiento de la materia prima juega un papel importante a la hora de maximizar el beneficio que se obtendrá de la producción relacionada a este proceso, esto debido a que el costo de la materia prima representa un alto porcentaje del costo del producto terminado. He aquí donde se genera la necesidad de optimizar el uso del recurso con la finalidad de hacer de este proceso en particular lo más eficiente posible. En la literatura, el problema que supone la ubicación y corte de distintas piezas a partir de una placa o lámina con el fin de maximizar el valor de estas o bien, minimizar las pérdidas de material utilizado para cada una en un proceso productivo, se le conoce como "*Cutting Stock Problem*".

El problema de patrones de corte (Problema de corte de piezas o "*Cutting Stock Problem*") considera aquellas industrias dentro de las que existen necesariamente un proceso productivo de obtención de productos o subproductos a partir del corte de material proveído en dimensiones estandarizadas, con el fin de obtener distintas piezas de formas y tamaños requeridos. Para estas industrias la importancia de este radica en la búsqueda de minimizar el desperdicio y demás costos asociados al proceso, tomando en cuenta las limitaciones técnicas y de demanda con que el sistema en cuestión impone, para lo cual es necesario relacionar y alinear diferentes factores tales como las características de la materia prima, las necesidades o requerimientos de la demanda, los patrones de corte a utilizar y las dimensiones requeridas, las limitaciones tecnológicas, entre otros factores.

El problema de patrones de corte es uno de gran complejidad tanto por las características y variables que este involucra como por las técnicas con las cuales se aborda, es una temática en constante evolución y numerosos investigadores han desarrollado diferentes modelos para resolverlo. El interés en este problema se sustenta en gran parte por su aplicación práctica, sin embargo, representa un reto a la hora de solucionarlo computacionalmente al ser de naturaleza “*NP-Hard*”, lo cual implica que para instancias grandes el tiempo de resolución computacional se comporta de forma exponencial, por lo que se evidencia la necesidad de explorar nuevos métodos de solución o la validación de modelos y métodos ya existentes para problemas particulares enfocados en industrias específicas y sus requerimientos respectivos. (Castillo, 2020)

La industria forestal es una importante fuente económica para muchos países, tales como Nueva Zelanda, Brasil, Canadá, Chile o Portugal. Esta industria, generadora de diversos productos derivados de la madera como: papel, cartón, celulosa, madera, entre otros; se ha ido internacionalizando e industrializando cada vez más, por lo que el mercado se torna cada vez más exigente. Si bien la demanda aumenta con la posibilidad de la exportación, también es más difícil la competencia; por lo que el perfeccionamiento en todo lo que abarca la industria forestal ha ido en aumento y sometida a constantes cambios, en comparación a décadas anteriores. (Zhang, Toppinen, & Uusivuori, 2014)

El ciclo de la madera que es destinada a su comercialización se puede dividir en 6 pasos; los cuales son; de gran importancia para obtener el mayor beneficio para la organización. Estos pasos son los siguientes:

1. Habilitación y plantación del bosque.
2. Mantenimiento del bosque.
3. Cosecha del bosque.
4. Transporte de rollizos a diversos destinos.
5. Transformación de rollizos a diversos productos.

6. Comercialización de productos.

El presente trabajo se centrará en el proceso de cosecha forestal, el cual se da en el momento en que diversos tipos de árboles (en su mayoría las diversas especies de pino y eucaliptus) son extraídos para ser transformados en rollizos y posteriormente en otro tipo de productos para su comercialización.

1.2 Objetivos: general y específicos

Los objetivos planteados para este proyecto son:

Objetivo general

Evaluar la eficiencia de un modelo de programación para el problema de reglas de trozado en el proceso de cosecha forestal basado en funciones de ahusamiento.

Objetivos específicos

1. Desarrollar una revisión bibliográfica referente al problema de reglas de trozado, enfoques de solución desde la teoría y su aplicación en el proceso de cosecha forestal.
2. Construir un modelo de programación para el problema asociado a la generación de reglas de trozado en el proceso de cosecha forestal.
3. Implementar computacionalmente el modelo de programación matemática a partir de un conjunto de instancias generadas.
4. Comparar los resultados bajo los criterios de aprovechamiento de la materia prima y tiempo computacional.

1.3 Ámbito del estudio

El presente estudio se limita a analizar de manera teórica el problema de corte de piezas aplicado al caso particular del esquema de corte en el proceso de cosecha forestal, para lo cual se consideran estudios realizados anteriormente referentes a la generación de reglas de trozado, literatura que hace referencia a optimización en la industria forestal de manera general, entre otro tipo de publicaciones que pueden proporcionar las directrices a seguir.

El enfoque va dirigido hacia la búsqueda de una solución al problema de corte basado en modelos matemáticos, los cuales se entienden como representaciones de la realidad que permiten explicar, describir y simular ésta. Se debe considerar que los resultados que se pueden obtener serán una representación de la visión actual del problema de manera teórica, se escoge esta opción por sobre las heurísticas utilizadas en otros estudios similares, ya que a diferencia de estas los resultados que se obtendrán eventualmente representan la solución óptima al problema planteado.

Cabe destacar que, además, estos pueden tomar una mayor relevancia en futuras aplicaciones en la industria forestal, por lo que se espera que la investigación realizada, en conjunto con otros estudios, sean útiles para poder generar en el futuro un modelo más completo de lo que significa una parte de la cadena de suministro de una industria forestal.

1.4 Metodología

Para dar inicio al estudio del trabajo se abordó la literatura existente en la web, con el fin de encontrar metodologías e investigaciones anteriores relacionadas con el problema de la planificación forestal y las aristas de éste, tales como: optimización integrada, esquemas de cortes, localización de maquinarias entre otros temas asociados a esta Tesis de Postgrado. Se indagó en diversas fuentes de información tales como: Tesis, memorias de títulos, *Web of Science*, etc., obteniendo así el estado del arte y la brecha de conocimiento sobre el tema.

El problema se abordó a través de la investigación de operaciones, área de las matemáticas nacida en la Segunda Guerra Mundial con fines bélicos, para asignar recursos escasos a las distintas maniobras militares y a las actividades que componían cada operación de la manera más eficaz. (Hillier & Lieberman, 2010)

La investigación de operaciones es la herramienta matemática que permite formular y resolver un modelo matemático, considerando todas las restricciones de recurso escasos que existen para lograr maximizar los ingresos de la cosecha forestal y aserraderos, considerando un programa de optimización integrado. Para llevar a cabo

la investigación operativa o investigación de operaciones, y encontrar la solución del problema establecido, es necesario completar los siguientes pasos:

1. Formular el problema: Durante la investigación operativa, para que la solución del problema tenga mayor exactitud, es importante identificarlo y conocer las consecuencias que tiene en la organización. Posteriormente, se elabora un marco teórico, los objetivos y limitaciones considerando cuál es la mejor solución y qué método debe aplicarse. Para finalizar el primer paso, se recaban los datos relacionados con el problema para identificar las variables y crear una hipótesis.

2. Formulación del modelo matemático: Cuando el problema se encuentre formulado, se busca un modelo que lo represente y que al mismo tiempo contribuya a la solución. El modelo debe de ser una representación abstracta de la realidad que permita analizar de forma eficaz las opciones que solucionen el problema, para ello es necesario identificar aquellas variables que permiten definir el problema.

3. Solución del modelo matemático: Una vez que el modelo se establezca, lo siguiente es encontrar las posibles variables. Para solucionarlo es necesario darles un valor a las variables con el fin de mejorar la efectividad de sistema, es decir, establecer instancias controladas y generadas para comparar los resultados obtenidos bajo los distintos escenarios propuestos.

4. Validación del modelo: Este paso de la investigación operativa consiste en comprobar que la solución cumpla los requisitos del problema mediante la implementación computacional del modelo matemático en Julia.

5. Implementar la solución: Al comprobar el modelo de solución, el siguiente paso es aplicarlo. Al identificar el problema, los procesos que se utilizaban anteriormente deben modificarse.

CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

El estudio realizado se soporta sobre una base teórica que contempla el proceso de la industria forestal desde la plantación hasta donde se da el problema original de la definición de las reglas de trozado en la cosecha forestal, las que históricamente se han establecido mediante la experiencia de las personas que se desempeñan en el rubro.

2.1 Procesos de la cosecha forestal

El proceso de cosecha forestal ocurre cuando los diversos tipos de árboles (en su mayoría las diversas especies de pino y eucaliptus) son extraídos para ser transformados en rollizos y posteriormente en tablas para su comercialización. Entre las etapas de la cosecha forestal se encuentran:

2.1.1 Establecimiento de plantaciones forestales

Planificación: La forestación (y la reforestación) es lo más importante para la creación o establecimiento de plantaciones. La oportunidad de desarrollar una plantación forestal en predios de pequeños y medianos propietarios forestales está centrada en la posibilidad de generar ingresos, la recuperación de suelos degradados, la protección y conservación de recursos vegetales, suelo, agua y fauna.

Producción o suministro de plantas: Esta actividad resulta clave para el éxito futuro de la plantación por lo que, en la definición de especies a establecer, se debe considerar especies ya presentes en el área, de origen conocido o que hayan demostrado su adaptación satisfactoria a los requerimientos del sitio o terreno a plantar.

Preparación del sitio: Esta actividad tiene una serie de acciones que en conjunto permiten modificar la capa superficial del suelo para mejorar sus condiciones físicas, para mantener o mejorar su productividad para efectos de favorecer la futura plantación en sus fases de establecimiento, sobrevivencia y desarrollo posterior.

Obras de recuperación de suelos: Este tipo de obras son métodos de intervención o tratamientos físico – mecánicos, que permiten mantener o recuperar los equilibrios

ecológicos para un uso del suelo de forma óptima, alcanzando su mayor capacidad de producción sin que se provoque su deterioro físico, químico o biológico.

Labores de plantación: Para efectuar la plantación, es necesario definir el número de plantas a establecer por hectárea, el espaciamiento y ordenamiento que tendrá el bosque; lo anterior dependerá del potencial productivo del sitio y del objetivo de la plantación a generar.

- Plantación manual: Es la más utilizada en pequeñas propiedades, se utiliza principalmente una pala plantadora, chuzo y azadón.
- Plantación mecanizada: Generalmente se efectúa con subsolado previo, utilizando una máquina plantadora óleo-hidráulica, o también sistema de barreno portado en tractor o bulldozer (no recomendable en suelos arcillosos).

2.1.2 Manejo forestal

Planificación: El manejo forestal se compone de tratamientos o intervenciones silvícolas que se aplican a una plantación o bosque establecido a objeto de mejorar su estado, con fines ambientales o para obtener productos comerciales en el mediano y largo plazo además de aumentar su valor, mediante la ejecución de Podas y Raleos.

Operaciones: Actividad de manejo que consiste en la corta o eliminación de las ramas de la parte inferior del fuste de los árboles para mejorar su calidad y obtener madera libre de nudos, además de facilitar el acceso y tránsito por el rodal para posteriores faenas de volteo y madereo, reducción de riesgos de incendios y control de la diseminación de enfermedades.

De igual forma en esquemas agroforestales y silvopastorales, permite el control de las dimensiones de las ramas para el desarrollo de cultivos complementarios y/o alimentación del ganado.

- Raleo: Acción de manejo que consiste en extraer, cortar o eliminar los árboles de un sector que compiten en el crecimiento y desarrollo de aquellos árboles seleccionados para su cosecha final y/o para eliminar árboles con crecimientos

deficientes o formas defectuosas, según el objetivo de producción de productos finales de la plantación efectuada.

- Raleo a desecho: Corta de árboles delgados y jóvenes sin posibilidad de obtención de productos madereros, por su bajo volumen por hectárea. Eventualmente puede obtenerse productos para la producción de energía o bien para ser incorporados al suelo.
- Raleo comercial o productivo: Corta de árboles con mayores dimensiones y que reúnen las características de volumen suficientes para su comercialización.

2.1.3 Cosecha forestal

Planificación: La cosecha forestal dentro de las actividades silviculturales representa una de las de mayor impacto sobre el suelo y agua; ésta incluye todas las acciones dirigidas al volteo de árboles en pie y su preparación para el madereo.

Para el proceso de planificación se debe considerar desde la operación de corta, medición de las trozas, desramado y trozado (corte) del tronco en trozas, el descortezado del tronco cuando proceda, el trazado de vías de saca y el transporte eficiente de los productos obtenidos del bosque plantado.

2.2 Revisión de la literatura

A lo largo de la historia las reglas de trozado se han seleccionado en base a los conocimientos de los operarios del rubro o por medio del uso de programas computacionales que funcionan en base a las características que presentan los árboles.

Diversos autores han tratado el problema de cosecha forestal, desde diferentes perspectivas considerando, generación de patrones de trozado o planificación a corto, mediano y largo plazo. Entre los primeros autores que abordan el tema, se encuentra (Eng & Daellenbach, 1985) con una descomposición de Dantzig Wolfe para determinar el conjunto de reglas de trozado que maximice los ingresos generando, columnas para adicionar nuevos patrones de trozado, con restricciones de demanda y oferta disponible y usando, programación dinámica. (Laroze & Greber, 1997) Desarrollaron una heurística de búsqueda tabú (TS) para generar reglas de trozado fácilmente

implementables que son aplicables a rodales completos (a diferencia de clases de tallos individuales) y para seleccionar el conjunto de reglas que proporciona la mejor solución factible (dados los precios de los troncos y las restricciones del mercado). El modelo se aplicó a un conjunto de rodales de pino radiata (*Pinus radiata*, D. Don), considerando diferentes restricciones de mercado y conjuntos de precios.

(Laroze, 1999) Desarrolló un método de búsqueda tabú de programación lineal (LP/TS) para obtener soluciones casi óptimas basadas en reglas para este problema. El modelo LP se utiliza para determinar el área de cada stand que se debe asignar a cada alternativa de *merchandising* (y al hacerlo seleccionar la regla de trozado definida para las especificaciones correspondientes). El objetivo es capturar la sinergia que se puede obtener al combinar troncos de diferentes fuentes que se producen aplicando diferentes pautas de producción.

(Kivinen, V.P, 2004), usa algoritmos genéticos para generar un sistema de optimización de reglas de trozado con un sólo período. (Kivinen, V.P, 2006) también, genera patrones de trozado con algoritmos genéticos y distribuciones estadísticas para empresas forestales, en Noruega. (Linfati, Pradenas, & Ferland, 2016)

(Chávez, et al., 2008) proponen, un sistema integrado entre cosecha forestal y aserraderos utilizando teoría de juegos, consideran la cadena de suministros y los agentes que intervienen en estas, sin embargo, no consideran las reglas de trozado ni los esquemas de corte, solo se concentran en la manera que fluye los productos a través de esta cadena, aunque destaca que integran las decisiones entre cosecha foresta, aserraderos y ventas.

(Hidalgo, 2015) Propone un algoritmo de optimización que defina el esquema de trozado para múltiples rodales de Pino radiata disponible para cosecha, que asegure la máxima utilidad y rentabilidad minimizando desechos para un proceso de cosecha sustentable, considerando distintos factores como el tipo y volumen de trozos a obtener, ubicación de los rodales, centros de consumo y costos de flete entre otros.

(Linfati, Pradenas, & Ferland, 2016) proponen y resuelven un modelo de programación entera mixta para la planificación táctica de la cosecha forestal el cual considera, el reemplazo de productos, la diferenciación de rodales y canchas de trozado.

(Fuentealba, 2016) considera, la inclusión del problema de la cosecha forestal con el de los aserraderos en su nivel de planificación táctica y la generación de reglas de trozado, dinámicos mediante el método de generación de columnas.

(Bordon, Montagna & Corsano, 2020) Presentan un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) que considera simultáneamente las decisiones relacionadas con las actividades de trozado (cortes transversales) y distribución (ruteo de vehículos), las que generalmente se consideran por separado y en diferentes horizontes de planificación. Finalmente, (Hoffmann, 2021) propone utilizar el método de generación de columnas para diseñar un modelo matemático que integre la planificación táctica entre cosecha forestal y aserraderos obteniendo las mejores reglas de trozado y patrones de corte dinámicos que permitan una mayor flexibilidad y aprovechamiento de los recursos para satisfacer la demanda.

El objetivo de este estudio es modelar y resolver el problema de selección de las reglas de trozado en la cosecha forestal, considerando la estimación de la forma del árbol por medio de funciones de ahusamiento. Lo anterior a partir de instancias que simulen las características propias de los árboles en la industria forestal.

CAPITULO 3: DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y PROPUESTA DE SOLUCIÓN

Con la base teórica y los conceptos relacionados a la problemática se procedió a contextualizar por medio un acercamiento al entorno en el que se desarrolla la temática en cuestión para posteriormente generar el enfoque de solución.

3.1 Descripción del problema

El PIB forestal del año 2021 alcanzó a los 3.602 millones de pesos corrientes, lo que representa una participación de 1,7% en el PIB nacional. La distribución del PIB forestal por subsectores es liderada por la celulosa, papel y productos de papel con una participación de 36,2%; seguido del subsector madera y productos de madera con 34,6% y silvicultura con 29,2%. (Instituto Forestal, 2022)

Una adecuada organización de procesos involucrados en la industria forestal es sumamente relevante para países exportadores, tales como Chile, Suecia, Finlandia y Nueva Zelanda, sobre todo cuando es necesario integrar los procesos naturales de la madera con la demanda por este recurso y otros factores asociados a la planificación. Esta industria proporciona diversos productos derivados de los bosques, como lo son el papel, cartón, madera, celulosa, etc. Y cada año se ha industrializado e internacionalizado cada vez más y con mercados más complejos y competitivos.

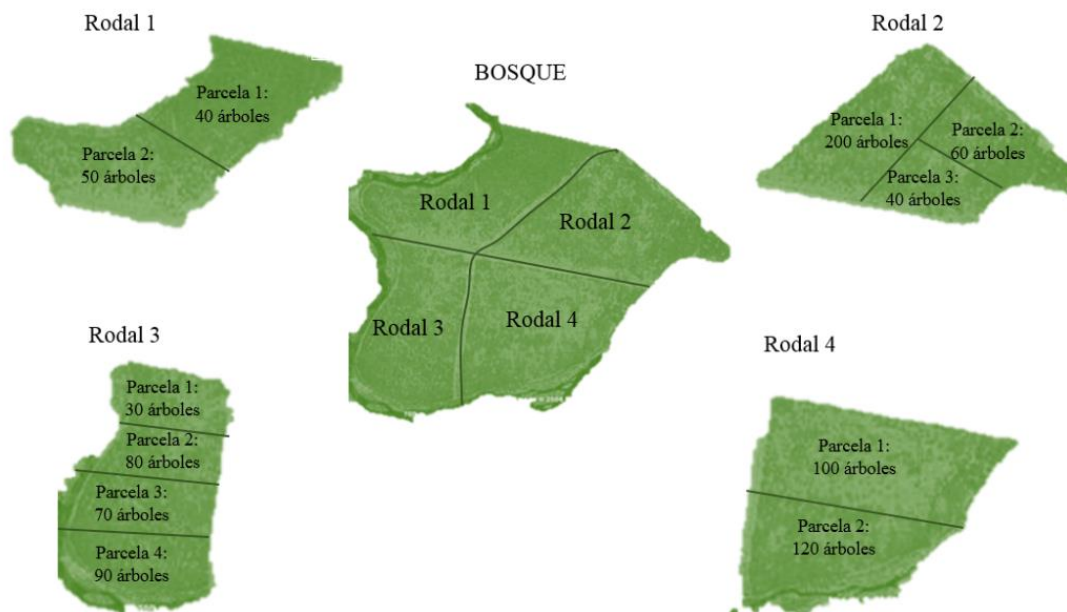
El proceso de cosecha forestal corresponde, a la extracción de árboles desde plantaciones de *Pinus radiata*, *Eucalyptus globulus* y *Eucalyptus nitens*, y su posterior trozado para convertirlos en rollizos, con diversos destinos siendo los más recurrentes la exportación, aserraderos, papeleras y celulosas. El proceso consiste, en el volteo, desrame y descortezado (dependiendo del destino y producto a obtener). El volteo, es el corte del árbol en su parte inferior para realizar, el desrame en tierra, con la eliminación de las ramas y conos, dejando el fuste completamente limpio.

Para cada fuste existe combinatorias de reglas de trozado para decidir los productos a generar. Las diferentes formas de cortar un fuste dependen de las características del árbol y las opciones de productos a obtener. Algunas características relevantes de un

árbol son largo, diámetro, calidad y especie. Las decisiones de trozado de rollizos son irreversibles una vez cortado el fuste, no es posible retroceder. Una mala decisión de trozado puede significar pérdidas de madera y eventualmente generar, productos sin demanda. Las decisiones tomadas en la cosecha forestal están sujetas a los acuerdos adquiridos por las empresas forestales mandantes, estos son expresados en cantidad en metros cúbicos, (m³ de rollizos). A su vez estos compromisos son adquiridos por las empresas tomando en cuenta la cantidad de materia prima que poseen en los bosques. Es importante para los productores de bosques que no poseen plantas industriales de remanufactura y que son proveedores de trozos en el mercado, conocer anticipadamente: la cantidad, volumen, distribución y tamaño de las trozas posibles de obtener y, así determinar la mejor alternativa de venta de sus productos al momento de la cosecha y obtener el máximo retorno de sus bosques. (Hidalgo, 2015)

En el sector forestal los bosques se dividen en rodales (división de los bosques por tipo y edad de los árboles) y las faenas de cosecha forestal dividen los rodales en parcelas, como se presenta en la siguiente ilustración:

Figura 3-1. Esquema de creación de parcelas dentro de un rodal



De cada árbol de las parcelas se obtienen los siguientes datos:

- Diámetro a altura de pecho, DAP: Es la medición de la corteza del árbol a la altura del pecho, 1,3 m. sobre el terreno.
- Altura: Representa la altura de los árboles y se puede desarrollar por varios métodos o instrumentos.

El DAP y la altura de los árboles además de permitir estimar la producción en m³ que entregarán los bosques, dan las características a los rollizos obtenidos (largo y diámetro;), las cuales permiten conocer qué tipo de productos se puede obtener de cada rollizo y buscar establecer que reglas de trozado se asignaran, para satisfacer la demanda de los clientes con la menor cantidad de rollizos posibles.

La definición de las reglas de trozado a utilizar dentro de la programación de la producción en la cosecha forestal juega un papel de vital importancia a la hora de cumplir con los requerimientos de demanda, considerando el uso eficiente de los recursos forestales para lograr el mayor beneficio posible.

En el presente estudio se propone un modelo matemático que incorpora funciones de ahusamiento para establecer las reglas de trozado óptimas como una herramienta viable para su utilización en la industria forestal a pequeña escala. A partir de este enfoque se pretende que se puedan generar perfeccionamientos y modificaciones en el futuro, por lo que se utilizan variables y parámetros esenciales al momento de construir un esquema de corte.

3.2 Propuesta de solución

Basándose en la información y los modelos existentes en la literatura referida a la cosecha forestal es que se propone abordar el problema de la definición de reglas de trozado mediante el modelamiento matemático.

El pino radiata domina el consumo de todos los rubros de la industria forestal primaria, con la excepción de la industria de astillas, donde el *Eucalyptus nitens* representa el 72,4% del consumo de esta industria, *Eucalyptus globulus* el 22,4% y pino radiata solo el 5,3%. En la industria de pulpa el pino radiata lidera con el 51,8% del consumo, pero

los eucaliptos le siguen muy de cerca con el 48,2%, destacándose la participación de *E. nitens* por sobre la de *E. globulus*. En los otros rubros, el dominio de pino radiata es prácticamente total: 99,6% en postes y polines, 97,7% en el aserrío, 91,1% en trozos de exportación y 88,7% en tableros y chapas. (Instituto Forestal, 2022)

En el ámbito de la producción, el año 2021 fue muy positivo para la industria del aserrío, llegando a los 8,67 millones de m³, lo que representa un crecimiento de 10,3% respecto del 2020, al mismo tiempo que se sitúa solo 34.700 m³ (-0,4%) por debajo del récord histórico alcanzado el año 2006, antes de la crisis sub prime. El 97,7% de la madera aserrada producida fue de pino radiata, mientras que el 2,3% restante se distribuye entre numerosas especies, entre las que se destacan: Pino Oregón, Álamo y Lenga. (Instituto Forestal, 2022)

Debido a la gran importancia que tiene el Pino Radiata en la industria forestal chilena es que se decide proponer un modelo matemático para definir las reglas de trozado que incorpora una función de ahusamiento para este tipo de árbol, la cual permite reconstruir la forma para estimar el diámetro y/o el volumen a una altura determinada.

Estas funciones son útiles cuando se desea conocer la cantidad de madera en función del tamaño y del tipo de producto a obtener (Prodan et al., 1997). En la planificación silvícola, conjuntamente con las funciones de volumen total, facilitan la simulación de diversos escenarios, transformándose en instrumentos fundamentales al momento de la toma de decisiones. (Lupi A.M et al., 2010)

CAPITULO 4: MODELO DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA

Para el modelamiento matemático del problema de reglas de trozado se consideró la inclusión de funciones de ahusamiento con el fin de permitir modelar la forma fustal. En el presente estudio se consideró un análisis de funciones de perfil de fuste para *Pinus radiata* D. Don, realizado en el año 2010.

El objetivo de aquel estudio era evaluar y validar modelos ajustados para la especie mencionada. Se pusieron a prueba 9 modelos. Los datos empleados provienen de una constituida por 146 árboles de *Pinus radiata* extraídos de rodales sin manejo silvícola, localizados en el SE de la provincia de Buenos Aires, Argentina (Sierras de Tandilla). Los individuos empleados presentaron un diámetro a la altura del pecho (DAP) comprendido entre 6,7 y 45,2 cm y alturas entre 3,9 y 19,3 m. Para la selección del modelo se emplearon los siguientes indicadores: El error medio cuadrático (CME), el sesgo (E), la desviación estándar de los residuos (DE) y métodos gráficos, entre otros. Los resultados indican que todas las ecuaciones empleadas para predecir el diámetro a diferentes alturas del fuste presentaron un comportamiento favorable cuando se las compara con las desarrolladas en otras regiones de cultivo. Un análisis gráfico del modelo en función de la altura relativa indica que los modelos de Ormerod (1973) y Demaerschalk (1972) tuvieron una mejor performance, como se aprecia en la Tabla 1. Particularmente el primero, donde el diámetro (d) a una altura determinada es función de un cociente entre la altura relativa y la altura total elevada a un parámetro constante mostró un mejor ajuste en las alturas relativas inferiores (en las trozas más gruesas). El modelo de Kozak (1969), Kozak et al., (1969), Demaerschalk (1973), Newman (1990), los dos modelos de Goulding y Murray (1976) y Thomas y Parresol (1991) fueron descartados por: 1) mayores errores a lo largo de la altura relativa; 2) presentar estimaciones imprecisas en las alturas relativas menores y 3) por tratarse de modelos complejos con mayor número de variables. (Lupi A.M et al., 2010)

Figura 4-1. Valores de los estimadores de ajuste de los modelos

Modelo	EMC	E	DE	 E
Kozak, 1969	0,0676	0,1885	0,2641	0,1844
Kozak et al 1969	0,0338	0,1147	0,2761	0,0770
Demaerschalk, 1972	0,0459	0,1241	0,2605	0,0944
Demaerschalk, 1973	0,0287	0,1109	0,2848	0,0770
Ormerod, 1973	0,0266	0,0931	0,2561	0,0369
Newnham, 1990	0,0328	0,1361	0,2584	-0,0772
Goulding y Murray 1976	0,0649	0,1682	0,2361	0,1505
Goulding y Murray 1976, modif	0,0881	0,1886	0,2711	0,1642
Thomas y Parresol, 1991	0,1240	0,2183	0,3027	0,1883

Fuente: Funciones de perfil de fuste para *Pinus Radiata* (2010)

Como se menciona anteriormente los modelos de Ormerod (1973) y Demaerschalk (1972) tuvieron una mejor performance, Ormerod (1973) por sobre Demaerschalk (1972).

En segunda instancia para el presente estudio se decide utilizar además el modelo planteado por Kozak et al., (1969), un modelo lineal considerando que el otro modelo seleccionado (Ormerod (1973)) es un modelo exponencial.

Para el diseño matemático que representa la solución al problema de definición de reglas de trozado en la cosecha forestal se trabajó con procedimientos genéricos para el modelamiento de problemas de programación, para ello se utilizaron parámetros y conjuntos definidos como:

- DAP = Diámetro altura pecho.
- H = Altura total del árbol.
- d_t^1 = Diámetro superior de la troza "t".
- d_t^2 = Diámetro inferior de la troza "t".
- h_t = Altura de la troza "t".
- ε = Tolerancia entre la distancia de trozas "t".

Las variables de decisión difieren de las variables de programación estándar en que tienen dominios de valores posibles y pueden tener restricciones establecidas en las combinaciones permitidas de estos valores. El modelo planteado solo considera una

variable de decisión que permite visualizar si la troza es obtenida o no del árbol. Así para este caso se define la variable de decisión:

$$x_t = \begin{cases} 1 & \text{si la troza "t" se obtiene} \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

La construcción de la función objetivo se define como la suma de todos los volúmenes de las trozas obtenidas del árbol. Siendo la expresión que representa el volumen útil (función Z), el objetivo del modelo en la maximización de este, de esta forma se define como:

$$\text{Max } Z = \sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_t^1}{2} \right)^2 h_t - \frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_t^2}{2} \right)^2 h_t \right] x_t$$

Pasando a la siguiente etapa de modelamiento, se procede a generar las restricciones asociadas a la selección de las trozas para las características propias del árbol.

De esta forma tenemos la restricción que asegura que se considere solo el desplazamiento de las trozas que se obtendrán desde el árbol.

Además, se incluye una restricción que asegura la no negatividad de la variable en cuestión.

$$y_t \leq Mx_t$$

$$y_t \geq 0$$

La siguiente restricción indica que la suma total de las trozas "t" obtenidas del árbol debe ser menor o igual al largo total del árbol.

$$\sum_{t=1}^n h_t x_t + \sum_{t=1}^n y_t \leq H$$

Las expresiones (4) y (5) garantizan la obtención correcta de las trozas “t”, donde las funciones $f(\alpha_t)$ y $f(\beta_t)$, transforman por medio de una función de ahusamiento y hacen referencia al diámetro estimado inferior y superior respectivamente considerando una tolerancia “ ε ”.

$$\begin{aligned} -M(1-x_t) + d_t^1(1-\varepsilon) &\leq f(\alpha_t) \leq d_t^1(1+\varepsilon) + M(1-x_t) \\ -M(1-x_t) + d_t^2(1-\varepsilon) &\leq f(\beta_t) \leq d_t^2(1+\varepsilon) + M(1-x_t) \end{aligned}$$

Las siguientes restricciones señalan la altura inferior en la que inicia la troza “t” y la altura superior del árbol en la que finaliza la troza, respectivamente.

$$\begin{aligned} \alpha_t &= \sum_{tt=1}^{t-1} h_t x_t + \sum_{tt=1}^t y_t \\ \beta_t &= \sum_{tt=1}^t h_t x_t + \sum_{tt=1}^t y_t \end{aligned}$$

De esta forma integrando todos los elementos anteriormente detallados y utilizando los diámetros despejados de cada función de ahusamiento, los modelos se logran representar en su totalidad como:

4.1.1 Modelo exponencial (Ormerod)

$$\text{Max } Z = \sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_t^1}{2} \right)^2 h_t - \frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_t^2}{2} \right)^2 h_t \right] x_t \quad (1)$$

$$y_t \leq Mx_t \quad \forall t=1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^n h_t x_t + \sum_{t=1}^n y_t \leq H \quad (3)$$

$$-M(1-x_t) + d_t^1(1-\varepsilon) \leq f(\alpha_t) \leq d_t^1(1+\varepsilon) + M(1-x_t) \quad \forall t=1, \dots, n \quad (4)$$

$$-M(1-x_t) + d_t^2(1-\varepsilon) \leq f(\beta_t) \leq d_t^2(1+\varepsilon) + M(1-x_t) \quad \forall t=1, \dots, n \quad (5)$$

$$\alpha_t = \sum_{tt=1}^{t-1} h_t x_t + \sum_{tt=1}^t y_t \quad \forall t=1, \dots, n \quad (6)$$

$$\beta_t = \sum_{tt=1}^t h_t x_t + \sum_{tt=1}^t y_t \quad \forall t=1, \dots, n \quad (7)$$

$$x_t \in \{0,1\} \quad \forall t=1, \dots, n \quad (8)$$

$$y_t \geq 0 \quad \forall t=1, \dots, n \quad (9)$$

Donde:

$$M = 2DAP$$

$$\varepsilon = 5\%$$

$$f(\alpha_t) = DAP \left[\frac{(H - \alpha_t)}{(H - 1,30)} \right]^{0.80156}$$

$$f(\beta_t) = DAP \left[\frac{(H - \beta_t)}{(H - 1,30)} \right]^{0.80156}$$

4.1.2 Modelo polinomial (Kozak et.al)

$$\text{Max } Z = \sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_t^1}{2} \right)^2 h_t - \frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_t^2}{2} \right)^2 h_t \right] x_t \quad (1)$$

$$y_t \leq Mx_t \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^n h_t x_t + \sum_{t=1}^n y_t \leq H \quad (3)$$

$$-M(1-x_t) + (d_t^1(1-\varepsilon))^2 \leq f(\alpha_t) \leq (d_t^1(1+\varepsilon) + M(1-x_t))^2 \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$-M(1-x_t) + (d_t^2(1-\varepsilon))^2 \leq f(\beta_t) \leq (d_t^2(1+\varepsilon) + M(1-x_t))^2 \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$\alpha_t = \sum_{t=1}^{t-1} h_t x_t + \sum_{t=1}^t y_t \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$\beta_t = \sum_{t=1}^t h_t x_t + \sum_{t=1}^t y_t \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$x_t \in \{0,1\} \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$y_t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, n \quad (9)$$

Donde:

$$M = 4DAP^2$$

$$\varepsilon = 5\%$$

$$f(\alpha_t) = DAP^2 \left[1,26466 - 2,53619 \left(\frac{\alpha_t}{H} \right) + 1,31611 \left(\frac{\alpha_t}{H} \right)^2 \right]$$

$$f(\beta_t) = DAP^2 \left[1,26466 - 2,53619 \left(\frac{\beta_t}{H} \right) + 1,31611 \left(\frac{\beta_t}{H} \right)^2 \right]$$

CAPITULO 5: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El modelo matemático presentados en el capítulo anterior fue implementado computacionalmente en Julia con JuMP mediante *solver* SCIP 7.0.3 y GUROBI 9.5.0 en un equipo con las siguientes especificaciones técnicas:

- OS: Red Hat Enterprise Linux 9.1.
- CPU: Procesador Intel (R) Core (TM) i5-3570 CPU @ 3.40 GHz.
- RAM 16 GB.

5.1 Generación de problemas de prueba

Para evidenciar la eficacia del modelo se desarrollaron diferentes problemas de prueba. Dichos problemas conforme avanzaron las etapas experimentales de la implementación computacional fueron variando en sus diferentes parámetros con el objetivo de observar el comportamiento de las respuestas que entregaba el modelo.

Para la definición de los parámetros de cada problema se utilizaron datos de otras investigaciones relacionadas con la cosecha forestal. Con esto se lograron diseñar instancias en un principio convenientes para la representación gráfica de los resultados. A medida que se obtenían datos más fidedignos se logró llegar a instancias mucho más cercanas a la realidad.

Dentro de cada instancia se considera la entrada de los siguientes datos:

Parámetro: Valor altura total (H);

Parámetro: Valor diámetro altura pecho (DAP);

Conjunto: Vector de troza (h, d1, d2);

Es importante destacar que en las instancias las trozas deben ir ordenadas de mayor a menor de manera descendente considerando los valores del diámetro superior (d1).

Tabla 5-1. Ejemplo de instancias de prueba

Árboles	árbol 1	árbol 2	árbol 3
DAP (m)	0.363	0.382	0.362
H (m)	27	26	27
TROZA 1	(3.37, 0.32, 0.36)	(2.45, 0.35, 0.38)	(2.45, 0.34, 0.37)
TROZA 2	(4.89, 0.31, 0.36)	(4.89, 0.32, 0.38)	(4.89, 0.31, 0.37)
TROZA 3	(3.21, 0.27, 0.31)	(3.21, 0.29, 0.34)	(3.21, 0.28, 0.32)
TROZA 4	(4.28, 0.24, 0.29)	(2.45, 0.27, 0.30)	(2.45, 0.26, 0.29)
TROZA 5	(3.21, 0.21, 0.25)	(4.89, 0.21, 0.28)	(4.89, 0.21, 0.27)
TROZA 6	(4.28, 0.17, 0.22)	(3.37, 0.21, 0.25)	(3.98, 0.20, 0.25)
TROZA 7	(3.21, 0.15, 0.20)	(3.98, 0.13, 0.19)	(2.76, 0.14, 0.18)
TROZA 8	(3.98, 0.09, 0.15)	(4.59, 0.12, 0.19)	(4.59, 0.13, 0.19)
TROZA 9	(2.45, 0.02, 0.06)	(2.45, 0.06, 0.11)	(3.06, 0.07, 0.12)
TROZA 10	(2.76, 0.01, 0.06)	(3.21, 0.04, 0.10)	(4.59, 0.03, 0.11)

Las unidades de medida para los valores de cada instancia diseñada son en metros (m).

5.2 Diseño de experimentos

Durante el transcurso de la investigación se llevaron a cabo dos etapas experimentales, mediante las que se puso a prueba el modelo propuesto frente a diferentes escenarios con el fin de conocer el comportamiento de este en aspectos relacionados a su eficiencia.

5.2.1 Primer experimento

Para el primer experimento se generaron problemas de prueba que variaban en los distintos parámetros, esto con la finalidad de observar el comportamiento de la eficiencia del modelo a la hora de seleccionar las trozas para cada árbol.

Los problemas de prueba consistían en un total de 11 árboles que variaban en su DAP y altura total (H). Para cada árbol se generaba un conjunto de 10 trozas factibles que incluían la altura de la troza (h), el diámetro superior de la troza y el inferior de esta (d1 y d2 respectivamente). Cabe destacar que los tamaños de las trozas fueron tomados de un estudio acerca de productos de madera aserrada en el año 2003, el cual incluía trozas para madera tipo Rough, Tapas y Mercado de Latinoamérica. (Aguilar & Sanhueza, 2003)

Tabla 5-2. Tamaño de trozas utilizadas en la industria del aserrío

Rough (m)	Tapas (m)	Mercado Latinoamérica (m)
4,89	4,89	3,97
4,59	4,59	3,05
4,28	4,28	2,44
3,98	3,98	1,83
3,67	3,67	
3,37	3,37	
3,21	3,21	
3,06	3,06	
2,76	2,76	
2,45	2,45	

Figura 5-2. Parámetros utilizados por troza

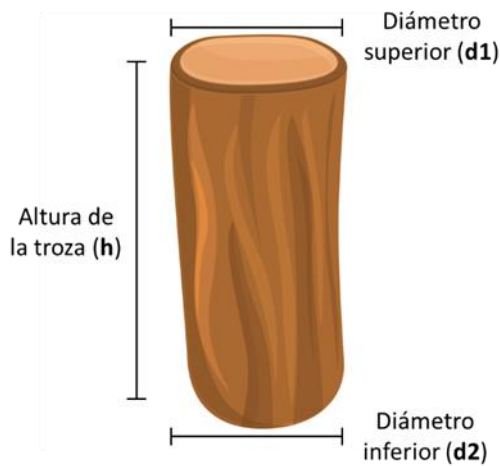
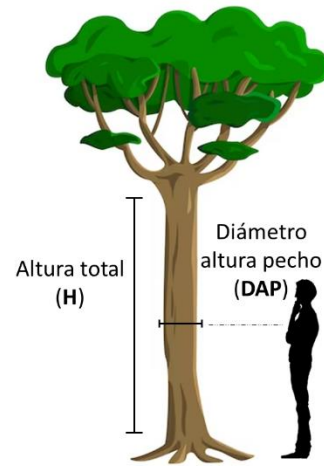


Figura 5-1. Parámetros utilizados por árbol



En primera instancia se analizó el modelo exponencial mediante el *solver* SCIP utilizando las 11 instancias mencionadas anteriormente, de igual forma se procedió con el modelo polinomial mediante el *solver* SCIP y GUROBI.

5.2.2 Segundo experimento

Como una forma de poder de mejor manera el comportamiento de ambos modelos, se crearon instancias más complejas con el fin de reflejar más claramente las diferencias existentes entre ambos modelos respecto de su calidad de solución y el tiempo de cómputo.

Para ello se consideraron arboles de 50, 55, 60, 65, 70, 75 y 100 metros de altura. Todos presentaban un DAP de 0,363 y se le asignó un tiempo límite de solución a cada *solver* de 600 segundos que equivalen a 10 minutos.

5.3 Análisis de resultados

Con el fin de poder estudiar de mejor manera la calidad de las soluciones de ambos modelos, es que se utilizan distintos parámetros asociados a las limitaciones propias de cada variante en el primer y segundo experimento.

5.3.1 Aprovechamiento de la materia prima

Para este análisis se utilizaron alturas para los árboles que variaban entre los 24 y 29 metros y diámetros altura pecho que lo hacían entre 0,342 y 0,39 metros. Los resultados obtenidos para las 11 instancias descritas en el primer experimento mediante los *solver* SCIP y GUROBI son los siguientes:

Tabla 5-3. Resultados del modelo exponencial mediante *solver* SCIP

	EXPONENCIAL (SCIP)			
	OBJECTIVE VALUE	RELATIVE GAP	SOLVER TIME	CANTIDAD DE TROZAS SELECCIONADAS
ARBOL 1	0.129	0.000	1.120	5
ARBOL 1.2	0.115	0.000	0.210	5
ARBOL 2	0.157	0.000	0.058	5
ARBOL 3	0.146	0.000	0.047	5
ARBOL 4	0.115	0.000	0.069	5
ARBOL 5	0.142	0.000	0.375	6
ARBOL 6	0.124	0.000	0.452	6
ARBOL 7	0.137	0.000	0.086	4
ARBOL 8	0.103	0.000	0.469	6
ARBOL 9	0.127	0.000	0.048	5
ARBOL 10	0.098	0.000	0.230	6

Tabla 5-4. Resultados del modelo polinomial mediante solver GUROBI

	POLINOMIAL (GUROBI)			
	OBJECTIVE VALUE	RELATIVE GAP	SOLVER TIME	CANTIDAD DE TROZAS SELECCIONADAS
ARBOL 1	0.094	0.000	0.946	3
ARBOL 1.2	0.097	0.000	0.274	4
ARBOL 2	0.124	0.000	0.613	3
ARBOL 3	0.119	0.000	0.686	4
ARBOL 4	0.111	0.000	0.547	4
ARBOL 5	0.129	0.000	0.533	3
ARBOL 6	0.098	0.000	0.968	4
ARBOL 7	0.128	0.000	0.617	3
ARBOL 8	0.086	0.000	0.308	4
ARBOL 9	0.113	0.000	6.675	4
ARBOL 10	0.088	0.000	1.011	5

Tabla 5-5. Resultados del modelo polinomial mediante solver SCIP

	POLINOMIAL (SCIP)			
	OBJECTIVE VALUE	RELATIVE GAP	SOLVER TIME	CANTIDAD DE TROZAS SELECCIONADAS
ARBOL 1	0.094	0	1.741	3
ARBOL 1.2	0.097	0	2.341	4
ARBOL 2	0.124	0	1.962	3
ARBOL 3	0.119	0	1.917	4
ARBOL 4	0.111	0	1.546	4
ARBOL 5	0.129	0	3.268	3
ARBOL 6	0.098	0	7.749	4
ARBOL 7	0.128	0	2.749	3
ARBOL 8	0.086	0	2.628	4
ARBOL 9	0.113	0	1.662	4
ARBOL 10	0.088	0	5.025	5

Figura 5-4. Ejemplo solución modelo exponencial

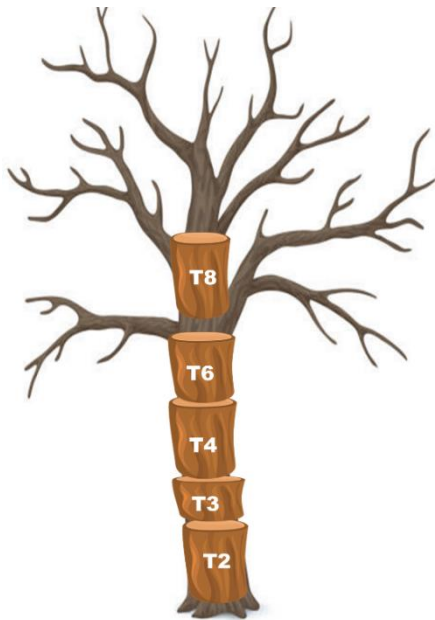
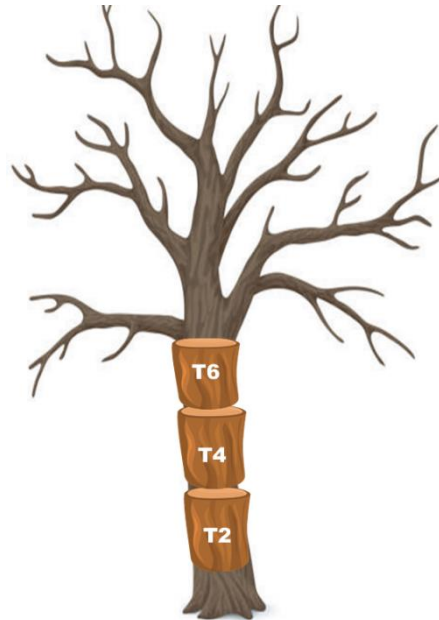


Figura 5-3. Ejemplo solución modelo polinomial

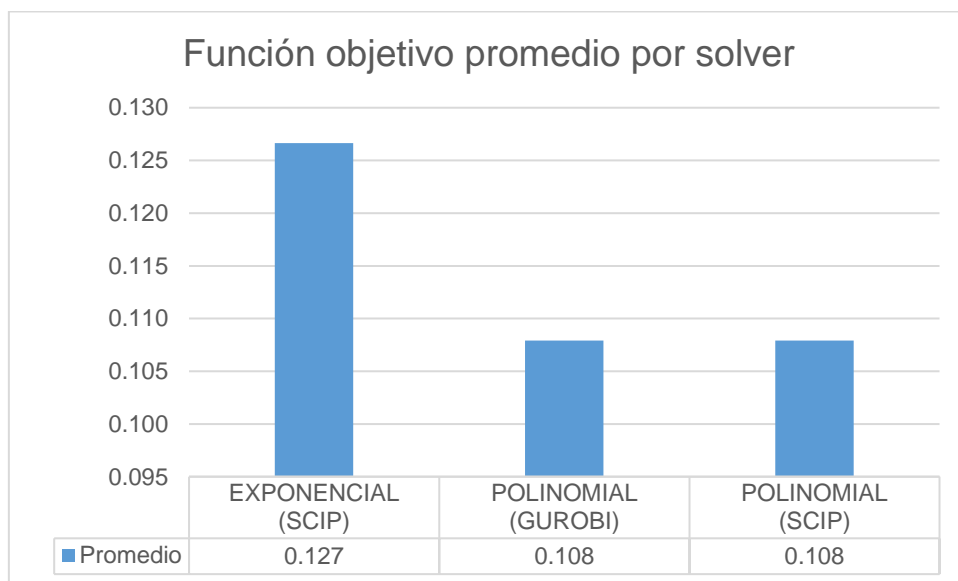


Como se mencionó anteriormente el objetivo principal del primer experimento es analizar el comportamiento de ambos modelos respecto de sus salidas a través de los *solver* utilizados. Los aspectos considerados para este análisis son: la función objetivo, el GAP, el tiempo de resolución y la cantidad de trozas seleccionadas. De esta forma, se evaluaron las 11 instancias generadas, en un principio a través del modelo exponencial mediante el *solver* SCIP y posteriormente mediante el modelo polinomial por medio de los *solver* SCIP y GUROBI.

El objetivo mencionado anteriormente fue posible lograrlo mediante un análisis gráfico del promedio de las funciones objetivo y otro del promedio de la cantidad de trozas seleccionadas para cada árbol entregadas por los modelos a través de los *solver* indicados.

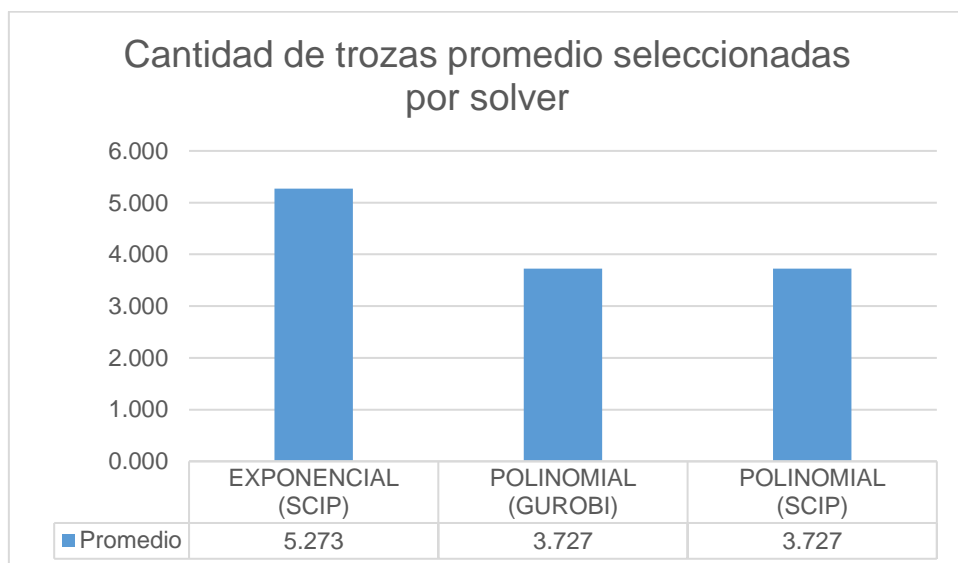
En primera instancia se analizan las funciones objetivos promedio entre los 11 árboles del primer experimento, los resultados fueron los siguientes:

Figura 5-5. Gráfico función objetivo promedio por solver



A partir de la información entregada por el gráfico fue posible inferir que la solución proporcionada por el modelo exponencial a través del *solver* SCIP es mejor que la entregada por el el modelo polinomial mediante los *solver* SCIP y GUROBI con una diferencia de 0.019 unidades, lo que en porcentaje sería un 16% aproximadamente.

Figura 5-6. Gráfico cantidad de trozas promedio seleccionadas por solver



Otra forma de reflejar la ventaja del modelo exponencial es mediante el promedio de la cantidad de trozas seleccionadas para cada árbol. De esta forma es posible notar

que la cantidad de trozas seleccionadas por el modelo exponencial es mayor frente al modelo polinomial, lo que permite deducir una mayor eficiencia de este. En promedio, el modelo exponencial seleccionaba alrededor de 5.3 piezas por árbol, por su parte el modelo polinomial 3.7.

Ambos análisis realizados permitieron deducir que el modelo exponencial genera un mayor aprovechamiento de la materia prima frente al modelo polinomial, lo que básicamente se resume en un mayor rendimiento de los bosques.

5.3.2 Tiempo de resolución computacional

Como se destaca anteriormente, el tiempo de resolución es uno de los aspectos relevantes para el estudio en cuestión, por lo que representa una característica distintiva a la hora de seleccionar el modelo de resolución para el problema de reglas de trozado. Los resultados del segundo experimento fueron los siguientes:

Tabla 5-6. Tabla tiempo de resolución modelo exponencial mediante solver SCIP

TIEMPO DE RESOLUCIÓN MODELO EXPONENCIAL MEDIANTE SOLVER SCIP							
	ALTURA EN METROS						
TROZAS	50	55	60	65	70	75	100
10	0.66	0.73	0.67	0.82	1.72	0.77	0.81
20	1.74	1.48	1.22	2.12	3.65	1.80	1.78
30	3.52	5.36	4.14	6.66	10.26	4.61	3.52
40	5.35	5.15	5.76	8.85	8.66	8.19	8.18
50	10.83	10.39	17.31	33.50	26.19	42.07	28.90

Tabla 5-7. Tabla tiempo de resolución modelo polinomial mediante solver SCIP

TIEMPO DE RESOLUCIÓN MODELO POLINOMIAL MEDIANTE SOLVER SCIP							
	ALTURA EN METROS						
TROZAS	50	55	60	65	70	75	100
10	6.33	24.11	140.48	600.00	600.00	600.00	600.00
20	600.00	514.63	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00
30	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

Tabla 5-8. Tabla tiempo de resolución modelo polinomial mediante solver GUROBI

TIEMPO DE RESOLUCIÓN MODELO POLINOMIAL MEDIANTE SOLVER GUROBI							
	ALTURA EN METROS						
TROZAS	50	55	60	65	70	75	100
10	0.52	0.78	1.18	2.35	1.74	1.13	0.70
20	24.84	15.88	25.20	171.14	600.00	600.00	600.00
30	393.71	288.69	266.48	595.68	406.61	600.00	600.00
40	465.16	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00
50	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

En primer lugar, se registraron los tiempos de resolución del modelo exponencial mediante el *solver* SCIP a partir de las instancias generadas, posteriormente lo mismo con el modelo polinomial a través de los *solver* SCIP y GUROBI. Como se mencionó anteriormente, el tiempo límite de resolución entregado al modelo fue de 600 segundos. El DAP de cada una de estas instancias se mantuvo constante, siendo de 0,363 metros.

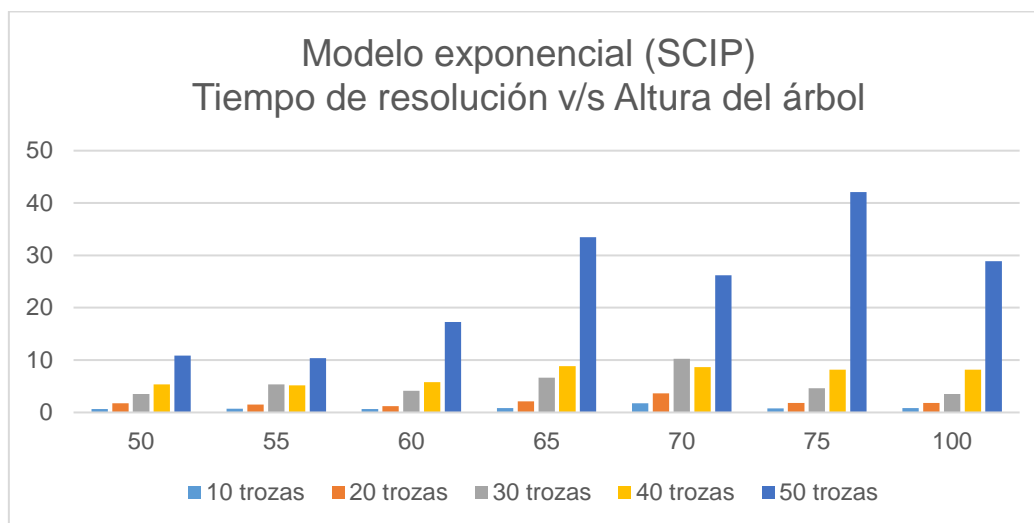
Los parámetros que variaban en las instancias era la altura del árbol y la cantidad de trozas de estos. Se consideraron arboles de 50, 55, 60, 65, 70, 75 y 100 metros, para cada una de estas alturas se generó un conjunto de trozas que contenían 10, 20, 30, 40 y 50 combinaciones con el fin de evidenciar el comportamiento de los modelos en relación con el tiempo de resolución

Es necesario diferenciar los resultados entre cada *solver*, ya que el uso de cada uno de estos en particular influye directamente en el tiempo asociado a la selección de las trozas debido a que algunos algoritmos suelen ser más eficientes para problemas específicos.

El primer parámetro analizado a partir de los resultados entregados fue la altura de los árboles. Para ello se realizaron gráficos de barra que presentan el tiempo de resolución de cada una de las alturas considerando las diferentes cantidades de trozas estudiadas.

Los resultados obtenidos por modelo y *solver* son los siguientes:

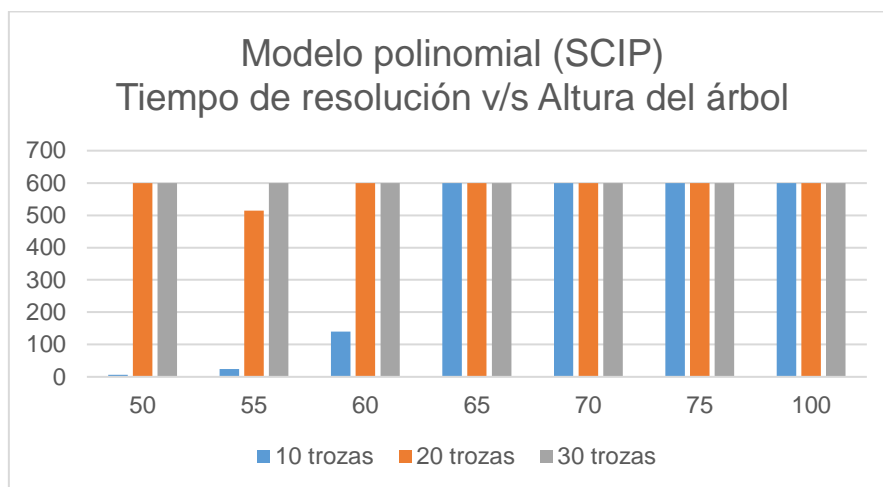
Figura 5-7. Gráfico Tiempo de resolución v/s Altura del árbol: Modelo exponencial (SCIP)



El gráfico anterior fue obtenido a partir de los resultados entregados por el modelo exponencial a través del *solver* SCIP. Se puede observar claramente que las variaciones del tiempo de resolución no son considerables respecto del aumento en los tamaños de los árboles. De hecho, entre la altura 65 y 70 se presenta una disminución del tiempo de resolución para la cantidad de 50 trozas, lo que permite inferir que el tiempo de resolución respecto y la altura no son proporcionalmente directos. Tampoco son parámetros proporcionalmente indirectos ya que, para la misma cantidad de trozas, pero a una altura de 75 metros el tiempo de resolución aumenta.

Posteriormente se realizó un gráfico para mostrar los resultados obtenidos del modelo polinomial mediante el *solver* SCIP. Es preciso mencionar que al resolver el modelo polinomial mediante dicho *solver*, en la mayoría de los casos los tiempos de resolución llegaban al tiempo límite (600 segundos), como se ve reflejado a continuación, por ello es por lo que se analizaron los árboles con un total de 30 trozas ya que los resultados eran reiterativos.

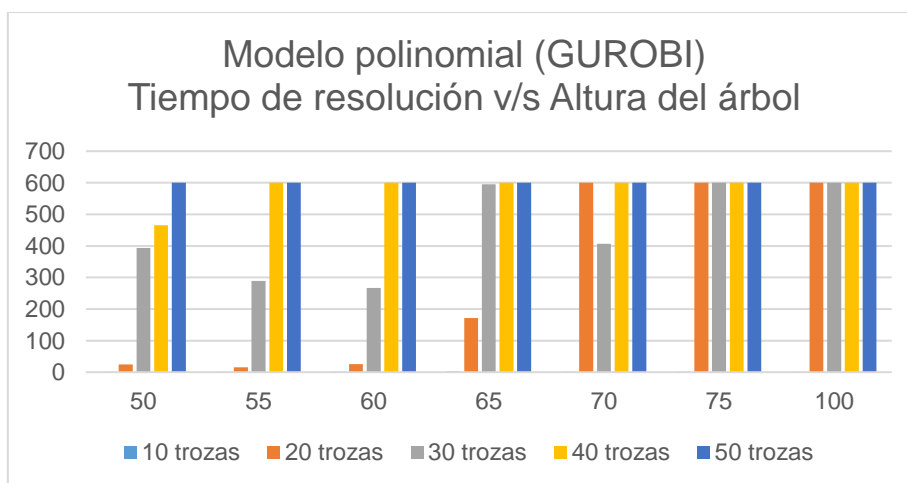
Figura 5-8. Gráfico Tiempo de resolución v/s Altura del árbol: Modelo polinomial (SCIP)



En el gráfico presentado anteriormente es posible evidenciar en primer lugar que a una altura de 65 metros el modelo utilizaba el tiempo límite de resolución, lo mismo para las alturas siguientes. Entre las alturas de 50 y 60 metros se presentan variaciones, pero debido a que solo representan solo un 40% de la muestra aproximadamente no es posible inferir si la altura es un parámetro relevante para el modelo polinomial resuelto a través del *solver* SCIP.

Como se mencionó durante el desarrollo del estudio, el modelo polinomial además fue resuelto mediante el *solver* GUROBI con el fin de ver el analizar el comportamiento de este. Los resultados se presentan gráficamente a continuación:

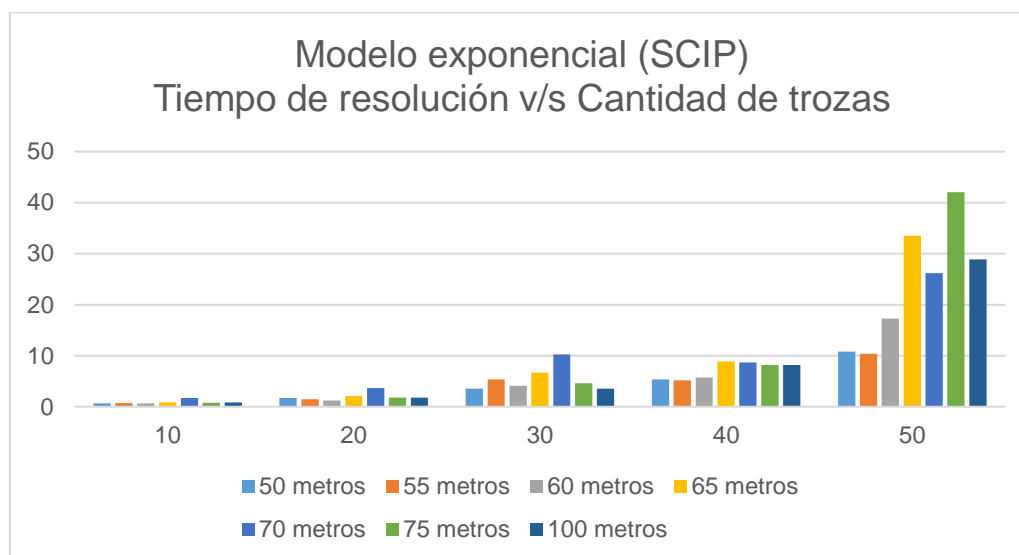
Figura 5-9. Gráfico Tiempo de resolución v/s Altura del árbol: Modelo polinomial (GUROBI)



Se puede observar en principio que los tiempos resolución del modelo polinomial a través del *solver* GUROBI son más rápidos en comparación con los de SCIP. Sin embargo, esto ocurre solo hasta una altura de 70 metros, ya que luego el modelo llega a su tiempo límite. Al igual que en los gráficos analizados anteriormente, este presenta variaciones en sus tiempos de resolución a partir de las alturas.

Otro aspecto para analizar es el tiempo de resolución respecto de la cantidad de trozas para cada modelo. Al igual que en el análisis anterior se comenzó analizando el modelo exponencial mediante el *solver* SCIP, los resultados fueron los siguientes:

Figura 5-10. Gráfico Tiempo de resolución v/s Cantidad de trozas: Modelo exponencial (SCIP)

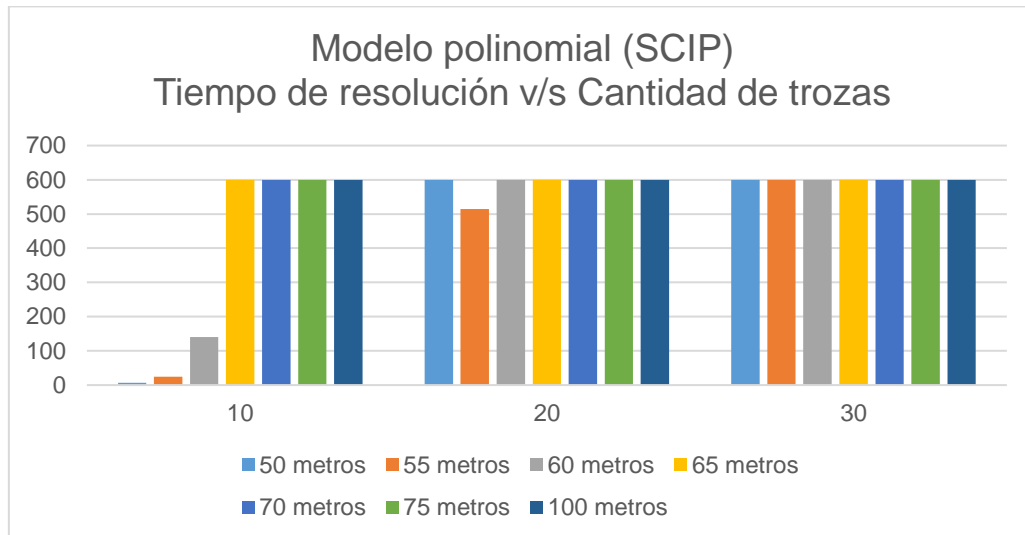


Claramente la cantidad de trozas es un factor relevante a la hora de analizar los tiempos de resolución para el modelo exponencial, si bien en el gráfico se presentan variaciones, estas no son considerables y en mayor medida se evidencia un aumento constante del tiempo de resolución a medida que aumentan la cantidad de trozas a partir de las diferentes alturas.

Es relevante destacar que mediante este modelo y *solver*, nunca se llegó al tiempo límite de resolución, siendo el mayor tiempo, 42.06 segundos para una cantidad de 50 trozas y un árbol de altura total de 75 metros, como se puede observar en la Tabla 5-6.

De la misma manera se procedió a analizar los tiempos de resolución del modelo polinomial mediante el *solver* SCIP y los resultados representados gráficamente son los siguientes:

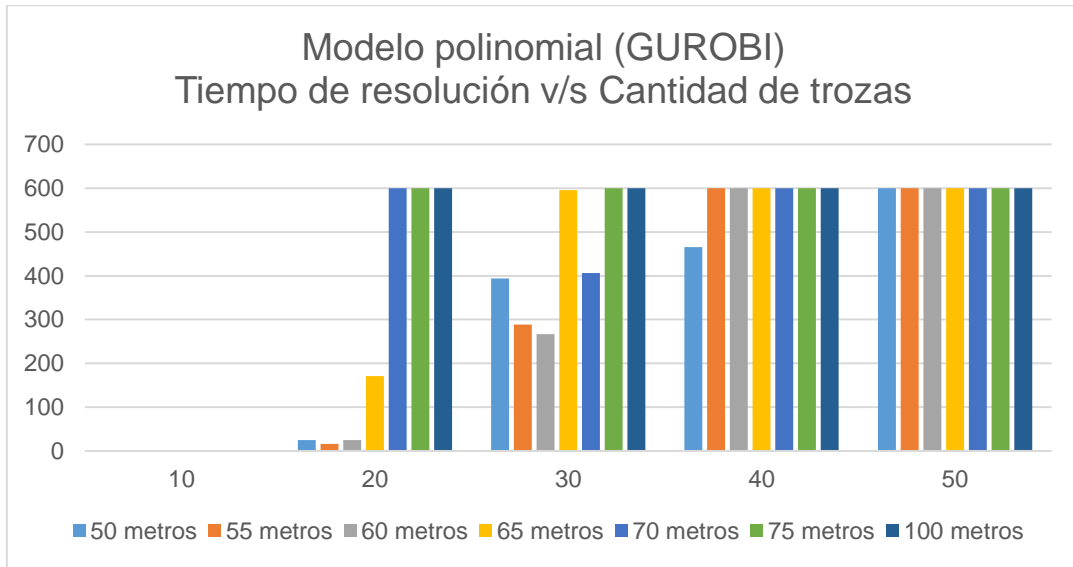
Figura 5-11. Gráfico Tiempo de resolución v/s Cantidad de trozas: Modelo polinomial (SCIP)



De la representación gráfica obtenida se observa que, para un total de 10 trozas y un árbol de 65 metros, el modelo ya utiliza el tiempo límite para entregar una solución, y medida que aumenta la cantidad de trozas los resultados son reiterativos, la única variación se presenta con 20 trozas a una altura de 55 metros.

De igual forma se analiza gráficamente los resultados del tiempo de resolución del modelo polinomial a través el *solver* GUROBI, los que se observan a continuación:

Figura 5-12. Gráfico Tiempo de resolución v/s Cantidad de trozas: Modelo polinomial (GUROBI)



Los tiempos de resolución se mantuvieron constantes para un total de 10 trozas, sin embargo, a medida que aumentaban, lo hacían estos. Ya para la cantidad de 20 trozas y un árbol de 70 metros, el modelo utilizaba el tiempo total. Al igual que para el análisis de la altura, el modelo polinomial mediante *so/ver* GUROBI presenta variaciones dentro de la cantidad de 20 y 30 trozas, no así para los siguientes valores, 40 y 50, los que mantenían constantes sus tiempos de resolución, siendo este el tiempo máximo (600 segundos).

CAPITULO 6: CONCLUSIONES

Durante el desarrollo de la investigación fue posible modelar matemáticamente el proceso de la cosecha forestal de manera teórica pero que busca representar la realidad de la forma más acertada posible mediante el uso de parámetros que comúnmente se utilizan en la industria forestal.

El estado del arte relacionado con la industria forestal permite obtener información acerca del proceso productivo, desde es el comienzo como lo es la silvicultura pasando por el tratamiento que debe tener el bosque y la relevancia de cada una de estas etapas para la obtención de madera de una mejor calidad. Dentro de la información obtenida acerca de la cosecha forestal es relevante que la manera de obtener y aplicar los patrones de corte para la generación de trozas sea a partir de datos históricos o en base a la experiencia de los trabajadores forestales.

Las instancias creadas permitieron ver cómo se comportaban ambos modelos frente a la variación de sus diversos parámetros. Información que permitió definir qué modelo presentaba un mejor rendimiento en cuanto a sus soluciones.

El modelo presentado busca dar solución al problema de la regla de trozado en la cosecha forestal de la manera más eficiente posible. Cabe destacar que los parámetros utilizados son relacionados con la materia prima que mayor impacto tiene en el sector forestal chileno como lo es el pino radiata. El modelo busca maximizar el uso total del árbol, considerando la altura de este y su DAP (diámetro altura pecho) a partir de una cantidad de trozas que se desea producir. El DAP y la altura de los árboles además de permitir estimar la producción en m^3 que entregan los bosques, dan las características a los rollizos obtenidos (largo y diámetro;), las cuales permiten conocer qué tipo de productos se puede obtener de cada rollizo y buscar establecer que patrones de corte se asignaran, para satisfacer la demanda de los clientes con la menor cantidad de rollizos posibles.

El modelo exponencial presenta grandes diferencias frente al modelo polinomial tanto en la eficiencia de sus soluciones respecto del aprovechamiento de la materia prima

como en el tiempo computacional dado. Cabe destacar que el modelo exponencial no llega al tiempo límite de resolución en ninguna de las instancias generadas, no así el modelo polinomial, que pese a ser analizado mediante dos *solver*, lo hace fácilmente.

Por otra parte, respecto de los parámetros analizados en relación con el tiempo de resolución del modelo polinomial mediante el *solver* SCIP es importante mencionar que no es posible deducir la relación existente entre la cantidad de trozas y la altura del árbol con los tiempos de resolución, ya que como se mencionó anteriormente este llega fácilmente al tiempo límite y además presenta variaciones muy notorias en sus gráficas. No así mediante el *solver* GUROBI, donde se puede observar un aumento en el tiempo de resolución a medida que aumenta la cantidad de trozas en la Tabla 6-1. Pese a que en este estudio el modelo polinomial no presenta resultados favorables en comparación con el modelo exponencial en aspectos como el tiempo de cómputo o aprovechamiento de la materia prima, en trabajos futuros se pretende analizar de forma más exhaustiva este modelo a través de instancias de mayor tamaño.

Tabla 6-1. Mapa de calor: Tiempo de resolución modelo polinomial mediante solver GUROBI

TIEMPO DE RESOLUCIÓN MODELO POLINOMIAL MEDIANTE SOLVER GUROBI							
	ALTURA EN METROS						
TROZAS	50	55	60	65	70	75	100
10	0.52	0.78	1.18	2.35	1.74	1.13	0.70
20	24.84	15.88	25.20	171.14	600.00	600.00	600.00
30	393.71	288.69	266.48	595.68	406.61	600.00	600.00
40	465.16	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00
50	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00	600.00

Respecto del modelo exponencial es posible deducir que la cantidad de trozas es un factor relevante a la hora analizar el tiempo de resolución del modelo, ya que se observa un aumento en sus valores a medida que aumenta dicho parámetro, lo que se ve reflejado en la Tabla 6-2, un mapa de calor construido a partir de los resultados obtenidos en el segundo experimento, donde el cambio de colores se comienza a visualizar de manera vertical hacia abajo.

Tabla 6-2. Mapa de calor: Tiempo de resolución modelo exponencial mediante solver SCIP

TIEMPO DE RESOLUCIÓN MODELO EXPONENCIAL MEDIANTE SOLVER SCIP							
	ALTURA EN METROS						
TROZAS	50	55	60	65	70	75	100
10	0.66	0.73	0.67	0.82	1.72	0.77	0.81
20	1.74	1.48	1.22	2.12	3.65	1.80	1.78
30	3.52	5.36	4.14	6.66	10.26	4.61	3.52
40	5.35	5.15	5.76	8.85	8.66	8.19	8.18
50	10.83	10.39	17.31	33.50	26.19	42.07	28.90

La utilización de un modelo matemático para la selección de reglas de trozado facilita la labor de quienes toman las decisiones, ofreciéndole más información, respuestas más eficientes para la toma de decisiones de acuerdo con las condiciones actuales que posea el mercado y presente la empresa.

Como trabajo futuro es posible mejorar la base de datos de trozas y árboles a partir de instancias de mayor tamaño y con datos más cercanos a la realidad con el fin de lograr un análisis más exhaustivo de los modelos frente a las funciones de ahusamiento utilizadas. Otra posible extensión puede ser integrar el modelo en un esquema de generación de columna para optimizar la cosecha de un bosque considerando además posibilidades de mejora como la inclusión de factores económicos, porcentaje de utilización de recursos, etc.

REFERENCIAS

- Aguilar, C., & Sanhueza, R. (2003). *Caracterización y Estandarización de Productos, Procesos y Equipos en la Industria del Aserrío*. Concepción: Universidad del Bío-Bío.
- Bordon, Montagna & Corsano. (2020). An Integrated Approach for Solving the Bucking and Routing Problems in the Forest Industry. En *Production Research* (págs. 190-204). Argentina: Springer.
- Cardemil, M. (2021). *Industria Forestal en Chile*. Santiago: Biblioteca del Congreso Nacional de Chile.
- Castillo, C. (2020). *Optimización de Patrones de Corte para Aserraderos Forestales Mediante el Uso de Modelos Matemáticos*. Concepción: Universidad del Bío Bío.
- Chávez, et al. (2008). *Optimization of the Production Planning in the Supply Chain (Market-Sawmill-Harvest) using a Game Theory Approach*. Concepción.
- Eng, G., & Daellenbach, H. (1985). Forest Outturn Optimization by Dantzig-Wolfe Decomposition and Dynamic Programming Column Generation. *Operations Research* , 33(2):459-464.
- Fuentealba, S. (2016). *Propuesta y resolución de un modelo MIP para la planificación táctica entre cosecha forestal y aserraderos, usando reglas de trozados dinámicos*. Concepción: Universidad de Concepción.
- Hidalgo, S. (2015). *Optimización para el trozado de múltiples rodales de Pinus Radiata*. Concepción: Universidad de Concepción.
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Monterrey: The Mc Graw Hill Companies, Inc.
- Hoffmann, M. (2021). *Propuesta de un modelo matemático que integre la planificación táctica entre cosecha forestal y aserraderos usando generación de columnas* . Concepción: Universidad del Bío Bío.

- Instituto Forestal. (2022). *Anuario Forestal*. Santiago: Área de Información y Economía Forestal.
- Kivinen, V.P. (2004). A Genetic Algorithm Approach to Tree Bucking Optimization. *Canada*, 50(5):696-710.
- Kivinen, V.P. (2006). A forest-level genetic algorithm based control system for generating stand specific log demand distributions. *Canada Journal Forest Research*, 36: 1705-1722.
- Laroze & Greber. (1997). Using Tabu Search To Generate Stand-Level, Rule-Based Bucking Patterns. En F. Science, *Using Tabu Search To Generate Stand-Level, Rule-Based Bucking Patterns* (págs. Volumen 43, 157-169). Forest Science.
- Laroze, A. (1999). A Linear Programming, Tabu Search Method for Solving Forest-Level Bucking Optimization Problems. En A. Laroze, *A Linear Programming, Tabu Search Method for Solving Forest-Level Bucking Optimization Problems* (págs. Volumen 45, 108-106). Forest Science.
- Linfati, R., Pradenas, L., & Ferland, J. (2016). *Planificación agregada en la cosecha forestal: Un modelo de programación matemática y solución*. Concepción: Maderas. Ciencia y tecnología.
- Lupi A.M et al. (2010). *Funciones de Perfil de Fuste para Pinus Radiata D.Don*. Concordia: XXIV Jornadas Forestales de Entre Rios.
- Prodan et al. (1997). *Mensura Forestal*. San José, Costa Rica: IICA-BMZ/GTZ.
- Zhang, Y., Toppinen, A., & Uusivuori, J. (2014). *Internationalization of the forest products industry: A synthesis of literature and implications for future research*.

ANEXOS

Anexo A. Funciones de ahusamiento

$$\text{Kozak et al 1969} \quad \left(\frac{d}{DAP} \right)^2 = 1.26466 - 2.53619 * \left(\frac{h}{H} \right) + 1.31611 * \left(\frac{h}{H} \right)^2$$

$$\text{Ormerod 1973} \quad \left(\frac{d}{DAP} \right) = \left(\frac{H-h}{H-1.30} \right)^{0.80156}$$