



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO



El impacto en el aprendizaje significativo de los estudiantes de segundo año medio del colegio polivalente las camelias, generado por el trabajo colaborativo de los docentes de lenguaje, matemática y educación diferencial

Tesis para la obtención de título universitario “Profesor de Educación Media en Educación Matemática”

Autor: Francisco
Ortiz Yáñez

Profesores guías: Marco Antonio

Rosales Riady

Rodrigo Panes Chavarría

Índice

	AGRADECIMIENTOS.....	3
	RESUMEN.....	4
1	INTRODUCCIÓN.....	5
2	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	6
2.1	ASPECTOS EXPERIENCIALES.....	6
2.2	ANTECEDENTES DE LA LITERATURA CIENTÍFICA.....	7
2.3	FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	9
2.4	FORMULACIÓN DE LA RELEVANCIA DE LA INVESTIGACIÓN.....	9
2.5	HIPÓTESIS.....	10
2.6	OBJETIVOS.....	10
2.6.1	OBJETIVOS GENERALES.....	10
2.6.2	OBJETIVOS ESPECIFICO.....	10
3	MARCO TEÓRICO.....	11
3.1	POLÍTICAS PÚBLICAS SOBRE INTEGRACIÓN Y TRABAJO COLABORATIVO.....	11
3.1.1	NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES.....	11
3.1.2	LA INTEGRACIÓN E INCLUSIÓN Y SU INGRESO AL SISTEMA EDUCATIVO CHILENO.....	13
3.1.3	TRABAJO COLABORATIVO ENTRE PROFESORES EN AMBAS MODALIDADES EDUCATIVAS.....	14
3.2	TRABAJO COLABORATIVO.....	15
3.2.1	EL TRABAJO COLABORATIVO COMO CONCEPTO GENERAL.....	15
3.2.2	CARACTERÍSTICAS DEL TRABAJO COLABORATIVO.....	16
3.2.3	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL TRABAJO COLABORATIVO.....	18
3.3	CON-ENSEÑANZA	19
3.3.1	LA CO-ENSEÑANZA COMO TERMINO GENERAL.....	19
3.4	ENFOQUES DE LA CO-ENSEÑANZA	21
3.5	INCORPORACIÓN Y GESTIÓN DE LA CO-ENSEÑANZA EN EL CURRÍCULO.....	23
3.6	PLANIFICACIÓN DE LA CO-ENSEÑANZA.....	24
4	METODOLOGÍA	28
4.1	INGENIERÍA DIDÁCTICA.....	28
4.2	INGENIERÍA DIDÁCTICA COMO METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN... ..	29
4.3	FASES DE LA MITOLOGÍA DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA.....	29
5	APLICACIÓN DE INGENIERÍA DIDÁCTICA.....	33
5.1	PRIMERA FASE: ANÁLISIS PRELIMINARES.....	33
5.2	SEGUNDA FASE: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS.....	35
5.3	TERCERA FASE: EXPERIMENTACIÓN.....	43
5.4	CUARTA FASE: ANÁLISIS A POSTERIORI Y EVALUACIÓN.....	53
6	CONCLUSIÓN.....	56
	BIBLIOGRAFÍA	57
	CRONOGRAMA.....	58
	Anexo1.....	60

Agradecimientos

“Comienza haciendo lo necesario; luego haz lo posible y de repente estarás haciendo lo imposible”

En este momento se me vienen muchas cosas a la cabeza, y tengo muchos sentimientos encontrados, pero primero que debo agradecer a Dios y luego a mis padres, hermana y a las personas que me rodean por apoyarme y ayudarme llegar hasta aquí, luego agradecer a la universidad del Bio-Bio por acogerme todos estos años de estudio y poner a disposición a sus docentes, infraestructura y material para mi preparación como profesor de educación media en educación matemática.

En particular agradecer a las profesoras y los profesores los cuales a su forma me educaron en la enseñanza de la matemática, y me hicieron que se acrecentara mi amor por esta, el cual utilizare para enseñar de la mejor manera a mis futuras y futuros estudiantes. Además de poner en practica cada buena práctica de enseñanza que utilizaron conmigo para dar vuelta la opinión que tienen las personas acerca de la matemática.

Me falta el agradecimiento a la escuela de pedagogía en educación matemática la en la cual hay personas que van siempre en apoyo por las y los estudiantes, a los estudiantes que la componen los cuales son en muchas palabras como una familia por que se apoyan para lograr un bien común el cual es ser profesional.

Resumen

Para innovar las prácticas pedagógicas a nivel escolar tenemos el trabajo colaborativo y la transversalidad de contenidos, los cuales se dan para que el estudiante tenga un trabajo con una finalidad en común de las asignaturas en este caso tenemos, la asignatura de lenguaje y la de matemática para que los estudiantes puedan utilizar el tiempo de una mejor manera y teniendo una finalidad.

Hay varios autores que hablan del trabajo colaborativo la co-docencia o la co-enseñanza como se explicara en esta tesis además tendremos la explicación del trabajo colaborativo en sí.

La experimentación es una ingeniería didáctica la cual consta de cuatro etapas, pero por lo general se utilizan 3 el análisis a priori en el cual el creador del instrumento de medición realiza la resolución de este, respuesta del experto. Luego viene la experimentación en la cual se les entrega a los estudiantes con una previa preparación (clases sobre el tema), y finalmente tenemos la fase del análisis a posteriori en el cual se contrasta la resolución del profesional con la resolución de los estudiantes y se realiza conclusiones a partir de esta comparación.

1- Introducción

En primer lugar, se puede decir que esta tesis la basamos en el interés de demostrar que la innovación en el desarrollo profesional docente afecta positivamente en el aprendizaje significativo de las y los estudiantes, tomado un caso particular que sería el caso del trabajo colaborativo y transversalidad de contenido, entre las asignaturas de lenguaje y matemática, y generando la colaboración de tres docentes el de matemática, el de lenguaje y el de educación diferencial, como se decidió el tema a investigar, por aspectos experienciales y bibliográficos sobre este tema y además que es un tema que está recién entrando al sistema de educación, aunque ya hayan escritos de este tema hace más de 10 años.

Bajo la necesidad de responder a la inquietud y pregunta de las y los estudiantes referida a de que me sirve esto que me está enseñando, al abordar el objetivo con otra asignatura le damos un sustento al objetivo y le damos una finalidad dando respuesta a la pregunta ¿y esto de que me sirve?

Este tema será investigado en base a una metodología de ingeniería didáctica la cual, consta de un instrumento de medición, un análisis a priori, un análisis a posteriori y la contrastación del análisis a priori y la respuesta de los estudiantes, sobre el instrumento de medición, para así verificar si es una forma válida de enseñanza de la matemática.

2- Formulación del problema

2.1 Aspectos experienciales

Desde que comencé a tomar conciencia de lo que realmente es la educación, y para que me serviría lo que me estaban enseñando, me realice diversos cuestionamientos, como, por ejemplo, por qué razón hay que rendir la Prueba de selección universitaria (PSU) para entrar a la universidad o porque existen pruebas estandarizadas como el SIMCE. Si bien el ministerio tiene sus razones para realizar estas pruebas yo me las cuestionaba. Pero dentro de estas hay una pregunta que me hacía más ruido que las demás todo esto en mi etapa de estudiante de educación media, la cual era para que me sirva la matemática, típica pregunta que se realiza un joven de enseñanza media hasta estos días, con el transcurso de los años encontré algunas utilidades de esta matemática, y si la matemática fue creada por necesidades humanas, como contar, sumar, restar entre otros, por que no abordarla desde ese punto de vista, de su contexto histórico, ¿a los alumnos se les hará más ameno aprender matemática si saben de dónde viene?.

Luego cuando fui adentrándome en lo que es educación me di cuenta basándome en conversaciones con colegas de distintas áreas que se deja de lado al estudiante que es realmente el importante por alcanzar metas de distinta índole dentro de lo que es el programa educativo, y aquí comienza realmente mi cuestionamiento, porque el profesor de matemática no enseña matemática basándose en las distintas áreas si al final la matemática fue creada con un propósito, como le hice alusión en la pregunta del párrafo anterior por qué no enseñar historia de la matemática, o porque no enseñar la utilidad de la matemática en la química, física, música, artes visuales o lenguaje entre otras asignaturas, si a mí me piden un objetivo de aprendizaje no me dicen enseñe al estudiante de esta manera o de aquella, si no que me piden que logre el aprendizaje de un objetivo y como docente tengo la libertad de hacerlo como me parezca que se cumple a cabalidad este objetivo siempre pensando en el estudiante lo principal en la educación.

Ahora con mi practica además de unos reemplazos que realice en estos años, y más aún que soy el profesor titular en un colegio puedo decir que los profesores no se dan el tiempo de realizar un trabajo colaborativo hacer calzar los objetivos de aprendizaje de sus respectivas asignaturas para tener un logro generalizado de los objetivos y de esta forma se podría colocar al estudiante como eje principal en la enseñanza, hoy en día con las nuevas políticas de inclusión se realiza un trabajo colaborativo con el docente diferencial o especialista del programa de integración escolar (PIE), pero lo que estamos buscando es una trabajo colaborativo pero con transversalidad de contenidos, ósea que se quiere recopilar objetivos de aprendizaje de diversas asignaturas para crear un “núcleo” de aprendizajes transversales que quiere decir esto dar utilidad a los objetivos de las demás áreas, y se vea un trabajo realmente articulado de un cuerpo docente para el estudiante y no

entregar el conocimiento al estudiante por separado y con vacíos, de esta forma además se completa un ciclo en mi área de estudio que es dar una utilidad a la matemática, y que el estudiante no haga la típica pregunta ¿esto para que me sirve?.

2.2 Antecedentes de la literatura científica.

Ahora si nos prestamos a revisar la teoría, podemos encontrar diversas definiciones del trabajo colaborativo, tanto como trabajo colaborativo entre profesores de la misma área o el trabajo de las distintas áreas.

Según los estudios realizados en el año 2000 tenemos como definición de trabajo colaborativo es la siguiente.

El modelo colaborativo de trabajo pedagógico consiste en la acción integrada de profesores de aula y especialistas externos con el objetivo de lograr un mejor efecto en el aprendizaje de los niños. En los últimos años este modelo colaborativo ha sido aplicado con éxito en el trabajo pedagógico con niños de aprendizaje normal y con los que presentan dificultades leves de aprendizaje (Gerber y Popp, 2000; Marchant y Recart, 2000). Tiene la gran ventaja de integrar a profesores e investigadores en un trabajo común, tanto en el aula como en talleres de intercambio de experiencias, aprovechando la experiencia de ambos.

En la universidad de Chile se realizó una investigación que realizó el siguiente comentario:

“La colaboración docente es clave como factor de aprendizaje y mejoramiento. Por eso, un estudio encuestó a más de mil docentes y realizó estudios de caso para analizar las oportunidades de aprendizaje colaborativo y las visiones de los profesores en este tema”. (Ávalos y Bascopé 2017)

Por otro lado, el ministerio de educación creó un documento de orientaciones técnicas para programas de integración escolar en el cual habla del trabajo colaborativo entre docente de asignatura y docente diferencial y rescatamos este párrafo:

Los recursos de la subvención de educación especial deben permitir que los docentes de aula y profesores especialistas, y profesionales especializados dispongan de horas para planificar y evaluar procesos educativos centrados en la diversidad y en las NEE, para monitorear los progresos de los estudiantes y para elaborar materiales educativos diversificados. Asimismo, las acciones de coordinación deben estar enfocadas en asegurar la calidad de la educación que se brinda a todos y cada uno de los estudiantes en el aula (Guzmán 2013).

Tenemos también a algunos autores que han investigado el trabajo colaborativo, de los cuales puedo rescatar las siguientes citas de sus investigaciones.

Las políticas de desarrollo profesional docente transitan, en opinión de diferentes académicos e investigadores (Unesco-Orealc, 2013), de un enfoque tradicional basado en el individuo hacia el aprendizaje colaborativo que considera al centro educativo y a la comunidad de profesores como un espacio efectivo de desarrollo profesional. La premisa que comparten varios autores (Calvo, 2013; Unesco El aprendizaje colaborativo es la estrategia fundamental de los enfoques actuales de desarrollo profesional docente y su esencia es que los docentes estudien, compartan experiencias, analicen e investiguen juntos acerca de sus prácticas pedagógicas en un contexto institucional y social determinado. Política Educativa Orealc, 2014) es que los saberes de docentes se desarrollan en el marco de experiencias apoyadas en comunidades de aprendizaje que operan en contextos escolares específicos que condicionan las prácticas profesionales. El aprendizaje colaborativo es la estrategia fundamental de los enfoques actuales de desarrollo profesional docente y su esencia es que los docentes estudien, compartan experiencias, analicen e investiguen juntos acerca de sus prácticas pedagógicas en un contexto institucional y social determinado. (Calvo, 2013) afirma que las prácticas colaborativas en la institución educativa son efectivas pues “tienen que ver con lo que hacen los docentes y directivos cuando trabajan juntos para desarrollar prácticas efectivas de aprendizaje, analizan lo que acontece realmente en las aulas y velan por que no solo su actuación individual, sino la de todo el colectivo, se realice bien” (p. 128). Algunas experiencias efectivas de aprendizaje profesional colaborativo fueron reportadas y analizadas por Vaillant (2013) quien identifica ejemplos de políticas docentes efectivas como los círculos de aprendizaje, las redes de docentes, las expediciones pedagógicas y los grupos profesionales de trabajo en Chile, Colombia, Perú, El Salvador y México. El análisis de estas experiencias muestra que la colaboración no surge por generación espontánea, sino que requieren de espacios que la favorezca.

En el marco de la evaluación docente, para ser más específico en la creación del portafolio tenemos un apartado relacionado con el trabajo colaborativo, el cual en la página de internet docente más lo definen de la siguiente manera;

El trabajo colaborativo es una metodología que se utiliza para alcanzar objetivos comunes y construir conocimiento, la cual supone que, al trabajar de manera activa con otros en la búsqueda de respuestas a necesidades o dificultades, el desempeño de todos se fortalece. Desde esta perspectiva, el trabajo del docente en una escuela no debiera ser desarrollado

de manera aislada. Ello, pues en experiencias de carácter colaborativo, los/as profesores/as tienen la oportunidad de dialogar y reflexionar entre ellos y/o con otros integrantes de la comunidad educativa, detectando problemas, necesidades o intereses, pensando en conjunto la mejor manera de abordarlos, compartiendo experiencias y tomando decisiones que tienen como fin último apoyar el aprendizaje de los/as estudiantes.

2.3 Formulación de la pregunta de investigación

¿Cuál es el impacto en el aprendizaje significativo, en los estudiantes de segundo año medio del colegio polivalente las camelias, al implementar el trabajo colaborativo entre los docentes de matemática, lenguaje y de educación diferencial, en un objetivo de aprendizaje de cada asignatura (matemática: OA 12 y lenguaje: OA 24)?

Por otra parte, podemos preguntarnos.

¿El trabajo colaborativo incide en el tiempo que tienen los docentes de lenguaje, Matemática y diferencial para preparar el material destinado para el aprendizaje de los estudiantes de segundo medio del colegio polivalente las camelias?

2.4 Formulación de la relevancia de la investigación

Esta investigación se pensó para poder encontrar una respuesta a lo que necesitan los estudiantes, nuevas metodologías de enseñanza y aprendizaje, por ende, se hace esta investigación ya que podemos clarificar si el trabajo colaborativo sistemático es una práctica que potencia el aprendizaje de los estudiantes, y a su vez le genera nuevas herramientas a los docentes para cubrir el currículo de una forma adecuada y profundizada, llegando en la taxonomía de Bloom a una habilidad superior a la que ya se está llegando con las metodologías y prácticas actuales.

Por otra parte, se le podrían simplificar y acotar la cantidad de trabajos a los alumnos ya que se estaría trabajando más de un objetivo de aprendizaje en estas clases, es decir, los estudiantes estarían trabajando un objetivo de aprendizaje(OA) de cada asignatura, pero con una sola actividad.

Por las razones anteriores se encontró una investigación viable he importante para encontrar una nueva metodología de enseñanza y aprendizaje.

Por otro lado, habría que ver si al docente se le reduce el tiempo al preparar el material para el aprendizaje esperado y así poder demostrar que el trabajo colaborativo con transversalidad de contenido es una forma de enseñanza más cómoda y óptima tanto para el docente como para el ente principal en la educación que es el estudiante.

2.5 Hipótesis

-Es esperable que con el trabajo colaborativo los estudiantes mejoren en un 20% el aprendizaje significativo, tanto en la asignatura de matemática como en la asignatura de lenguaje en los objetivos de aprendizaje 12 y 24 Respectivamente

-se espera que los estudiantes con el trabajo colaborativo logren un 20% de mejora en el aprendizaje significativo, solo en el objetivo de aprendizaje de estadística en la asignatura de matemática.

-se espera que los estudiantes con el trabajo colaborativo logren un 20% de mejora en el aprendizaje significativo, solo en el objetivo de aprendizaje de estadística en la asignatura de matemática.

- El tiempo empleado en la preparación de las clases no se ve afectado, ya que los docentes utilizan el mismo tiempo que empleaban para preparar la clase de forma particular en el trabajo colaborativo a efectuarse.

2.6 Objetivos

2.6.1 Objetivo General

Conocer el impacto en el aprendizaje significativo en la unidad de estadística en el objetivo de aprendizaje de aprendizaje 12, de los estudiantes de segundo medio del colegio polivalente las camelias a través de la comparación de un grupo control y un grupo experimental, con la finalidad de conocer un método efectivo de enseñanza y aprendizaje.

Contribuir a la optimización de los tiempos de los docentes, en la preparación de la clase y a su vez enfocando una única actividad de ambos docentes, para favorecer el aprendizaje significativo de los estudiantes de segundo año del colegio polivalente las camelias.

2.6.2 Objetivo específico.

Reconocer que el trabajo colaborativo, es un método de enseñanza aprendizaje, con el cual se mejore el aprendizaje significativo de los estudiantes del colegio polivalente las camelias, en la asignatura de matemática unidad de estadística objetivo de aprendizaje

Demostrar que el trabajo colaborativo provoca en el estudiante un impacto positivo ya que de un trabajo se está evaluando en dos asignaturas, en un objetivo correspondiente a cada una de ellas.

Mostrar que los docentes al trabajar en una única evaluación, enfoca de una manera eficaz el tiempo en la preparación de las clases.

Analizar que los docentes de estas tres asignaturas, comprenden el objetivo de la otra asignatura y a su vez tienen un aprendizaje significativo del contenido de las otras asignaturas.

3 Marco teórico

3.1 Políticas públicas sobre integración y trabajo colaborativo.

3.1.1 Necesidades educativas especiales.

La educación es actualmente es un pilar fundamental en el desarrollo social y cultural de la sociedad. Es por esto por lo que las generaciones promueven la equidad en relación con los contenidos y aprendizajes, corroborando y asegurando un valor fundamental por la diversidad y la necesidad de inclusión. Los conceptos de Necesidades Educativas Especiales (NEE) y de inclusión cobran fuerza, con la reafirmación del derecho fundamental de todos los niños / as y jóvenes a acceder a la educación, reconociendo que cada uno de ellos posee características, intereses, capacidades y necesidades de aprendizajes que le son propios. (López I., Valenzuela G., 2014)

Según lo que plantea Parrilla en el 2002, la irrupción de los conceptos de normalización, necesidades educativas especiales e integración en la educación especial a partir de la década de 1960, la cual promueve que estudiantes con discapacidades se incorporen a escuelas regulares; lo que traería consigo un proceso de beneficios en donde los fines educativos debiesen ser iguales en relación con el contenido y el aprendizaje para todos los estudiantes, independiente de las características que estos presenten. Es por esto por lo que aparece el término normalización, en donde la escuela debe otorgar los apoyos y recursos que sean necesarios para responder a las necesidades educativas de todos los estudiantes, principalmente a aquellos que presentan necesidades educativas especiales, con el objetivo de que cada estudiante alcance los fines comunes de la educación (Godoy, Meza y Salazar, 2004).

Las necesidades educativas especiales o el modelo de educación especial, se inspira en el Informe de Warnock, el cual introduce la necesidad de un nuevo sistema de educación en donde la comisión comenzó por señalar las concepciones generales que podían ser el punto de partida de todo el informe, a saber: (Warnock, 1978)

- Ningún niño será considerado en lo sucesivo ineducable.
- La educación es un bien al que todos tienen derecho.
- Los fines de la educación son los mismos para todos.
- La Educación Especial consistirá en la satisfacción de las necesidades educativas (NNEE) de un niño con objeto de acercarse al logro de estos fines.
- Las NNEE son comunes a todos los niños.
- Ya no existirán dos grupos de alumnos, los deficientes que reciben EE, y los no deficientes que reciben simplemente educación.
- Si las NNEE forman un continuo, también la EE debe entenderse como un continuo de prestación que va desde la ayuda temporal hasta la adaptación permanente o a largo plazo del currículum ordinario.
- Las prestaciones educativas especiales, donde quiera que se realicen tendrán un carácter adicional o suplementario y no alternativo o paralelo.
- Actualmente los niños son clasificados de acuerdo con sus deficiencias y no según sus NNEE.
- Se recomienda, por tanto, la abolición de las clasificaciones legales de los deficientes.
- Se utilizará, no obstante, el término «dificultad de aprendizaje» para describir a los alumnos que necesitan alguna ayuda especial.
- Se adoptará un sistema de registro de los alumnos necesitados de prestaciones educativas especiales en el que no se impondría una denominación de la deficiencia sino una explicación de la prestación requerida.

A partir de los ítems anteriormente mencionados, en Chile, con la Política Nacional de Educación Especial 2005 se inicia una nueva etapa en esta área, estableciéndose los lineamientos para que alumnos/as con necesidades educativas especiales hagan efectivo el derecho a la educación de calidad, a la igualdad de oportunidades, a la participación y a la no discriminación. (Tenorio, 2011). Se destaca el firme propósito de avanzar en comunidades más inclusivas y respetuosas de la diversidad (MINEDUC, 2010)

3.1.2 La integración e inclusión y su ingreso al sistema educativo chileno.

En la época de los 90, se incorporan alumnos con NEE a colegios regulares bajo una modalidad curricular denominada PIE o Proyecto de Integración Escolar (Parrilla, 2002), los cuales buscan mejorar la calidad y equidad de la educación en todos los estudiantes que se incorporen bajo este sistema.

La Declaración Universal de Derechos Humanos en 1948, expresa la igualdad de oportunidades en educación. Sin embargo, el movimiento de integración escolar de alumnos discapacitados se originó recién en la década del 60, dentro de un movimiento social que luchaba por los derechos humanos, especialmente de los desfavorecidos. (Tenorio, 2005). Posteriormente en 1990, en Chile se dicta el Decreto Supremo de Educación N°490, en donde se busca integrar a los estudiantes que tienen NEE a colegios regulares o comunes, además de materiales y apoyo a la carrera docente para un mejor desempeño, con el objetivo de favorecer el desarrollo educativo de los alumnos.

En 1998, se entregan las orientaciones y medidas específicas desde la perspectiva educacional, para cumplir con lo dispuesto en la Ley N.º 19.284 en el Reglamento de Educación: “Integración Escolar de alumnos y alumnas con necesidades educativas especiales”, cuyos Decretos Supremos N° 01/98 y 374/99 establecen alternativas educativas para brindar opciones que permitan y faciliten el acceso, permanencia y progreso en dicho sistema, indicando la necesidad de efectuar adecuaciones curriculares. (Tenorio, 2005).

Lo anteriormente mencionado hace referencia a lo que conocemos actualmente como PIE o Proyecto de Integración Escolar, en donde se busca mejorar la calidad y equidad de la educación en todos los estudiantes que se incorporen bajo este sistema, además de ser una opción para quienes terminaban excluidos educativamente debido a sus diferentes capacidades.

3.1.3 Trabajo colaborativo entre profesores en ambas modalidades educativas.

Dentro de las leyes que rigen la educación especial, encontramos el decreto 170, actualizado por última vez el 2009, establece el trabajo colaborativo entre los docentes como parte del uso de los recursos de la subvención (Rodríguez, 2012). En este decreto se aborda la necesidad de abordar las necesidades educativas, desde un punto de vista más bien amplio, debido a que hace énfasis a la importancia que tiene el trabajo realizado en conjunto con profesores y profesionales de distintos ámbitos, ya que éste, es un elemento fundamental en el aprendizaje y el logro de objetivos en el desarrollo educativo de todos los estudiantes. En este mismo decreto, se especifican los profesionales que deben formar parte de los equipos que trabajaran en el aula en beneficio de los alumnos, los cuales deberían estar conformados por profesores regulares, profesores de educación especial, profesionales asistentes de la educación y asistentes de aula entre otros, recogiendo la co-enseñanza como el modelo de trabajo colaborativo a seguir en el aula regular. (Rodríguez, 2012).

Es por esto por lo que es importante destacar, que para la formación de estos equipos multidisciplinarios es importante que los profesionales que lo conformen, presenten o tengan adquiridos valores de suma importancia para un correcto trabajo en equipo, tales como: empatía, valoración y respeto por la diversidad; lo que favorecería de manera significativa los aprendizajes en los estudiantes. Dentro de este mismo contexto se explicitan las tareas a realizar por cada profesional perteneciente a este equipo, el trabajo en el hogar, el plan de apoyo individual y las modificaciones o ayudas entregadas a los alumnos con necesidades educativas especiales. Además, se hacen reglamentarias 3 horas obligatorias mínimas designadas para el trabajo colaborativo, con el fin de proyectar e informar avances, apoyo entre profesionales, realización de actividades, etc, con el enfoque de co-enseñanza.

3.2 Trabajo colaborativo

3.2.1 El trabajo colaborativo como concepto general

La co-enseñanza, también llamada modelo colaborativo o de equipo (Stainback y Stainback, 1999), se define como dos o más personas que comparten la responsabilidad de la enseñanza de un grupo o de todos los estudiantes de una clase, otorgando 221 Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva ayuda y prestando servicios de forma colaborativa para las necesidades de los estudiantes con y sin discapacidades (Cramer, Liston, Nerven y Thousand, 2010; Villa, Thousand y Nevin, 2008). A partir de este concepto, el trabajo colaborativo consistiría en el apoyo entre distintos profesionales, además de los padres y el interés personal del estudiante, los cuales velarían por una educación de calidad y con la equidad que cada alumno merece y debería obtener, con el objetivo de que sea un proceso compartido de resolución de problemas en pro de las necesidades de los alumnos. (Graden y Bauer, 1999). Es por esto que el trabajo colaborativo es de suma importancia para el avance a una educación inclusiva que cubra y abarque todas las necesidades de los estudiantes.

Además, el trabajo colaborativo busca lograr objetivos comunes entre todos los profesionales que lo componen, es por esto por lo que Bekerman y Danker el 2010, explican que el concepto de pareja pedagógica o trabajo colaborativo se define como un trabajo en equipo que realizan dos docentes sobre el abordaje pedagógico y didáctico en relación con un grupo de alumnos. Desde el momento de la planificación, puesta en acción o ejecución, elaboración de materiales y momento de reflexión, como así también el planteamiento y elaboración de intervenciones compartidas.

Es importante destacar que la forma de concretar el trabajo en equipo o la co-enseñanza, presenta elementos fundamentales para su correcta aplicación. Villa el 2008 nos menciona 6 elementos obligatorios, los cuales son:

- Coordinar el trabajo para lograr metas comunes.
- Compartir un sistema de creencias que sustente la idea de que cada uno de los miembros del equipo tiene una única y necesaria experticia.
- Demostrar paridad al ocupar alternadamente roles de profesor y alumno, experto y novicio, dador y receptor de conocimientos y habilidades.
- Utilizar un liderazgo distributivo de funciones, en que los roles tradicionales del profesor son distribuidos entre todos los miembros del equipo de co-enseñanza.
- Realizar un proceso cooperativo, favorecido por elementos como interacción cara a cara, interdependencia positiva, habilidades interpersonales, monitoreo del progreso de la co-enseñanza y compromiso individual.
- Otra característica importante es el carácter voluntario de la colaboración, que significa el derecho a aceptar o rechazar las ideas que surjan dentro del equipo, ya que éstas no se imponen. (Graden y Bauer, 1999)

3.2.2 Características del trabajo colaborativo.

Como mencionamos anteriormente, el trabajo colaborativo o el trabajo en equipo implica el trabajo en conjunto, el apoyo entre los miembros de un grupo, la negociación de objetivos comunes, el establecimiento de relaciones no jerárquicas, el liderazgo compartido, la confianza mutua y la responsabilidad conjunta de las acciones. (Rodríguez, 2012).

Gutkin y Curtis (1990, citados en Graden y Bauer, 1999) explican seis características fundamentales de la colaboración. (Rodríguez, 2012)

1. La colaboración es un modelo de servicios indirectos a los alumnos, donde los educadores cooperan para intervenir y mejorar los ambientes naturales de aprendizaje, como la clase y el hogar, diferente a los servicios directos dados al remitir al alumno a un especialista. Este modelo requiere constantes ajustes y refuerzos.

2. La relación colaborativa implica el desarrollo de un comportamiento interpersonal de relaciones positivas, de confianza, compañerismo, horizontales, no verticales ni de subordinación entre los colaboradores. Algunas conductas específicas como saber escuchar, aclarar problemas y sugerir alternativas son consideradas fundamentales. Estas funciones no dependen de los títulos o cargos de los colaboradores, sino de sus características personales. Además, se recomienda no limitar exclusivamente a los maestros a sus funciones.

3. Otra característica importante es el carácter voluntario de la colaboración, que significa el derecho a aceptar o rechazar las ideas que surjan del trabajo colaborativo, ya que las ideas no se imponen. Por tanto, el profesor responsable de la clase tiene siempre la decisión final respecto a las adaptaciones a realizar.

4. Todos los colaboradores deben tener un rol activo, comprometido y motivado, en especial los profesores, no existiendo sujetos pasivos que sólo reciben ideas.

5. La colaboración persigue la resolución de los problemas de rendimiento o de conducta de los estudiantes y especialmente la prevención de estos en todos los estudiantes.

6. Es fundamental para una exitosa colaboración el establecimiento de un diálogo abierto que sustente relaciones de confianza y confidencialidad.

Para finalizar, es importante mencionar lo que aborda Graden y Bauer en 1999, ya que indican que el trabajo en equipo o el enfoque de co-enseñanza en los aprendizajes educacionales, buscan que los profesionales representen y apoyen a los estudiantes mediante todos los conocimientos y destrezas que ellos poseen, en beneficio de la calidad educacional entregada en los establecimientos, sin entrar en problemas ni pasar por sobre las competencias de los otros profesionales que componen estos equipos multidisciplinarios.

3.2.3 Resolución de problemas en el trabajo colaborativo

Según el estudio realizado por Graden y Bauer (1999), es necesario seguir una secuencia de acciones, que tiene por objetivo, resolver los problemas que resultan

de un trabajo multidisciplinario entre los profesionales que componen el equipo colaborativo.

1. Definir y clarificar el problema
2. Analizar el problema
3. Estudiar posibles alternativas de solución
4. Seleccionar una estrategia para de las alternativas anteriormente estudiada para que se adapte al contexto en la cual será aplicada sin realizar grandes alteraciones en la clase.
5. Clarificar la estrategia, con el objetivo que todos los docentes y sobre todo los estudiantes puedan comprenderla sin mayores dificultades.
6. Poner en práctica la estrategia y proporcionar apoyo de parte del equipo de trabajo.
7. Evaluar los resultados obtenidos luego de la selección y puesta en práctica de la estrategia propuesta.

A partir de estos 7 puntos, se desglosa la necesidad de clarificar la secuencia de pasos a seguir en el caso de presentarse uno o varios problemas dentro de un equipo de trabajo colaborativo, ya que el hecho de existir distintos profesionales, con distintos pensamientos e ideas puede traer como consecuencia, algunas dificultades en el desempeño de la actividad docente.

3.3 Co-enseñanza

3.3.1 La Co-enseñanza como término general

El concepto de Co-enseñanza proviene del término en inglés Co-teaching, el cual se explica como una acotación del término enseñanza cooperativa (Beamish, Bryer y Davies, 2006; Murawski y Swanson, 2001). Es por esto por lo que sería la unión

de un grupo de profesionales, que provocan o generan la responsabilidad de enseñarle todos los aprendizajes esperados a los estudiantes de un aula, entregándoles todas las ayudas y apoyos de acuerdo con sus características y necesidades.

Los profesionales que trabajen bajo este tipo de enfoque deben planificar, evaluar, intervenir y trabajar colaborativamente con los demás participantes del equipo multidisciplinario en beneficio de los estudiantes que lo necesiten. También favorece la integración interdisciplinaria entre los profesionales, al punto que se ha dicho que la co-enseñanza es aprender en la práctica, pues en ella los profesionales complementan y combinan sus competencias curriculares y metodológicas en función de una meta para todos los alumnos (Rodríguez, 2015).

A pesar del gran significado al que pertenece este término, la co-enseñanza es una estrategia educativa recientemente adoptada en Chile para los Programas de Integración Escolar, que implica considerables transformaciones en el trabajo docente. (Rodríguez, 2015).

Sin embargo, a pesar de ser un enfoque recientemente instaurado en nuestro país, ha traído grandes beneficios con la incorporación de este. Algunos de estos serían el enfrentamiento de problemas como: (Stuart, Connor, Cady y Zweifel, 2006)

1. La deserción escolar.
2. La inasistencia a clases.
3. La falta de comunicación y de coordinación entre los profesionales.
4. La fragmentación del currículum.
5. La entrega de apoyos a los estudiantes con dificultades de aprendizaje.

A partir de estos beneficios, se desarrolla la necesidad de abordar 3 dimensiones en la gestión curricular implantada en los centros educacionales. Es por esto por lo que Rodríguez, el 2012, realiza un estudio que corrobora y establece las dimensiones y subdivisiones de la Co-enseñanza en la gestión curricular, estas serán expuestas en la tabla adjunta a continuación:

Tabla 1. Dimensiones y subdimensiones de la co-enseñanza en la gestión curricular, basadas en la investigación de Rodríguez (2012).

Dimensión	Subdimensión
Planificación de la enseñanza	<ol style="list-style-type: none"> 1. Distribución de roles y responsabilidades. 2. Planificación general del aula común. 3. Diseño de las adaptaciones curriculares. 4. Determinación de las estrategias didácticas. 5. Planificación del enfoque de co-enseñanza. 6. Preparación de recursos.
Didáctica de aula	<ol style="list-style-type: none"> 1. Enfoque de co-enseñanza. 2. Estrategias didácticas utilizadas. 3. Manejo de la conducta de los estudiantes. 4. Comunicación entre los docentes. 5. Relación entre actividades de aula común y de aula de recursos.
Evaluación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diagnóstico de los aprendizajes previos. 2. Diagnóstico de las necesidades educativas especiales. 3. Evaluación de proceso. 4. Evaluación final. 5. Evaluación de la co-enseñanza.

3.4 Enfoques de la co-enseñanza

Rodríguez- el 2014, realiza un estudio en el que integra todos los tipos de enfoques de co-enseñanza, en donde, si bien el componente principal es el desempeño del profesor en el aula, en relación con los aprendizajes, necesidades de los alumnos y de la clase, los contenidos, los objetivos trazados a nivel de conocimientos; es de

suma importancia seleccionar uno o mas tipos de enfoque de enseñanza de acuerdo con las necesidades de los alumnos en las clases. Es por esto por lo que a continuación se definirán y plantearán los enfoques y sus características más relevantes en el estudio anteriormente mencionado:

- **Co-enseñanza de Observación:** existen 2 profesores en el aula, en donde el primer docente es que se encarga de la totalidad de la clase, mientras que el segundo docente es el encargado de buscar la información relevante en relación con los aprendizajes, conductas y sociales de los alumnos que integran la clase.
- **Co-enseñanza de apoyo:** también consta de la participación de dos docentes en el aula en donde el primero maneja por completo la totalidad de los recursos expuestos en la clase, y el segundo profesor, va asistiendo a los estudiantes proveyéndoles apoyo individual, supervisando, recogiendo información y manejando la conducta (Villa, 2008).
- **Co-enseñanza en grupos simultáneos:** se trabaja dividiendo la clase en dos equipos, teniendo los profesores que trabajar los mismos contenidos, pero trabajando en el grupo asignado.
- **Co-enseñanza de rotación entre grupos:** se divide nuevamente la clase en dos grupos, pero los docentes se van intercambiando, trabajando y apoyando a ambos equipos.
- **Co-enseñanza complementaria:** Consiste en que un profesor del equipo realiza acciones para mejorar o complementar la enseñanza provista por el otro profesor, como parafraseo, entrega de ejemplos, construcción de un organizador gráfico, modelamiento para tomar apuntes en una transparencia, enseñar los mismos contenidos con un estilo diferente, enseñar previamente a un grupo de estudiantes las habilidades sociales requeridas para el

aprendizaje cooperativo en grupos y monitorear a los estudiantes en la práctica de estos roles durante el desarrollo de la clase. (Rodríguez, 2012).

- **Co-enseñanza en estaciones:** en este tipo de enfoque, se realiza una separación en 3 ámbitos, los cuales conforman la clase. Primero se realiza la división del material y la clase en estaciones entre los educadores. Luego los alumnos van cambiando de estaciones con el objetivo de ir enseñándoles de acuerdo con las necesidades que los estudiantes requieran.
- **Co-enseñanza alternativa:** un docente se encarga de trabajar con la totalidad de los estudiantes que conforman una clase, mientras el otro se encarga de trabajar con un grupo pequeño.
- **Co-enseñanza en equipo:** por último, en este enfoque se trabaja con todos los profesionales que conforman el equipo multidisciplinario, entregando metodologías que beneficien por completo a los estudiantes que lo necesiten, de acuerdo con las capacidades y conocimientos de los integrantes del equipo multidisciplinario.

Todos los profesionales que incorporen los equipos multidisciplinarios pueden recabar información e implantar estos enfoques con el objetivo de beneficiar y apoyar el trabajo colaborativo en las aulas para demostrar avances significativos en el desarrollo y cumplimiento de metas y objetivos trazados para favorecer la educación en los estudiantes en la actualidad.

3.5 Incorporación y gestión de la Co-enseñanza en el currículum

La integración de la co-enseñanza en las aulas, trae consigo la incorporación de los enfoques y la utilización de varias estrategias que permitan el correcto funcionamiento de los entes que componen el grupo multidisciplinario para el beneficio de los estudiantes. Es por esto por lo que la colaboración se convierte en un concepto fundamental que permite el trabajo en equipo, tratándose de

complementar las funciones que tienen los docentes dentro del aula y apoyarlos con los demás especialistas que realizan el trabajo colaborativo.

La gestión curricular según Cramer el 2010, la componen ámbitos fundamentales los cuales serán explicados a continuación:

- Colaboración: como se menciona anteriormente, es un concepto fundamental en el trabajo colaborativo, ya que los profesionales que componen el equipo multidisciplinario realizan las funciones en el aula conjuntamente.
- Flexibilidad: se entiende como la capacidad de implementar, por parte de los docentes estrategias didácticas diferentes dependiendo de las necesidades de los estudiantes en el aula, incluyendo el aporte de los profesionales que adecuan su horario y su estilo de enseñanza a su co-educador. (Rodríguez, 2012)
- Respuesta a la instrucción: dentro de esta categoría, encontramos a los docentes, por una parte, y por otra a los alumnos. Los profesores son capaces de identificar estilos de aprendizaje que les permitieran a los alumnos mayor participación dentro de la planificación de la clase, mientras que los estudiantes se entregan ayuda entre ellos para apoyar el trabajo en equipo y avanzar en el cumplimiento de los objetivos.
- Procesos de enseñanza diferenciada: tal como su nombre lo indica se realizan modificaciones e incorporación de nuevas estrategias en la metodología de enseñanza, que benefician de manera directa a los estudiantes.
- Evaluaciones diferenciadas: por último, encontramos la evaluación modificada, en la que se realizan cambios que presentan necesidades educativas, permitiéndoles mantener sus expectativas académicas. (Rodríguez, 2012)

Es por esto por lo que entre los profesionales que pertenezcan al equipo multidisciplinario se espera que realicen actividades como la planificación y diseño

de los aprendizajes esperados. En cuanto a los roles y responsabilidades, es importante que antes de iniciar el trabajo en las aulas se acuerden las funciones y tareas que corresponderán a cada miembro del equipo durante todo el proceso educativo (Rodríguez, 2015).

Para Murawski y Dieker (2004) existen 3 áreas que conforman los pilares fundamentales de la enseñanza, estos son:

1. Planificación
2. Instrucción
3. Evaluación

3.6 Planificación de la co-enseñanza

Para planificar la enseñanza, es necesario mencionar los 3 momentos en los que los docentes distribuyen su trabajo en el aula. Villa en el 2003 hace referencia a estas 3 etapas durante la enseñanza, y el rol que cumplen los profesionales que realizan el trabajo colaborativo.

Tabla 2. Roles y Responsabilidades de los co-educadores en la enseñanza. Extraído de Rodríguez (2012), pp 26-27.

<p>1. Antes de la enseñanza</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar los recursos y talentos que cada miembro aporta a la lección. - Discutir los contenidos que se abordarán
---------------------------------	---

	<ul style="list-style-type: none"> - Analizar las necesidades de los estudiantes de la clase. - Decidir qué y cómo serán evaluados los estudiantes. - Decidir quién mantendrá contacto con la administración y con los apoderados.
<p>2. Durante la enseñanza</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Explicar a los estudiantes los roles de cada profesor. - Comunicarse en forma dinámica entre los miembros del equipo. - Hacer preguntas. - Apoyarse mutuamente. - Proveer retroalimentación. - Monitorear el desempeño de los estudiantes y profesores en función de las metas. - Preguntar si hay un progreso adecuado o si es necesario realizar mejoras. - Pedir la ayuda de un mentor o asesor para observar su clase y entregar retroalimentación
<p>3. Después de la enseñanza</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Los educadores deben mantenerse comunicados para decidir contactar a los padres para que apoyen las actividades de clases. - Estructurar lecciones de apoyo para los estudiantes que necesitan instrucción adicional. - Establecer un nuevo núcleo de aprendizaje que responda a los intereses de los estudiantes e incluso realizar celebraciones.

A raíz de lo anteriormente mencionado en relación con los roles de los docentes durante el desarrollo de los estudiantes, Villa (2008), especifica los temas para discutir y planificar la Co-enseñanza. Estos serían: (Rodríguez 2012)

- Tiempo de planificación
- Instrucciones
- Conducta de los estudiantes
- Comunicación entre docentes
- Evaluaciones
- Logística

Como se mencionó anteriormente en la tabla 2., se establecen las directrices y responsabilidades de los docentes que realizan las intervenciones en el aula. Sin embargo, Villa en su documento del 2008, también hace referencia a los roles que tiene el equipo de co-enseñanza, es decir, los demás profesionales que integran el equipo multidisciplinario.

Tabla 4. Matriz de roles y responsabilidades en la co-enseñanza. Extraído de Rodríguez (2012), p. 28-29.

Instrucciones: Coloca P,S, E o TD para designar el nivel de responsabilidad. El plan debe ser revisado según los cambios en las habilidades de los co-educadores y/o las necesidades de los estudiantes.				
<i>Responsabilidades</i>	<i>Persona responsable</i>			
	<i>Nombre</i>	<i>Nombre</i>	<i>Nombre</i>	<i>Nombre</i>
Desarrollar unidades, proyectos, lecciones.				
Crear organizadores (ej. Mapas conceptuales, guías de lectura)				
Monitorear y evaluar el progreso de los estudiantes				
Asignar niveles				
Agendar/facilitar los encuentros del equipo				
Preparar a los asistentes				
Supervisar a los asistentes				
Seleccionar y preparar a los tutores entre pares				
Facilitar el apoyo entre pares y la amistad				
Comunicarse con los administradores				
Comunicarse con proveedores de servicios (ej. Fonoaudiólogos)				
Comunicarse con los padres				
Desarrollar Programas de Educación Individual				
Otros				
<p>CLAVES:</p> <p>P= responsabilidad primaria S= responsabilidad secundaria E= responsabilidad equitativa TD= aporte en la toma de decisiones</p>				

4. Metodología

4.1 Ingeniería Didáctica

La ingeniería didáctica surgió en la didáctica de las matemáticas francesa, a principios de los años ochenta, como una metodología para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de Situaciones Didácticas y de la Transposición Didáctica. El nombre surgió de la analogía con la actividad de un ingeniero quien, según Artigue

“Para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los depurados por la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo.” (Artigue, 1998)

En realidad, el término ingeniería didáctica se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje, conforme mencionó Douady. (1996, p. 241):

“... el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase.” (Douady, 1996)

Artigue distingue varias dimensiones ligadas a los procesos de construcción de ingenierías didácticas:

Dimensiones	Definiciones
Epistemológica	Asociada a las características del saber puesto en funcionamiento
Cognitiva	asociada a las características cognitivas de los alumnos a los que se dirige la enseñanza
Didáctica	asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza.

Artigue, 1998

Como mencionamos anteriormente, el sustento teórico de la ingeniería didáctica proviene de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) y la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), que tienen una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997).

4.2 INGENIERÍA DIDÁCTICA COMO METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Como metodología de investigación la ingeniería didáctica se caracteriza:

1. Por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
2. Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.<

En el primer caso se distinguen, por lo general, dos niveles de ingeniería didáctica, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación:

- Nivel de micro-ingeniería. Las investigaciones a este nivel son las que tienen por objeto el estudio de un determinado tema. Ellas son locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.
- Nivel de macro-ingeniería Son las que permiten componer la complejidad de las investigaciones de microingeniería con las de los fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje.

Los dos niveles de investigación son importantes y se complementan. Las investigaciones de micro-ingeniería son más fáciles de llevar a la práctica, mientras que las investigaciones de macro-ingeniería, a pesar de todas las dificultades metodológicas e institucionales, son indispensables.

4.3 FASES DE LA METODOLOGÍA DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA

El proceso experimental de la ingeniería didáctica consta de cuatro fases:

Primera fase: Análisis preliminares.

Los análisis preliminares Para la concepción una ingeniería didáctica son necesarios análisis preliminares respecto al cuadro teórico didáctico general y sobre

los conocimientos didácticos adquiridos y relacionados con el tema. Los análisis preliminares más frecuentes son (Artigue, 1998).

- El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza
- El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.
- El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
- El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica.

Todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos de la investigación, y como comenta Artigue: a pesar de que esta serie de análisis no se evidencia en las publicaciones, los trabajos que el investigador ha realizado como pilares de su ingeniería se retoman y profundizan en el transcurso de las diferentes fases de la misma, en función de las necesidades sentidas. Por lo tanto, los estudios preliminares tan sólo mantienen su calidad de “preliminares” en un primer nivel de elaboración. Según Artigue, en los trabajos publicados, con frecuencia no intervienen de manera explícita todas las diferentes componentes de análisis mencionadas anteriormente y que un excelente ejercicio de didáctica consiste en identificar, en un trabajo específico, las dimensiones privilegiadas y tratar de buscarles su significación didáctica a posteriori. (Artigue,1998)

Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.

En esta segunda fase el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema que no estén fijadas por las restricciones. Estas son las variables de comando que él percibe como pertinentes con relación al problema estudiado.

Artigue distingue dos tipos de variables de comando:

- Variables macro-didácticas o globales
- Concernientes a la organización global de la ingeniería.
- Variables micro-didácticas o locales
- Concernientes a la organización local de la ingeniería, o sea, la organización de una secuencia o fase.

Ambas variables pueden ser generales o bien dependientes del contenido didáctico en el que se enfoca la enseñanza. Es importante resaltar que las selecciones globales, aunque se presenten separadas de las selecciones locales, no son independientes de ellas. Como mencionamos anteriormente, la validación en ingeniería didáctica es esencialmente interna. Desde la fase de concepción se inicia el proceso de validación, por medio del análisis a priori de las situaciones didácticas

de la ingeniería. Este análisis a priori se debe concebir como un análisis de control de significado. Esto quiere decir que; “Si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción de un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones.” (Artigue, 1998) Por lo tanto, el objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar poscomportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de las mismas está indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

Artigue argumenta que tradicionalmente este análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva, y se debe:

- Describir las selecciones del nivel local (relacionándolas con las selecciones globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden.
- Analizar qué podría ser lo que está en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que él dispone, una vez puesta en práctica en un funcionamiento casi aislado del profesor.
- Prever los campos de comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, en particular, que los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado por el aprendizaje.

Por lo que hemos mencionado, en el análisis a priori el estudiante es tomado en cuenta en ambos niveles, descriptivo y predictivo, mientras que el profesor no interviene sino en un nivel descriptivo. Así, el estudiante es el actor principal del sistema y el profesor está poco presente en el análisis a priori, excepto durante las situaciones de devolución y de institucionalización. Artigue menciona que, de alguna forma, la noción de contrato didáctico permite recuperar en parte el papel del profesor, pero que no se puede negar que hasta el momento el profesor ocupa siempre un papel marginal en la teorización didáctica. (De Faria,2006)

Tercera fase: Experimentación.

Es la fase de la realización de la ingeniería con una cierta población de estudiantes. Esa etapa se inicia en el momento en que se da el contacto investigador/profesor/observador con la población de los estudiantes objeto de la investigación.

La experimentación supone:

- El explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes que participarán de la experimentación;
- El establecimiento del contrato didáctico;
- La aplicación de los instrumentos de investigación;
- El registro de observaciones realizadas durante la experimentación. Es recomendable, cuando la experimentación tarda más de una sesión, hacer un análisis a posteriori local, confrontando con los análisis a priori, con el fin de hacer las correcciones necesarias. Durante la experimentación se busca respetar las selecciones y deliberaciones hechas en los análisis a priori. (De Faria,2006)

Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación

Esta es la última fase de la ingeniería didáctica. Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en el aula o fuera de ella. Estos datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, realizadas durante cada sesión de la enseñanza, etc. La validación o refutación de las hipótesis formuladas en la investigación se fundamenta en la confrontación de los análisis, el a priori y a posteriori. Según Artigue, “En la mayoría de los textos publicados concernientes a ingenierías, la confrontación de los dos análisis, a priori y a posteriori, permite la aparición de distorsiones. Estas están lejos de ser siempre analizadas en términos de validación; esto es, no se busca en las hipótesis formuladas aquello que las distorsiones constatadas invalidan. Con frecuencia, los autores se limitan a proponer modificaciones de ingeniería que pretenden reducirlas, sin comprometerse en realidad con un proceso de validación.” Las hipótesis mismas que se formulan explícitamente en los trabajos de ingeniería son a menudo hipótesis relativamente globales que ponen en juego procesos de aprendizaje a largo plazo. Por esto, la amplitud de la ingeniería no permite necesariamente involucrarse en verdad en un proceso de validación. (Artigue, 1998).

Justificación de metodología

De acuerdo a todo lo expuesto anteriormente basándonos en Artigue y brousseau, podemos utilizar a la ingeniería didáctica como herramienta para determinar si las hipótesis son nulas o no.

Gracias a la investigación que realizó De Faria en el año 2006 podemos justificar que la ingeniería didáctica es una herramienta de investigación más aun es una metodología valida de investigación, ya que podemos sacar conclusiones contrastando la información del docente con la información que entrega el estudiante mediante el instrumento de medición creado para esta investigación.

5. Aplicación de ingeniería didáctica

En esta etapa pasaremos a la aplicación de la ingeniería didáctica, esta será aplicada en el documento anexo 1, el cual fue aplicado a las y los estudiantes de segundo año de enseñanza media del colegio polivalente las camelias.

Los cuales formaron parte de la investigación de manera voluntaria y con autorización tanto de los apoderados como de los directivos del establecimiento, en base a un consentimiento informado creado por el investigador y validado por el profesor guía y la universidad del Bio-Bio.

Fases de la ingeniería didáctica.

5.1 Primera fase: Análisis preliminares.

a. Análisis epistemológico:

Probabilidad es el grado de posibilidad de que ocurra cualquier suceso. La probabilidad de los sucesos depende de las condiciones objetivas en que éstos se efectúan. La probabilidad se presta a un cálculo cuantitativo, y su cómputo es el objeto de la teoría matemática de la probabilidad, que examina las leyes por las que se rigen los fenómenos y sucesos en masa, de los cuales cada uno por separado puede ser un fenómeno o suceso accidental. Por ejemplo, el nacimiento de varones y mujeres; el hecho aislado del nacimiento de un varón o de una mujer es accidental; sin embargo, al hacer el recuento en masa de los nacimientos, podemos determinar las leyes que los rigen. Para estudiar estas leyes se introduce también la noción de la probabilidad. La probabilidad matemática se mide por quebrados en los que el numerador representa, por ejemplo, el número de nacimientos de varones, y el denominador, el número de nacimientos de todos los niños, tanto varones como mujeres. La relación determina el grado de la probabilidad. La teoría de la

probabilidad se aplica en una serie de disciplinas. Sobre ella se basa íntegramente la estadística matemática. Los métodos estadísticos han hallado su aplicación en el ramo de Seguros (donde se establece la probabilidad de la muerte sólo para un determinado número de personas), en una serie de problemas físicos, por ejemplo, en la teoría cinética de los gases (donde se determina el efecto medio de las moléculas que se mueven caóticamente sobre las paredes de cualquier recipiente donde está contenido dicho gas), o en la mecánica de los cuantos (donde la aplicación de los métodos estadísticos son extendidos a los procesos intraatómicos). En las investigaciones económicas, los métodos estadísticos, al descubrir las leyes generales, tienen también una considerable aplicación, por ejemplo, en el análisis de los fenómenos de la oscilación de los precios en el mercado y declinación singular de las leyes medias de probabilidad

b. Análisis didáctico

Para los temas específicos que desde los estándares básicos de matemáticas se han fijado, pueden utilizarse elementos como los mapas conceptuales, para mostrar de forma general una gran red de conceptos y de manera específica el contenido de cada estándar; de igual manera se propone que el docente a partir de la explicación verbal de cada tema relacione los contenidos con las vivencias del joven, enmarcando los temas dentro del contexto del diario vivir, utilizando los preconceitos y consultas realizadas por los estudiantes, de tal forma que se puedan organizar ideas de anclaje que permita la comprensión y aprehensión de los conceptos básicos, y finalmente se proponen laboratorios y talleres que ayuden al estudiante a una conceptualización total del tema, con el fin de que el educando logre un verdadero aprendizaje, duradero y comprensivo, es decir un aprendizaje significativo. La evaluación de estos laboratorios y talleres debe hacerse mediante la exposición de los resultados conseguidos por los alumnos a manera de plenarias, de tal forma que, con la participación en la corrección por parte del docente y de los demás estudiantes del grupo se confirme el fin último de la enseñanza: el aprendizaje. En este sentido, y con el fin de realizar la transposición didáctica para la enseñanza de la probabilidad en la educación media, la propuesta se plantea de tal forma que el estudiante haga una adaptación de los nuevos conceptos, mediante la explicación verbal del docente con la ayuda del mapa conceptual y contextualizando los diferentes temas mediante ejemplos sencillos del diario vivir. En un segundo momento el estudiante tendrá una acomodación, para lo cual se propone que él realice la consulta de los de los conceptos vistos en el mapa conceptual y a su vez los contraste con la teoría básica expuesta luego por el docente, con la participación activa de los estudiantes. En un tercer momento el estudiante obtendrá una asimilación realizando el laboratorio propuesto y finalmente la significación de los temas vistos contrastando los resultados obtenidos en los

laboratorios con la teoría, proponiendo sus propios mapas conceptuales y laboratorios y realizando los talleres propuestos. La idea tiene la siguiente estructura para cada estándar: El estándar. El mapa conceptual. La teoría básica de cada estándar: El laboratorio El taller (Cardona y arias, 2008)

c. Análisis de las concepciones de los estudiantes

Con los estudiantes, al comienzo se realizó una nivelación de acuerdo a lo que sabían del concepto de estadística principalmente del apartado de probabilidad, como el objetivo a trabajar va a ser más bien práctico, deben tener claro que era una probabilidad, como se trabajaba con la probabilidad y cuando se puede tomar una decisión con la probabilidad.

Además, los estudiantes debían dominar la probabilidad para poder anexarlo con el objetivo de lenguaje y trabajarlo a la par con el profesional de esa asignatura.

En base a esto se creó el instrumento de medición, ya que en la primera parte los estudiantes deben señalar si el caso presentado es relacionado con probabilidad, y luego si podemos tomar una decisión con estos datos si fueran probabilístico.

Y luego hay una segunda parte en el cual al estudiante se le presentan dos ejercicios de probabilidad (sugeridos por el ministerio en los libros guías), los cuales deben estimar el posible resultado, y luego ver si este resultado coincide con el resultado echo con procedimiento matemático.

5.2 Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.

para continuar con la investigación analizaremos cada pregunta del instrumento y daremos una resolución con un saber superior a la de los estudiantes, para saber si se produjo el aprendizaje esperado.

Pregunta número 1 del instrumento de investigación.

- 1) Identifica cuál de las informaciones extraídas de revistas, diarios o alguna página de internet es relacionable con probabilidad, de ser así nombra de qué manera se relaciona.

Para lograr responder esta pregunta debemos ir el anexo número 1 y ver las imágenes 1,2,3,4 y 5.

imagen número 1

no es relacionable con probabilidad en cuanto a noticia ya que no permite tomar una decisión con los datos que entrega esta noticia ya que es solo una información.

Pero si lo vemos desde otra perspectiva si se podría relacionar con probabilidad mediante preguntas guiadas, es decir, que pueden generar preguntas como que probabilidad hay que saque al azar una letra "a" de la noticia.

Por otro lado, está la posibilidad que confundan el concepto de probabilidad con estadística, y haga un análisis para sacar una conclusión.

Imagen número 2

Correcta

no es relacionable con probabilidad, ya que de esto se puede hacer un análisis estadístico y sacar conclusiones, por lo tanto, hay una confusión de conceptos entre estadística y probabilidad

errores

Y de la misma forma que el anterior podemos decir que si por preguntas guiadas ya descrito en párrafos anteriores.

Imagen número 3

Correcta

no es relacionable con probabilidad, ya que como la imagen 1 es una noticia por lo tanto no se puede utilizar la probabilidad para una toma de decisión.

Errores

De la misma forma de las imágenes 1 y 2 podemos decir que si es relacionable mediante preguntas guiadas.

O en otra manera también el estudiante se puede equivocar en la respuesta por la confusión de conceptos, como la imagen 1.

Imagen número 4

Correcta

No es relacionable con probabilidad para tomar decisiones porque es solo información, y no se puede realizar un estudio de frecuencia de veces de un caso.

Errores

El error de preguntas guiadas que se puede repetir en todas las noticias ya que es un estilo de preguntas típicas cuando se enseña probabilidades.

Imagen numero 5

Correcta

Si es relacionable con la probabilidad para tomar decisiones, aunque en la vida real tenemos modernas máquinas y fórmulas para predecir el tiempo, si tenemos el tiempo de los siguientes 3 días podemos estimar el día número cuatro mediante la probabilidad.

Errores

Decir que no es relacionable porque son informaciones concretas.

Decir que no es relacionable porque el tiempo no es una probabilidad.

Ahora pasaremos a analizar la segunda pregunta del instrumento de investigación.

- 2) De los casos presentados, reconoce en cuál de ellos se puede utilizar la probabilidad para tomar una decisión.

Respuesta Correcta

La imagen numero 5 es la única que se puede utilizar la probabilidad para tomar decisiones, por las razones expuestas en la pregunta anterior

Errores

Decir cual quiera de las otras imágenes ya que cada una de ellas no son relacionables con probabilidades (en el contexto de este estudio), por lo tanto, no se puede tomar una decisión en base a la probabilidad.

- 3) Resolver los siguientes problemas de la vida real, con resultados basados en creencias o resultados estimativos.

Un club de interesados en astronomía quiere organizar una competencia de observaciones astronómicas, para lo cual se requieren, por lo menos, tres días seguidos de cielo despejado. Para planificar la mejor fecha en el período entre noviembre y abril, disponen de datos meteorológicos de la zona, basados en observaciones realizadas durante los últimos 25 años.



MES	NOV.	DIC.	ENE.	FEB.	MAR.	ABR.
Probabilidad de que el día esté nublado (%)	28	25	16	17	14	21

Estimar cual será la mejor fecha para la investigación

En el marco de un proyecto de estadística, un grupo de alumnos y alumnas realizó encuestas acerca de tres preguntas de interés. Pregunta 1: ¿Será lluvioso el próximo año? Pregunta 2: ¿Subirá el cambio del peso chileno frente dólar estadounidense el próximo año? Pregunta 3: ¿Clasificará la selección chilena para el próximo mundial de fútbol? Las tres preguntas fueron respondidas por cada persona. El resultado se registra en la siguiente tabla:



PREGUNTA N°	1	2	3
PORCENTAJE DE "SÍ"	30 %	70 %	90 %

Estimar la probabilidad que sucedan los tres casos

<p>Correcta Se espera que el estudiante responda sin pensar en calcular, diría que el mejor mes es el mes de marzo por que tiene la menor probabilidad de tener días nublados.</p> <p>Error El estudiante no entiende lo que dice la tabla y responde el mes de noviembre ya que piensa que es tiene la mayor probabilidad de días despejados. El estudiante piensa que los números de la tabla son números y no porcentaje, aunque igual da la respuesta de que es marzo el mes idóneo</p>	<p>Aquí no tengo respuestas correctas ni erradas ya que son estimativos, y son creencias de cada uno por lo que no hay respuestas erradas si nos opiniones de ellos.</p>
---	--

4) Resolver los siguientes problemas de la vida cotidiana, basando las respuestas en la teoría probabilística.

Un club de interesados en astronomía quiere organizar una competencia de observaciones astronómicas, para lo cual se requieren, por lo menos, tres días seguidos de cielo despejado. Para planificar la mejor fecha en el período entre noviembre y abril, disponen de datos meteorológicos de la zona, basados en observaciones realizadas durante los últimos 25 años.



MES	NOV.	DIC.	ENE.	FEB.	MAR.	ABR.
Probabilidad de que el día esté nublado (%)	28	25	16	17	14	21

Determinan los porcentajes de los días de cielo despejado.

Los organizadores del evento quieren un porcentaje de por lo menos un 60 % de probabilidad estimada para tres días seguidos de cielo despejado. Responden en qué meses sería conveniente realizar la competencia.

En el marco de un proyecto de estadística, un grupo de alumnos y alumnas realizó encuestas acerca de tres preguntas de interés. Pregunta 1: ¿Será lluvioso el próximo año? Pregunta 2: ¿Subirá el cambio del peso chileno frente dólar estadounidense el próximo año? Pregunta 3: ¿Clasificará la selección chilena para el próximo mundial de fútbol? Las tres preguntas fueron respondidas por cada persona. El resultado se registra en la siguiente tabla:



PREGUNTA N°	1	2	3
PORCENTAJE DE "SÍ"	30 %	70 %	90 %

- Responden con qué probabilidad pueden ocurrir los tres eventos.

Correcto

Primero determinamos el porcentaje de días despejados. esto quiere decir que es la diferencia entre los días nublados y todos los días del mes en porcentaje esto queda de esta forma:

$$100\% - \% \text{días nublados} = \% \text{días despejados}$$

Ahora reemplazamos los datos de cada mes mencionados en la tabla:

$$\text{Nov: } 100 - 28 = 72 \text{ valor probabilidad } 0,72$$

$$\text{Dic: } 100 - 25 = 75 \text{ valor probabilidad } 0,75$$

$$\text{Ene: } 100 - 16 = 84 \text{ valor probabilidad } 0,84$$

$$\text{Feb: } 100 - 17 = 83 \text{ valor probabilidad } 0,83$$

Correcta

Para resolver este ejercicio se necesita calcular el valor de la probabilidad de que si ocurra cada caso. Esto se calcula de la siguiente manera.

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Para calcular el porcentaje teniendo una probabilidad se multiplica el valor de la probabilidad por 100(valor de Probabilidad X 100), por lo tanto, desde porcentaje a probabilidad se hace la operación contraria, es decir, el porcentaje se divide por 100(porcentaje ÷ 100). Entonces la probabilidad que sea lluvioso el próximo año será:

<p>Mar: $100-14=86$ valor probabilidad 0,86</p> <p>Abr: $100-21=79$ valor probabilidad 0,79</p> <p>luego que tenemos el porcentaje de los días despejados, tenemos que calcular la probabilidad estimada de tres días seguidos. Esto se hace de la siguiente manera.</p> <p>Primero tenemos que ver si es una probabilidad de eventos dependientes o independientes (tenemos que ver si un evento afecta la ocurrencia del otro o no afecta la ocurrencia de otro).</p> <p>En este caso si un día esta nublado no afecta en la ocurrencia de que el otro día este nublado, por lo tanto, son independientes si tenemos este caso el cálculo es así:</p> <p>Si $P(A)$ es la probabilidad de que el día 1 este despejado.</p> <p>$P(B)$ es la probabilidad de que el día 2 este despejado.</p> <p>$P(C)$ es la probabilidad de que el día 3 este despejado.</p> <p>$P(((A \cap B) \cap C) = (P(A) \times P(B)) \times P(C)$</p> <p>En base a esta fórmula reemplazamos las probabilidades de cada día de cada mes. Y notamos la particularidad de que $P(A)=P(B)=P(C)$ en todos los meses. Esto queda de la siguiente forma:</p> <p>Nov : $P(A)= 0,72$; $P(B)= 0,72$; $P(C)= 0,72$</p> <p>$P(((A \cap B) \cap C) = 0,72 \times 0,72 \times 0,72$</p> <p>$P(((A \cap B) \cap C) = 0,373$.</p> <p>En porcentaje (%) = 37,3 % (para pasar de probabilidad a porcentaje se multiplica la probabilidad por 100).</p> <p>Dic: $P(A)= 0,75$; $P(B)= 0,75$; $P(C)= 0,75$</p> <p>$P(((A \cap B) \cap C) = 0,75 \times 0,75 \times 0,75$</p>	<p>Probabilidad pregunta n° 1= $30 \div 100 = 0,3$</p> <p>Probabilidad pregunta n° 2= $70 \div 100 = 0,7$</p> <p>Probabilidad pregunta n° 3= $90 \div 100 = 0,9$</p> <p>Ahora tenemos cada probabilidad, procedemos a calcular la probabilidad que ocurran los tres eventos simultáneamente.</p> <p>Para esto se debe saber si son eventos dependientes o independientes (caso un evento tiene efecto en algún otro evento).</p> <p>Si se leen las preguntas podemos deducir que no hay relación, o no afecta un a la otra.</p> <p>Por ende, debemos utilizar el cálculo de probabilidad de eventos independientes.</p> <p>Entonces la fórmula que utilizaremos es la siguiente:</p> <p>$P(((A \cap B) \cap C) = (P(A) \times P(B)) \times P(C)$.</p> <p>Donde,</p> <p>$P(A)$= Probabilidad de pregunta N°1 $P(B)$= Probabilidad de pregunta N°2 $P(C)$= Probabilidad de pregunta N°3 $P(((A \cap B) \cap C)$ =probabilidad de que los tres eventos sucedan.</p> <p>Reemplazamos</p> <p>$P(((A \cap B) \cap C) = 0,3 \times 0,7 \times 0,9 = 0,189$</p> <p>Ahora para responder a la pregunta del ejercicio es necesario llevar la probabilidad a porcentaje. Como se mencionó arriba.</p> <p>$0,189 \times 100 = 18,9\%$</p> <p>Por lo tanto, la posibilidad que ocurran los tres eventos es de un 18,9%</p>
---	--

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,421.$$

En porcentaje (%) = 42,1 %
(para pasar de probabilidad a porcentaje se multiplica la probabilidad por 100).

$$\text{Ene: } P(A) = 0,84 ; P(B) = 0,84 ; P(C) = 0,84$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,84 \times 0,84 \times 0,84$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,592.$$

En porcentaje (%) = 59,2 %
(para pasar de probabilidad a porcentaje se multiplica la probabilidad por 100).

$$\text{Feb: } P(A) = 0,83 ; P(B) = 0,83 ; P(C) = 0,83$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,83 \times 0,83 \times 0,83$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,571.$$

En porcentaje (%) = 57,1 %
(para pasar de probabilidad a porcentaje se multiplica la probabilidad por 100).

$$\text{Mar: } P(A) = 0,86 ; P(B) = 0,86 ; P(C) = 0,86$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,86 \times 0,86 \times 0,86$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,636.$$

En porcentaje (%) = 63,6 %
(para pasar de probabilidad a porcentaje se multiplica la probabilidad por 100)

$$\text{Abr: } P(A) = 0,79 ; P(B) = 0,79 ; P(C) = 0,79$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,79 \times 0,79 \times 0,79$$

$$P(((A \cap B) \cap C) = 0,493.$$

En porcentaje (%) = 49,3 %
(para pasar de probabilidad a porcentaje se multiplica la probabilidad por 100).

Por lo tanto, tenemos al mes de marzo con el más apto para realizar la competencia.	
---	--

- 5) Compare las respuestas de las preguntas 3 y 4. Señale cuál fue la diferencia entre las respuestas.

La diferencia entre las respuestas en el primer caso no debería variar, es decir, que, a simple vista, aunque sea un pensamiento sin fundamentos coincidiría con los cálculos ya que ambos deberían decir que el mes idóneo para el concurso sería marzo.

En la segunda imagen tendrían diferencias en los resultados ya que ellos dirán en primer lugar un porcentaje que aparezca en el ejercicio sería el más bajo, que en este caso es 30% y otros llegarán a un resultado estimado sacando un promedio entre las tres probabilidades y esto les dará un resultado de 63,3%, y como ya se expuso el resultado es menor al porcentaje más bajo (18,9), a la conclusión que deben llegar en este es que deben siempre confiar en los procesos matemáticos para no llegar a decisiones erróneas.

5.3 Tercera fase: Experimentación.

En esta etapa de la investigación se explicarán los objetivos, como se mencionó en el marco metodológico. Además de explicitar las etapas de esta experimentación.

Primera etapa de experimentación: se realizó una reunión con los profesionales a cargo de las asignaturas en estudio, lenguaje, matemática y educación diferencial, con la finalidad de explicar el concepto de trabajo colaborativo y transversalidad de contenido. Junto con esto se construyó un cronograma para poder realizar el trabajo correcto de los dos objetivos, pero como núcleo de aprendizaje, es decir, ambas asignaturas trabajaron en conjunto para lograr ambos objetivos.

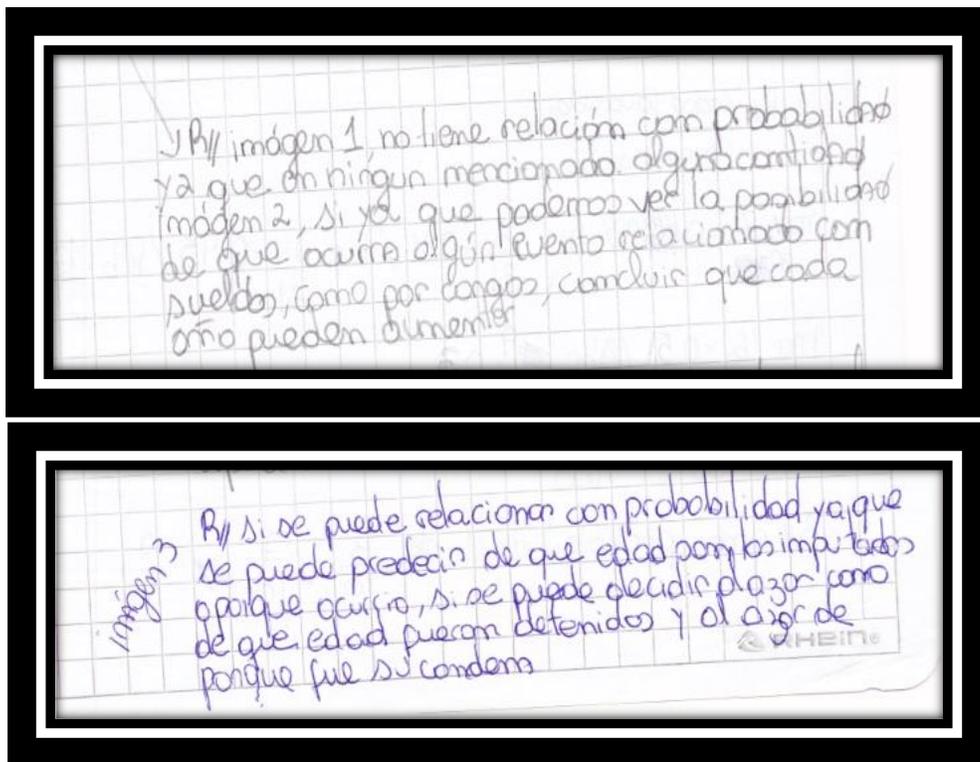
Segunda etapa de la experimentación: se aplica en aula el plan de trabajo, el que se medirá en el instrumento elaborado por los docentes de ambas asignaturas.

Tercera etapa de experimentación: aplicación del instrumento de medición, se les aplica el instrumento a los estudiantes.

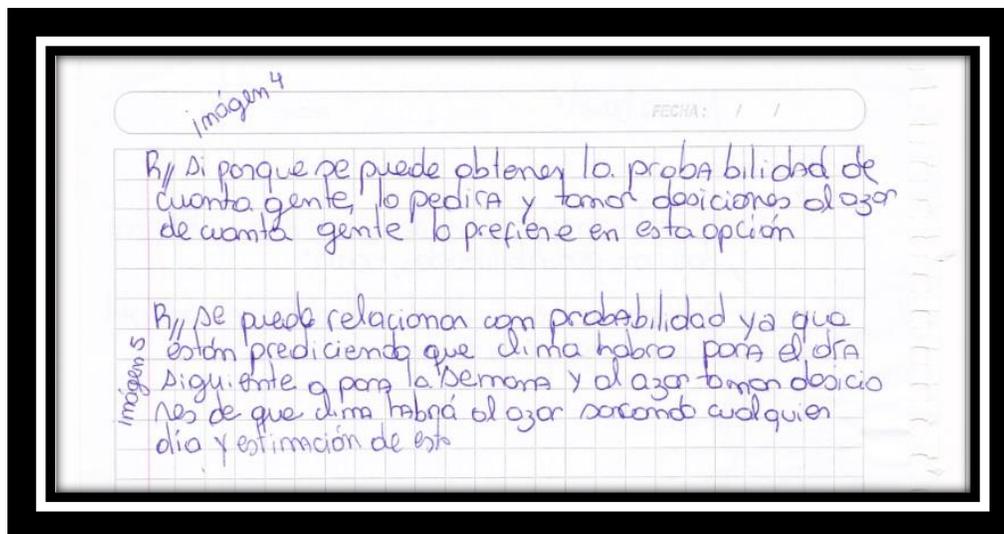
A continuación, se dará paso a mostrar las evidencias realizadas por los estudiantes, las cuales han sido clasificadas para no ser repetitivo en las respuestas. Estas serán mostradas por pregunta para así facilitar la fase 4 de la ingeniería didáctica.

- 1) Identifica cuál de las informaciones extraídas de revistas, diarios o alguna página de internet es relacionable con probabilidad, de ser así nombra de qué manera se relaciona.

Estudiante "A"

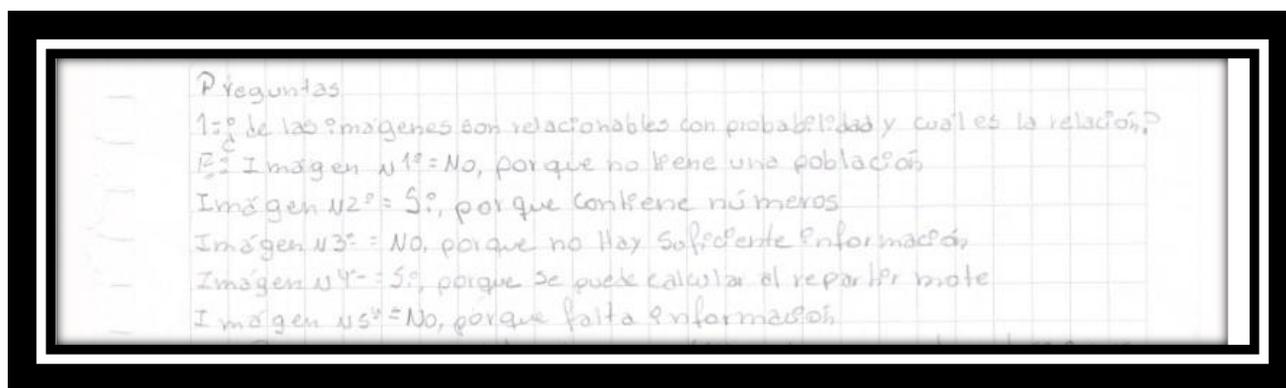


Evidencia de experimentación



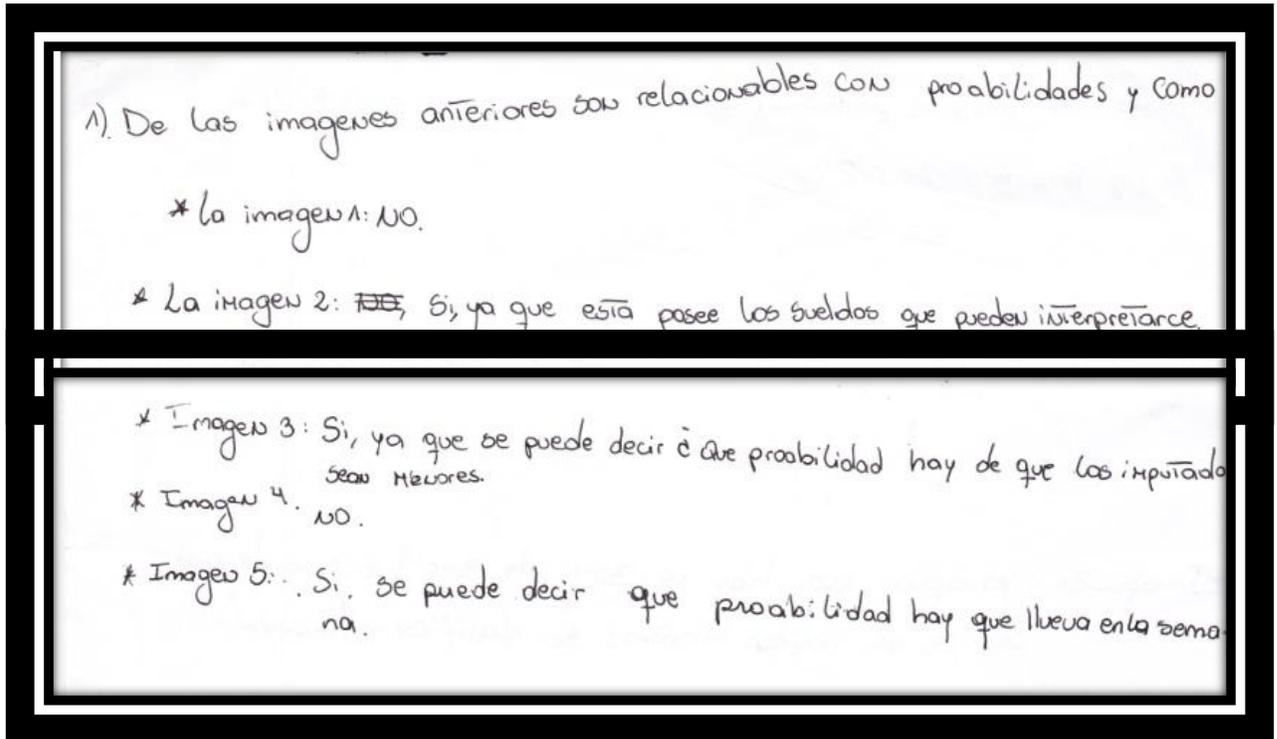
Evidencia de experimentación

Estudiante "B"



Evidencia de experimentación

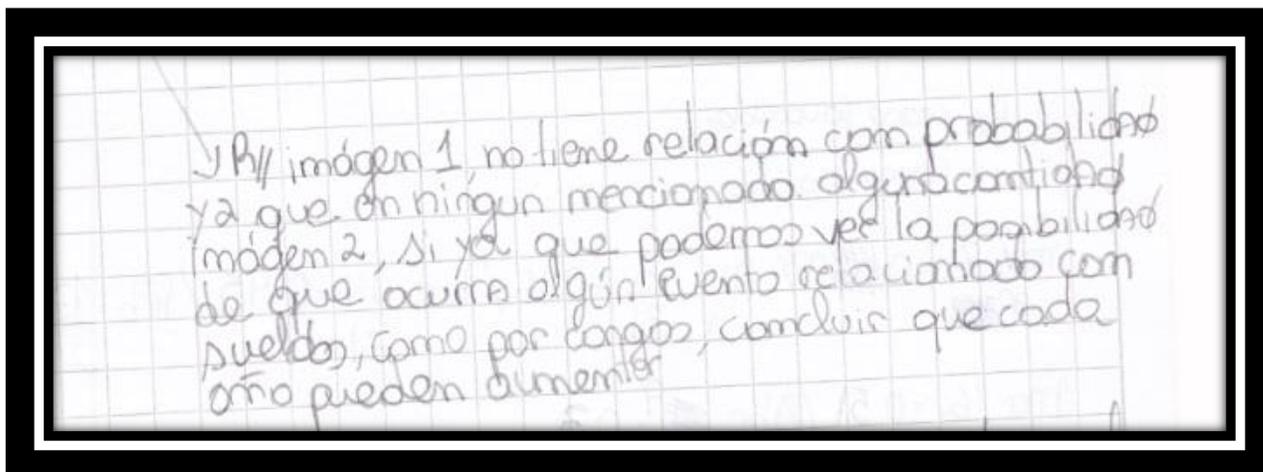
Estudiante "C"



Evidencia de experimentación

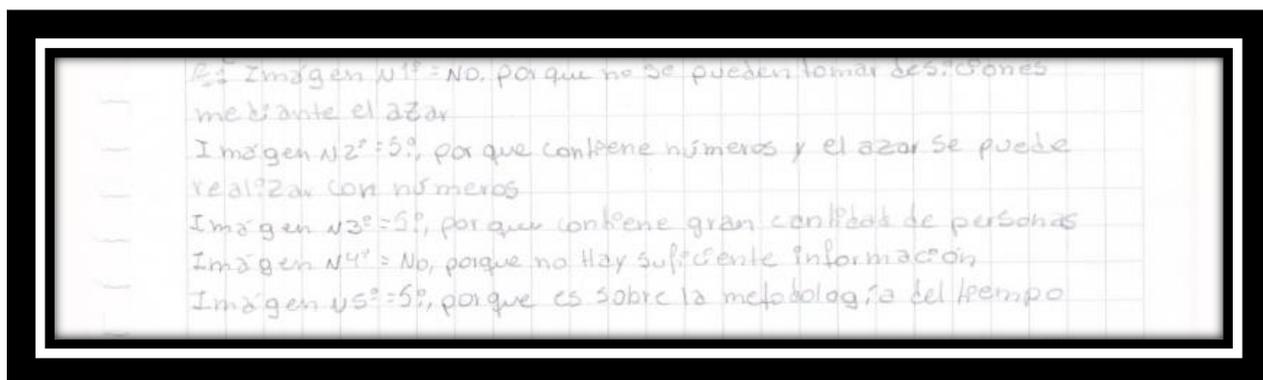
- 2) De los casos presentados, reconoce en cuál de ellos se puede utilizar la probabilidad para tomar una decisión.

Estudiante "A"



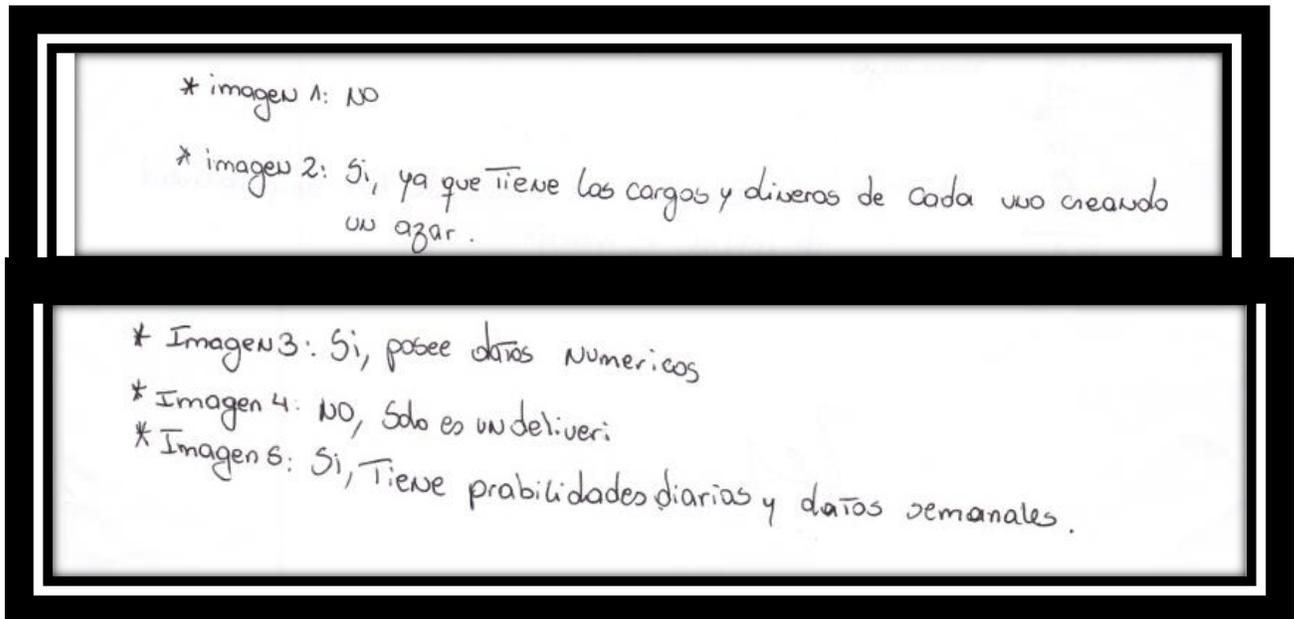
Evidencia de experimentación

Estudiante "B"



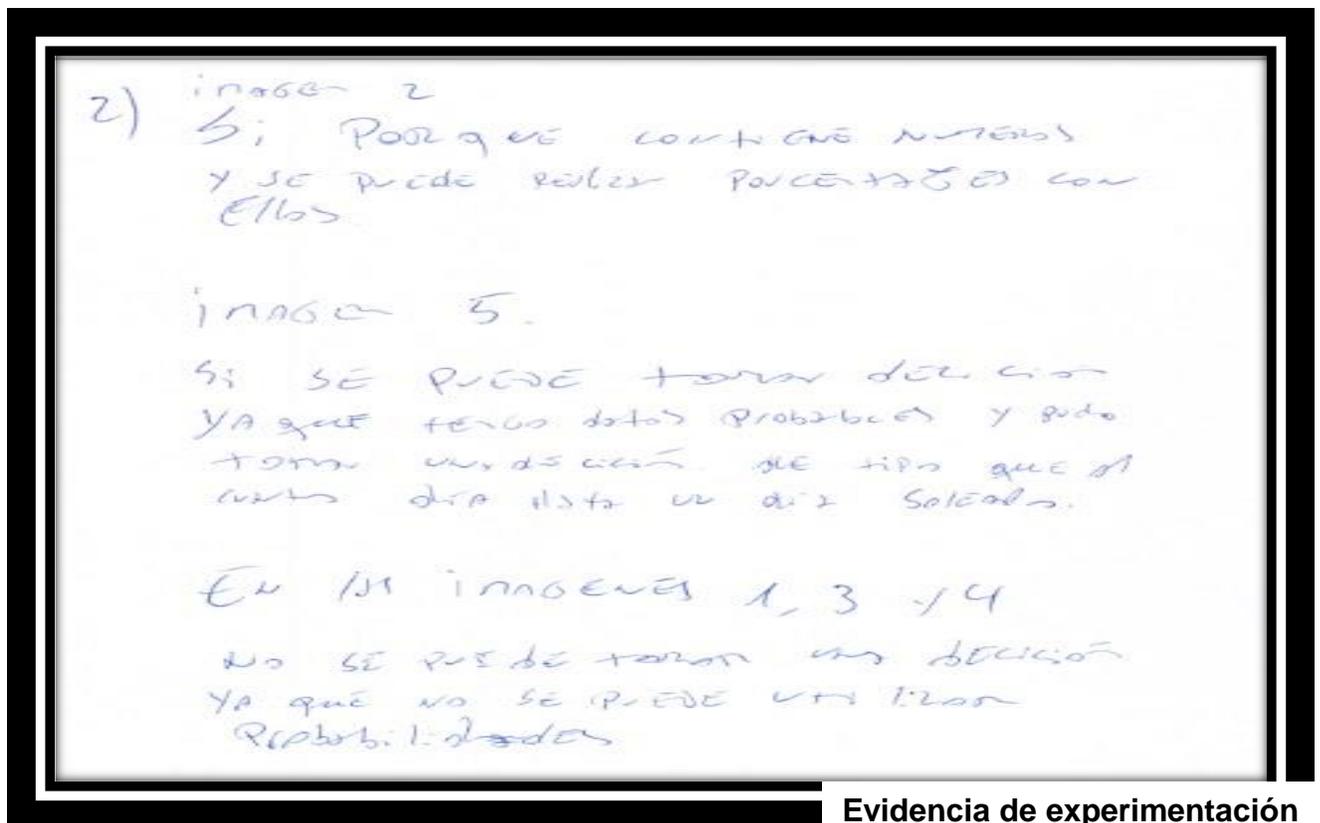
Evidencia de experimentación

Estudiante "C"



Evidencia de experimentación

Estudiante "D"



Evidencia de experimentación

- 3) Resolver los siguientes problemas de la vida real, con resultados basados en creencias o resultados estimativos.

Estudiante "C"

a) Datos: $\begin{array}{r} 28 \\ -23 \\ \hline 17 \\ -14 \\ \hline 21 \\ -19 \\ \hline 6 \end{array}$ Porcentaje:

Opinión: El mes que tiene menos de 60% de probabilidad de neblado es marzo.

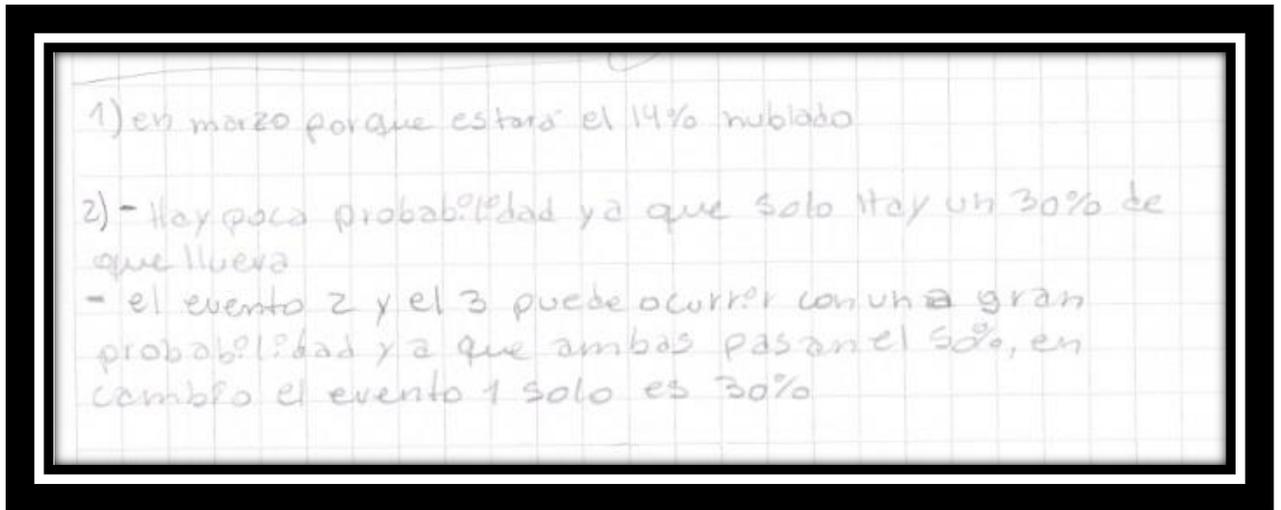
∴ _____

b). Opinión: yo opino que hay un 30% de que llueva o de que sea un año lluvioso mientras se clasifica al mundo.

Probabilidad: Existe un 50% de que esto ~~as~~ ocurra..

Evidencia de experimentación

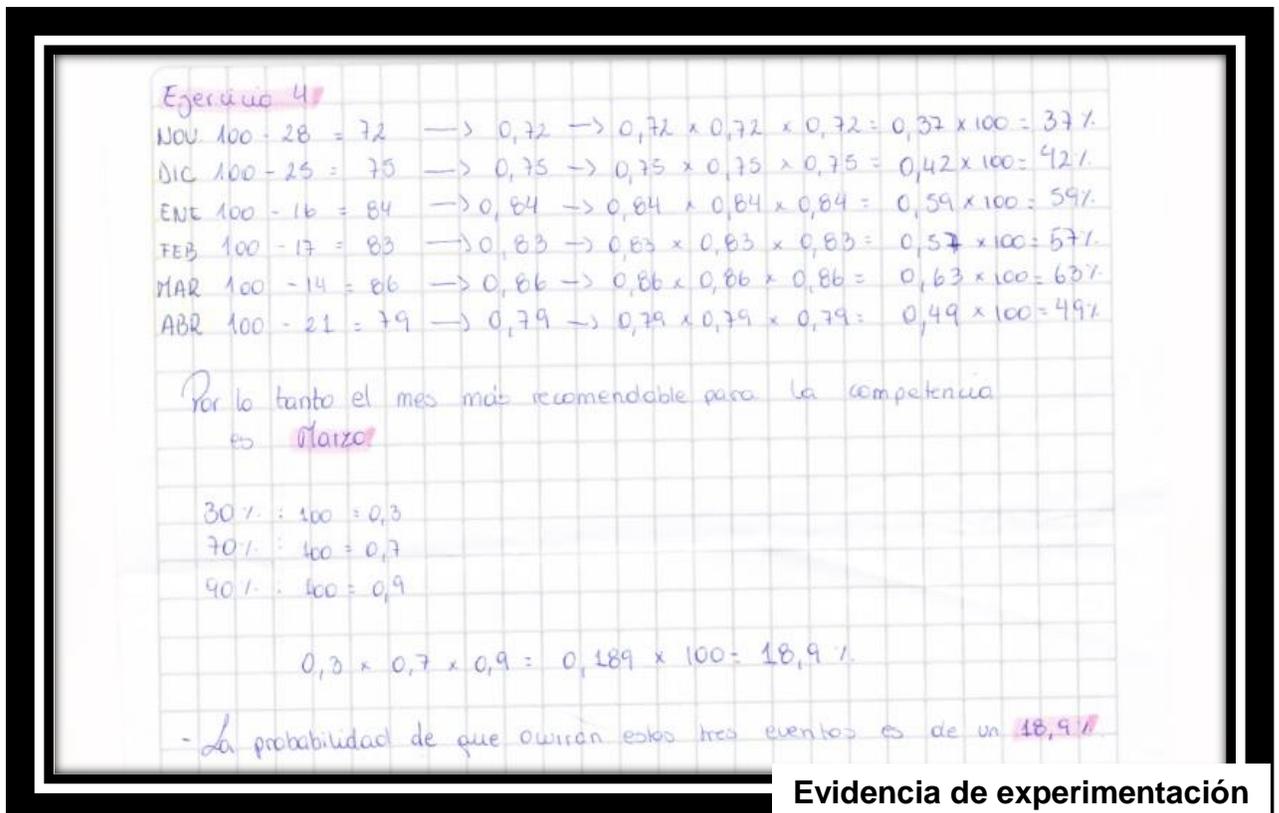
Estudiante "B"



Evidencia de experimentación

- 4) Resolver los siguientes problemas de la vida cotidiana, basando las respuestas en la teoría probabilística.

Estudiante "E"



Evidencia de experimentación

Estudiante "A"

1. P(A) casos favorables =
 Casos posibles

Nov $\frac{2}{30} = 0.067$ / Dic $\frac{5}{31} = 0.16$ / Ene $\frac{14}{31} = 0.45$ / Feb $\frac{13}{29} = 0.44$

Mar $\frac{16}{31} = 0.51$ / Abr $\frac{9}{30} = 0.3$

R// en enero, febrero y marzo

2. P// $\frac{30}{100}$ / $\frac{90}{100}$

R// con probabilidad de $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{9}{10}$

Evidencia de experimentación

Estudiante "F"

4) ~~Marzo~~

	NOV	DIC	EN	FEB	MAR	ABR
Casos	28	25	16	17	14	21
Probabilidad	0,28	0,25	0,16	0,17	0,14	0,21
Probabilidad acumulada	0,84	0,75	0,48	0,51	0,42	0,63
Probabilidad acumulada (sin marzo)	84%	75%	48%	51%	42%	63%

EXISTEN 3 MESES ÓPTIMOS PARA LA COMPETENCIA:
 NOVIEMBRE - DICIEMBRE Y MARZO.

$30\% + 70\% + 90\% = 190$

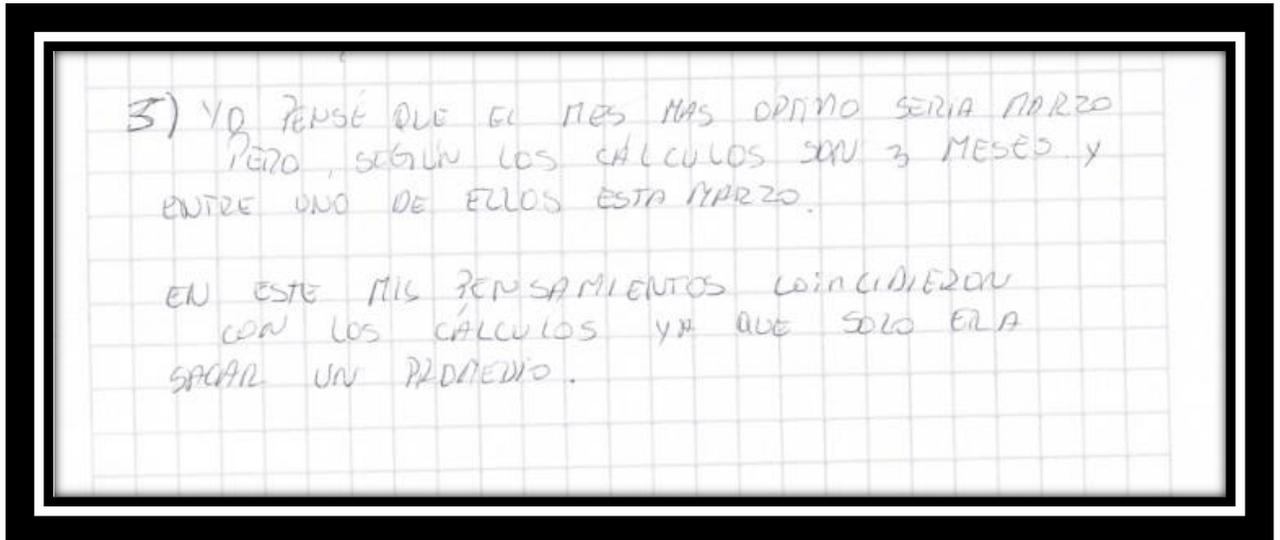
$190 : 3 = 63, \bar{3}$

LA PROBABILIDAD DE QUE OCURRAN ESTOS ES DE UN $63, \bar{3}$.

Evidencia de experimentación

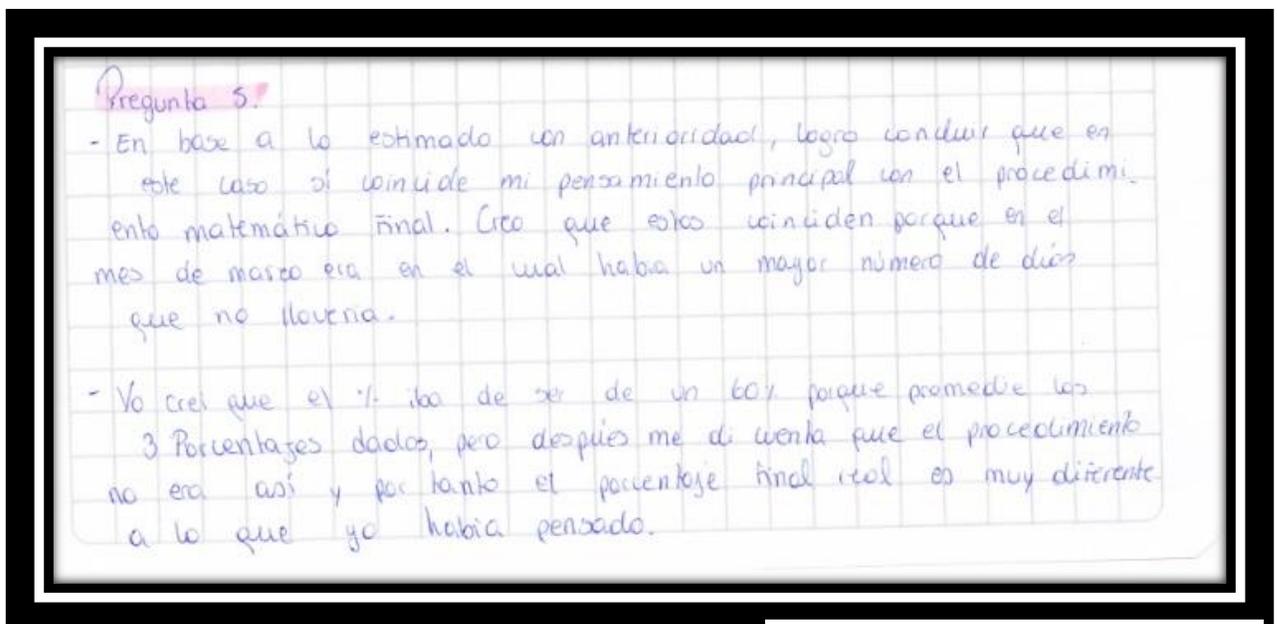
- 5) Compare las respuestas de las preguntas 3 y 4. Señale cuál fue la diferencia entre las respuestas.

Estudiante "F"



Evidencia de experimentación

Estudiante "E"



Evidencia de experimentación

5.4 Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación

Ahora para ir finalizando lo que es la ingeniería didáctica, comenzaremos a comparar los análisis a priori con la experimentación de los estudiantes, cabe señalar que en la etapa de experimentación solo se mostraron algunos instrumentos.

Pasando a la investigación y para que sea más ordenado el análisis iremos pregunta por pregunta.

En la pregunta número 1, estaba referida a la identificación de la probabilidad en noticias de la vida cotidiana, para que el estudiante pueda utilizar la probabilidad en la toma de decisiones en su vida, por un lado, además de agregar la parte de lenguaje para que el estudiante argumentara acerca de su respuesta, esto se daba en la pregunta cuando al estudiante se le preguntaba por el tipo de relación que existía entre la imagen y la probabilidad.

En cuanto a lo que se expuso en el análisis a priori podemos decir que, las respuestas dadas por ellas y ellos, fueron lo que esperaba el investigador, ya que al realizar la comparación se encontraron tanto las respuestas correctas principalmente en la Imagen 5 ya que ellos encontraban una relación inmediata, y lo relacionaban con la probabilidad de que ocurra un caso al día siguiente. En las imágenes 1,3y 4 por lo general la respuesta era que no se relacionaba por que no existía una población, aunque las personas que decían que, si era porque no entendieron el sentido a la investigación, ya que se iban a las preguntas guiadas y no al enfoque a la toma de decisión por parte de la probabilidad.

Si nos enfocamos en la imagen 2, es la que tuvo la mayor discrepancia ya que en gran porcentaje de los que daban una respuesta positiva a la imagen decían que era porque esta tenía números y se podía trabajar con ellos en probabilidades, al decir que porcentaje gana más de cierto dinero o gana menos, lo que es correcto, pero por que se consideraba malo en este caso era porque no se puede tomar una decisión concreta en base a esa noticia.

En la pregunta numero dos es una de las que tuvo mucha controversia, aunque se basaron en las respuestas anteriores, por lo cual un número considerable de estudiantes se inclinó por decir que en las imágenes 2 y 5 se podía tomar una decisión en base a probabilidades, a lo cual si lo comparamos con el análisis a priori tenemos que solo la imagen 5 es la cual se toma una decisión en base a la probabilidad, ya que en todas las anteriores se toma una decisión en base a otros estudios o pronósticos.

Por otro lado, tenemos un punto negativo de esta pregunta es la relación con la asignatura de lenguaje, ya que los estudiantes no argumentaron su respuesta con fundamentos claros.

En la pregunta número 3, esta pregunta es donde se les dio mayor libertad a los estudiantes, en la cual había que estimar un posible pronóstico a los problemas, en la primera pregunta de este ítem para la gran mayoría fue fácil estimar un resultado ya que por lo general la respuesta era marzo al mejor mes para poder realizar el estudio, estas respuestas era la esperada y que se expuso en el análisis a priori, aunque hubo estudiantes que dieron el mes de noviembre como el idóneo para este estudio lo que no se vio como análisis a priori. Esta pregunta fue creada para que la contrastaran con el proceso matemático y en la pregunta número 5 se viera un resultado en la argumentación.

En la segunda pregunta del ítem teníamos como pregunta que estimaran el caso que pasaran los tres sucesos, a lo que los estudiantes respondieron con diversas formas, pero las más repetitivas fueron 3, la primera colocar el porcentaje menor, es decir, decían que era el 30 % la probabilidad que sucediera los tres casos, la segunda era que tenían que sacar un promedio el cual les daba 63,3 %, y la tercera respuesta era la suma de los porcentajes dándoles un porcentaje de 190%, todos estos valores eran estimativos ya que eso se les pedía.

Pasando a la pregunta número 4, podemos darnos cuenta que esta es la pregunta que se aplicaba el concepto de probabilidad en el instrumento de medición, en la primera pregunta del ítem se pedía que investigaran el mes idóneo para realizar el concurso, al cual en el análisis a priori se dijo que era marzo por proceso matemático explicado en este apartado. Donde los estudiantes variaron principalmente en dos respuestas y procedimientos, por una parte, llegaban al resultado correcto, pero no con el procedimiento esperado, realizaban un procedimiento no acorde con lo pedido el cual consistía en encontrar el porcentaje de días despejados y en base a esos daban una respuesta, la cual de casualidad correspondía con la respuesta pero al revisar el procedimiento notábamos que a ellos les daba 86% de probabilidad de días despejados, a lo que realmente el porcentaje era de 63% aproximadamente, al revisar cual fue el error, se encontraba que no calculaban la probabilidad de los tres días seguidos y la que daban era la probabilidad de días despejados con la probabilidad de un solo día.

Por otro lado, teníamos a los estudiantes que encontraban noviembre como el mes para realizar esta actividad, a los que al revisar el procedimiento hallamos el error el cual era referido al no cambio de porcentaje de días nublados a días despejados, ahí se producía el error.

En la segunda pregunta del ítem se tenía que encontrar la probabilidad que sucedieran los tres casos en el cual los estudiantes principalmente tenían dos respuestas solo responder que era 30% porque era la probabilidad más baja, utilizando solo el raciocinio que si tienen que pasar los tres eventos no puede ser

una probabilidad mayor que la que tenía cada uno, utilizando este criterio tenía algo de sustento en la lógica, pero no era el valor correcto ya que en el análisis a priori encontramos que era 18,9%, por otro lado teníamos a estudiantes que calculaban el resultado sacando el promedio de las tres probabilidades.

En ambos casos si había estudiantes que llegaban al resultado y de una forma similar a nuestro análisis a priori.

La pregunta número 5 que principalmente era comparar las respuestas de las preguntas 3 y 4, para así tener en cuenta que los estudiantes trabajaron el objetivo de lenguaje en conjunto con el de matemática. Por un lado, tenemos a las personas que les coincidieron los resultados que al estimar el resultado y al hacerlo con operaciones matemáticas llegaron a lo mismo, por otra parte, tenemos a los que no les coincidían los resultados y se daban cuenta que el estimar resultados no siempre resulta como se espera, y por ultimo estaban los que coincidían el estimativo con el del proceso matemático, pero ambos estaban errados. En opinión personal al hacer estimar un resultado antes que lo predispone y tiende a “empujar” un resultado el cual puede que este errado o no.

6. Conclusión

A lo largo de la investigación se lograron sacar conclusiones importantes para esta tesis, las cuales pueden servir más adelante para otras tesis, o para implantar este método de enseñanza en los centros educacionales del país.

A partir de esta tesis se pudo determinar que el trabajo colaborativo con transversalidad de contenidos es un método viable en cuanto a docentes, ya que estos durante la investigación se mostraron a gusto al trabajar en un fin en común para el aprendizaje de las y los estudiantes.

Bajo la pregunta que formule en la tesis, que en realidad es la pregunta que se hacen varios estudiantes, ¿y esto de que me sirve?, ahora la podemos contestar ya que a través de la modalidad de transversalidad de contenidos y el trabajo colaborativo podemos decir que a la matemática se le está dando un uso y un motivo así los estudiantes aprenden utilizando la matemática, y no creando ejercicios poco realistas en donde se utiliza un contenido.

Adentrándonos a la parte gruesa de esta tesis podemos decir que se logró un impacto en el aprendizaje de las y los estudiantes ya que trabajaron dos asignaturas con un propósito en común, por lo tanto, tenían una meta clara y un punto al cual llegar y utilizaban las asignaturas de lenguaje y matemática como herramientas para llegar al aprendizaje esperado. Por otro lado, tenemos la optimización del tiempo en los docentes ya que utilizan el trabajo colaborativo con mayor efectividad y surgen más ideas ya que hay tres profesionales elaborando material para un fin en común.

Basándonos en nuestras hipótesis podemos decir que la tendremos que rechazar ya que no se pudo medir con precisión si el aprendizaje significativo de las y los estudiantes fue de un 20 %, por lo que queda un posible tema para un estudio más profundo sobre este tema, para poder lograr determinar si esta hipótesis puede llegar a ser lograda con esta metodología de trabajo.

En esta investigación se cumplieron los objetivos específico con los cuales a su vez de cumplieron los objetivos generales y lo primordial que se está demostrando nuevas maneras de generar un aprendizaje significativo en las y los estudiantes, donde los docentes están unidos con esta finalidad.

En la educación chilena tenemos modelos de educación de distinta índole, que van por distintos caminos, pero este modelo es en conjunto con los colegas de las distintas asignaturas, es como volver al inicio ya que todas las ciencias nacen de una ciencia madre, ahora con este método se logra volver a reunir estas ciencias para trabajar por un bien común y utilizarlas como herramientas para solucionar problemas o casos de la humanidad.

- Bibliografía y linkografía Básica

Aguilar, P., Farfán, R. M., Lezama, J., Moreno, J. (1997). Estudio didáctico de la función 2^x . Actas de la undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México. Grupo Editorial Iberoamérica, 19-23.

Artigue, M. (1998). Ingeniería didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). Ingeniería didáctica en educación matemática. Colombia. Una empresa docente.

Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Academic Publishers.
Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. AIQUE, Argentina.

Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En Barbin, E., Douady, R. (Eds.). Enseñanza de las matemáticas: Relación entre saberes, programas y prácticas. Francia. Topiques éditions. Publicación del I.R.E.M.

Farfán, R. M., Ferrari, M. (2001). Ingeniería Didáctica. Un ejemplo construido para la función 2^x . Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México. Grupo Editorial Iberoamérica, Volumen 14, 408-415.

Cardona, J. Arias, J (2008) DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD CONDICIONAL

https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052000000100006#r11

http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/2135/1/Rodriguez_Rojas_Felipe.pdf

https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052000000100006

<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/2266/mono-994.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

<https://www.docentemas.cl/portafolio/que-dice-la-literatura/>

- Cronograma:

Etapas	Faces	abr	may	jun	Jul	ago	sep	oct	nov	dic
anteproyecto	Selección y delimitación del problema	■								
	Problematización		■							
	Justificación		■							
	Marco teórico			■	■					
	Metodología					■				
investigacion	Estudio de disponibilidad horaria del establecimiento						■			
	Charla con equipo directivo del establecimiento						■			
	Elaboración del instrumento de medición							■		
	Elaboración de consentimiento informado							■		
	Validación de instrumento de medición y consentimiento informado							■		
	Entrega de consentimiento informado								■	
	Retiro de consentimiento informado								■	
	Aplicación de metodología								■	
Ejecución	Aplicación de test								■	
	Revisión de test									■
Análisis	Análisis a posteriori									■
	Análisis de resultados									■
	Elaboración de borrador									■
Cierre										■

Anexo 1.

Pre test de la investigación: “El impacto en el aprendizaje significativo de los estudiantes de segundo año medio del colegio polivalente las camelias, generado por el trabajo colaborativo de los docentes de lenguaje, matemática y educación diferencial”

Objetivo de aprendizaje a evaluar: Mostrar que comprenden el rol de la probabilidad en la sociedad:

- Revisando informaciones de los medios de comunicación:
- Identificando suposiciones basadas en probabilidades.
- Explicando cómo una probabilidad puede sustentar suposiciones opuestas.
- Explicando decisiones basadas en situaciones subjetivas o en probabilidades.

Instrucciones:

- ✓ (1) La información extraída de este documento solo será revisada por la persona a cargo de la investigación.
- ✓ (4) Solo responda lo que usted sabe. No copie las respuestas de su compañero.
- ✓ (2) Cualquier duda, diríjase a la persona que está a cargo de aplicar el test.
- ✓ (3) Responda el test de forma ordenada y secuencial.

I. Observa las imágenes a continuación y responda las preguntas 1 y 2:

La olvidada bandera perfecta de Chile

● **Matemático chileno** aseguró en un medio español que el emblema patrio de 1818 tiene un fuerte simbolismo geométrico.

IVÁN URBINAR.

Fue el símbolo patrio más importante hace 200 años, pero no duró mucho tiempo como tal, y pasó casi inadvertido. La bandera de la independencia de Chile es considerada por algunos matemáticos como un emblema que geométricamente es casi perfecto.

Así lo dejó de manifiesto el Doctor en Matemáticas de la Universidad de Santiago, Andrés Navas Flores, en una columna de opinión publicada en el diario El País, de España.

La bandera fue diseñada el 18 de febrero de 1818 por el ingeniero militar Antonio Arcos para utilizarse en la independencia del reino español. Lo sorprendente es la perfección de sus proporciones.

Para muchos matemáticos, la cifra 1,6180339887 es el número de oro, debido a que aparece en muchos escenarios, como en la

diversas partes del cuerpo. No por nada, artistas de la talla de Leonardo Da Vinci y Salvador Dalí solían utilizar este número como guía para la proporción de sus obras.

Este guarismo encamina la conformación de la ex bandera chilena en las proporciones que tiene entre sus tres colores: blanco, rojo y azul.

Si bien la bandera de la independencia es bastante similar a la que utilizamos actualmente, tiene algunas diferencias. Por ejemplo, tiene dos escudos en cada lado y diferentes al actual, y dentro de la estrella pentagonal tiene una figura de ocho puntas.

Las proporciones con las que se conforma la bandera actual también son diferentes, y alejadas de la perfección que tuvo aquella olvidada insignia del país.

En la actualidad, el único ejemplar sobreviviente del símbolo patrio se encuentra en el Museo

LA FECHA

200

AÑOS

han pasado desde que el ingeniero militar y banquero español, Antonio Arcos, diseñó la bandera de la independencia de Chile. Este símbolo patrio fue utilizado durante 17 años como emblema nacional.

Listado de remuneración bruta aproximada

CARGO	SUELDO
Presidente de la República	\$9 millones y medio aprox.
Ministros	\$7 a 9 millones aprox.
Parlamentarios	\$9 millones aprox.
Ministros de la Corte Suprema	\$9 millones aprox.
Fiscal Nacional	\$9 millones aprox.
Fiscales regionales	\$5 a 6 millones aprox.

*Fuente: “Remuneraciones de las principales autoridades y funcionarios del país” a mayo 20218.

IMAGEN N°1

IMAGEN N°2

Estallido social: Más de 17 mil imputados

La Fiscalía de Chile informó hoy que 25.505 personas han sido llevadas a Audiencias de Control de Detención (ACD), por diversos delitos entre el inicio de las manifestaciones sociales en el país, el 18 de octubre y el 15 de noviembre. La cifra es 18% superior a la registrada en el mismo período de 2018, en tanto que el mayor número de imputa-

dos se concentra en las regiones Metropolitana, de Valparaíso y Biobío. De acuerdo al análisis divulgado por la Gerencia de Estudios del Ministerio Público, el total de formalizados en el período ascendió a 17.434 personas, lo que involucra un 72% de incremento respecto de igual fase de 2018.

El 88% de los imputados pasados fueron detenidos en flagrancia. Entre el total de formalizados, la Fiscalía pidió y logró 1.431 prisiones preventivas. Las cuatro fiscalías regionales metropolitanas concentran el 33% de los imputados (8.498 personas), seguidas de Valparaíso (4.120) y Biobío (2.046).



Robo en lugar no habitado (saqueo) fue el principal delito registrado. Creció en un 213%, con 2.236 detenidos.

IMAGEN N° 3

SOÑADO: NACIÓ DELIVERY DE MOTE CON HUESILLOS

● Gracias a @TeLoLlevoPedidos, podrá recibir esta delicia nacional en la puerta de su casa, y derrotar al calor de este verano. ¡Salud!

IMAGEN N° 4

EL TIEMPO		SANTIAGO →			MAÑANA			REGIONES		
HOY		11/24			12/23					
Arica	19/23	19/23	17/23	Chillán	12/22	7/21	6/23			
Iquique	18/24	18/23	17/23	Concepción	13/17	9/17	7/19			
Antofagasta	17/23	16/21	16/22	Temuco	10/17	6/14	3/14			
Copiapó	15/24	13/27	13/28	Valdivia	4/14	2/13	0/13			
La Serena	14/21	13/23	13/23	Pto Montt	6/19	4/15	2/16			
Valparaíso	13/21	11/20	10/21	Coyhaique	9/12	6/9	4/7			
Rancagua	10/23	11/22	6/25	Punta Arenas	5/14	5/12	4/10			
Talca	13/24	13/20	6/23							

IMAGEN N° 5

1. Identifica cuál de las informaciones extraídas de revistas, diarios o alguna página de internet es relacionable con probabilidad, de ser así nombra de qué manera se relaciona.

2. De los casos presentados, reconoce en cuál de ellos se puede utilizar la probabilidad para tomar una decisión.

3. Resolver los siguientes problemas de la vida real, con resultados basados en creencias o resultados estimativos.

Un club de interesados en astronomía quiere organizar una competencia de observaciones astronómicas, para lo cual se requieren, por lo menos, tres días seguidos de cielo despejado. Para planificar la mejor fecha en el período entre noviembre y abril, disponen de datos meteorológicos de la zona, basados en observaciones realizadas durante los últimos 25 años.



MES	NOV.	DIC.	ENE.	FEB.	MAR.	ABR.
Probabilidad de que el día esté nublado (%)	28	25	16	17	14	21

Estimar cual será la mejor fecha para la investigación

En el marco de un proyecto de estadística, un grupo de alumnos y alumnas realizó encuestas acerca de tres preguntas de interés. Pregunta 1: ¿Será lluvioso el próximo año? Pregunta 2: ¿Subirá el cambio del peso chileno frente dólar estadounidense el próximo año? Pregunta 3: ¿Clasificará la selección chilena para el próximo mundial de fútbol? Las tres preguntas fueron respondidas por cada persona. El resultado se registra en la siguiente tabla:



PREGUNTA N°	1	2	3
PORCENTAJE DE "SÍ"	30 %	70 %	90 %

Estimar la probabilidad que sucedan los tres casos

4. Resolver los siguientes problemas de la vida cotidiana, basando las respuestas en la teoría probabilística.

Un club de interesados en astronomía quiere organizar una competencia de observaciones astronómicas, para lo cual se requieren, por lo menos, tres días seguidos de cielo despejado. Para planificar la mejor fecha en el período entre noviembre y abril, disponen de datos meteorológicos de la zona, basados en observaciones realizadas durante los últimos 25 años.



MES	NOV.	DIC.	ENE.	FEB.	MAR.	ABR.
Probabilidad de que el día esté nublado (%)	28	25	16	17	14	21

Determinan los porcentajes de los días de cielo despejado.

Los organizadores del evento quieren un porcentaje de por lo menos un 60 % de probabilidad estimada para tres días seguidos de cielo despejado. Responden en qué meses sería conveniente realizar la competencia.

--	--

En el marco de un proyecto de estadística, un grupo de alumnos y alumnas realizó encuestas acerca de tres preguntas de interés. Pregunta 1: ¿Será lluvioso el próximo año? Pregunta 2: ¿Subirá el cambio del peso chileno frente dólar estadounidense el próximo año? Pregunta 3: ¿Clasificará la selección chilena para el próximo mundial de fútbol? Las tres preguntas fueron respondidas por cada persona. El resultado se registra en la siguiente tabla:



PREGUNTA N°	1	2	3
PORCENTAJE DE "SÍ"	30 %	70 %	90 %

- Responden con qué probabilidad pueden ocurrir los tres eventos.

5. Compare las respuestas de las preguntas 3 y 4. Señale cuál fue la diferencia entre las respuestas.
