



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

# **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
PROFESOR DE ENSEÑANZA MEDIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**AUTOR: PLACENCIA HENRÍQUEZ, ÁNGEL FERNANDO**

Profesor Guía: Rosales Riady, Marco Antonio

CHILLÁN 2019

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo de Tesis es un esfuerzo en el cual, directa o indirectamente, participaron distintas personas opinando, corrigiendo, teniendo paciencia, dando animo, acompañando en los momentos de crisis y en los momentos de felicidad. Este trabajo me ha permitido aprovechar la competencia y la experiencia de muchas personas que deseo agradecer en este apartado.

En primer lugar, a mi de Profesor de Tesis, Marco Antonio Rosales Riady, mi más amplio agradecimiento por haberme confiado y apoyado en este trabajo, por su paciencia ante mi inconsistencia, por su valiosa dirección y apoyo para seguir este camino de Tesis y llegar a la conclusión del mismo. Cuya experiencia y educación han sido mi fuente de motivación y de curiosidad durante este año.

Todo esto nunca hubiera sido posible sin el amparo incondicional que me otorgo y el cariño que me brindo mi madre y mis hermanas, que de forma incondicional, entendieron mis ausencias y mis malos momentos. Que a pesar de la distancia siempre estuvieron a mi lado para saber como iba mi proceso. Las palabras nunca serán suficientes para testimoniar mi aprecio y mi agradecimiento.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **RESUMEN**

La presente investigación analiza las principales dificultades que tienen los estudiantes de cuarto año medio, al realizar problemas de construcción en geometría plana.

Siendo su principal objetivo, analizar y describir los cambios de registros que se realizan en la construcción de figuras geométricas planas, enfocándonos principalmente en los errores que los estudiantes cometen al realizar este cambio de registro.

Para ellos se utilizó una metodología con enfoque cualitativo, con estudio de casos, puesto que se quiere identificar y describir errores que cometen los estudiantes al resolver problemas de construcción de figuras geométrica planas.

Los resultados evidencian que los estudiantes realizan cambios de registros, pero no de forma óptima, ya que al aplicar el instrumento los estudiantes de cuarto medio interpretaron de forma correcta el enunciado, pero no dieron respuesta a la pregunta propuesta.

Siendo los principales errores visualizados al aplicar el instrumento, la no utilización de los instrumentos apropiados en la construcción de figuras geométricas y no realizar las construcciones proporcionales.

Palabras claves: Geometría plana y cambio de registro.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **ABSTRACT**

The present investigation analyses the main difficulties that students in the fourth year have when making construction problems in flat geometry.

Being its main objective, analyse and describe the changes of records that are made in the construction of flat geometric figures, focusing mainly on the mistakes that students make when making this change of registration.

For them, a methodology with a qualitative approach was used, with case studies, since students want to identify and describe mistakes when solving problems of construction of flat geometric figures.

The results show that the students make changes of records, but not optimally, since when applying the instrument, the fourth-grade students correctly interpreted the statement, but did not answer the proposed question.

Being the main errors visualized when applying the instrument, the non-use of the appropriate instruments in the construction of geometric figures and not making the proportional constructions.

Keywords: Flat geometry and change of register.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

### **TABLA DE CONTENIDOS**

Agradecimientos	1
Resumen	2
Abstract	3
Introducción	6
<b>I. PROBLEMATICA DE LA INVESTIGACION</b>	<b>7</b>
1.1 Planteamiento del problema	8
1.2 Justificación del problema	10
1.3 Ámbito temático	11
1.4 Problema de investigación	11
1.5 Objetivos de la investigación	12
1.5.1 objetivos generales	12
1.5.2 objetivos específicos	12
1.6 Premisas	12
<b>II. MARCO TEÓRICO</b>	<b>13</b>
2.0 Marco teórico	14
2.1 Representaciones semióticas	14
2.2 Tipos de registros	15
2.3 Paradigmas geométricos	17
<b>III. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN</b>	
3.0 Metodología de investigación	19

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

3.1	Diseño metodológico de la investigación	20
3.2	Sujeto de estudio	20
3.3	Sujeto de estudio	20
3.4	Técnicas de recolección de datos	21
<b>IV.</b>	<b>ANÁLISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS</b>	<b>22</b>
4.1	Diseño metodológico respecto a los sujetos de estudio	23
4.1.1	Respecto a las condiciones de aplicación	25
4.1.2	Respecto al diseño de las actividades	25
4.1.3	Análisis a priori	26
4.1.4	Respecto al análisis de las respuestas	33
4.2	Resultados de la experimentación	34
4.2.1	Análisis a Posteriori	34
4.2.1	Actividad 1	34
4.2.2	Actividad 2	37
4.2.3	Actividad 3	41
4.3	Análisis de las construcciones	43
4.3.1	Actividad 1	43
4.3.2	Actividad 2	43
4.3.3	Actividad 3	44
	Confrontación	45
<b>V.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	
5.1	conclusiones	46
<b>VI.</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	
	Bibliografía	49

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **INTRODUCCIÓN**

Resolver problemas geométricos ha generado una de las mayores dificultades en los estudiantes, debido a lo difícil que es visualizar mentalmente figuras geométricas, lo que los lleva a dar una respuesta incorrecta. En geometría no solo el uso de fórmulas es lo importante para resolver una situación problemática, sino también, visualizar y tener un razonamiento adecuado.

El presente estudio tiene por finalidad mostrar los errores que cometen los estudiantes al resolver problemas de geometría. Para ello se han diseñado diferentes reactivos, en cuales los estudiantes deben contestar y de ellos se harán estudios paso a paso de acuerdo a las construcciones realizadas por ellos.

El principal motivo de la presente investigación fue evidenciar que los estudiantes tienen problemas y dificultades para llevar un enunciado a un registro figural, por ello nace la pregunta ¿Qué procesos tienen lugar durante la construcción geométrica? El responder esta pregunta condujo a la exploración de los recursos estratégicos que permitían el tránsito desde el lenguaje cotidiano hasta el lenguaje figural.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **Capítulo I:**

#### **PROBLEMATICA DE LA INVESTIGACION**

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

### 1.1 Planteamiento del problema

El estudio de la geometría es importante pues desarrolla ciertas habilidades en el estudiante, tales como: la visualización y su capacidad para explorar, representar y describir su entorno; ya que le proporciona un conocimiento útil en la vida cotidiana, en las ciencias, en las técnicas y diversos campos de la actividad humana; este conocimiento lo prepara para razonar, demostrar, conjeturar y comprender mejor las ideas relacionadas con los números, medición y otras partes de la matemática. (Vara Orozco, 2003, pág. 11).

*La sociedad actual exige que los docentes eduquen a los estudiantes, les brinden conocimientos que tengan gran calidad, que formen un joven con una cultura general, y el tema de las construcciones geométricas no se queda exenta de esta cultura.*

*Generalmente se ve que los estudiantes cuando resuelven un problema geométrico, no realizan correctamente la construcción de la figura, y a veces no pueden hacer un análisis objetivo del problema que les permita resolver el mismo y este es uno de los elementos que más afecta a los estudiantes para efectuar una construcción correcta.*

*El principal requisito para resolver un problema de geometría es realizar la construcción de la figura con toda la exactitud posible, como lo exige el problema, y ahí es donde intervienen los conocimientos que tienen los estudiantes sobre construcciones geométricas.*

*(Valle Castañeda, 2009)*

Para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría es fundamental el pasar de un registro a otro, pero esto no está internalizado por parte de los alumnos. Muchas investigaciones realizadas en los últimos años (Duval, 2009; de guzman,2009; Yves Cevallard,1991) en el campo de la matemática educativa, específicamente la relativa al uso de los registros de representación semiótica, han fortalecido la postura de que el aprendizaje de la matemática se ve favorecido cuando se incorporan en su enseñanza actividades didácticas que favorezcan la utilización y articulación entre diferentes registros.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

Duval (1998), sostiene que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a ello, compartiendo lo que afirma este autor, hemos considerado este trabajo como un ejemplo en el que puede ser factible analizar este aspecto y además estudiar los distintos tipos de registros que se aplican durante el desarrollo del tema. Además, sustenta que *"las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propios constreñimientos de significancia y de funcionamiento"*(Duval, 1998).

Del mismo modo, Torregrosa y Quesada (2007), sostienen que, en los procesos de enseñanza y aprendizaje, los estudiantes se ven enfrentados a diferente información que les llega desde el exterior.

Gutiérrez (1996) plantea la importancia de conocer como los estudiantes analizan y transforman esta información, en la medida que es más fácil hacer una intervención eficaz a los procesos de resolución de problemas y se tiene un conocimiento profundo de estos.

Por su parte, sustenta que, a través de la abstracción, a partir de observaciones de objetos reales y de experiencias sobre estos. Además de argumentar que para seguir un razonamiento lógico se necesita memoria y lenguaje, que debe avanzarse de lo concreto a lo abstracto; observar, accionar y manipular el objeto.

En este contexto, los estudiantes además de utilizar sistemas de representación inadecuados, se complejiza en la construcción geométrica, y en la rotulación asociada a los enunciados o consignas de los problemas a resolver, generando así nuestro principal problema.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

Es evidente que la dificultad se manifiesta también en la prioridad de los procedimientos de construcción y en la utilización de los instrumentos de construcción.

Es por ello que este estudio, se enfocará en analizar paso a paso el cambio de registro que realizan los estudiantes cuando resuelven un problema de geometría, estudiaremos si estos efectúan de una forma correcta el cambiar del registro escrito al registro figural, ya que es en ese punto en donde muchos estudiantes cometen errores.

### **1.2 Justificación del Problema**

El enfoque clásico de la geometría euclidiana se ha caracterizado por la rigidez de las figuras, pero éste cambia a un enfoque dinámico de la enseñanza de geometría, a través de la aparición de las nuevas tecnologías, como son los procesadores geométricos. Por su parte, el currículum sigue centrado en la adquisición de un lenguaje geométrico básico, una caracterización de triángulos, cuadriláteros, círculo, y algunas propiedades elementales en Educación Básica, y el desarrollo de la medida de cálculo de perímetros, áreas, y volúmenes, como además del desarrollo de la geometría proporcional, en Educación Media, incluso en ésta última, la trigonometría y vectores.

Entre los procesadores geométricos más conocidos se encuentran el *Cabri Geométrico*, *GeoGebra*, *Regla y Compás*. Estos programas actúan como un instrumento, y no son un fin, sino el vehículo para que los estudiantes logren la adquisición de los saberes asociados a la geometría escolar prescrita.

Se considera, entonces, que la importancia de este trabajo de investigación, radica en la instancia para que los estudiantes de cuarto año medio logren un aprendizaje significativo de la geometría y demuestren la adquisición de competencias geométricas de construcción.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **1.3      Ámbito Temático**

El tema de investigación a realizar se enfocará en la ciencia pedagógica que se basa en la concreción del acto de construcción de figuras geométricas, tales como triángulos, cuadriláteros, circunferencias, etc. bajo ciertas condiciones o propiedades

### **1.4      Pregunta de investigación**

- ¿Cómo leen e interpretan los enunciados en problemas de construcción geométrica, los estudiantes de 4to año medio?
- ¿Cuáles son los conocimientos previos que necesitan estos estudiantes para efectuar una construcción geométrica?
- ¿Cuáles son los principales errores que cometen éstos mismos, al cambiar de registro verbal escrito en lengua natural, al registro figural en la construcción de configuraciones geométricas?

Para responder a estas preguntas, se considera como premisas la decodificación como factor que influye en los tipos de representación que pueden tener los estudiantes al resolver problemas de construcción geométrica, al hacer el pasaje desde el enunciado verbal a la configuración asociada a tal enunciado.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **1.5 Objetivo de investigación**

#### **Objetivo general**

- Analizar y describir los cambios de registros que se realizan en la construcción de figuras geométricas planas, enfocándonos principalmente en los errores que los estudiantes cometen al realizar este cambio de registro.

#### **Objetivos específicos**

- Determinar los procedimientos utilizados por los estudiantes de la asignatura de matemática de 4º año medio en la construcción de figuras geométricas planas.
- Determinar cuáles son las herramientas que privilegian los estudiantes para la construcción de figuras geométricas planas
- Identificar los errores más frecuentes que cometen los estudiantes relacionados con la actividad de construcción de figuras geométricas planas.

### **1.6 Premisa de investigación**

Para acercarnos a nuestro objetivo de investigación, formulamos la Premisa:

“Los estudiantes de cuarto medio, en la asignatura de matemática, cometen diversos errores de cambio de registros en la construcción de figuras geométricas.”

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

**Capítulo II**

**MARCO TEORICO**

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

Las representaciones, interiores (mentales) y/o exteriores (semióticas), son imprescindibles para estudiar los fenómenos relativos al conocimiento, pues, sin una actividad de representación un sujeto no puede movilizar ningún conocimiento.

### **2.1 Representaciones semióticas**

Los sistemas semióticos, son todos aquellos sistemas que nos permiten comunicar nuestras ideas con otro individuo, ya sea a través del lenguaje natural oral o escrito, representaciones simbólicas, gráficos cartesianos, figuras geométricas entre otras.

Los sistemas semióticos de representación no solo permiten designar los objetos matemáticos, también permiten realizar transformaciones entre ellos. Toda transformación o actividad matemática requiere utilizar un sistema semiótico de representación; lo que importa no es su representación, sino su transformación. A diferencia de otras áreas del conocimiento científico, los signos y las transformaciones de la representación semiótica se encuentran en el corazón de la actividad matemática. Duval, (2006, pág. 3).

Duval, señala lo siguiente: para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir tres actividades relacionadas con la semiosis<sup>1</sup>:

- 1. La presencia de una representación identificable de un registro dado.*

---

<sup>1</sup>**Semiosis:** es cualquier forma de actividad, conducta o proceso que involucre signos. Incluyendo la creación de un significado. Es un proceso que se desarrolla en la mente del intérprete; se inicia con la percepción del signo y finaliza con la presencia en su mente del objeto del signo.

Leer más: <http://www.monografias.com/trabajos87/registros-semioticos-duval/registros-semioticos-duval.shtml#ixzz3W04UDqPN>

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

2. *El tratamiento de una representación* esto es, la transformación de la representación realizada en el mismo registro en que ha sido formulada. El tratamiento es una transformación interna a un registro.
  
3. *La conversión de una representación en otra* es la transformación de la representación en una representación de otro registro, conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial.

Duval, clasifica los sistemas de representación o registros en multifuncionales y monofuncionales, y éstos en discursivos y no discursivos. Los primeros se utilizan en muchos dominios culturales y sociales diferentes, de ahí su nombre. Los monofuncionales son sistemas semióticos que se especializan en un solo tratamiento, tienen un carácter técnico y formal, además tienen una gran potencia de tratamiento, ya que permite desarrollar algoritmos.

Teniendo en cuenta que las situaciones que se proponen a los estudiantes están expresadas en registro funcional discursivo (lengua natural), queda establecido el tipo de registro cuando dicha situación está asociada a un eje temático disciplinar. Por ejemplo, un enunciado verbal asociado a una representación de una figura geométrica. En este caso, al registro de figuras geométrica, es decir al registro multifuncional no discursivo.

### **2.2 Tipos de registros**

En general, la enseñanza de las Matemáticas se organiza como si la coordinación de los diferentes registros de representación introducidas o utilizadas se efectuara rápida y espontáneamente. Parece que el objetivo principal en la enseñanza no es el cambio de registro a efectuar, sino los tratamientos que podrían realizar sobre la representación obtenida después del cambio.

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Los estudiantes, deben aprender a realizar conversiones en distintos registros como una actividad necesaria, por lo que la coordinación entre dichos registros es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento.

A modo de resumen, Duval propone la siguiente clasificación:

	<b>REPRESENTACIÓN DISCURSIVA</b>	<b>REPRESENTACIÓN NO DISCURSIVA</b>
<p><b>REGISTROS MULTIFUNCIONALES:</b></p> <p>Los tratamientos no son algoritmizables.</p>	<p><b>Lengua natural</b> Asociaciones verbales (conceptuales) Forma de razonar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentación a partir de observaciones, de creencias...</li> <li>• Deducción válida a partir de definiciones o de teoremas.</li> </ul>	<p><b>Figuras geométricas</b> planas o en perspectivas (configuraciones en dimensión 0, 1, 2 o 3).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprensión operatoria y no solamente perceptiva.</li> <li>• Construcción con instrumentos.</li> </ul>
<p><b>REGISTROS MONOFUNCIONALES:</b></p> <p>Los tratamientos son principalmente algoritmos.</p>	<p><b>Sistemas de escrituras:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Numéricas (binaria decimal, fraccionaria...);</li> <li>• Algebraicas</li> <li>• Simbólicas (lenguas formales).</li> <li>•</li> <li>• Cálculo</li> </ul>	<p><b>Gráficos cartesianos.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variaciones de sistema de coordenadas.</li> <li>• Interpolación, extrapolación.</li> </ul>

(Morales, 2013, pág. 773)

En este trabajo de investigación se utiliza los registros multifuncionales de representación no discursiva en geometría y discursiva cuando a los estudiantes se les solicita justificar sus respuestas.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

### **2.3 Paradigmas Geométricos**

*"(...) un paradigma son realizaciones científicas universalmente reconocidas que, durante cierto tiempo, proporcionan modelos de problemas y soluciones a una comunidad científica» o más precisamente «Conjunto de hipótesis teóricas generales, leyes y técnicas para su aplicación, compartidas por los miembros de una comunidad científica, implicando una cierta coincidencia en sus juicios profesionales." (Kuhn, 1971, p.13)*

Houdement (2006) y Kuzniak (2014) nos invitan a replantear la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, pues ofrecen elementos para que el alumno y el profesor construya un espacio de trabajo apropiado para enfrentar un problema geométrico: la interpretación de los problemas, la forma de abordarlos y la reflexión en torno a ellos.

Es así, que un paradigma geométrico considera tres aspectos: las creencias de la comunidad (filosófico), los modos de pensamiento –intuitivo, deductivo, experimental– (cognitivo) y la evolución misma de la geometría (epistemológico).

Estos autores plantean la existencia de tres tipos de geometrías o paradigmas geométricos, a saber:

- i. Geometría natural (GI). Hay una relación con la realidad, es así que los objetos están definidos por el modelo geométrico, pero en correspondencia con la realidad espacial y local del individuo. Los medios de prueba son de tipo material, se utilizan artefactos para la representación del objeto (no son objetos abstractos, sino que objetos concretos). El modelo geométrico subyacente es la idea que el individuo tiene y se forja de la Geometría Euclidiana.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

- ii. Geometría axiomática natural (GII). La geometría es concebida como el esquema de la realidad. El razonamiento de validación se funda sobre las leyes hipotéticas deductivas del sistema axiomático en juego (propiedades, definiciones, etc.). El modelo geométrico no es el euclidiano, puesto que los problemas para ser resueltos no requieren de la presencia de todos los axiomas.
  
- iii. Geometría axiomática formalista (GIII). Los objetos geométricos en esta geometría provienen de una axiomática elegida con toda la rigurosidad y formalismo del modelo geométrico elegido. El razonamiento de validación se realiza exclusivamente, a través del sistema formal de axiomas del modelo geométrico subyacente. Se dice que GIII surge con la aparición de las geometrías no euclidianas, y la euclidiana es parte de este paradigma. Por lo tanto, la investigación se basará en torno a la geometría I y la geometría II, por tratarse de la geometría estudiada en enseñanza media.

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

**Capítulo III**

**METODOLOGIA DE INVESTIGACIÓN**

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

### **3.1 Diseño metodológico de la investigación**

La presente investigación, se abordó desde una perspectiva cualitativa, con la metodología de la Ingeniería Didáctica. Se trabaja en estudios de casos, puesto que se quiere identificar y describir errores que cometen los estudiantes, al resolver problemas de construcción de figuras geométrica planas. Para ello se observó cómo enfrentan la resolución y se analizó las producciones de los estudiantes, y cómo éstos describen los procedimientos de construcción. De igual manera se observó cuáles son los instrumentos que utilizan o privilegian al efectuar la construcción. De este modo queda de manifiesto la conversión de registros.

### **3.2 Sujetos de estudio**

La investigación se realizó en el Colegio Hispanoamericano de Chillán, correspondiente a educación científico humanista, considerando sujetos de estudio a estudiantes de cuarto año medio, quienes en su formación ya cuentan con conocimientos previos en geometría, por lo cual pueden abordar las tareas que se les encomienden. En el caso particular, los participantes fueron voluntarios, lo que fue bueno, pues sus respuestas fueron intencionadas y no forzadas.

### **3.3 Estudio de casos**

El estudio de caso se realizará a tres de estos estudiantes, los cuales se comprometieron a participar en la experiencia, de modo de salvaguardar la objetividad de sus respuestas, para ello se firmará un protocolo de participación.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **3.4 Técnica de recolección de datos**

Para realizar la investigación se dispondrá de los siguientes instrumentos que permitirán la recolección de información:

- Test de Desarrollo (instrumento) compuesto por tres actividades de construcción geométrica graduadas en niveles de complejidad.
- Registro anecdótico para la observación del desarrollo de la experiencia.

Las producciones de los estudiantes se analizarán didácticamente acorde al marco teórico. Se describirá el campo de restricciones y las condiciones de aplicación.

### **3.5 Procedimientos y análisis de la información**

Para el análisis de la información se consideró algunas fases de la Ingeniería Didáctica. Estos son:

- Análisis a priori.
- Análisis a posteriori y
- Confrontación.

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

**Capítulo IV**

**ANÁLISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS**

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **4.1 Diseño metodológico respecto a los sujetos de estudio**

Los tres estudiantes participantes, cursan cuarto año medio; el curso se divide en un plan diferenciado, lenguaje y matemática; uno de los estudiantes está en el electivo de lenguaje y los otros dos en el electivo de matemática. Como estudiantes de cuarto medio se considera que tienen los conocimientos requeridos para enfrentar las actividades de construcción geométricas que se les propondrían. Las actividades son las siguientes:

#### **Test de Desarrollo (Instrumento)**

Instrucciones:

- Responde cada actividad en hoja separa.
- Utiliza los instrumentos que creas adecuados para cada construcción.
- Usa lápiz grafito.
- Dispones de dos horas para responder

#### **Actividad 1**

Considere una circunferencia de radio 5 cm, donde está inscrito un hexágono regular.

- a) Represente la situación construyendo la configuración
- b) ¿Cuál es el área del hexágono regular inscrito en la circunferencia?

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **Actividad 2**

El dueño de un terreno rectángulo de 150 m de ancho y 250 m de largo desea construir su casa en uno de los vértices del terreno y un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno.

- a) Represente la situación construyendo la configuración.
- b) Si desea que el puente este lo más cercano posible a su casa. ¿En qué punto sobre el río debería construir el puente y a que distancia quedaría de su casa?

### **Actividad 3**

Un joven enamorado quiere ir a visitar a su novia que está a 30km de distancia río arriba, pero el camino está en línea recta paralela al río. El joven va a caballo a cumplir su romántica misión, el río está a 10 km de distancia del camino que une los puntos H del joven y A de la doncella.

- a) Represente la situación construyendo la configuración
- b) El caballo necesita agua para hacer todo el viaje, el jinete se pregunta, ¿dónde debe parar para que el caballo tome agua Y haga el menor recorrido posible?
- c) Determine la distancia que debe recorrer.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **4.1.1 Respetto a las condiciones de aplicación**

Se fijó de común acuerdo el día y la hora para la aplicación del instrumento. Posteriormente, al entregarles la hoja que presenta las actividades, se indicó el objetivo de la experiencia. Se acordó que el desarrollo de cada actividad sería llevado a cabo de manera completamente individual, sin comunicación entre ellos, y con supervisión del profesor. Además, se les indicó que disponían de dos horas para realizarlas y que tenían la libertad de utilizar todos los recursos que ellos consideraran pertinentes, sin darle opciones concretas, como por ejemplo dibujar a mano alzada, usar regla y compás.

### **4.1.2 Respetto al diseño de las actividades**

Las actividades fueron tomadas de libros de enseñanza media entregados por el MINISTERIO DE EDUCACIÓN. A cada una de ellas se le agregó la instrucción que debían construir la representación en el registro figural y luego responder lo solicitado. Se consideró que las construcciones geométricas fueran abordables por parte de los estudiantes, bajo las condiciones de mano alzada, o con instrumentos para la construcción.

#### **Actividad 1**

*“Matemática texto para el estudiante 1º medio. editorial McGraw-Hill interamericana 2011- pagina 170”*

#### **Actividad 2**

*Matemática texto para el estudiante 2º medio. editorial Santillana 2012- página 170*

#### **Actividad 3**

*Matemática texto para el estudiante 4º medio. editorial Santillana 2014- página 249*

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **4.1.3 Análisis a priori**

#### **Actividad 1**

Considere una circunferencia de radio 5 cm, donde está inscrito un hexágono regular.

- c) Represente la situación construyendo la configuración
  
- d) ¿Cuál es el área del hexágono regular inscrito en la circunferencia?

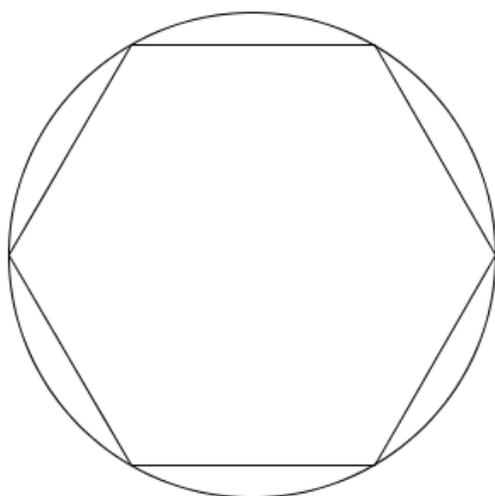
#### Análisis A priori

- Actividad con dos tareas:
  - La primera de construcción
  - La segunda de cálculo de área
- Conocimientos previos
  - Reconocimiento y construcción de una circunferencia de radio dado.
  - Reconocimiento y construcción de polígonos regulares inscritos.
  - Conocimiento de propiedades del hexágono regular.
  - Conocimiento de la fórmula del área de un triángulo equilátero, o bien, el Teorema de Pitágoras para deducir la fórmula.
- Posibles errores
  - Confundir la inscripción con la circunscripción de polígonos
  - Mala utilización de las propiedades del hexágono regular.
  - Mala utilización de instrumentos de construcción
  - Cometer errores de cálculo y/o aplicación de fórmulas.

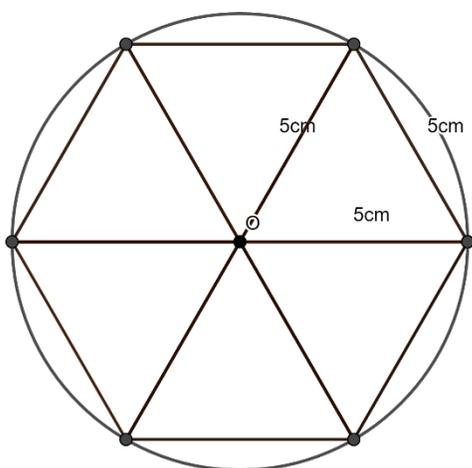
## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Tarea a)

Configuración



Tarea b)



## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 6 \cdot r^2 \frac{\sqrt{3}}{4} [cm]^2 \\ \hat{A} &= 3 \cdot r^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} [cm]^2 \\ \hat{A} &= 3 \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} [cm]^2 \\ \hat{A} &= \frac{75\sqrt{3}}{2} [cm]^2 \end{aligned}$$

### Actividad 2.

El dueño de un terreno rectángulo de 150 m de ancho y 250 m de largo desea construir su casa en uno de los vértices del terreno y un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno.

- a) Represente la situación construyendo la configuración.
  
- b) Si desea que el puente este lo más cercano posible a su casa. ¿En qué punto sobre el río debería construir el puente y a que distancia quedaría de su casa?

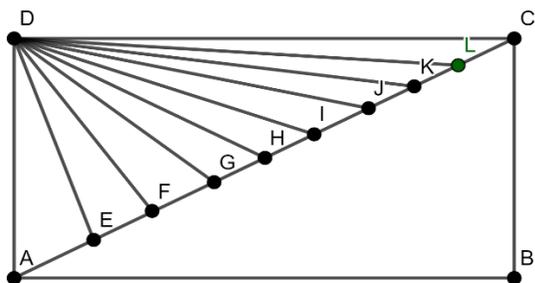
### Análisis A priori

- Actividad con dos tareas:
  - La primera de construcción
  - La segunda de cálculo de distancia.
  
- Conocimientos previos
  - Reconocimiento y construcción rectángulo.
  - Conocimiento y construcción de rectas perpendiculares.
  - Conocer que la distancia entre un punto y una recta es la longitud del segmento perpendicular trazado desde el punto a la recta.

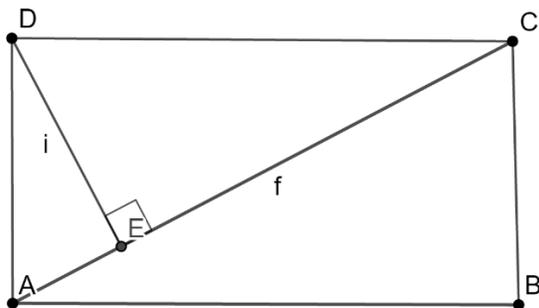
## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

- Conocer y aplicar el teorema de Pitágoras
- Teoremas de semejanza de triángulos rectángulos
  
- Posibles errores
  - Durante la construcción no tracen la perpendicular desde el punto que representa la casa a la recta que representa el río.
  - Cometer errores de cálculo y/o aplicación de teorema de Pitágoras y de semejanza.

Tarea a)



Tarea b)



1.

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AC^2 = 150^2 + 250^2$$

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

$$AC^2 = 22500 + 62500$$

$$AC^2 = 85000$$

$$AC = \sqrt{85000}$$

$$AC = 50 \cdot \sqrt{34}$$

2.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{DC}$$

$$\frac{150}{50 \cdot \sqrt{34}} = \frac{DE}{250}$$

$$\frac{250 \cdot 150}{50 \cdot \sqrt{34}} = DE$$

$$\frac{750}{\sqrt{34}} = DE$$

$$\frac{750 \cdot \sqrt{34}}{34} = DE$$

$$128,62 \approx DE$$

### Actividad 3

Un joven enamorado quiere ir a visitar a su novia que está a 30km de distancia río arriba, pero el camino está en línea recta paralela al río. El joven va a caballo a cumplir su romántica misión, el río está a 10 km de distancia del camino que une los puntos H del joven y A de la doncella.

a) Represente la situación construyendo la configuración

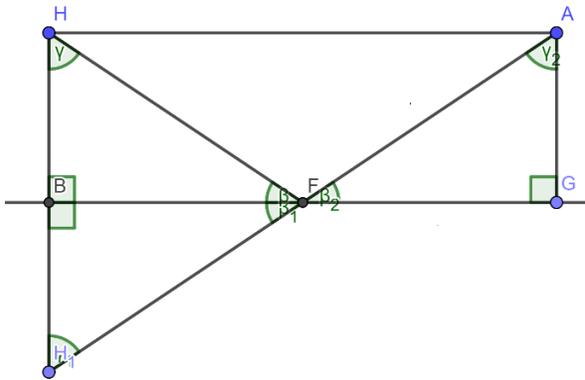
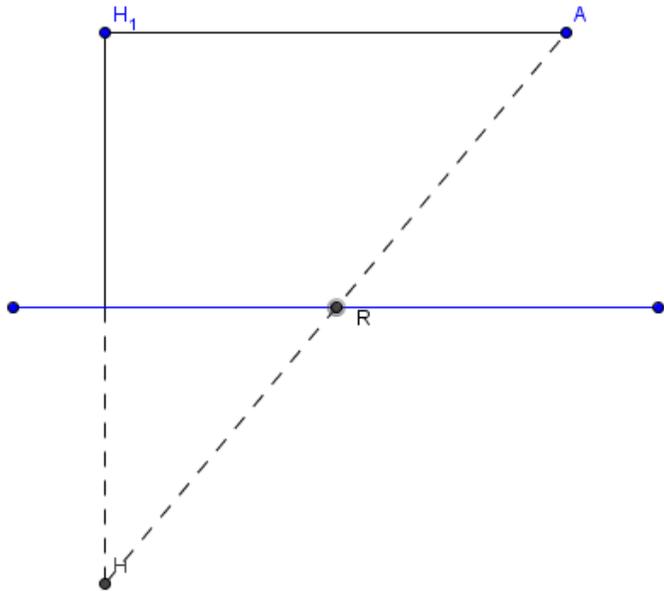
## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

- b) El caballo necesita agua para hacer todo el viaje, el jinete se pregunta, ¿dónde debe parar para que el caballo tome agua Y haga el menor recorrido posible?
- c) Determine la distancia que debe recorrer.

### Análisis A priori

- Actividad con tres tareas:
  - La primera de y la segunda tarea serán de construcción y análisis.
  - La tercera corresponde al cálculo de la distancia y uso de la semejanza de triángulos.
  
- Conocimientos previos:
  - Reconocimiento y construcción rectángulo.
  - Conocimiento y construcción de rectas perpendiculares.
  - Eje de simetría y punto simétrico.
  - Rectas y punto medio
  - Semejanza de triángulos
  
- Posibles errores
  - Durante la construcción no tracen la semestral desde H
  - En la construcción no reconozcan los triángulos como semejantes

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS



## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **4.1.4 Respecto al análisis de las respuestas**

El análisis se efectuó por actividades, elaborando descripciones de lo puesto en escena por los estudiantes, a partir de sus producciones escritas y, posteriormente, efectuando un análisis por construcción. Luego, se profundizó el análisis prestando especial atención a la movilización de conocimientos previos, las estrategias de resolución y habilidades puestas en juego por los estudiantes. A cada estudiante lo denominamos como  $Ei-j$  en donde  $i$  corresponde al número de estudiante y  $j$  al número de la premisa.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

### **4.2 Resultados de la experimentación**

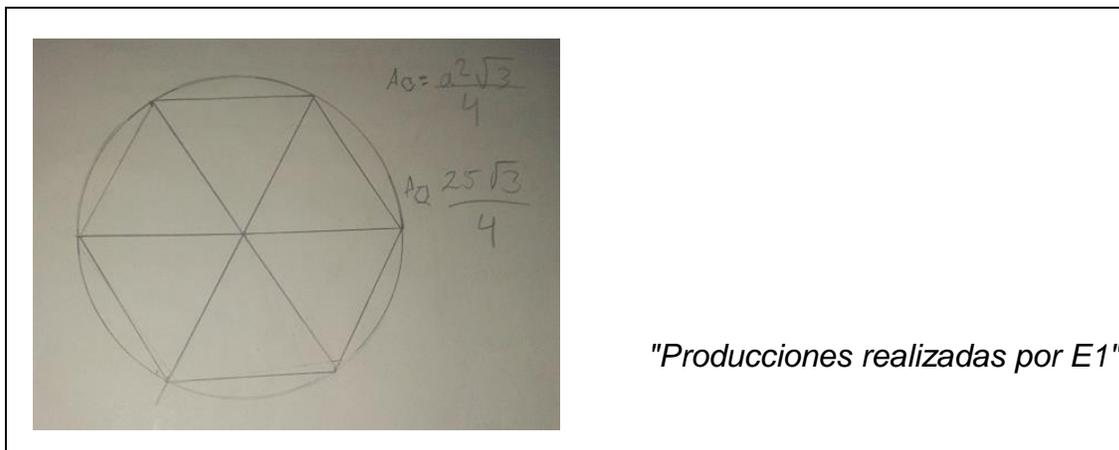
#### **4.2.1 Análisis a Posteriori**

Con el fin de describir el trabajo de los estudiantes a lo largo de la experimentación, hemos recolectado datos de las observaciones realizadas en la secuencia de enseñanza, para poder de este modo validar las premisas formuladas en la investigación.

##### **4.2.1.1 Actividad 1**

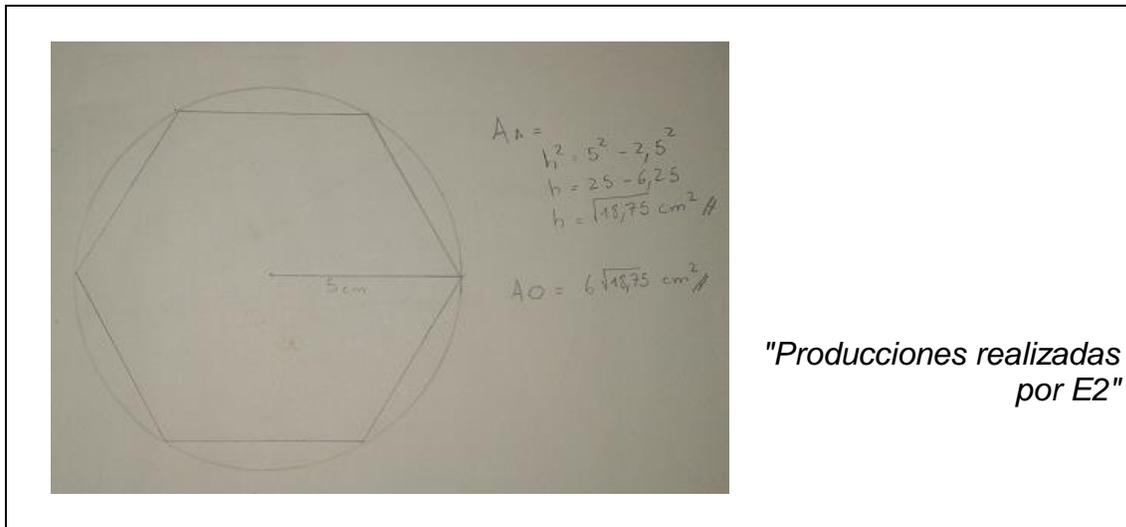
**E1-1**, comienza midiendo y marcando el radio de la circunferencia, para luego iniciar la construcción de la circunferencia de radio 5cm, terminado el proceso de construcción de la circunferencia, el estudiante comienza la construcción de hexágono inscrito midiendo con una regla la distancia que tiene que existir desde cada vértice del hexágono, construyendo este de manera exitosa. Claramente el estudiante hace una **conversión** de registro, del registro verbal escrito al registro figural. De igual forma, cada vez que traza en la circunferencia, está realizando un **tratamiento** en el registro figural. El estudiante, también realizó un **tratamiento** en el registro algebraico al valorar la fórmula del área de un triángulo equilátero. Esta actividad está en el **paradigma G1**, pues se utiliza regla y compás.

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS



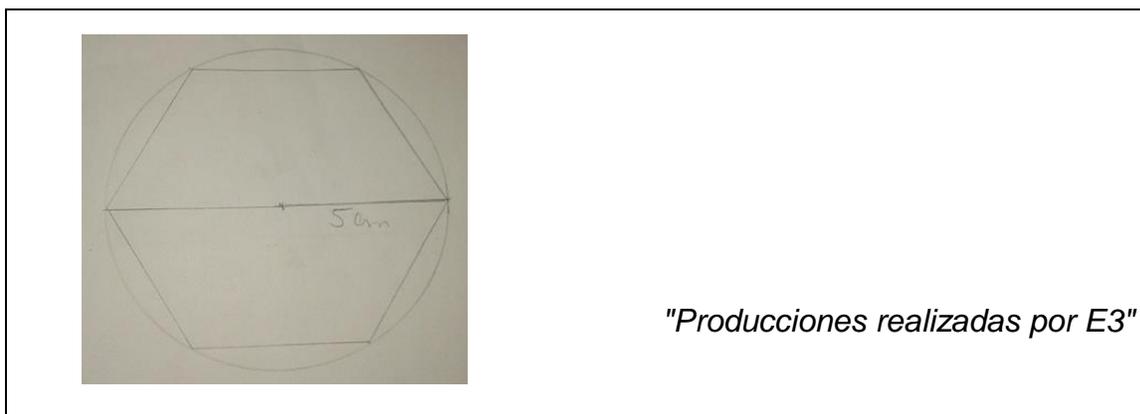
**E2-1**, comienza trazando el radio de la circunferencia, para tomar la medida del radio con en compas y trazar la circunferencia; trazada la circunferencia mide 5cm desde un punto de la circunferencia a otro punto sobre la misma, obteniendo 6 puntos sobre la circunferencia luego une los puntos sobre la circunferencia obteniendo un hexágono inscrito en la circunferencia. Podemos ver que el estudiante realiza un correcto **cambio de registro**, es decir una **conversión**, ya que fue capaz de llevar el problema desde el registro escrito al registro figural, también fue capaz de trabajar con los registros mono funcionales algebraicos ya que se apoyó en la fórmula de Pitágoras para determinar el área que tendría cada uno de ellos realizando así un **tratamiento** en el registro algebraico, y demostrando comprensión de la operatoria. Y es por ello que podemos decir que esta tarea se encuentra en el **paradigma geométrico G2**, ya que fue capaz de deducir e intuir que la fórmula de Pitágoras era una buena opción para resolver la tarea.

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**



**E3-1**, contrario con los dos casos anteriores comienza el proceso marcando la circunferencia con un radio cualquiera, al que luego de terminado la construcción de esta, traza el diámetro de la circunferencia, **tratamiento**, marcando el radio con el valor 5.

Luego procede la construcción del hexágono inscrito, para ello el estudiante usa el transportador para marcar cada uno de los vértices del hexágono, el estudiante realiza un cabio de registro exitoso, **conversión**, llevando desde el registro verbal escrito al registro figural sin ningún problema. También vemos el uso de instrumentos para el apoyo de la construcción y con ello se encuentra en el **paradigma G1**.



## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### ***Analizando algunas características de las producciones observadas en la experimentación:***

**E1-1:** Realiza una representación creada con regla y compas. Realiza una transferencia del lenguaje maternal al lenguaje de figuras de una forma adecuada, además el estudiante traza segmentos desde los vértices del hexágono al centro de la circunferencia, que es el mismo centro del hexágono, formando así triángulos equiláteros. Para dar respuesta al inciso, el estudiante utiliza su construcción para justificar que un hexágono está formado por 6 triángulos equiláteros y utilizar la fórmula de este último para dar respuesta al inciso.

**E2-1:** realiza un cambio desde el lenguaje maternal a una representación visual, esta representación la logra a través de una construcción con regla y compas. El estudiante no realiza una conexión con otras figuras o no existe una aprensión sobre la figura para dar respuesta al inciso.

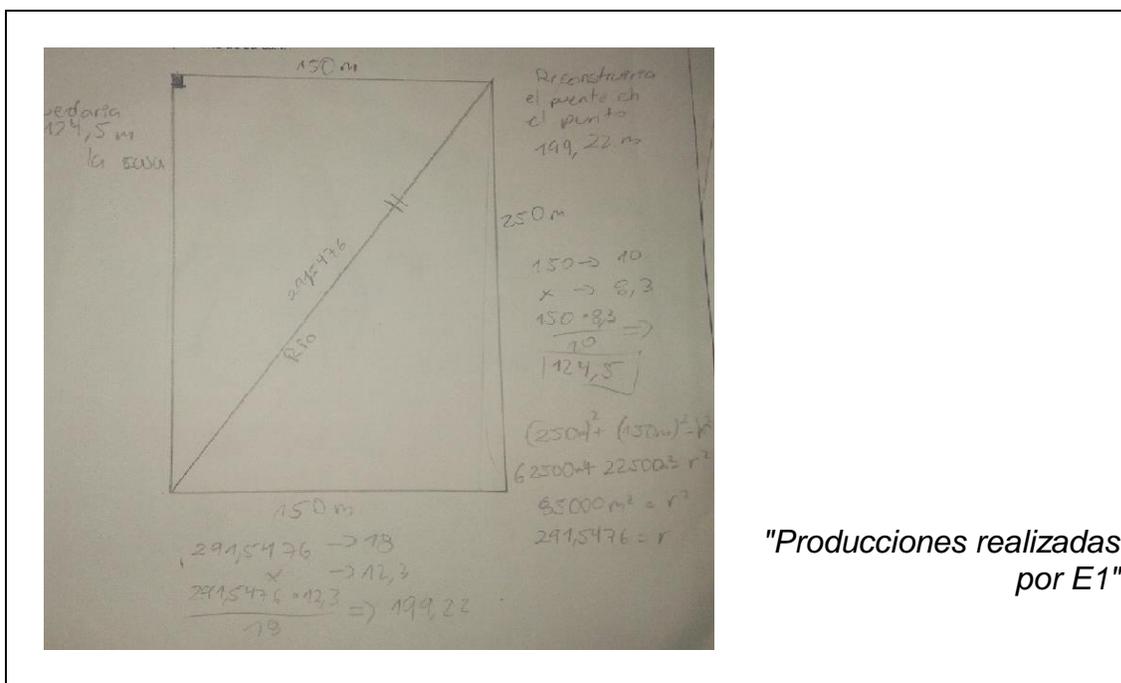
**E3-1:** realiza una representación visual del objeto puesto en juego, la transferencia realizada por el estudiante es una transferencia adecuada para ello el estudiante utiliza regla, compas y transportador. El estudiante utiliza los sistemas de medición de ángulos a través del transportador para dividir la circunferencia en 6 partes iguales, cada una con un arco de 60 grados. Formada la figura el estudiante no tuvo éxito en responder el inciso ya que no conecto el hexágono con otras figuras.

### **4.2.2 Actividad 2**

**E1-2,** dibujo un rectángulo en cual representaría el ejercicio propuesto generando una escala en la cual 150m los llevo a 10cm y 250m a 15cm luego trazo una

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

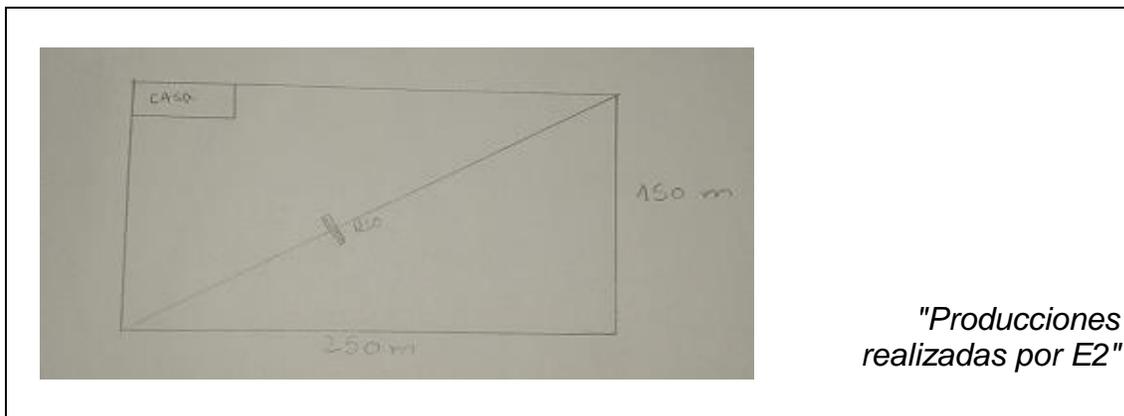
diagonal en el rectángulo la cual representa al rio y dibujando en una esquina del rectángulo "opuesta al rio" la casa, utilizando la regla busco el punto más cercano del rio a la casa, para posterior a ello hizo reglas de tres simples para saber en qué punto quedaría la casa y en qué lugar se construiría el puente. La estudiante hace una correcta **conversión** de registros pasando desde el registro de lenguaje natural el registro de lenguaje figural podemos ver que la actividad se encuentra en el **paradigma G1**, ya que se utilizó regla para la construcción de esta, también vemos el **tratamiento** en el registro algebraico, ya que se utilizó la fórmula de Pitágoras para calcular la longitud del rio dentro del terreno.



"Producciones realizadas por E1"

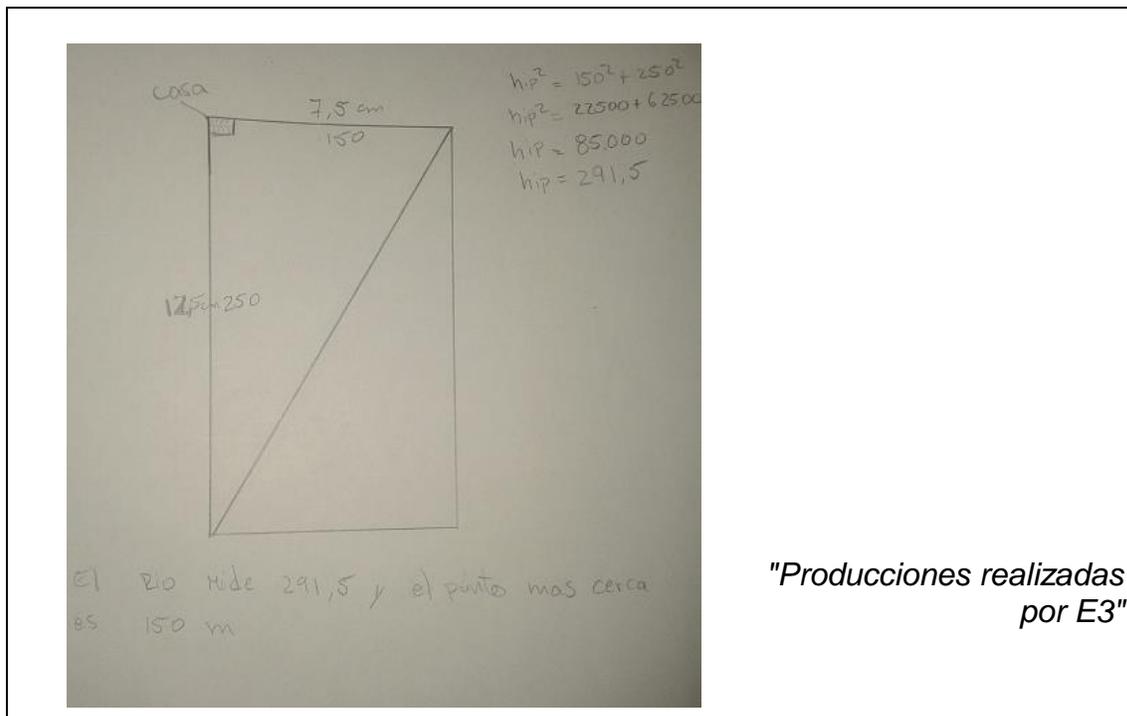
**E2-2**, traza un rectángulo cualquiera, entregando los valores dados a cada uno de los lados, luego marca la diagonal del rectángulo la cual la representa como el rio, posterior a ello el estudiante ubica la casa dentro del rectángulo, quedando en la esquina opuesta a la diagonal que representa al rio. Podemos ver que existe un correcto **cambio de registro** desde el registro escrito natural al registro figural, no obstante, no existe apoyo con el registro algebraico para dar respuesta a la tarea, por lo que solo vemos trabajos en el **paradigma G1**.

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS



**E3-2**, comienza generando una escala de los valores de cada medida obteniendo 7,5cm equivalente a los 150m y 12,5cm equivalentes a los 250m reales del terreno. Posterior a ello el estudiante comienza a trazar el rectángulo y la diagonal que representa el rio, calcula el largo del rio dentro del terreno visto como un triángulo rectángulo y usando el teorema de Pitágoras. Por ende, vemos que realiza un buen **cambio de registro** saltando desde el registro natural escrito al registro figural, también hace uso del registro algébrico. Cabe mencionar que el uso de herramienta solo contemplo la regla y escuadra por lo que nos encontramos en el **paradigma G1**

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**



**Analizando algunas características de las producciones observadas en la experimentación:**

**E1-2:** presenta una transferencia desde el lenguaje natural a una representación visual inadecuada ya que para generar el rectángulo que representa el terreno, el estudiante genera una escala de los valores, perdiendo la proporcionalidad de estos, el estudiante forma el rectángulo y a través de la traza una diagonal, que representa el rio.

Para responde el inciso el estudiante calcula la medida de la diagonal utilizando para ello el teorema de Pitágoras, luego para calcular el punto más corto desde la casa al rio lo hace a través del tanteo midiendo con la regla, tomando estas medidas y generando una proporcionalidad directa entre las medidas del dibujo y las medidas reales. Puesto que las escalas puestas en principio no son proporcionales los resultados obtenidos no se aproximan a los reales.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

---

**E2-2**, presenta una construcción utilizando regla tipo escuadra del rectángulo que representa el terreno, la construcción presentada es incompleta ya que no aborda por completo el problema propuesto.

**E3-2**, presenta una configuración construida con una regla tipo escuadra, en donde los lados del rectángulo los construye a través de una escala bien generada y los lados conservan sus razones, la construcción generada por el alumno no responde a todo lo requerido por el inciso, para dar respuesta a este

### **4.2.3 Actividad 3**

**E1-3**, la configuración la realiza a través de regla, considera los puntos A y H como puntos el camino y un punto P como el punto de para, sobre el punto P se traza un segmento que interseca a la recta AH y que es punto medio de esta, aunque no se justifica y tampoco se dibuja la perpendicularidad sobre esta. La estudiante realiza un **cambio de registro** desde el registro en lenguaje natural al registro figural de forma correcta, además es capaz de ayudarse con la perpendicular desde el punto medio entre ambos puntos y segmentos que unen estos puntos, por lo que nos encontramos en presencia del **paradigma G2**. También realiza cálculos ayudándose en el registro algebraico.

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

Tiene que recorrer  $2\sqrt{325}$ , el punto P esta a la misma distancia de los puntos H y A.

$c^2 = 15^2 + 10^2$   
 $c^2 = 225 + 100$   
 $c^2 = 325 \sqrt{\quad}$   
 $c = \sqrt{325}$   
 $c = \sqrt{\quad}$

$\frac{15.15}{7.5}$   
 $\frac{1.5}{2.25}$

"Producciones realizadas por E1"

**E2-3,** La configuración se realiza a mano alzada, en donde se trazan segmentos paralelos y dos segmentos que se unen en un punto contenido sobre una de las paralelas. El **cambio de registro** de lenguaje natural al registro figural no se realiza de manera completa ya que hace de manera completa olvidando los puntos referentes a cada una de las personas.

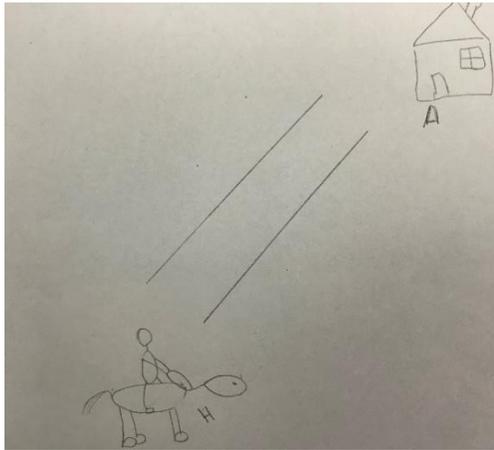
$c^2 = 30^2 + 30^2$   
 $c^2 = 1800$

30km. A

"Producciones realizadas por E2"

**E3-3:** Construye dos paralelas que representan el camino y el rio, se denomina H el punto de partida y A el punto final que representaría el hogar de la amada. El **cambio de registro** natural al registro figural se realiza de manera parcial, ya que no se hace referencia a la intersección del camino al rio, no se presenta ningún tipo de registro algebraico.

## FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS



*"Producciones realizadas por E3"*

***Analizando algunas características de las producciones observadas en la experimentación:***

### **4.3 Análisis de las construcciones**

Al realizar el análisis de las construcciones, se confrontará lo realizado por los estudiantes y lo que el análisis a priori espera de ellos.

#### **4.3.1 Actividad 1**

Todos los estudiantes realizan las construcciones utilizando herramientas adecuadas. Podemos evidenciar que los alumnos son capaces de realizar un correcto cambio de lo discursivo a lo visual, es decir, se evidencia la **conversión de registros**. Podemos apreciar, además, que solo un estudiante dio uso de construcciones auxiliares para dar respuesta al inciso propuesto, los demás estudiantes solo construyeron lo referido al discurso propuesto.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **4.3.2 Actividad 2**

Todos los estudiantes fueron capaces de construir el perímetro de la figura, ubicar de buena forma el río y la casa, pero ningún estudiante fue capaz de construir más allá de lo propuesto por el enunciado, de esta manera queda en evidencia que no existe comprensión significativa del concepto distancia entre un punto y una recta, de ellos no son capaz de construir la recta que une estos puntos y así resolver el inciso.

### **4.3.3 Actividad 3**

Dos de los estudiantes mostraron de forma intuitiva las construcciones propuestas en la consigna, un estudiante no es capaz de evocar los conocimientos requeridos, realizando una construcción equivocada respecto a lo planteado en la consigna. Ninguno de los estudiantes fue capaz de generar construcciones auxiliares para resolver el inciso propuesto, equivocando sus resoluciones.

**Confrontación:**

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### Actividad 1

Se esperaba que los estudiantes cometieran algunos errores en torno a la construcción del hexágono, pero la mayoría realizó correctamente la construcción. El estudiante E1 se ayudó de triángulos equiláteros para dar respuesta a la tarea y poder calcular el área de este, pero los estudiantes E2 y E3 no se ayudaron de construcciones auxiliares para dar respuesta a la tarea, sin embargo, el estudiante E2 dio respuesta ayudándose a través de la fórmula del área del triángulo rectángulo (Pitágoras) sin tener que efectuar la construcción de este. Ningún estudiante fue capaz de dar respuesta a la pregunta, el estudiante E1 pudo calcular el área de los triángulos, inferir que se trataba de 6 triángulos iguales, el estudiante E2 solo calculó la altura que tendría cada triángulo, pero no hizo nada más y el E3 no fue capaz de concluir nada. En resumen, hicieron conversiones de registro y tratamientos al interior de ellos. Además, trabajaron en el paradigma G1 al utilizar las herramientas de construcción.

### Actividad 2

Se esperaba que todos los estudiantes cometieran errores en la construcción y el trazado desde la casa al río, sin embargo, ningún estudiante fue capaz de trazar el segmento que uniría el punto que representa la casa con el puente. Los estudiantes E1 y E3 efectúan cálculos referentes a la longitud de río, pero como ninguno fue capaz de realizar el trazo desde el punto que representa a la casa y la recta que representa al río no pudieron efectuar los cálculos proporcionales que correspondían para dar respuesta a la tarea.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **Capítulo V**

### **CONCLUSIONES**

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

En cuanto al **primer objetivo específico**, “Determinar los procedimientos utilizados por los estudiantes de la asignatura de matemática de 4º año medio en la construcción de figuras geométricas planas”, podemos decir que sus procedimientos están de acuerdo a lo solicitado, en particular con las tareas de la primera y segunda actividad. Las construcciones dejan en evidencia que los estudiantes manejan conceptualmente las figuras geométricas y sus propiedades, en este caso circunferencia, triángulo, cuadrilátero y hexágono. Además, claramente se ve los cambios de registros y sus respectivos tratamientos. Se concluye que este objetivo se cumplió.

En tanto al **segundo objetivo específico**, “Determinar cuáles son las herramientas que privilegian los estudiantes para la construcción de figuras geométricas planas”, señalamos que los estudiantes utilizaron solo regla y compás para trazar en las tareas encomendadas, posicionándose en el paradigma G1. Además del uso de la regla también utilizaron el dibujo a mano alzada, en particular en las actividades dos y tres, es decir usaron una técnica mixta.

Respecto al **tercer objetivo específico**, “Identificar los errores más frecuentes que cometen los estudiantes relacionados con la actividad de construcción de figuras geométricas planas”, podemos indicar que, para la primera actividad, no hubo grandes dificultades, ya que todos los estudiantes pudieron abordar las tareas encomendadas si cometer errores en la construcción. La mayoría de los estudiantes no concretaron la construcción completa de la figura, ya que les faltó la perpendicular entre la casa y el río, es decir, es una imagen parcial, para dar respuesta a la tarea solicitada, no obstante, no se puede afirmar que sea un error. En la tercera actividad, queda de manifiesto que no hay error, sino falta de comprensión lectora, lo que no permitió a la mayoría construir la figura. Este objetivo se cumplió parcialmente, pues tal como se indicó, hay atenuantes que no son errores, sino falta de pericia para representar un enunciado verbal.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

En virtud de lo indicado anteriormente, podemos señalar que el **objetivo general**, “Analizar y describir los cambios de registros que se realizan en la construcción de figuras geométricas planas, enfocándonos principalmente en los errores que los estudiantes cometen al realizar este cambio de registro”, se cumple parcialmente, pues no siempre fue posible determinar errores, ya que algunas construcciones quedaron incompletas.

En conclusión, nuestra **premisa**, “Los estudiantes de cuarto medio, en la asignatura de matemática, cometen diversos errores de cambio de registros en la construcción de figuras geométricas”, se debiese modificar, es decir, “Los estudiantes de cuarto medio, en la asignatura de matemática, no siempre pueden realizar cambios de registros adecuados por no entender comprensivamente un enunciado verbal en la construcción de figuras geométricas”.

Podemos indicar que esta actividad investigativa, al tesista, le significo aprendizaje, tiempo de dedicación...

Se sugiere que esta forma de investigar se extienda, en cuanto al nivel escolar, como también a los temas relacionados con la construcción y desarrollo del pensamiento geométrico. Se puede considerar otros marcos teóricos, específicos para geometría, como los aprendizajes intelectuales de Duval, y la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, además de los paradigmas geométricos de Gosset, Kuzniak y Houdement.

**FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

**Capítulo VI**

**BIBLIOGRAFIA**

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

ARTIGUE, M. (1995): Ingeniería didáctica en educación matemática. En Artigue, M.; Duady, R.; Moreno, L.; Gómez, P. (Eds.), Bogotá. Una empresa docente. Colombia.

D'amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. (págs. 35-106). Barcelona España: Uno.

D'Amore, B. (s/f) La complejidad de lo noética en matemáticas como causa de la falta de devolución. Universidad Pedagógica Nacional. Digitalizado por Red Académica. México. Recuperado el 15 de mayo de 2014 de [http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted11\\_07arti.pdf](http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted11_07arti.pdf)

Duval, R (1998): Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Didáctica. Investigaciones en Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V., México.

Duval, R. (2004). *SEMIOSIS Y PENSAMIENTO HUMANO*. Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de Educación matemática.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *LA GACETA DE LA RSME*, Vol. 9.1, p.143-168.

Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y Habilidades en Visualización Espacial*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia (España). Memorias del 3ro Congreso Internacional sobre Investigación de educación Matemática.

## **FACTORES QUE INFLUYEN EN CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

Guzmán Retamal, I. (2009). Actividades Geométricas en la enseñanza. Análisis desde el punto de vista cognitivo. UNIÓN [en línea], 19. Recuperado el 15 de octubre de 2009, de <http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php>

Peralta García, J X.(2003) Dificultades para articular los registros gráfico, algebraico y tabular y la exploración de algunas actividades didácticas diseñadas para superar estas dificultades: el caso de la función lineal. Tesis de Maestría en Matemática Educativa. Universidad de Sonora. Tesis de Maestría. Capítulo 3. Recuperado el 7 de mayo de 2014 de <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/4983/Capitulo3.pdf>

Valle Castañeda, (2009) Un Sistema de actividades para el fortalecimiento de a habilidad formular problemas en los estudiantes de secundaria, básica, tesis de diploma, Pinar del Rio 2009.

Vara Orozco, Manuel (2003) *Geoespacio, un recurso para la enseñanza de la geometría*. Planeación Educativa.