Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO Facultad de Ingeniería Departamento de Ingeniería en Maderas



TESIS DE GRADO

Magister en Ciencia y Tecnología de la Madera

Luis Felipe Acuña Alegría

Determinación Inversa de la Conductividad Térmica en Madera de Pinus radiata

Director: Dr. Carlos Salinas Lira

Co-director: Rubén Ananías Abuter

Fecha: Abril 2017



AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi Profesor Guía Don Carlos Salinas por su valioso apoyo durante todo este periodo académico, puesto que siempre ha estado presente para aclarar mis inquietudes o simplemente brindarme un buen consejo.

Gratifico además, al grupo de trabajo que me rodeó durante el desarrollo de esta Tesis de Grado. Particularmente, me refiero al equipo de Secado del Departamento de Ingeniería en Maderas de la Universidad del Bío-Bío, conformado por Don Rubén Ananías, Linette Salvo, Víctor Sepúlveda y Héctor Sepúlveda. Por su apoyo y disposición, gracias.

A continuación, agradezco enormemente la presencia de mis padres, hermanos, abuelos, tíos y primos en mi vida, porque sin ellos jamás habría sido capaz de iniciar, y por supuesto, concluir esta etapa universitaria. Todos ellos fueron participantes activos en esta carrera, por lo tanto, más que un simple gracias, se merecen este logro tanto o más que yo. Ustedes son mis principales impulsores, los quiero mucho.

Asimismo, le doy las gracias a la persona más importante de mi vida, Graciela. Eres la persona más linda, humilde y bondadosa que he conocido. Has sido mi compañera incondicional durante mucho tiempo y por eso gran parte de logro también es tuyo. Además, eres la mujer que me ha dado la mayor alegría del mundo al permitirme ser padre del niño más hermoso que existe, nuestro hijo Agustín. Por todo esto y mucho más, infinitas gracias. Te amo.

Para finalizar, se agradece al Grupo de Secado y Tratamientos Térmicos de la Madera de la Universidad del Bío-Bío, por otorgar financiamiento a través del proyecto **FONDEF ID14I10231**.



DEDICATORIA

El presente trabajo se lo dedico a mi hijo Agustín; el niño que ha cambiado mi vida en todo aspecto y que gracias a él, tengo las fuerzas necesarias para enfrentar el mundo. Eres lo mejor que he hecho en esta vida y por eso, cuando algún día leas estas líneas sabrás que cada una de ellas fue escrita pensando en ti. Agustín, eres la persona por quien lucho a diario y por eso te amo inmensamente.

Asimismo, aprovecho esta oportunidad para reconocer a dos personas que ya no se encuentran con nosotros desde hace un tiempo. Tío Christian y tía Lucy, este logro también va dedicado a ustedes. Nunca he dejado de pensarlos y viven para siempre en mi memoria, los quiero mucho.



RESUMEN

Se realizan experimentos a escala de laboratorio para caracterizar el secado artificial de madera de *Pinus radiata* a temperaturas convencionales (70/50°C) y aceleradas (90/60°C): distribuciones transitorias y espaciales de contenidos de humedad y temperatura, así como, determinación de propiedades térmicas (conductividad térmica y calor específico) en función del contenido de humedad.

Los datos experimentales obtenidos permiten, en primera instancia, determinar la conductividad térmica de la madera a través de metodología inversa y también, validar los valores numéricos obtenidos.

El análisis comparativo muestra que la implementación de la metodología inversa desarrollada entrega información consistente con datos experimentales obtenidos y/o disponibles en la literatura especializada: conductividades térmicas crecientes con el aumento de la humedad y la temperatura, cuyos valores fluctúan entre 0,34 y 0,56 (W/m K) para variaciones de humedad entre 22% y 64%; y temperaturas entre 70°C a 90°C, respectivamente.

Por último, conclusiones son dadas en base a la pertinencia de determinar propiedades de transporte a través de metodología inversa y su posterior validación con datos experimentales. En este sentido, se presentaron errores que fluctúan entre 3,83% y 12,7% para programas de secado 70/50°C y 90/60°C, respectivamente.



ABSTRACT

Laboratory scale experiments are performed in order to characterize the artificial wood drying of *Pinus radiata* at conventional temperatures (70/50°C) and accelerated temperatures (90/60°C). Transient and spatial distributions of moisture content and temperature are computed, an also thermal properties (thermal conductivity and specific heat) are determined in function of moisture content. The experimental data allow to determine the wood thermal conductivity through inverse methodology, and also permit to validate the numerical results obtained.

The comparative analysis shows that the implementation of the developed inverse methodology gives consistent information with the experimental data and with the information available in the specialized literature; which means increased thermal conductivities with increased humidity and temperature, whose values oscillate between 0.34 and 0.56 (W/m K) to moisture variations between 22% and 64%; and temperatures between 70°C and 90°C, respectively.

The conclusions are given based on the pertinence of determining transport properties through the inverse methodology, and its later validation with experimental results. In that sense, the error present fluctuations between 3,83% and 12,7% to drying programs 70/50°C and 90/60°C, respectively.



ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	7
HIPÓTESIS19	9
OBJETIVOS	9
Objetivo General19	9
Objetivos Específicos19	9
CAPÍTULO 1	0
MATERIALES Y MÉTODOS2	1
Materiales2	1
Descripción del experimento22	2
Equipamiento	2
Resultados experimentales29	9
CAPÍTULO 243	3
CAPÍTULO 2	3 4
CAPÍTULO 2	3 4 <i>4</i>
CAPÍTULO 2	3 4 <i>4</i> 5
CAPÍTULO 2	3 4 <i>4</i> 5 2
CAPÍTULO 2	3 4 <i>4</i> 5 2 1
CAPÍTULO 2	3 4 <i>4 5</i> 2 1 5
CAPÍTULO 2	3 4 <i>4</i> 5 2 4 5 5 5
CAPÍTULO 2 43 MODELACIÓN 44 Modelo Matemático 44 Modelo Numérico 44 Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (α) 52 CAPÍTULO 3 54 RESULTADOS Y DISCUSIÓN 55 Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (α) 55 Determinación de la conductividad térmica en la madera 60	3 4 <i>4</i> 5 2 4 5 5 7
CAPÍTULO 2 43 MODELACIÓN 44 Modelo Matemático 44 Modelo Numérico 44 Modelo Numérico 44 Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (α) 52 CAPÍTULO 3 54 RESULTADOS Y DISCUSIÓN 55 Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (α) 52 Determinación de la conductividad térmica en la madera 60 CONCLUSIONES 65	3 4 <i>4</i> 5 2 4 5 5 5 5 5
CAPÍTULO 2 43 MODELACIÓN 44 Modelo Matemático 44 Modelo Numérico 44 Modelo Numérico 44 Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (α) 52 CAPÍTULO 3 54 RESULTADOS Y DISCUSIÓN 55 Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (α) 55 Determinación de la conductividad térmica en la madera 66 REFERENCIAS 65	3 4 <i>4</i> 5 2 4 5 5 7 5 7



INTRODUCCIÓN

La madera tiene diversas aplicaciones debido a sus atributos decorativos y también por sus propiedades físico-mecánicas (en construcción civil, mobiliarios, como fuente de energía, entre otros), de lo cual toma ventajas frente a otros materiales. Sin embargo, por provenir de organismos vegetales vivos posee un contenido de humedad elevado, cuya presencia puede ser no deseada. En este sentido, en lo mínimo, la madera requiere ser tratada para disminuir sus niveles de humedad contenidos en su estructura (Muñoz, 2008), puesto que la madera seca posee variadas ventajas: previene el ataque de hongos e insectos; disminuye su densidad; aumenta su resistencia mecánica; facilita los procesos de industrialización, favorece la aplicación de pinturas y adhesivos, entre otros. Lo anterior, conlleva a considerar un aporte energético para producir este resultado pero hay factores que deben ser considerados antes de secar el producto (especie, edad, porción albura-duramen, contenido de humedad, tipo de corte, entre otros) si se quiere un producto de madera seca de calidad.

La aplicación de un proceso de secado de madera, implica un aporte de calor para producir la emigración de su contenido de humedad desde su interior hacia el ambiente de secado. Este fenómeno es denominado como cinética de secado, el cual es caracterizado a partir de la representación de la evolución de las condiciones ambientales y de la madera en el transcurso del tiempo (Ananías *et al.*, 2005).

La cinética de secado de madera normalmente presenta tres etapas. La primera etapa, comienza desde el contenido de humedad verde hasta el contenido de humedad crítico (CHC) y se caracteriza por un flujo libre de agua entre la superficie de la madera y el ambiente (velocidad de secado constante). En la segunda etapa, que tiene lugar desde el CHC hasta el *Punto de Saturación de las Fibras* (PSF). En esta etapa, la tasa de secado se ralentiza debido al desplazamiento del frente de evaporación desde la superficie hacia el interior de la madera, provocando una disminución pronunciada de la pendiente de la curva característica. Finalmente, la tercera etapa, se inicia cuando el contenido de humedad de la madera alcanza el PSF y se detiene en el contenido de humedad de equilibrio (CHE), también denominado rango higroscópico (Stamm, 1964; Siau, 1984; Skaar, 1988; Keey *et*



al., 2000), que se caracteriza por un decaimiento exponencial de la tasa de secado (Pang, 1996a; Ananías *et al.*, 2005; Gatica *et al.* 2011) (ver Figura 1).



Figura 1. Fases del secado convencional.

Los mecanismos de transporte de masa asociados al proceso de secado pueden ser caracterizados de acuerdo al estado del agua en su interior (Skaar, 1988): agua líquida en las cavidades celulares y posiblemente en las paredes celulares, vapor de agua en las cavidades celulares, y agua ligada en las paredes celulares.

Cuando el contenido de humedad es superior al PSF, la humedad extraída está asociada al transporte de agua libre llevada a cabo principalmente por capilaridad. En esta etapa, puede suceder que el material falle por colapso, debido a que dentro de los lúmenes se pueden originar tensiones capilares tan altas que exceden la resistencia de las paredes celulares, produciéndose aplastamiento celular, que induce agrietamientos de diversa intensidad (Siau, 1984). Por otra parte, el movimiento de vapor sobre el PSF se vuelve importante sólo cuando existen grandes gradientes de presión asociados al proceso de secado, esto es, cuando se aplican altas temperaturas y cuando la madera es altamente permeable (Skaar, 1988). Por lo mismo, a bajas temperaturas de secado el movimiento de vapor al interior del material tiene una baja contribución.

Luego, avanzando en el proceso de secado a un punto inferior al PSF, el agua a ser extraída se encuentra ligada a las paredes celulares por grupos de abundantes hidroxilos libres de la



celulosa y hemicelulosa (Stamm, 1964; Siau, 1984; Bodig y Jayne, 1993; Keey *et al.*, 2000; Vidal y Cloutier, 2005; Crespo *et al.*, 2013). No obstante lo anterior, cabe mencionar que no todos los grupos OH de la celulosa se encuentran disponibles para captar moléculas de agua, debido a su ordenamiento espacial (macromoléculas de celulosa ordenadas entre sí que constituyen estructuras cristalinas) (Simpson, 1980; Siau, 1984; Bodig y Jayne, 1993; Keey *et al.*, 2000). Entonces, en esta etapa del secado, el transporte de humedad es de tipo difusivo, propiciado por gradientes de concentración (Siau, 1984; Haque, 2007a; Salinas *et al.*, 2013). Por lo demás, para extraer dicha humedad se requiere de un aporte de energía adicional que permita romper las mencionadas ligaciones (Simpson, 1980; Ananías *et al.* 2012).

El coeficiente difusivo (D) es un parámetro capaz de describir la velocidad con que el agua es transferida por difusión al interior de la madera (Cai, 2005). Tenorio *et al.* (2014), estudiaron los factores que influían en el coeficiente de difusión, experimentando con astillas de diez especies de árboles de rápido crecimiento, concluyendo que el proceso difusivo está correlacionado positivamente con el contenido de humedad, y negativamente con el aumento de la densidad básica. Esto es confirmado con la literatura especializada (Siau, 1984; Skaar, 1988).

Hukka (1999), por su parte, propuso un parámetro que describía de manera generalizada, todos los mecanismos de transporte asociados al proceso de secado de la madera. A éste se le denominó *Coeficiente de Difusión Efectiva* y su utilización resulta ser bastante útil por su simplicidad. En este contexto, Gática *et al.* (2011), aplican este concepto para simular el secado de pino radiata bajo condiciones sicrométricas de 44/36°C, logrando caracterizar la pérdida de humedad de esta madera satisfactoriamente.

En base a lo mencionado previamente, es que la capacidad que posee el material para eliminar humedad durante el proceso de secado también funciona en sentido contrario, es decir, el material igualmente tiene la habilidad de captar humedad dentro del rango higroscópico (intervalo entre el PSF y el CHE). En este contexto, cuando la madera se expone a un ambiente cambiante de humedad relativa, éste ganará o cederá agua hasta lograr una condición estable de contenido de humedad. Además, si el ambiente se encuentra a temperatura constante, la relación entre la humedad relativa y el contenido de



humedad de la madera se pueden caracterizar por medio de las denominadas isotermas de sorción: proceso conformado por la combinación de adsorción y desorción de vapor de agua (Stamm, 1964).

En particular, el fenómeno de sorción se identifica porque la isoterma de desorción es superior a la isoterma de adsorción (ver Figura 2). Dicha diferencia entre ambas isotermas es conocida como histéresis y se produce porque mientras la madera se está secando, la hemicelulosa se está degradando (a 80°C aproximadamente), provocando que el material pierda potencial para captar la misma cantidad de humedad que en su momento cedió, puesto que dicho polímero es el componente más higroscópico que lo conforma (Siau, 1984; Bodig y Jayne, 1993). No obstante, hay que considerar que la humedad relativa y la temperatura no son los únicos factores influyentes en este fenómeno, porque las condiciones previas de secado y las características físico-químicas que forman parte del material, también son importantes, como por ejemplo: la densidad o la cantidad de extraíbles (Skaar, 1988).



Figura 2. Isotermas de sorción de la madera a una temperatura determinada.



El Pinus radiata, que constituye el grupo de las coníferas, presenta una configuración leñosa ordenada y simple, y está conformada principalmente por traqueidas, radios leñosos, células epiteliales y radiotraqueidas (Stamm, 1964; Fernández y Salvo, 2003) (ver Figura 3). Debido a esto, esta especie posee gran facilidad para dejarse permear (Salvo et al., 2004), permitiendo utilizar programas de secado dentro de un amplio intervalo de condiciones sicrométricas: 70/50°C - 140/90°C. Así lo han demostrado diferentes estudios realizados por Ananías et al. (2005); Haque (2007b); Salinas et al. (2008); Gática et al. (2011); entre otros. No obstante, sus propiedades pueden variar fuertemente dependiendo de la zona analizada, por ejemplo: entre albura y duramen se pueden encontrar contenidos de humedad inicial (estado verde) que fluctúan entre 120-200% para albura y 40-50% para duramen; o densidades 1,4 veces mayor en albura que duramen (Haque, 2007b). Lo anterior también es respaldado por la literatura especializada (Siau, 1984; Bodig y Jayne, 1993), en la cual se menciona que la madera al ser un material con características anisotrópicas, sus propiedades varían en todas direcciones, particularmente, en las direcciones ortotrópicas: radial, tangencial y longitudinal. Esto se debe fundamentalmente a sus características anatómicas (Díaz-vaz, 2003). En este contexto, el contenido de humedad en la sustancia leñosa no es uniforme, afectando de manera importante sus propiedades físico-mecánicas. Es por ello, que la determinación de la distribución espacial y temporal del contenido de humedad en la madera durante el proceso de secado es esencial para conocer la variación de sus propiedades.



Figura 3. Planos principales de la madera de pino radiata: a) Plano transversal, b) Plano tangencial, c) Plano radial.



Afortunadamente, el pino radiata al presentar una estructura como la descrita en el párrafo anterior, no se ve afectada por agrietamientos y/o deformaciones, siendo dichas anomalías típicas de las especies latifoliadas, las cuales poseen estructuras menos permeables que las del tipo coníferas (Siau, 1984; Peredo y Figueroa, 1992; Ananías *et al.*, 2001; Díaz-vaz, 2003; Moya y Muñoz, 2008; Miri y Madhoushi, 2013). La relevancia del pino radiata como especie forestal para Chile, radica en que ésta representa el 96% en la industria nacional del aserrío que produce más de 8,3 millones de metros cúbicos de madera aserrada, del cual el 30% corresponde a materia de exportación, siendo China, Corea del Sur y México; los principales mercados de destino (INFOR, 2016) (ver Figura 4).



Figura 4. Producción de madera aserrada por especies.

Dentro del proceso de secado, existen parámetros encargados de describir la transferencia de energía y masa producida entre el ambiente y la madera. Uno de ellos es la conductividad térmica (k), que representa la facilidad con que se transfiere el calor por conducción (Incropera y DeWitt, 1999). Su magnitud es dependiente del tipo de material, y considera la composición celular heterogénea de la madera (forma, dimensión, orientación, composición química y ultra-estructura) (Díaz-vaz, 2003). Así lo han manifestado diferentes autores (Siau, 1984; Cai y Garrahan, 2006; Haque, 2007b), indicando que las propiedades que influyen mayormente en la magnitud de k son el contenido de humedad y la densidad de la madera.



En consecuencia, al conocer la conductividad térmica del material, es posible determinar la velocidad con que se transfiere el calor por conducción. Sin embargo, a este mecanismo de transferencia de calor se le suma la convección, que es otro mecanismo de transferencia de calor predominante durante el proceso de secado, el cual utiliza aire húmedo como medio para transferir calor y transportar la humedad liberada desde el sólido (Sánchez, 2007). Dos parámetros importantes a considerar en este mecanismo de transferencia son los coeficientes convectivos de transferencia de calor y masa (α y β , respectivamente), los cuales cuantifican la influencia de las propiedades del fluido, la superficie y del flujo cuando se produce la transferencia de calor convectiva (Incropera y DeWitt, 1999). En este contexto, las distintas variables que influyen en sus magnitudes son: la diferencia de temperatura y concentración de humedad (respectivamente) entre la superficie del material y la masa de aire circundante, la velocidad, la viscosidad, la densidad y la difusividad térmica del aire. Estas propiedades son representadas por números adimensionales como el número de *Reynolds, Prandtl, Nusselt, Sherwood, Schmidt*, entre otros (Siau, 1984; Sánchez, 2007; Salinas *et al.*, 2008).

Por otra parte, cuando un sistema físico establece que sus características no varían en el tiempo, se entiende que el proceso se encuentra en estado estacionario. En cambio, cuando el sistema se ve afectado por variaciones de tipo espacial y temporal, el sistema es gobernado por un régimen transitorio (Patankar, 1980; Incropera y DeWitt, 1999).

Asimismo, de acuerdo a la complejidad del medio en estudio, se define la dimensión del sistema, por ejemplo, si se desea determinar cómo se difunde la temperatura a lo largo de una barra metálica, la dimensión del problema se podría clasificar como unidimensional porque sólo es relevante la difusión de energía térmica en una sola dirección. Análogamente, si el material es reemplazado por una placa de dimensiones m x n y espesor despreciable, ocurre el mismo fenómeno expuesto recientemente, sólo que ahora el dominio será bidimensional. El mismo razonamiento se cumple para un esquema tridimensional. Si bien, la primera condición limita la variación de las propiedades a la dirección de flujo, ofrece simplicidad, buenas aproximaciones y facilidad de extensión a 2D ó 3D (Cuadrado *et al.*, 2008).



En este sentido, las tablas de madera aserrada empleadas en los procesos de secado tradicionales se caracterizan por presentar una geometría bien definida; con un espesor, una anchura y un largo. En particular, las tablas se fabrican con la dirección radial y tangencial en el sentido del espesor, conocidas industrialmente como madera floreada y cuarteada, respectivamente (Haygreen y Bowyer, 1982). Para todos los casos, el largo de la pieza de madera coincide con la dirección longitudinal, por lo tanto, los flujos de calor y masa predominan en la dirección transversal, acotados por su espesor y ancho, coincidentes con el plano ortotrópico radial-tangencial (Haque, 2007a). Por esta razón, es que en este estudio sólo es analizada la transferencia de calor y humedad en el sentido radial y tangencial (esquemas unidimensionales).

Una vez definidas las características y dimensión del problema en estudio, un modelamiento matemático que describa el fenómeno, puede ser aplicado. La modelación matemática se encarga de representar el comportamiento de un determinado proceso utilizando las ecuaciones diferenciales fundamentales del fenómeno en cuestión (Millán *et al.*, 2011). Particularmente, en el secado de la madera, las ecuaciones diferenciales gobernantes para modelos difusivos se rigen de acuerdo a lo descrito en la Ley de Fourier y Ley de Fick.

La Ley de Fourier, postula que el flujo de calor por conducción en un medio isótropo es proporcional y de sentido contrario al gradiente de temperatura en esa dirección (Siau, 1984; Incropera y DeWitt, 1999).

$q = -k \nabla T$

donde *q* es el flujo de calor por conducción, por unidad de superficie (W/m²); *k* es la constante de proporcionalidad: la Conductividad Térmica (W/m K) y ∇T es el gradiente de temperatura en el interior del material (K/m).

La Ley de Fick, por su parte, establece que un flujo difusivo que atraviesa una superficie es directamente proporcional al gradiente de concentración (Siau, 1984).

$$J = -D \nabla C$$



donde *J* es el flujo difusivo por unidad de superficie (kg/s m²); *D* es la constante de proporcionalidad: el Coeficiente Difusivo (m²/s) y ∇C es el gradiente de concentración (kg/m³ m).

Por consiguiente, modelar el secado de la madera permite caracterizar el proceso evolutivo del material cuando se ve enfrentado a diferentes condiciones sicrométricas. La ventaja de esta herramienta es la predicción de comportamiento, pudiendo optimizar el proceso en estudio. Así se ha demostrado en distintas oportunidades, como por ejemplo, en Salinas *et al.* (2011), donde se simula el secado de madera de álamo (*Populus tremuloides*) para evaluar los esfuerzos normales y cortantes que surgen en el proceso. Así, identificando los puntos más propensos a fallar, es posible centrar la atención en los mismos para evitar tales consecuencias. Entonces, para mejorar el secado de esta especie habría que fijar las condiciones sicrométricas más adecuadas que permitan el máximo ahorro de energía y la reducción de tensiones producto del estrés térmico.

Otro estudio que ejemplifica el uso de los formulismos matemáticos que describen la física de la madera, es la investigación realizada por Salinas *et al.* (2008), donde caracterizaron el secado de *Pinus radiata* a escala industrial para obtener los coeficientes globales de transferencia de calor y masa. Luego, dichos parámetros fueron incluidos en el modelamiento permitiendo simular la cinética de secado validada con datos experimentales. Los resultados indicaron que la simulación matemática describía adecuadamente el proceso de secado aportando información del detalle del transporte de humedad al interior de la madera.

A continuación, cuando el modelo matemático se ha establecido, el siguiente paso es definir el modelo numérico. Dicho método numérico, es una herramienta que permite integrar el modelo matemático diferencial, es decir, es un algoritmo que permite resolver ecuaciones diferenciales por medio de aproximaciones discretas auxiliado por el cálculo computacional (Millán *et al.*, 2011).

En este contexto, se utilizan distintas técnicas (Cuadrado *et al.*, 2008), entre las más destacadas se tiene el Método de Elementos Finitos (MEF), el Método de Diferencias Finitas (MDF) y el Método de los Volúmenes Finitos (MVF)

Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile



En particular, en este proyecto se utilizará el MVF, el cual consiste, básicamente, en la discretización del dominio de cálculo en un número finito de volúmenes de control, de modo que cada punto (nodo) de la malla esté rodeado por uno de estos volúmenes de control. Luego, se integra la ecuación diferencial original sobre cada volumen de control, logrando como resultado una versión discretizada de dicha ecuación (Patankar, 1980; Versteeg y Malalasekera, 1995).

Además, cuando se obtiene la solución de la variable dependiente, sólo se considera como solución los valores en los nodos de la malla, sin hacer referencia a los valores de esta variable entre los nodos, por lo tanto, las fórmulas de interpolación se toman como funciones auxiliares para evaluar las integrales presentes en la formulación. Entonces, una vez obtenida la ecuación discretizada, se puede prescindir de la función de interpolación impuesta (Versteeg y Malalasekera, 1995).

Este método numérico ha sido utilizado en innumerables oportunidades y en diferentes áreas de la ciencia. Por mencionar algunas investigaciones, se tiene la de Gática *et al.* (2011), quienes determinaron las distribuciones espaciales y temporales de los gradientes de humedad que se producen en la madera de pino radiata bajo condiciones sicrométricas de 44/36°C. Después, los resultados numéricos fueron comparados con los experimentales y se llegó a la conclusión que las simulaciones son satisfactorias debido a que describen adecuadamente el fenómeno difusivo estudiado.

Por otra parte, Moraga *et al.* (2011) modelaron la transferencia de calor y masa en procesos agroalimentarios utilizando como herramienta numérica el MVF. Específicamente, estudiaron la convección y difusión producto de la interacción entre distintos alimentos (durazno, cerezas y uvas) y el ambiente de secado. Al finalizar la investigación, concluyeron que la simulación es capaz de predecir el comportamiento de los frutos a los diferentes cambios climáticos (velocidad, humedad y temperatura del aire), disminuyendo los costos agrícolas y mejorando la calidad final.

También se puede citar el estudio de Cuadrado *et al.* (2008), quienes emplearon el MVF como herramienta para modelar el comportamiento de un fluido compresible bajo condiciones de flujo unidimensional e isentrópico. En este caso, los problemas analizados



fueron dos: el de *Riemann* y el del tubo *DeHaller*, ambos usados ampliamente en la dinámica de fluidos para caracterizar el desempeño de flujos compresibles. La simulación resultante terminó siendo adecuada ya que permite comprender la fenomenología de los fluidos compresibles en tuberías.

Es así, como un modelamiento matemático es capaz de describir un fenómeno basándose en sus ecuaciones diferenciales gobernantes. Para ser aplicado específicamente en el proceso de secado, es necesario conocer tanto las propiedades asociadas al material como las condiciones sicrométricas del ambiente de secado.

En ocasiones es complejo determinar con precisión los tiempos de calentamiento de la madera, siendo indispensable el conocimiento de la evolución de la temperatura durante el proceso. No obstante, esto se dificulta y se recurre a un algoritmo denominado *Método Inverso*, que consiste en estimar una propiedad (parámetro físico: conductividad, capacidad, etc.) en función de variables dependientes (temperatura, contenidos de humedad, etc.). Por ejemplo, en transferencia de calor, el problema inverso se asocia a la estimación de un flujo de calor desconocido en el borde de un material, usando mediciones de temperatura en las cercanías de la superficie (Özisik y Orlande, 2000).

En un problema clásico de transferencia de calor, la causa es dada y el efecto es lo que se determina. En cambio, en el problema inverso se estima la causa (conductividad térmica) a partir del conocimiento de los efectos (temperaturas). Esto se vuelve útil cuando existen situaciones donde los métodos clásicos de estimación de propiedades no pueden alcanzar la precisión deseada, siendo preferible en dichos casos, utilizar los problemas inversos (Özisik y Orlande, 2000).

Esta técnica fue aplicada por Liu *et al.* (2001) para estimar el coeficiente difusivo en madera de *Quercus rubra* bajo condiciones de secado de 43,4/28,5°C. El análisis numérico empleado para determinar la distribución espacial y temporal del coeficiente fue el Método de Diferencias Finitas. El resultado final permitió concluir que el coeficiente de difusión es función únicamente del contenido de humedad, aumentando rápidamente desde el CHE (5,5%) hasta un 15% (aproximadamente), porque luego el incremento se desacelera de manera gradual hasta llegar al PSF.



Por otra parte, Cai (2005) también utilizó el método inverso para determinar el coeficiente de difusión en el secado de madera de *Abies lasiocarpa*, aprovechando un programa de secado 60/47,5°C. Los resultados fueron comparados con el método tradicional de cálculo. Finalmente se determinó que ambos resultados eran similares y se pudo concluir que las dos técnicas empleadas eran adecuadas para el cálculo de parámetros relacionados con el secado.

Otro ejemplo, es el de Cai y Garrahan (2006), quienes desarrollaron el algoritmo inverso utilizando el Método de Diferencias Finitas, permitiendo la determinación de la distribución espacial y temporal de la conductividad térmica entre el centro y la superficie en madera de *Tsuga heterophyla*, utilizando temperaturas de 70/70°C. Al concluir la investigación comprobaron que la conductividad térmica es un parámetro dependiente del contenido de humedad, por lo que disminuye a medida que la madera se seca y también varía en el intervalo centro/superficie debido al gradiente de humedad producido durante el proceso.



HIPÓTESIS

Se postula como hipótesis de trabajo la formulación de un procedimiento que permita la determinación de la conductividad térmica mediante metodología inversa, basado en un modelo matemático no lineal de difusión de calor, integrado numéricamente a través del Método de los Volúmenes Finitos.

OBJETIVOS

Objetivo General

Desarrollar y validar un procedimiento para la determinación de conductividad térmica de la madera a través de metodología inversa.

Objetivos Específicos

1.- Determinar experimentalmente distribuciones transitorias y espaciales unidimensionales de contenidos de humedad y temperaturas, para tres procesos de secado (70/50°C; 80/55°C y 90/60°C) y dos orientaciones de corte (radial y tangencial).

2.- Determinar experimentalmente la conductividad térmica y el calor específico en la madera de pino radiata para diversos contenidos de humedad.

3.- Determinar a través de metodología inversa la conductividad térmica de la madera y realizar un análisis comparativo de resultados.

Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile

CAPÍTULO 1



MATERIALES Y MÉTODOS

Materiales

En el presente estudio es utilizada madera lateral de pino radiata proveniente de plantaciones forestales del Fundo La Candelaria (Sector El Venado), San Pedro de la Paz, VIII Región. La edad de los árboles es de 14 años, con un diámetro a la altura del pecho (DAP) de 30 cm promedio (ver Figura 1.1). Los árboles muestreados están libres de defectos (ataque de insectos y hongos) y fueron elegidos de manera aleatoria.





Figura 1.1. Madera de pino radiata.



Descripción del experimento

El presente estudio contempla la realización de cuatro experimentos que permiten generar una base de datos para determinar y validar diversos parámetros físicos presentes en modelos matemáticos diferenciales del proceso de secado. En particular, determinar la conductividad térmica de madera de pino radiata como función de su contenido de humedad, a través de metodología inversa, usando distribuciones transitorias y espaciales de contenido de humedad y temperatura en tres condiciones de secado (convencional y acelerado): 70/50 (°C/°C), 80/55 (°C/°C) y 90/60 (°C/°C).

Equipamiento

Se dispone de una Cámara de Clima marca BINDER modelo KMF 115, localizada en el Laboratorio de Tecnología de Secado de la Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile. Para controlar la pérdida de masa se utiliza una balanza de precisión marca A&D modelo GF-4000, que tiene una resolución de 0,01 (g). Finalmente, para obtener la masa anhidra se utiliza una estufa marca BINDER modelo KBW 240 I, donde son expuestas las probetas a una temperatura de 103±2 (°C), utilizando como referencia la Norma NCh176/1.Of84. Esto permite obtener la densidad básica de la madera; usándose para tal efecto, la Norma NCh176/2.Of86.

Por otra parte, con un equipo KD2-Pro se determina la conductividad térmica y el calor específico de la madera a diversos contenidos de humedad, debido a que ambos parámetros dependen de éste. Para ello, se cuenta con una estufa marca HERAEUS modelo T-6120, localizada en el Laboratorio de Calorimetría perteneciente al Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Santiago de Chile. En este contexto, para controlar la pérdida de masa durante el proceso, se usa una balanza de precisión marca BEL *Engineering*, con una resolución de 0,01 (g). Durante este ensayo, las condiciones sicrométricas fueron 70/24 (°C/°C).



a) <u>Curvas de Secado</u>: se efectúan dos ensayos por cada programa de secado (ver Tabla 1.1) y sentido de flujo (radial y tangencial). Desde que las evaluaciones son de carácter destructivo, se tiene especial atención sobre la uniformidad de las probetas en cuanto al tipo de madera: madera lateral libre de defectos y con similar porción de madera temprana y tardía. Los ensayos contemplan una réplica, por lo que se evaluaron un total de 12 ensayos (6 radiales y 6 tangenciales).

En particular, probetas de 5x4x4 (cm) para evaluación, de acuerdo con la norma chilena NCh968.Of86, son extraídas de un panel de madera (48x30x5 cm) compuesto de cuatro tablas, para efectos de propiciar flujo unidimensional de humedad y calor. Las probetas 1 y 2 son obtenidas de la tabla A (radial) y las probetas 3 y 4 obtenidas de la tabla B (tangencial) según se ilustra en la figura 1.2. A dichas probetas se les controla su masa cada cierto tiempo para efectos de determinar su contenido de humedad y consecuentemente, su curva de secado a través de método gravimétrico.



Figura 1.2. Obtención de probetas: a) panel compuesto de 4 tablas, b) probetas de corte radial y tangencial.



b) <u>Perfiles de Temperatura</u>: la temperatura se determina en cuatro puntos equidistantes entre el centro y la superficie (en el sentido del flujo de humedad, radial y tangencial) (ver Figura 1.3). En este contexto, un equipo marca FLUKE modelo Hydra II, registra cada 2 minutos la señal de las termocuplas, las cuales son monitoreadas por un computador. Las evaluaciones contemplan tres programas de secado, dos direcciones de flujo y una réplica para cada condición, de lo cual resulta un total de 12 evaluaciones (6 radiales y 6 tangenciales).







Figura 1.3. Ensayo de perfiles de temperatura: a) montaje al interior de la cámara, b) detalle de la instalación de termocuplas.

c) <u>Perfiles de Humedad</u>: para la determinación de la distribución espacial unidimensional de contenido de humedad (perfiles de CH) se mide la pérdida de masa en 8 posiciones, distribuidas entre el centro y la superficie en el sentido de flujo y para cinco tiempos de secado. Este experimento se replica una vez, por lo que se necesita un total de 60 probetas (30 radiales y 30 tangenciales). En este caso, es supuesta una simetría en el sentido de flujo, por lo cual sólo es fileteada la mitad superior de la probeta.

En este contexto, para la realización del experimento se considera una configuración similar a la descrita en el ensayo de las curvas de secado (ver Figura 1.2), es decir, las probetas para evaluación se extraen de un panel compuesto de 4 tablas, expuesto a un proceso de secado (ver Figura 1.4a). Se realizan cinco evaluaciones de distribución espacial de humedad: para t=8,5; 17; 26; 49 y 72 (h) para el sentido de flujo radial del programa 70/50°C; y de manera análoga, se replica el procedimiento para otros sentidos de flujo y



otros programas de secado. Dichos tiempos fueron escogidos de tal manera que permitieran conformar la curva de secado correspondiente. En consecuencia, los tiempos de evaluación varían conforme varían los programas de secado. Entonces, para cada tiempo de evaluación es cortada una porción lateral colindante de la tabla A o B (ver Figura 1.4b) y de ésta se extraen dos probetas (ver Figura 1.4c), de las cuales se obtienen 8 filetes de la mitad superior de cada una (ver Figura 1.4d). Dicho procedimiento se realiza cinco veces, uno para cada tiempo de evaluación. Consecuentemente, las tablas A y B disminuyen su ancho conforme avanza el proceso de secado.



Figura 1.4. Secuencia experimental para obtener los perfiles de humedad, primera evaluación para t=8,5; 17; 26; 49 y 72 (h) para el sentido de flujo radial del programa $70/50^{\circ}$ C: a) panel compuesto, b) toma de muestra, c) probetas y réplica y d) seccionamiento.



A continuación, en la figura 1.5, se muestra una probeta seccionada en ocho partes (entre el centro y la superficie), para efectos de determinar su distribución espacial de humedad de acuerdo al método gravimétrico.



Figura 1.5. Probeta fileteada en 8 secciones para efectos de describir la distribución espacial de contenido de humedad.

d) <u>Conductividad Térmica y Calor Específico</u>: la medición de ambos coeficientes se realiza con el equipo KD2-Pro (ver Figura 1.6), el cual cuenta con diversos sensores para medir parámetros térmicos en distintos materiales. En particular, para la madera y las propiedades que se desean determinar, el sensor que más se adecua es el tipo SH-1, el cual, es utilizado en este estudio. Para mayores detalles, ver manual Decagon Devices, Inc., (2012).



Figura 1.6. Equipo KD2-Pro y su sensor SH-1.



La medición de la conductividad térmica y calor específico se realiza en las dos direcciones principales de interés: radial y tangencial. Para una mayor representatividad de los resultados, la medición se replica dos veces, necesitando un total de 6 probetas.

Para este ensayo, las probetas requieren dos perforaciones (1,3 mm de diámetro, 6 mm de separación y 30 mm de profundidad) para efectos de instalación del sensor que determinará a diversos contenidos de humedad la conductividad térmica y el calor específico (ver Figura 1.7a). En este sentido, el instrumento KD2-Pro realiza la medición de conductividad térmica adicionando un flujo de calor conocido a intervalos de tiempo regulados a través del sensor que es sumergido en el interior del material. Posteriormente calcula la propiedad térmica por medio de la siguiente relación:

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{k A}{x} \Delta T \tag{1.1}$$

donde $\Delta q/\Delta t$ es el flujo de calor transmitido por unidad de tiempo (W/m² s); k es la conductividad térmica (W/m K); A es el área de transferencia de calor (m²); ΔT es la diferencia de temperaturas medida entre el tiempo inicial y final, en (K); y x es la separación entre las dos agujas que componen el sensor (ver Figura 1.6).

En estas pruebas, se establece que las probetas tengan dimensiones de 4x4x3,2 (cm), particularmente para que el sensor de 3 (cm) se introduzca en la longitud de 3,2 (cm) y abarque la totalidad de su dimensión (ver Figura 1.7a). Así se controla una media de ambas propiedades debido a los gradientes de humedad que se generan en la madera durante el proceso de secado. En este contexto, se observa en la figura 1.7b que el sensor se inserta tangencial a los anillos de crecimiento para medir la propiedad térmica en sentido radial.





Figura 1.7. Probetas empleadas en el experimento de determinación de conductividad térmica y calor específico: a) perforaciones, b) instalación al interior de la cámara.

En síntesis, las tablas 1.1 y 1.2 resumen el diseño experimental para el presente estudio.

Ensayo	Sentido del Flujo		Programa de Secado							
	Radial	Tangencial	70/50 (°C)	80/55 (°C)	90/60 (°C)					
1	X		X							
2		X	X							
3	X			X						
4		X		X						
5	X				X					
6		х			Х					

Tabla 1.1. Diseño Experimental.

Tabla 1.2. Cantidad de probetas consideradas para el proyecto.

Probetas	Curvas de Secado	Perfiles de Humedad	Perfiles de Temperatura	Conductividad Térmica/Calor Específico	TOTAL
Radial	6	30	6	3	47
Tangencial	6	30	6	3	47
TOTAL	12	60	12	6	90



Resultados experimentales

Curvas de Secado

En las figuras 1.8, 1.9 y 1.10, se pueden ver las curvas de secado asociadas a los tres programas estudiados. En ellas, es posible notar que la curva que describe la pérdida de humedad en el sentido radial desciende más bruscamente, ya que en esa dirección están dispuestos los radios leñosos, canales resiníferos y radiotraqueidas, permitiendo el flujo de humedad y energía con mayor facilidad (Siau, 1984; Díaz-vaz, 2003).

Cabe mencionar que dichas curvas están normalizadas para facilitar el análisis. Para esto, se define un contenido de humedad normalizado (CH^*) a partir de la siguiente expresión:

$$CH^* = rac{CH - CH_f}{CH_i - CH_f}$$
; $CH = rac{m_w - m_s}{m_s}$

Donde CH^* corresponde al contenido de humedad normalizado; CH_i es el contenido de humedad inicial de la madera; CH_f es el contenido de humedad final; y CH es el contenido de humedad de la madera definido en base seca, siendo m_w y m_s la masa de la madera húmeda y seca, respectivamente.



Figura 1.8. Curva de Secado Normalizada, Programa 70/50°C.





Figura 1.9. Curva de Secado Normalizada, Programa 80/55°C.



Figura 1.10. Curva de Secado Normalizada, Programa 90/60°C.

Las figuras 1.8 a 1.16, muestran las gráficas asociadas a la evolución temporal del secado de pino radiata para los tres programas de secado. En general, se contrastan direcciones de flujo (ver Figuras 1.8 a 1.10) y evolución del incremento de temperatura versus decrecimiento del contenido de humedad (ver Figuras 1.11 a 1.16).



Distribuciones de temperatura

Las figuras 1.11 y 1.12 muestran que para el programa 70/50°C, las probetas de flujo radial y tangencial alcanzaron un contenido de humedad de equilibrio de 6,10% y 8,04%, respectivamente, a las 96 horas de secado. Por otra parte, el incremento de temperatura durante las primeras tres horas, es acelerado hasta superar levemente los 50°C, donde comienza la ralentización gradual de dicho aumento hasta conseguir la temperatura del medio (70°C). Se observa que, durante el proceso de ralentización existe un incremento acelerado de temperaturas durante un par de horas, que podría estar asociado indistintamente al contenido de humedad crítico (CHC) o al punto de saturación de las fibras (PSF). Dicho fenómeno es notoriamente más intenso y extenso en las probetas de flujo radial versus las probetas de flujo tangencial. En este contexto, al observar la figura 1.11 y 1.12, el fenómeno ocurre aproximadamente a las 21 horas de haber iniciado el proceso, momento en el que el contenido de humedad es próximo al PSF (30%) para el caso del flujo radial (ver Figura 1.11) y en torno de un 55% de humedad, para el caso del flujo tangencial (ver Figura 1.12).



Figura 1.11. Distribuciones de Temperatura adjuntas a Curva de Secado, Programa 70/50°C (sentido radial).





Figura 1.12. Distribuciones de Temperatura adjuntas a Curva de Secado, Programa 70/50°C (sentido tangencial).

Luego, de manera análoga, se muestran los resultados para los otros dos programas de secado. Específicamente, en el programa 80/55°C, se tiene que las probetas de flujo radial y tangencial alcanzaron un contenido de humedad de equilibrio de 4,41% y 7,19% respectivamente; cumpliéndose un total de 72 horas. En este ensayo, el incremento inicial acelerado de la temperatura hasta 60°C y 65°C (sentido radial y tangencial, respectivamente), se produjo por un lapso de 3,5 (h). A continuación, se genera la disminución de la velocidad con que aumenta la temperatura hasta que alcanza la temperatura del ambiente (80°C). En este caso, nuevamente se produce lo mencionado en el párrafo anterior, vale decir, en la zona ralentizada se genera una aceleración del incremento de temperatura a las 18 (h) de secado (ver Figura 1.13 y 1.14) en el entorno del PSF para el caso de flujo radial (ver Figura 1.13) y en entorno del 51% de humedad para las probetas de flujo tangencial (ver Figura 1.14).





Figura 1.13. Distribuciones de Temperatura adjuntas a Curva de Secado, Programa 80/55°C (sentido radial).



Figura 1.14. Distribuciones de Temperatura adjuntas a Curva de Secado, Programa 80/55°C (sentido tangencial).



Por último, para el programa 90/60°C se tiene que las probetas de flujo radial y tangencial consiguieron un contenido de humedad de equilibrio de 3,78% y 8,43% respectivamente; cumpliéndose un total de 48 horas. En este ensayo, el aumento acelerado de temperatura hasta 67°C y 75°C (sentido radial y tangencial, respectivamente), se logró en un tiempo de 5 (h). Enseguida, el aumento de temperatura disminuye de manera gradual hasta que la madera consigue la temperatura del ambiente (90°C). En esta ocasión, la aceleración repentina (en la zona ralentizada) sucede a las 12 horas, cuando el contenido de humedad de las probetas de flujo radial es 50% (ver Figura 1.15); y 78% para las probetas de flujo tangencial (ver Figura 1.16). En este sentido, Haque (2007b) reportó para el secado de piezas de madera de pino radiata de la misma longitud, que el incremento acelerado de temperatura hasta 60°C se da en la primera hora de ensayo, y desde ahí el aumento se produce lentamente hasta llegar a los 90°C (temperatura del ambiente).



Figura 1.15. Distribuciones de Temperatura adjuntas a Curva de Secado, Programa 90/60°C (sentido radial).





Figura 1.16. Distribuciones de Temperatura adjuntas a Curva de Secado, Programa 90/60°C (sentido tangencial).

MacLean (1952), estudió la evolución de la temperatura en madera aserrada para distintas condiciones sicrométricas, y observó el mismo fenómeno descrito anteriormente (aceleración importante al inicio del proceso de secado y posterior suavidad de acrecentamiento hasta alcanzar la temperatura ambiente). Sin embargo, no se evidenciaron aceleraciones violentas en la zona ralentizada como los que obtuvieron en el presente estudio.

No obstante, Beard *et al.* (1983) capturaron dicho fenómeno cuando secaron madera de pino radiata para dos programas de secado: 150/80°C y 120/55°C. Lo anterior, se presentó para niveles de humedad equivalentes a un 15%, en ambos programas. Sin embargo, este fenómeno no fue mayormente comentado por lo autores (ver Figura 1.17).





a)

b)

Figura 1.17. Distribuciones de temperatura obtenidos por Beard *et al.* (1983): a) programa 150/80°C; b) programa 120/55°C.


Distribuciones espaciales de Humedad

Desde la figura 1.18 hasta la 1.23 se muestra la distribución espacial de humedad en la madera para distintos tiempos de secado. Dichos tiempos (cinco por cada ensayo) son escogidos de tal manera que permitan la construcción de la curva de secado correspondiente. Por ejemplo, en la figura 1.18 se puede ver que la curva superior, construida a 8,5 (h) después de haber iniciado el proceso, tiene un contenido de humedad medio de 87%, valor que coincide con el contenido de humedad medio de la curva de secado para el mismo programa y mismo sentido de flujo (ver Figura 1.11).

En todas las gráficas es posible observar la pérdida de masa que sufre la madera a medida que aumenta el tiempo de secado. En este contexto, es importante destacar que las pérdidas de humedad ocurren desde la superficie hacia el centro, debido a la contacto de la superficie del material con el ambiente de secado. Esto origina la evacuación de la humedad contenida en dicha zona en primer lugar.

Particularmente, para el programa 70/50°C (ver Figura 1.18), es posible notar una diferencia de humedad importante entre el centro y la superficie de la madera: 33,79% a las 8,5 (h) de secado en la probeta de flujo radial. Dicha diferencia disminuye de manera gradual, pero continua siendo importante hasta el PSF, a partir de lo cual, la diferencia de humedades es mínima. Asimismo, para el sentido de flujo tangencial del programa 70/50°C (ver Figura 1.19), se tiene que la mayor diferencia de humedad se genera en la primera medición, es decir, a 11 (h) equivalente a un 31,87% y es minimizada a partir del PSF.





Figura 1.18. Distribución Espacial de Humedad: Flujo radial, Programa 70/50°C.



Figura 1.19. Distribución Espacial de Humedad: Flujo tangencial, Programa 70/50°C.

De manera similar, resulta el análisis de los programas 80/55°C y 90/60°C. No obstante, es interesante mencionar que en los programas 80/55°C y 90/60°C se generan disminuciones evidentes de humedad en la superficie de la madera en comparación con el centro. Esto se debe a que la temperatura del medio no perturbado es mayor que la del primer programa, por lo que la extracción de agua es más violenta. Aquí, se alcanzan diferencias máximas entre la superficie y el centro de la madera iguales a 47,11% y 61,70% para el programa



80/55°C y 90/60°C, respectivamente, en las probetas de flujo radial (ver Figuras 1.20 y 1.22). En este contexto, Haque (2007b), obtuvo resultados similares para el programa 90/60°C, donde la diferencia de humedad en la primera hora de ensayo fue de 90%; y 70% luego de 10 horas de haber iniciado el proceso de secado.



Figura 1.20. Distribución Espacial de Humedad: Flujo radial, Programa 80/55°C.



Figura 1.21. Distribución Espacial de Humedad: Flujo tangencial, Programa 80/55°C.





Figura 1.22. Distribución Espacial de Humedad: Flujo radial, Programa 90/60°C.



Figura 1.23. Distribución Espacial de Humedad: Flujo tangencial, Programa 90/60°C.



Propiedades Térmicas (Conductividad Térmica y Calor Específico)

Los resultados de las evaluaciones de conductividad térmica y calor específico son mostrados en las figuras 1.24 y 1.25. La figura 1.24 muestra que la conductividad térmica varía entre 0,18 y 0,60 (W/m K), conforme el contenido de humedad varía entre 2,5 y 158%, respectivamente, siendo el sentido radial quien presenta la máxima variación. Sin embargo, no existen mayores diferencias de conductividad térmica entre ambos sentidos, lo cual es consistente con la literatura especializada que señala dicha similitud (Siau, 1984). Por otro lado, Haque (2007b) estimó que la conductividad térmica en madera de pino radiata varía entre 0,28 y 0,50 (W/m K), de acuerdo a las correlaciones matemáticas extraídas del estudio de Pang (1996b) y Nijdam *et al.*, (2000). Asimismo, Desch y Dinwoodie (1996), reportaron que la conductividad térmica fluctúa entre 0,06 y 0,28 (W/m K) para todas direcciones y sin distinción de especies. En general, se observa que la conductividad térmica presenta tendencias diferentes conforme esté sobre o bajo el 60% de contenido de humedad. O dicho de otra manera, conforme esté por sobre o bajo de las proximidades del CHC. Sin duda que los efectos de tener ambientes bifásicos de agua en la madera (líquida y gaseosa) repercute en la magnitud de esta propiedad física.



Figura 1.24. Conductividad Térmica vs Contenido de Humedad.



Por otro lado, se puede ver en la figura 1.25 que el calor específico oscila entre 2925 y 8500 (J/kg K) para rangos de humedad entre 2,5 y 158%, respectivamente. No existiendo variaciones importantes para probetas de flujo radial y tangencial. De manera similar, Haque (2007b) evaluó esta propiedad empleando correlaciones matemáticas extraídas del estudio de Pang (1996b), donde los valores pueden encontrarse entre 1500 y 7500 (J/kg K); en cambio, el estudio de Nijdam *et al.*, (2000) reporta fluctuaciones entre 1800 y 3400 (J/kg K); y por último, Haque y Langrish (2001); presentan oscilaciones que van desde 2800 hasta 3500 (J/kg K).



Figura 1.25. Calor Específico vs Contenido de Humedad.

En síntesis, los valores determinados de conductividad térmica y de calor específico están dentro de los rangos esperados de acuerdo a la evidencia bibliográfica. Además, de acuerdo a las gráficas analizadas, tanto la conductividad térmica como el calor específico crecen con el contenido de humedad de una forma que podría ser del tipo exponencial para contenidos de humedad cercanos al CHE y parabólicos conforme se acerca a la saturación con un decrecimiento relevante de la conductividad a partir del entorno del CHC (70%). Además, los valores de calor específico presentan un comportamiento singular para valores cercanos al CHE, o más bien, sustantivamente bajo el PSF. Dicho comportamiento denota que la propiedad de almacenamiento de energía térmica es función del contenido de agua ligada en sí misma.

Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile

CAPÍTULO 2



MODELACIÓN

Modelo Matemático

El calor que fluye a través de una pieza de madera en dirección del espesor L, puede representarse mediante una ecuación diferencial parcial no lineal de segundo orden, a través del siguiente modelo unidimensional:

$$\rho c_p(CH) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(CH) \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$
para 0 < x < L, t > 0
(2.1)

donde ρ es la densidad básica de la madera (kg/m³); $c_p(CH)$ es el calor específico de la madera (J/kg K) en función del CH; *T* es la temperatura (K); *t* es el tiempo (s); *k*(*CH*) es conductividad térmica (W/m K) en función del CH; y *x* es la coordenada espacial medida desde el centro hacia la superficie de la probeta.

El desarrollo de la ecuación (2.1) para la determinación de k(CH) requiere necesariamente la incorporación de condiciones de contorno, no obstante, como esta variable se ve afectada únicamente por una primera derivada (d/dx), basta con definir sólo una. En consecuencia, se tiene que la condición de contorno en x=L (convección) es:

$$k(CH) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{s} = \alpha(CH) \left(T_{\infty} - T_{s}(CH) \right)$$
(2.2)

donde $T_s(CH)$ es la temperatura en la superficie de la madera (K) en función del CH; T_{∞} es la temperatura del medio no perturbado (K); y $\alpha(CH)$ es el coeficiente convectivo de transferencia de calor (W/m² K), también en función del CH.

Para efectos de mayor facilidad para describir el método numérico, las ecuaciones (2.1) y (2.2) pueden ser reescritas de la siguiente forma:

$$\varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right), \ 0 < x < L$$
 (2.3)

$$\lambda \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{s} = \alpha \left(\Phi_{\infty} - \Phi_{s} \right), \text{ en } x = L$$
 (2.4)



donde Φ representa temperatura; λ representa la conductividad térmica; y ε es la capacidad volumétrica igual al producto ρc_p . Estando implícita la dependencia de CH en los parámetros ε , α , λ y Φ_s .

Modelo Numérico

Para efectos de integración numérica del modelo diferencial parcial no lineal de segundo orden expresado por las ecuaciones (2.3) y (2.4), basado en Método de Volúmenes Finitos, se consideran *N* volúmenes finitos en el dominio 0 < x < L, donde el centroide es representado por el valor medio de la variable distinguido por el subíndice *P* (Φ_P) y los valores de Φ en los volúmenes adyacentes: Φ_W (atrás) y Φ_E (adelante). Los límites del volumen finito centrado en *P* se identifican como *w* y *e*, respectivamente (ver figura 2.1).



Figura 2.1. Malla de discretización por el Método de los Volúmenes Finitos.

Asimismo, una representación gráfica de la transferencia de energía y masa a través de cada volumen de control durante el proceso de secado de la madera, se visualiza en la figura 2.2. Las flechas de color rojo simbolizan el flujo de calor que se dirige desde el ambiente de secado hacia el interior de la madera; las flechas celestes simbolizan el flujo de masa desde el interior del material hacia el ambiente de secado; y las flechas amarillas simbolizan el almacenamiento de energía en cada volumen de control perteneciente al dominio de estudio.





Figura 2.2. Flujos de energía a través de cada volumen de control del dominio de estudio.

En este sentido, integrando la ecuación diferencial (2.3) en el volumen de control considerado en la figura 2.1, en un intervalo de tiempo que va desde t a $t + \Delta t$, se tiene:

$$\varepsilon \int_{w}^{e} \int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt \, dx = \int_{t}^{t+\Delta t} \int_{w}^{e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dx \, dt \tag{2.5}$$

Luego, integrando el lado izquierdo y suponiendo que Φ_P prevalece en todo el volumen de control, resulta:

$$\varepsilon \int_{w}^{e} \int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt \, dx = \varepsilon \, \Delta x \big(\Phi_{P}^{k+1} - \Phi_{P}^{k} \big) \tag{2.6}$$

Asimismo, la integración espacial del lado derecho queda:

$$\varepsilon \,\Delta x \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_P^k \right) = \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\lambda_e (\Phi_E - \Phi_P)}{(\delta x)_e} - \frac{\lambda_w (\Phi_P - \Phi_W)}{(\delta x)_w} \right] dt \tag{2.7}$$

Posteriormente, es necesario definir la variación de Φ_W , Φ_P y Φ_E en el intervalo de tiempo t y t + Δt . Por lo tanto,

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \Phi_{P} dt = \left[f \, \Phi_{P}^{k+1} + (1-f) \Phi_{P}^{k} \right] \Delta t$$
(2.8)

donde f es un factor de peso ponderado que varía entre $0 \le f \le 1$.



Luego, la ecuación anterior queda como sigue:

$$\varepsilon \frac{\Delta x}{\Delta t} \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_P^k \right)$$

$$= f \left[\frac{\lambda_e \left(\Phi_E^{k+1} - \Phi_P^{k+1} \right)}{(\delta x)_e} - \frac{\lambda_w \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_W^{k+1} \right)}{(\delta x)_w} \right]$$

$$+ (1 - f) \left[\frac{\lambda_e \left(\Phi_E^k - \Phi_P^k \right)}{(\delta x)_e} - \frac{\lambda_w \left(\Phi_P^k - \Phi_W^k \right)}{(\delta x)_w} \right]$$
(2.9)

Cabe mencionar que la variación de f entre 0 y 1 dependerá fuertemente del tipo de esquema que se desee establecer (ver figura 2.3). Por lo tanto:

- si f = 0 el esquema impuesto es explícito, vale decir, la temperatura dominante en el volumen de control será Φ^k_p (dentro del intervalo de tiempo t y t + Δt), excepto en t + Δt donde la temperatura cambiará a su nuevo valor Φ^{k+1}_p.
- si f = 0,5 se tiene el esquema *Crank-Nicolson*, el cual supone una variación lineal de Φ en el tiempo t y t + Δt.
- En cambio, si f = 1 el esquema es implícito y la temperatura cambia rápidamente desde Φ^k_P a Φ^{k+1}_P en el tiempo t, manteniéndose a continuación, constante hasta llegar a t + Δt.



Figura 2.3. Variación de Φ en el intervalo de tiempo Δt para los dos esquemas de discretización temporal.



Si bien el esquema *Crank-Nicolson* parece ser el más razonable, no siempre es adecuado debido a que si el intervalo de tiempo es considerablemente amplio, la variación lineal de Φ desde t a $t + \Delta t$, se vuelve poco realista porque el comportamiento exponencial de la temperatura implicaría un decaimiento pronunciado al inicio del tiempo, seguido de una evolución constante hasta llegar a $t + \Delta t$.

Por su parte, el esquema explícito también parece ser una alternativa atractiva por su simplicidad (ya que la ecuación discretizada sólo quedaría en función de valores conocidos), pero tampoco es adecuado en todos los casos, debido a que hay ciertas condiciones de estabilidad que se deben cumplir para obtener soluciones convergentes (Patankar, 1980).

En este contexto, el esquema implícito es el único que permitiría que el sistema sea incondicionalmente estable.

Entonces, de acuerdo a las razones anteriormente expuestas, es que se impone un **esquema implícito** (f = 1), quedando la ecuación (2.9) como sigue:

$$\varepsilon \frac{\Delta x}{\Delta t} \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_P^k \right) = \frac{\lambda_e \left(\Phi_E^{k+1} - \Phi_P^{k+1} \right)}{(\delta x)_e} - \frac{\lambda_w \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_W^{k+1} \right)}{(\delta x)_w}$$
(2.10)

Luego, para un volumen finito centrado en el nodo P, se tiene la siguiente ecuación algebraica discretizada, la cual es válida exclusivamente para nodos interiores:

$$\lambda_w * a_w + \lambda_e * a_e = b \tag{2.11}$$

donde

$$a_w = -\frac{\left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_W^{k+1}\right)}{\left(\delta x\right)_w}$$
$$a_e = \frac{\left(\Phi_E^{k+1} - \Phi_P^{k+1}\right)}{\left(\delta x\right)_e}$$
$$b = \varepsilon \frac{\Delta x}{\Delta t} \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_P^{k}\right)$$



Si i = 1, N - 1 denota al VF, siendo N el número de VF, entonces se pueden escribir N - 1 ecuaciones genéricas del tipo (2.11), quedando:

$$\lambda_i * a_{w_i} + \lambda_{i+1} * a_{e_i} = b_i \tag{2.12}$$

donde

 $\Phi_W = \Phi_{i-1}$ $\Phi_P = \Phi_i$ $\Phi_E = \Phi_{i+1}$

Luego, la ecuación discretizada en i = N, requiere incorporar la condición de contorno dada en (2.4) (superficie de la madera expuesta a una condición de convección). Por lo tanto, se tiene:

$$\varepsilon \left. \frac{\Delta x}{\Delta t} \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_P^k \right) = \frac{\lambda_e \left(\Phi_E^{k+1} - \Phi_P^{k+1} \right)}{(\delta x)_e} \right|_{q = \alpha \left(T_\infty - T_S \right)} - \frac{\lambda_w \left(\Phi_P^{k+1} - \Phi_W^{k+1} \right)}{(\delta x)_w}$$
(2.13)

En este caso, se requiere el valor de Φ_s en el extremo. Para ello, se supone una extrapolación lineal en base a los valores de Φ en W y P (ver figura 2.4).



Figura 2.4. Extrapolación lineal dependiente en el contorno expuesto a convección.



Entonces,

$$\frac{\Phi_W - \Phi_s}{(\delta x)_w + \Delta x/2} = \frac{\Phi_W - \Phi_P}{(\delta x)_w} \Longrightarrow \left[\Phi_s = \Phi_W - (\Phi_W - \Phi_P) \left(1 + \frac{\Delta x}{2 (\delta x)_w} \right) \right]$$
(2.14)

Por lo tanto, la ecuación en x = L será:

$$\lambda_n * a_{w_n} + \lambda_{n+1} * a_{e_n} = b_n \tag{2.15}$$

donde

$$a_{w_n} = -\frac{\left(\Phi_n^{k+1} - \Phi_{n-1}^{k+1}\right)}{(\delta x)_{w_n}}$$

$$a_{e_n} = 0$$

$$b_n = \varepsilon \frac{\Delta x}{\Delta t} \left(\Phi_n^{k+1} - \Phi_n^k\right) - \alpha \left[\Phi_{\infty} - \Phi_{n-1}^{k+1} + \left(\Phi_{n-1}^{k+1} - \Phi_n^{k+1}\right) \left(1 + \frac{\Delta x_n}{2 (\delta x)_{w_n}}\right)\right]$$

<u>Observación</u>: de acuerdo a la definición de los *i-ésimos* elementos que representan el dominio de cálculo (i = 1, N), λ_{n+1} no existe, por lo tanto la ecuación para x = L puede ser escrita como:

$$\lambda_n * a_{w_n} = b_n \tag{2.16}$$

Luego, si $\lambda_i = \lambda_w$ y $\lambda_{i+1} = \lambda_e$, se puede escribir:

$$\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{b} \tag{2.17}$$

donde A es la matriz de coeficientes, λ el vector de incógnitas y b el vector de términos independientes.

Para ejemplificar el método se consideran 8 volúmenes de control, por lo tanto, la matriz de coeficientes A y los vectores λ y b serán:

Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile



$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{w_1} & a_{e_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{w_2} & a_{e_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{w_3} & a_{e_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{w_4} & a_{e_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{w_5} & a_{e_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{w_6} & a_{e_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{w_7} & a_{e_7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{w_8} & a_{e_8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{w_9} / \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \\ \lambda_6 \\ \lambda_7 \\ \lambda_8 \\ \lambda_9 \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \\ b_9 \end{pmatrix}$$

En conclusión, los componentes de la solución se pueden calcular mediante el **Método de Sustitución Regresiva**, es decir, se despeja la última incógnita de la última ecuación y se sustituye en la penúltima ecuación; después se despeja de esta ecuación la penúltima incógnita y se repite el proceso hacia arriba hasta calcular el valor de la primera incógnita. En lenguaje de pseudo-código sería:

$$\lambda_n \leftarrow \frac{b_n}{a_{w_n}} \quad i = n \tag{2.18}$$

$$\lambda_i \leftarrow \frac{b_i - \lambda_{i+1} * a_{e_i}}{a_{w_i}} \quad i = n - 1, \dots, 1$$
(2.19)



Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (a)

La solución del sistema dado por la ecuación (2.17), tiene como variable independiente el coeficiente convectivo de transferencia calor α , parámetro fundamental de la ley de enfriamiento de Newton. En consecuencia, en este ítem se detallan los aspectos para su determinación.

El secado requiere la existencia un flujo de energía desde el ambiente de secado hacia la madera, el cual propicia la evacuación del contenido de humedad de la madera hacia el ambiente de secado. Dicha energía es utilizada principalmente para calentar la madera húmeda y evaporar agua líquida. No obstante, también se requiere energía para desligar agua ligada y propiciar un flujo convectivo y natural al interior de la madera, pero es significativamente menos relevante. Dicha energía es suministrada por convección a la madera, el cual es modelado según la Ley de Enfriamiento de Newton.

En particular, desde el punto de vista de balance térmico, el flujo de energía que ingresa a la madera desde el ambiente de secado, se puede definir como

$$\dot{E}_{ingresada} = \dot{E}_{sensible} + \dot{E}_{latente}$$
(2.20)

donde $\dot{E}_{sensible}$ corresponde a la energía asociada al calentamiento sensible de la madera húmeda y $\dot{E}_{latente}$ es la energía relacionada al cambio de fase que experimenta el agua desde líquido a vapor contenido en la madera. En este sentido:

$$\dot{E}_{sensible} = m_{mad} c_p \frac{dT}{dt}$$
(2.21)

$$\dot{E}_{latente} = \dot{m}_{vapor} h_{fg} \tag{2.22}$$

donde m_{mad} es la masa de madera húmeda (kg); c_p es el calor específico de la madera (J/kg K); dT/dt es la tasa de variación de temperatura de la madera (°C/s); \dot{m}_{vapor} es el flujo de masa de agua evaporada de la madera (kg/s); h_{fg} es el calor latente de vaporización (J/kg).

A su vez, la energía térmica utilizada para calentar la madera húmeda ($Q_{sensible}$) y evaporar el agua extraída ($Q_{latente}$) es igual a $Q_{ingresada}$. Dichas energías son transferidas por

Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile



convección a la madera. Siendo así, de acuerdo a la Ley de Enfriamiento de Newton, se tendrá:

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{sensible} + \dot{Q}_{latente} = A_{tc} \alpha \left(T_{\infty} - T_{s} \right)$$
(2.23)

Donde \dot{Q}_{total} representa el flujo de calor transferido por convección a la madera húmeda; A_{tc} es el área de transferencia de calor (m²); α es el coeficiente convectivo de transferencia de calor (W/m² K); T_{∞} es la temperatura del ambiente de secado (°C); T_s es la temperatura de la superficie de la madera (°C).

Consecuentemente, de acuerdo con (2.20 - 2.23), en la superficie de la madera se tiene:

$$A_{tc} \alpha \left(T_{\infty} - T_{s}\right) = m_{mad} c_{p} \frac{dT}{dt} + \dot{m}_{vapor} h_{fg}$$
(2.24)

De la cual se puede obtener el coeficiente convectivo de transferencia de calor (α):

$$\alpha = \frac{m_{mad} c_p \frac{dT}{dt} + \dot{m}_{vapor} h_{fg}}{A_{tc} (T_{\infty} - T_s)}$$
(2.25)

Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas - Chile

CAPÍTULO 3



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (a)

Al observar la evolución transitoria de temperaturas del proceso de secado 70/50°C, el intervalo de tiempo entre 5 y 20 (h) presenta un comportamiento estacionario (pseudo-transitorio) en el sentido que las temperaturas al interior de la madera evolucionan de manera uniforme (ver figura 1.11) como mostrado en detalle en la figura 3.1. Dicha región es particularmente interesante y conveniente para determinar parámetros de transporte de calor y masa. Siendo así, el mencionado intervalo de distribuciones transitorias de temperaturas, fue utilizado para auxiliar la determinación de la conductividad térmica de la madera en función del contenido de humedad a través de metodología inversa.

En particular, los valores T_s y dT/dt del mencionado intervalo, requeridos por la ecuación (2.25), son mostrados en las figuras 3.2 y 3.3, respectivamente. Además, dicha ecuación requiere el c_p en función del contenido de humedad, el cual fue determinado en el ítem "*Resultados experimentales: Propiedades Térmicas (Conductividad Térmica y Calor Específico)*" del Capítulo 1, así como la determinación de \dot{m}_{vapor} , la cual es obtenida de la curva de secado. En las figuras 3.4 y 3.5 son dados los valores para c_p y \dot{m}_{vapor} que permiten determinar α , de la ecuación (2.25).



Figura 3.1. Distribución de temperatura, programa 70/50°C.





Figura 3.2. Temperatura sobre superficie de la madera, programa 70/50°C.



Figura 3.3. Temperatura media de la madera, programa 70/50°C.





Figura 3.4. Calor específico de la madera húmeda en el intervalo de interés: t = [5, 20] (h).



Figura 3.5. Masa de madera húmeda en el intervalo de interés: t = [5, 20] (h).



En la figura 3.4, se observan valores del calor específico de la madera en función del contenido de humedad determinado según procedimiento descrito en el capítulo 1 (ver figura 1.25), en el intervalo de estudio. Además, se asigna una curva del tipo parabólica de segundo orden que aproxima sus valores con una desviación R=0,99.

Por otra parte, la masa de la madera húmeda (ver figura 3.5), es determinada a partir de la curva de secado correspondiente al programa 70/50°C (ver figura 1.11).

En consecuencia, la variación del coeficiente convectivo de transferencia de calor en el dominio temporal es el que se muestra enseguida.



Figura 3.6. Coeficiente convectivo de transferencia de calor (Programa 70/50°C).

Así, definida la distribución temporal del coeficiente convectivo de transferencia de calor puede asociársele una función que la represente adecuadamente. En este contexto, una función del tipo parabólica de segundo orden, resulta ser la más apropiada (ver figura 3.6).

Análogamente, se obtiene el coeficiente convectivo de transferencia de calor para programas de secado (80/55°C y 90/60°C), mostrados en la figuras 3.7 y 3.8, respectivamente.





Figura 3.7. Coeficiente convectivo de transferencia de calor (Programa 80/55°C).



Figura 3.8. Coeficiente convectivo de transferencia de calor (Programa 90/60°C).



Determinación de la conductividad térmica en la madera

El coeficiente convectivo de transferencia de calor colabora en la determinación de la conductividad térmica para distintos contenidos de humedad en la madera. En particular, para tal efecto se emplea la metodología inversa basada en el MVF desarrollada en el ítem "*Modelo Numérico*" del capítulo 2. En concreto, se requiere resolver la matriz definida en la ecuación (2.17) para determinar la distribución de conductividad térmica considerando la variación espacial y temporal de temperaturas; el almacenamiento de energía durante el proceso de secado y la condición de contorno descrita en la expresión (2.4).

Los resultados de conductividad térmica obtenidos por metodología inversa son mostrados en la figura 3.9. En dichas figuras se puede observar una fuerte proporcionalidad entre la conductividad térmica y el contenido de humedad de la madera. Dicho comportamiento se debe a que conforme se elimina la humedad de la madera (particularmente agua líquida), se producen cavidades (poros) de vapor y/o aire, los cuales poseen conductividades térmicas menores al agua líquida evacuada. Como se muestra en la figura siguiente, los resultados para programas 70/50°C y 80/55°C, tiene un comportamiento menos errático que para el programa 90/60°C.





Figura 3.9. Conductividad Térmica vs Contenido de Humedad.

Además de la humedad, la conductividad térmica depende de la temperatura empleada durante el proceso de secado. Dicho comportamiento también puede ser observado en los resultados obtenidos y mostrados en la figura 3.9, los cuales muestran, en general, una mayor sensibilidad conforme aumenta el contenido de humedad.

El fenómeno anterior ha sido discutido por Haque (2007b) en su estudio relacionado con la *Simulación de Temperaturas y Contenido de Humedad en Madera de Pino Radiata*, donde analiza la variabilidad de la conductividad térmica por medio de dos correlaciones obtenidas por Pang (1996b) y Nijdam (2000). En este contexto, ambas correlaciones apuntan a que la conductividad térmica de la madera depende del contenido de humedad y de la densidad básica, sin embargo, Nijdam (2000) menciona que además depende de la temperatura, según expresión dada por la ecuación (3.1).

$$k = \frac{(0,26+X)^{0,95}}{(1+X)} \left[0,0035X \left(T - 273,15 \right) + 0,53 \right] \left[1,7 \frac{\rho_b}{1000} + 0,16 \right]$$
(3.1)



Donde ρ_b representa la densidad básica de la madera (kg/m³); *X* es el contenido de humedad (°/₁) y *T* es la temperatura (K).

Dicha expresión, evaluada con los valores pertinentes del presente estudio, tiene como resultados las conductividades térmicas graficadas en la figura 3.10.



Figura 3.10. Conductividad térmica obtenida según ecuación (3.1).

En concreto, la correlación dada por Nijdam (2000) muestra que diferencias porcentuales se incrementan a medida que el contenido de humedad de la madera también lo hace, alcanzando un 13% para un contenido de humedad 150%.

Del mismo modo, Zhao *et al.* (2015) demostraron que la conductividad térmica en madera de alerce (*Larix gmelinii* Rupr.) dependía igualmente de ambas variables, encontrando fluctuaciones que van desde 0,068 (W/m K) para temperaturas de 40°C y 0% de humedad; hasta 0,151 (W/m K) para temperaturas de 70°C y 80% de humedad. Si bien la temperatura influye sobre la magnitud de la conductividad térmica, es el contenido de humedad el que mayormente incide sobre esta propiedad, por lo tanto, la conductividad es más sensible ante un incremento de humedad que a un incremento de temperaturas. Particularmente, en el estudio de Zhao *et al.* (2015), alcanzaron diferencias de 18,89% entre la temperatura



mínima y máxima analizadas (40 y 70°C, respectivamente) para un contenido de humedad máximo (80%); y 91,13% para una temperatura de 70°C cuando la variación de humedades fluctúa entre 0% hasta 80%. En este contexto, se logra demostrar que la conductividad térmica depende principalmente del contenido de humedad y no de la temperatura (ver figura 3.11).



Figura 3.11. Conductividad térmica vs Temperatura vs Contenido de humedad, según Zhao *et al.* (2015).

Entonces, volviendo al análisis de la figura 3.9, la tendencia de la conductividad térmica calculada por medio de la metodología inversa para los tres programas de secado cumple con el planteamiento anterior, es decir, las diferencias porcentuales aumentan conforme aumenta el contenido de humedad de la madera, lo cual se ve reflejado en las curvas de aproximación de cada ensayo. En este sentido, la diferencia máxima se obtiene entre los límites de temperatura estudiadas: 70°C y 90°C; alcanzando un valor medio de 9,87% con una desviación estándar de 2,36%.

Para efectos de comparar los resultados de conductividad térmica obtenidos por metodología inversa versus aquellos obtenidos en forma experimental (ver figura 3.9), se define la siguiente medida de error:



$$Error = \left| \frac{k_{experimental} - k_{calculado}}{k_{experimental}} \right|$$
(3.2)

Los resultados de las evaluaciones son mostrados en la tabla 3.1. Siendo así, los datos asociados al programa 90/60°C son los que presenta el mayor error porcentual (12,70%), con una desviación típica de 5,92%. Dicho valor relativamente alto de desviación puede ser explicado por la incidencia de la mayor temperatura y el consecuente incremento de conductividad. Por el contrario, el programa 70/50°C presenta un error de 3,83% sobre los resultados experimentales con una variabilidad de 3,28%. Asimismo, el programa 80/55°C muestra resultados intermedios a los señalados por los otros programas de secado, logrando un error porcentual con respecto a los valores experimentales de un 9,91% con una desviación estándar de 4,34%.

Programa	Error medio (%)	Desviación Estándar (%)
70/50°C	3,83	3,28
80/55°C	9,91	4,34
90/60°C	12,70	5,92

Tabla 3.1. Errores porcentuales entre la curva calculada y la curva experimental.



CONCLUSIONES

Se estudió del comportamiento de madera de pino radiata cuando se enfrenta a diferentes condiciones sicrométricas de secado convencional y acelerado, con el propósito de obtener detalles del transporte de energía y masa para la determinación inversa de su conductividad térmica. Para ello, se determinaron de manera experimental las curvas espaciales y temporales asociadas a las variaciones de humedad y temperatura. Además, para propósitos de validación se determinó experimentalmente la conductividad térmica y el calor específico de la madera en función del contenido de humedad.

Las curvas de secado permitieron comprobar que la evacuación de humedad en el sentido de flujo radial es superior al tangencial, lo cual es consistente con la disposición de radios leñosos, canales resiníferos y radiotraqueidas. La distribución espacial de humedades mostraron una clara diferencia entre los contenidos de humedad en la superficie y el centro de la madera, pudiendo encontrar mayores desigualdades en los programas 80/55°C y 90/60°C *versus* las diferencias encontradas en el programa 70/50°C. En este contexto, las mayores diferencias fueron en probetas de flujo radial iguales a 47% y 62% para tiempos de secado iguales a 15 (h) y 12 (h) con programas 80/55°C y 90/60°C, respectivamente.

Las curvas de temperatura entregaron información valiosa acerca del comportamiento de la madera en el proceso, lográndose identificar regiones con incrementos acelerados de temperatura. Estas alzas se asocian a cambios estructurales del material producto de la disminución de su humedad durante el proceso de secado, conforme las cercanías a situaciones físicas que caracterizan el secado: Punto de Saturación de las Fibras (PSF) y Contenido de Humedad Crítico (CHC). En particular, las probetas de flujo radial estudiadas en los programas 70/50°C y 80/55°C, presentaron esta anomalía cuando su contenido de humedad está en torno al PSF (30% y 50%, para flujo radial y tangencial, respectivamente). En cambio, en el programa de secado 90/60°C, se presentó este fenómeno para humedades más bien cercanas al CHC, es decir 50% y 78% en probetas de flujo radial y tangencial, respectivamente.

Los resultados experimentales relacionados con la medición de la conductividad térmica y el calor específico reflejan una fuerte dependencia con el contenido de humedad de la madera, lo cual era de esperarse dado que durante el proceso de secado el agua líquida contenida en los poros es reemplazada por vapor y aire. Además, las magnitudes obtenidas



experimentalmente concuerdan con lo reportado en otras investigaciones, dándole validez a los resultados medidos a escala de laboratorio.

La determinación experimental de las curvas de secado, perfiles de temperatura, perfiles de humedad, densidad y calor específico; son requeridos para efectos implementación de la metodología inversa propuesta para determinar la conductividad térmica de la madera. Para estos efectos, se seleccionó una región del proceso caracterizado por un comportamiento pseudo permanente de la distribución de temperatura. En este contexto, se determinó satisfactoriamente la conductividad térmica de la madera, cuyos resultados presentaron tendencias acorde a los resultados experimentales y disponibles en la literatura especializada. Además, la metodología inversa fue capaz de captar la dependencia de la temperatura de la conductividad térmica, reportada en la literatura especializada: incrementos de conductividad térmica conforme aumenta la temperatura del proceso de secado. En este sentido, las conductividades calculadas de los datos del programa 90/60°C presenta la mayor desviación (12,7%) respecto a los datos experimentales, lo cual es consistente con las menores desviaciones obtenidas respecto del programa 70/50°C (3,83%), debido a que la determinación experimental de la conductividad se realizó a 70°C.



REFERENCIAS

Ananías, R.; Broche, W.; Salinas, C.; Ruiz, P. 2001. Modelación del Secado Convencional de Coigüe. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 3(1-2): 27-34.

Ananías, R.; Vallejos, S.; Salinas, C. 2005. Estudio de la Cinética del Secado Convencional y Bajo Vacío del Pino Radiata. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 7(1): 37-47.

Ananías, R.; Ulloa, J.; Elustondo, D.; Salinas, C.; Rebolledo, P.; Fuentes C. 2012. Energy Consumption in Industrial Drying of Radiata Pine. *Drying Technology* 30: 774-779.

Beard, J.; Rosen, H.; Adesanya, B. 1983. Temperature, Distributions and Heat Transfer During the Drying of Lumber. *Drying Technology* 1(1): 117-140.

Bodig, J.; Jayne, B. 1993. *Mechanics of Wood and Wood Composites*. Krieger Publishing Company Malabar, Florida. 712pp.

Cai, L. 2005. Determination of Diffusion Coefficients for Sub-alpine fir. *Wood Sci Technol* 39: 153-162.

Cai, L.; Garrahan, P. 2006. Inverse Determination of Thermal Conductivity in Frozen Lumber. *Wood Sci Technol* 40: 665-672.

Crespo, R.; Torres, M.; Valenzuela, L.; Poblete, H. 2013. Propiedades Químicas, Color y Humectabilidad de Partículas de *Laureliopsis philippiana* (Tepa) con y sin Tratamiento Térmico. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 15(3): 337-348.

Cuadrado, I.; Cadavid, F.; Agudelo, J.; Sánchez, C. 2008. Modelado de Flujo Compresible Unidimensional y Homoentrópico por el Método de Volúmenes Finitos. *Dyna* 75(155): 199-210.

Decagon Devices, Inc. 2012. *KD2-Pro. Thermal Properties Analyzer. Operator's Manual Version 12.* 72pp.

Desch, H.; Dinwoodie, J. 1996. Timber: Structure, Properties, Conversion and Use. Macmillan: London.



Díaz-vaz, J. E. 2003. Anatomía de Maderas. Marisa Cuneo Ediciones. 151pp.

Fernández, A.; Salvo, L. 2003. Variación del área de pared celular en Pinus radiata D. Don. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 5(1): 80-87.

Gatica, Y.; Salinas, C.; Ananías, R. 2011. Modeling Conventional One-Dimensional Drying of Radiata Pine based on the Effective Diffusion Coefficient. *Latin American Applied Research* 41: 183-189.

Haque, M.; Langrish, T. 2001. Stack-wide Effects in the Modeling of Solar Kilns for Drying Timber. *Drying Technology* 19(1): 99-114.

Haque, M. 2007. Analysis of Heat and Mass Transfer During High-Temperature Drying of *Pinus radiata*. *Drying Technology* 25(2): 379-389.

Haque, M. 2007. Simulation of Temperature and Moisture Content Profiles in a *Pinus* radiata Board During High-Temperature Drying. Drying Technology 25: 547-555.

Haygreen, J.; Bowyer, J. 1982. Forest Products and Wood Science: An Introduction. The Iowa State University Press. Iowa.

Hukka, A. 1999. The Effective Diffusion Coefficient and Mass Transfer Coefficient of Nordic Softwoods as Calculated from Direct Drying Experiments. *Holzforschung* 53: 534-540.

Incropera, F.; DeWitt, D. 1999. *Fundamentos de Transferencia de Calor*. Prentice Hall, México. 912pp.

INFOR 2016. *La Industria del Aserrío*. Boletín Estadístico N° 155. Instituto Forestal, Santiago-Chile.

Instituto Nacional de Normalización. NCh176/1.Of84: Madera - Parte 1: Determinación de Humedad. Santiago, Chile, 1984.

Instituto Nacional de Normalización. NCh176/2.Of86: Madera - Parte 2: Determinación de la Densidad. Santiago, Chile, 1986.



Instituto Nacional de Normalización. NCh968.Of86: Madera - Selección, Obtención y Acondicionamiento de Muestras y Probetas para la Determinación de Propiedades Físicas y Mecánicas. Santiago, Chile, 1986.

Keey, R.; Langrish, T.; Walker, J. 2000. *Kiln-Drying of Lumber*. Springer Series in Wood Science. 326pp.

Liu, J.; Simpson, W.; Verrill, S. 2001. An Inverse Moisture Diffusion Algorithm for the Determination of Diffusion Coefficient. *Drying Technology* 19(8): 1555-1568.

MacLean, J. 1952. *Preservative Treatment of Wood by Pressure Methods*. US Dep Agr Handbook 40, 160pp.

Millán, Z.; De la Torre, L.; Oliva, L.; Berenguer, M. 2011. Simulación Numérica. Ecuación de Difusión. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica* 15(2): 29-38.

Miri, S.; Madhoushi, M. 2013. Kiln Drying Schedule based on Diffusion Theory. *World* of Sciences Journal ISSN 2307-3071.

Moraga, N.; Zambra, C.; Torres, P.; Lemus-Mondaca, R. 2011. Modelado de Dinámica de Fluidos y Transferencia de Calor y Masa en Procesos Agroalimentarios por Método de Volúmenes Finitos. *Dyna* 78(169): 140-149.

Moya, R.; Muñoz, F. 2008. Wet Pockets in Kiln-Dried *Gmelina arborea* Lumber. *Journal of Tropical Forest Science* 20(1): 48-56.

Muñoz, F. 2008. Secado de la Madera Aserrada. *Revista Forestal Mesoamericana Kurú* (*Costa Rica*) 5(13).

Nijdam, J.; Langrish, T.; Keey, R. 2000. A High-Temperature Drying Model for Softwood Timber. *Chemical Engineering Science* 55: 3585-3598.

Özisik, M.; Orlande, H. 2000. Inverse Heat Transfer. Taylor & Francis. 330pp.

Pang, S. 1996. Development and Validation of a Kiln-Wide Model for Drying of Softwood Lumber. 5th International IUFRO Wood Drying Conference.



Pang, S. 1996. Moisture Content Gradient in a Softwood Board Drying: Simulation From a2-D Model and Measurement. *Wood Science and Technology* 30: 165-178.

Patankar, S. V. 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation, N. Y. 197pp.

Peredo, M.; Figueroa, R. 1992. Secado Artificial de Madera de Coigüe. *Bosque* 13(2): 45-55.

Salinas, C.; Ananías, R.; Ruminot, P. 2008. Modelación Fenomenológica de las Curvas de Secado por Alta Temperatura de Pino Radiata. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 10(3): 207-217.

Salinas, C.; Chávez, C.; Gatica, Y.; Ananías, R. 2011. Simulación Bidimensional de Esfuerzos de Secado en la Madera usando CVFEM. *Ingeniería e Investigación* 31(1): 171-183.

Salinas, C.; Gatica, Y.; Vargas, H.; Ananías, R. 2013. Three-Dimensional Simulation of Isothermal Wood Drying of Radiata Pine using Effective Diffusion Coefficients. *Latin American Applied Research* 43: 95-102.

Salvo, L.; Ananías, R.; Cloutier, A. 2004. Influencia de la Estructura Anatómica en la Permeabilidad Transversal al Gas de Pino Radiata. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 6(1): 33-44.

Sánchez, R. 2007. Determinación Coeficiente Convectivo de Materia en el Secado de Sólidos. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 9(3): 245-258.

Siau, J. F. 1984. Transport Processes in Wood. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 245pp.

Simpson, W. 1980. Sorption Theories Applied to Wood. *Wood Fiber Science* 12(3): 183-195.

Skaar, C. 1988. Wood-Water Relations. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 283pp.

Stamm, A. 1964. *Wood and Cellulose Science*. The Ronald Press Company, New York. 543pp.



Tenorio, C.; Moya R.; Cubero R. 2014. Difusión del Agua en Astillas de Madera de Diez Especies de Rápido Crecimiento en Plantaciones en Costa Rica. *Interciencia* 39(2): 129-135.

Versteeg, H. K.; Malalasekera, W. 1995. An Introduction to Computational Fluid Dynamics. Longman Scientific & Technical. 257pp.

Vidal, M.; Cloutier, A. 2005. Evaluation of Wood Sorption Models for High Temperatures. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 7(3): 145-158.

Zhao, J.; Fu, Z.; Jia, X.; Cai, Y. 2015. Inverse Determination of Thermal Conductivity in Lumber based on Genetic Algorithms. *Holzforschung* 70: 1-7.



NOMENCLATURA

A_{tc}	Área de transferencia de calor y masa (m ²)	
α	Coeficiente convectivo de transferencia de calor (W/m ² K)	
β	Coeficiente Convectivo de Transferencia de Materia (mm/s)	
c_p	Calor específico de la madera (kJ/kg K)	
CH^*	Contenido de humedad normalizado (%)	
СН	Contenido de humedad (%)	
D	Coeficiente de difusión (m^2/s)	
$\dot{E}_{ingresada}$	Flujo de energía ingresada a la madera por unidad de tiempo (W)	
Ė _{sensible}	Calentamiento sensible de la madera por unidad de tiempo (W)	
$\dot{E}_{latente}$	Energía asociada al cambio de fase del líquido al interior de la madera por	
	unidad de tiempo (W)	
h_{fg}	Calor latente de vaporización (J/kg)	
J	Flujo difusivo (kg/s m ²)	
k	Conductividad térmica (W/m K)	
m_w	Masa de madera húmeda (kg)	
m_s	Masa de madera seca (kg)	
\dot{m}_{vapor}	Flujo de masa de agua evaporada (kg/s)	
$ ho_b$	Densidad básica de la madera (kg/m ³)	
q	Flujo de calor (W/m^2)	
\dot{Q}_{total}	Flujo de calor transferido por convección (W)	
$\dot{Q}_{sensible}$	Flujo de calor utilizado para calentar la madera (W)	
$\dot{Q}_{latente}$	Flujo de calor utilizado para evaporar el agua extraída (W)	
Т	Temperatura (°C)	
T_s	Temperatura en la superficie (K)	
T_{∞}	Temperatura del medio no perturbado, alejado de la capa límite (K)	
t	Tiempo (s)	

x Coordenada espacial (m)