



**UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO**

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

# **TIC EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS**

por

**RODOLFO ANTONIO CONTRERAS MUÑOZ  
NICOLE ANDREA GUÍÑEZ ZAPATA  
MACARENA ABIGAIL POBLETE LAGOS  
KARINA MARCELA SUAZO MUÑOZ**

Memoria para Optar al Título Profesional de  
Profesor de Enseñanza Media en Educación Matemática

Profesor guía: Dr. Marco Antonio Rosales Riady

CHILLAN 2018

***A nuestros padres por el  
apoyo en estos años de  
Universidad...***

***A nuestro profesor guía y  
profesores en general por la  
educación entregada, por su  
dedicación y entusiasmo...***

***Al profesor Enrique Blanco  
(QEPD), quien nos orientó  
desde un comienzo...***

***Muchas Gracias***

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>RESUMEN</b>	<b>6</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>7</b>
<b>INTRODUCCION</b>	<b>8</b>
<b>CAPITULO I</b>	<b>9</b>
<b>PROBLEMATIZACIÓN</b>	<b>9</b>
1.1 Antecedentes del problema	10
1.2 El problema y su importancia	16
1.2.1 Justificación del problema	16
1.2.2 Formulación del problema	18
1.3 Objetivo general	19
1.4 Objetivos específicos	19
<b>CAPITULO II</b>	<b>20</b>
<b>MARCO TEORICO</b>	<b>20</b>
2.1 Aprendizaje de transformaciones isométricas en polígonos:	21
2.1.1 Transformaciones isométricas	22
2.2 Método tradicional de enseñanza	25
2.3 Metodología que utiliza TIC	25
2.3.1 Ventajas y desventajas de las TIC en el aprendizaje	25
2.4 Software GeoGebra	26
2.5 Ingeniería Didáctica	26
<b>CAPITULO III</b>	<b>28</b>
<b>METODOLOGÍA</b>	<b>28</b>
3.1 Diseño de investigación	29
3.2 Conceptualización	32

3.2.1	Definición conceptual	32
<b>3.3</b>	<b>Sujetos de estudio</b>	<b>33</b>
<b>3.4</b>	<b>Instrumentos de medición</b>	<b>34</b>
<b>3.5</b>	<b>Mecanismos de recolección de la información</b>	<b>34</b>
<b>3.6</b>	<b>Ingeniería didáctica como metodología de investigación</b>	<b>35</b>
3.6.1	Fase 1: Análisis preliminar	36
3.6.2	Fase 2: Análisis a priori de las situaciones didácticas	39
3.6.3	Fase 3: Experimentación	65
3.6.4	Fase 4: Análisis a posteriori y validación	67
<b>CAPITULO IV</b>		<b>98</b>
<b>CONCLUSIONES</b>		<b>98</b>
4.1	<b>CONCLUSION</b>	<b>99</b>
<b>REFERENCIAS</b>		<b>102</b>
<b>ANEXOS</b>		<b>105</b>
<b>ANEXO 1</b>		<b>106</b>
<b>ANEXO 2</b>		<b>108</b>
<b>ANEXO 3</b>		<b>112</b>
<b>ANEXO 4</b>		<b>121</b>
<b>ANEXO 5</b>		<b>124</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (primera acción)</i> .....	40
<i>Tabla 2: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (segunda acción)</i> .....	40
<i>Tabla 3: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (tercera acción)</i> .....	41
<i>Tabla 4: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (cuarta acción)</i> .....	42
<i>Tabla 5: Segunda etapa; Actividad 1; Posibles errores (primera acción)</i> .....	43
<i>Tabla 6: Segunda etapa; Actividad 1; Posibles errores (segunda acción)</i> .....	44
<i>Tabla 7: Segunda etapa; Actividad 1; Posibles errores (tercera acción.)</i> .....	45
<i>Tabla 8: Primera etapa; Actividad 2; Posibles errores (tarea a))</i> .....	47
<i>Tabla 9: Primera etapa; Actividad 2; Posibles errores (tarea b))</i> .....	48
<i>Tabla 10: Segunda etapa; Actividad 2; Posibles errores (primera acción.)</i> .....	49
<i>Tabla 11: Segunda etapa; Actividad 2; Posibles errores (acciones 2, 3,4 y 5)</i> .....	52
<i>Tabla 12: Segunda etapa; Actividad 2; Posibles errores (séptima acción)</i> .....	53
<i>Tabla 13: Primera etapa; Actividad 3; Posibles errores (tarea a); acciones 1,2,3 y 4)</i> 56	
<i>Tabla 14: Primera etapa; Actividad 3; Posibles errores (tarea a); quinta acción)</i> .....	57
<i>Tabla 15: Primera etapa; Actividad 3; Posibles errores (tarea a))</i> .....	59
<i>Tabla 16: Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (primera acción)</i> .....	60
<i>Tabla 17: Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (acciones 2 y 3)</i> .....	61
<i>Tabla 18; Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (acciones 4 y 5)</i> .....	63
<i>Tabla 19: Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (acciones 6 y 7)</i> .....	64
<i>Tabla 20: Resultados, primera etapa de trabajo</i> .....	68
<i>Tabla 21: Resultados, segunda etapa de trabajo</i> .....	84

## RESUMEN

La investigación es de corte cualitativo, cuyo objetivo fue evidenciar diferencias en los resultados de una evaluación de transformaciones isométricas en polígonos, comparando el método tradicional y un método tecnológico a través del software computacional GeoGebra.

La experimentación se realizó en el Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado con 8 alumnos de octavo año básico, escogidos aleatoriamente. La información se recopiló a través de una prueba elaborada por los propios investigadores y validada a través de la ingeniería didáctica.

Los resultados evidenciaron una gran ventaja al utilizar TIC, en comparación al método tradicional. Además se generó la oportunidad de que los mismos alumnos lograran auto validar sus respuestas, incitando así a un aprendizaje constructivista.

**Palabras claves:** Método tradicional, TIC, GeoGebra, Ingeniería didáctica, transformaciones isométricas, polígonos.

## ABSTRACT

This is a qualitative research, whose objective was to show differences in the results of an evaluation of isometric transformations in polygons by comparing both a traditional and a technological method by means of the GeoGebra computing software.

The experiment was done in the Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado with 8 students from eighth grade, who were randomly chosen. The information was collected through a test developed by the researchers themselves and validated by didactic engineering.

The results showed a great advantage when using TIC in comparison to the traditional method. Additionally, the chance that the students themselves managed to validate their answers was generated, encouraging constructivist learning.

**Keywords:** Traditional method, TIC, GeoGebra, didactic engineering, isometric transformations, polygons.

## INTRODUCCION

Actualmente podemos observar que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) han tomado cada vez más protagonismo en el quehacer diario, impactando en todo el orden de nuestras actividades incluyendo la educación. Por ello es que como docentes debemos usarlas como herramienta para así aprovechar su máximo potencial en el aprendizaje de los alumnos. Abriendo una nueva oportunidad para innovar en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la educación chilena, pues se ha caracterizado por no ir al ritmo de estos avances.

En esta investigación se hablará de la incorporación de las tecnologías de la información y comunicación en la unidad de transformaciones isométricas, generando la posibilidad para visualizar, explorar, analizar y conjeturar resultados, además de entregar a los alumnos la posibilidad de observar las construcciones geométricas en diversas situaciones, a diferencia de los dibujos estáticos hechos por el profesor en la pizarra o bien los creados a lápiz y papel por el alumno.

La idea principal no es opacar la labor del docente en el aula, ni tampoco que los alumnos desvaloricen su trabajo, más bien es otra herramienta para el servicio tanto del alumno como del profesor ayudando a profundizar sus conocimientos y lograr un aprendizaje significativo.

En el desarrollo de la investigación se comparan los resultados obtenidos para dos tipos de clases, una tradicional y la otra utilizando la tecnología, mediante la aplicación de una prueba. La unidad trabajada es Transformaciones Isométricas en el nivel de octavo año básico perteneciente al Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado de carácter particular subvencionado ubicado en la comuna de Chillán.

# CAPITULO I

## PROBLEMATIZACIÓN

## 1.1 Antecedentes del problema

En el año 2005, el autor Manuel Alejandro Galaz Pérez desarrolló la investigación: *“La enseñanza y aprendizaje de la Geometría en la enseñanza media. Un procesador geométrico como medio didáctico”*, con el objetivo de determinar si el uso de un procesador geométrico, posibilita aprendizajes significativos en la Unidad de Transformaciones Isométricas en los alumnos de enseñanza media científico – humanista de establecimientos subvencionados. Luego del proceso de investigación, llegó a la conclusión de que la experiencia posibilitó el logro de dimensiones profesionales. Desde la perspectiva del conocimiento de contenido, permitió reforzar aquéllos relacionados con las Transformaciones Isométricas, unidad temática incorporada en los nuevos planes y programas del sector y que es sabido que presenta dificultades al momento de tener que implementarla. Con esta experiencia, se capacitó a 4 docentes en cuanto a identificar los temas claves de la unidad. Desde la perspectiva del recurso informático, permitió que se formaran una idea sobre una propuesta metodológica que permite articular TIC con tópicos curriculares del área temática, y desde allí transferir estas formas didácticas a los otros ejes temáticos. Desde la perspectiva de la percepción, con esta exploración los docentes tienen una visión de que es posible realizar actividades en la sala de computación, conjugando motivación, disciplina, entretenimiento y aprendizajes. (Galaz, 2005)

En el año 2008, los autores German Montecinos Franco, Manuel Quezada Pérez, Francisco Sáez Ramírez, Cristian Sepúlveda Mora y Carolina Solís Solís desarrollaron la investigación: *“Un nuevo enfoque para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primero y segundo año medio, usando un recurso computacional.”* Con el objetivo de diseñar actividades que faciliten y fomenten el aprendizaje de la geometría utilizando el programa Cabri en los niveles de primero y segundo año de Educación Media. Llegando a la siguiente conclusión: Se pudo apreciar la necesidad que existe en el campo docente de perfeccionar las herramientas didácticas usadas en el aula día a día. El proyecto consistía en una

propuesta didáctica, razón por la cual esperaban que estas actividades diseñadas pudieran mantenerse y mejorarse por los docentes. Si bien no fueron llevadas a cabo mediante una aplicación en el aula, los autores creían que son efectivas para lograr los objetivos fundamentales que exige el Ministerio de Educación, sin embargo, no podemos tener la certeza por no contar con pruebas empíricas que lo comprueben. (Montecinos, Quezada, Sáez, Solís, & Sepúlveda, Un nuevo enfoque para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primero y segundo año medio usando un recurso computacional, 2008)

En el año 2009, los autores Rodrigo Ramírez Candia y Marco Saldías Rojas desarrollaron la investigación *“NTIC en matemáticas y geometría: un nuevo enfoque en la enseñanza a través de una plataforma web”* que tuvo como objetivo describir el desarrollo alcanzado de las NTIC en la Educación como medio de avance en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se llegó a la conclusión que tanto las experiencias de incorporación de NTIC al aula en matemática como en el área particular de geometría, son instancias de promoción y generación de conocimientos y aprendizaje significativo en el alumno, de hecho, ya en este informe se muestran y describen algunos proyectos y experiencias de otros sistemas educativos tanto en matemática y particularmente en Geometría, área la cual creemos importante dentro del desarrollo cognitivo del alumno. Mas es poco común la enseñanza de geometría a través de las NTIC, pues las instancias descritas anteriormente no son muy comunes en el plano local, es decir “NTIC nacionales” que contextualicen nuestro sistema educativo y la realidad escolar que se vive en Chile. Es por esto que los autores consideran muy importante su aporte, la plataforma web (constante y permanente en el tiempo) como una herramienta para el desarrollo de la Geometría en los niveles medio y universitario de nuestro país. (Candia & Saldías, Tic en matemática y geometría: un nuevo enfoque en la enseñanza a través de una plataforma web, 2009)

En el año 2010, los autores Felipe Domínguez, Claudio Jara, Alexis Ramírez, Jonathan Salas desarrollaron la investigación *“GeoGebra: Sus aplicaciones en el aula”*, pretendiendo evidenciar la eficacia de la utilización del software matemático

GeoGebra en la optimización de los aprendizajes de los alumnos, motivando el uso de la tecnología en los alumnos para la adquisición de conocimientos matemáticos, de modo de demostrar que la tecnología y la matemática son dos elementos que se pueden conjugar para el aprendizaje de los diferentes tópicos de dicha asignatura, concluyendo que efectivamente la herramienta tecnológica ayuda en el aprendizaje, ya que no sólo se hace más entretenido, sino que también el programa permite ver con claridad y entender, además el programa GeoGebra tuvo una gran aceptación por parte de los alumnos, entonces existe disposición, existen los recursos, ahora sólo depende de cada docente. (Domínguez, Jara, Ramírez , & Salas, 2010)

En el año 2013 las autoras, Mireya Navarrete Balboa, Yasna Navarrete Balboa, María Riquelme Cordero, Paz Salazar desarrollaron la investigación *“Una mirada de las transformaciones isométricas a través de GeoGebra”* cuyo objetivo fue comprobar la eficacia del uso de las herramientas tecnológicas, principalmente el uso de GEOGEBRA en la facilitación de los aprendizajes en los alumnos de primer año medio. Realizada la investigación, llegaron a la siguiente conclusión: Basándose en la actitud puesta por parte de los alumnos al aprendizaje, se concluye que la utilización de dicho software, llama considerablemente la atención de los alumnos, los cuales están más interesados en lo que el profesor está realizando y se encuentran más motivados y dispuestos a aprender los contenidos expuestos, de ésta manera, los aprendizajes esperados son incorporados de mejor forma. Cabe señalar, también, que debido a que la intervención en el establecimiento, trato a dos grupos de alumnos, los jóvenes que no trabajaron con el software GeoGebra, igualmente alcanzaron un nivel de comprensión del tema tratado, aunque los resultados no fueron tajantes entre la utilización o la no utilización del software, si se vio que la fluidez de respuestas y visualización de figuras era favorecida en el caso de los jóvenes que trabajaron con GeoGebra. (Navarrete, Navarrete, Riquelme, & Salazar, 2013)

En el año 2015, las autoras Marisela Candia Olave y Fabiola Espinoza Flores desarrollaron la investigación: *“Creencias de los Docentes de Educación*

*Matemática acerca de la integración de las TIC en el aula”* con el objetivo de analizar si las creencias de los docentes de matemática acerca de la integración de las TIC en el aula favorecen la implementación de variadas actividades de enseñanza y aprendizaje con el uso de TIC, llegando a la conclusión de que los docentes entrevistados consideran que las TIC son un apoyo instrumental al desarrollo de sus clases tradicionales, no otorgan importancia a la participación de los alumnos en actividades que los involucren en su propio aprendizaje. Esto puede deberse a que los docentes no han experimentado situaciones donde se integren las TIC en las clases de matemática para generar aprendizajes en los alumnos de una manera innovadora tomando como referencia, por ejemplo, el modelo TPACK, estos docentes se han quedado en la dimensiones de conocimiento disciplinar, conocimiento pedagógico, conocimiento tecnológico y conocimiento pedagógico del contenido de forma desarticulada, no alcanzando la dimensión que integra tecnología, pedagogía y contenido, lo que indica una falta de capacitación en la incorporación de nuevos modelos didácticos, que permita a los docentes crear actividades innovadoras para los alumnos, haciendo uso de las TIC. Además, las TIC se presentan sólo como un apoyo para motivar a los alumnos y optimizar los tiempos de enseñanza. (Candia & Espinoza, 2015)

Actualmente una de las tantas debilidades que existe en la educación de la matemática se encuentra en la geometría, siendo demostrado con los bajos resultados en las pruebas estandarizadas existentes en Chile. Esto se debe a que los docentes no enseñan las nociones básicas sobre el tema y si se llegan a enseñar, las metodologías que se ocupan no son atractivas o no están en un contexto cercano al alumno. Se tiene que tomar en consideración que las generaciones de ahora ya no son las mismas de hace 5 años atrás y que los docentes están educandos para el futuro, por ende, hay que preocuparse por los cambios que surgen de una generación a otra y dar solución a uno de los grandes problemas que tiene el docente en el aula.

Según los datos publicados por la Agencia de Calidad de la Educación en los resultados SIMCE 2017, matemática en 8º básico no presenta variaciones significativas, siendo los resultados estables como se muestra en el siguiente gráfico:

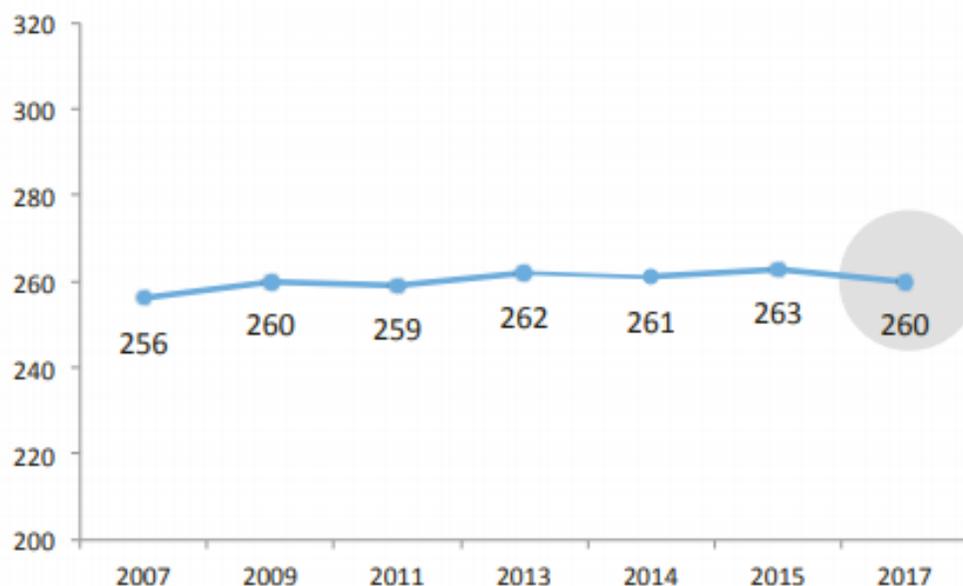


Figura 1: Evaluaciones de aprendizaje Simce, Matemática, resultados nacionales (Educación A. d., MINEDUC, 2017)

En el mismo estudio el 56% de los alumnos de 8º básico da a conocer la ansiedad matemática “siento temor de que las pruebas de Matemática resulten difíciles para mi” demostrando que más de la mitad de los alumnos del nivel siente temor frente a temas académicos.

Además, en el “uso de tecnología y dependencia digital” se registró que el 77% de los alumnos tiene celular con acceso a internet y pese a que el 84% de los docentes prohíben su uso, la mitad de los alumnos declara usarlo en clases. Al respecto, Carlos Henríquez señaló que “hoy más que nunca la tecnología debe ser pensada y considerada dentro del aula con una finalidad pedagógica, aprovechando el potencial que presentan: el 86% de los alumnos está de acuerdo

con que “en internet puedo aprender cualquier cosa”, y 8 de cada 10 alumnos dice que “la tecnología le ayuda a estudiar y entender la materia de clases” ” (Educación M. d., 2018)

Por lo anterior, es que fue necesario investigar si la educación de la matemática -enfocándonos en la enseñanza de las transformaciones isométricas- tenía un aprendizaje más significativo y más agradable con la utilización de la tecnología o un software matemático, a diferencia del uso de lápiz y papel. Pues la mayoría de los establecimientos tiene las condiciones y herramientas necesarias para poder implementar una educación más atractiva, divertida y dinámica, utilizando las herramientas que los alumnos conocen y manejan muy bien, como lo son los computadores, tablet y celulares.

“El desafío que se nos plantea es cómo incorporar la tecnología de manera pedagógica en el contexto escolar, definiendo espacios de uso y de regulación, donde cada colegio pueda definir una política en base a su contexto para generar buenos usos y hacerse cargo de las dificultades”, señaló el Secretario Ejecutivo de la Agencia de Calidad. (Educación M. d., 2018)

## 1.2 El problema y su importancia

### 1.2.1 Justificación del problema

Las matemáticas en la actualidad constituyen un elemento insustituible para la educación y el desarrollo de las capacidades de los niños, jóvenes y adultos. Sin embargo, suelen estar poco interesados en el desarrollo de su destreza matemática y en algunos casos los alumnos experimentan desasosiego o temor a la hora de la clase de matemática.

Partiendo de esto, es que los investigadores creen que se deben cambiar los métodos de enseñanza, para que sean más efectivos y dinámicos, siendo la solución el emplear una metodología utilizando la tecnología, ya que es en lo que más se interesan nuestros alumnos hoy en día. Desde muy temprana edad han estado rodeados de las nuevas tecnologías y los medios de comunicación, fuera de la escuela utilizan a todas horas las TIC ¿Por qué no utilizarlas también en la escuela?

En los resultados de la evaluación de aprendizaje SIMCE 2017 del colegio Seminario Padre Alberto Hurtado de octavo año básico, se observa que en matemáticas obtuvo un promedio de 287 puntos. Este puntaje en comparación con el promedio nacional de establecimientos de similar GSE (grupo socioeconómico) es más bajo en 23 puntos, además en comparación a sus propios resultados, se obtuvieron 5 puntos menos que en el año 2016. Los resultados según eje se muestran en la siguiente figura.

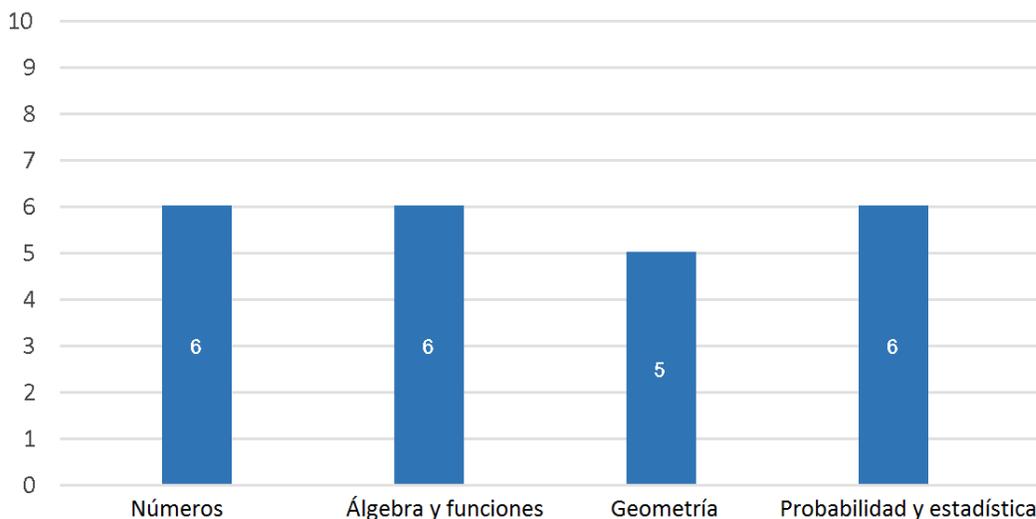


Figura 2: Puntaje Promedio en cada eje temático de Matemática Simce 8º básico 2017 (Educación A. d., Resultados Educativos 2017, 2017)

Si bien el puntaje del SIMCE en matemática de octavo básico del Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado estuvo sobre el promedio nacional, al hacer un análisis interno de los resultados, el eje de Geometría es el que presenta mayor dificultad.

Es habitual que, para la ejecución de la unidad de geometría, el profesor realice la clase con una regla, transportador, compás escuadra y cartón o en otros casos reparta a los alumnos figuras.

Aunque este tipo de clase tradicional resulta satisfactorio, otras veces cuando se intenta ilustrar el movimiento de algún objeto dibujado en la pizarra, no resulta ser el deseado, o en el caso de la reflexión de una figura, los alumnos pueden llegar a pensar que la reflexión de una figura es otra figura y no la misma inicial, entonces piensa que hay dos figuras en la pizarra, cuando es sólo una pero transformada, lo que produce confusión en el alumno, además al usar una regla o transportador el resultado es aproximado y no exacto por el espacio que hay entre la punta del lápiz y regla o transportador. Esto podría no ocurrir si lo vieran en una clase realizada mediante TIC, como por ejemplo a través un software educativo, como el GeoGebra, ya que podrán observar la misma figura moviéndose o

transformándose isométricamente sin que aparezcan dos figuras como en el caso de la pizarra y obteniendo un resultado exacto.

“Tenemos la suerte de que actualmente existen una gran cantidad de herramientas informáticas que resultan de gran ayuda para los profesores, en este caso los programas de geometría dinámica han descubierto nuevos caminos para el aprendizaje de la geometría escolar. La ventaja más clara es que la geometría deja de ser estática y se puede manipular, podemos ver la geometría desde otras visiones e interactuar con ella”. (Mora Sánchez, 2007)

Los bajos resultados en geometría reflejados en la evaluación de aprendizaje SIMCE, así como también los desafíos didácticos del uso de la tecnología que derivan de las actuales bases curriculares, son los que motivan el interés de los investigadores por estudiar y aplicar modelos de la enseñanza de la geometría aptos de ser fortalecidos con el uso de la tecnología en la enseñanza de las transformaciones isométricas.

### 1.2.2 Formulación del problema

Lo mencionado en el apartado anterior hace reflexionar sobre la necesidad de innovar en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, incorporando nuevos mecanismos para realizar una clase más efectiva y dinámica, generando que los alumnos sean partícipes de su propio aprendizaje, mediante el uso de la tecnología, la cual se ha vuelto cada día más indispensable para la sociedad en general.

En consecuencia, se escogió un grupo para realizar intervenciones correspondientes al **método tradicional** y otro con apoyo de **TIC**, específicamente utilizando el **software GeoGebra**, para observar cuál metodología resultaba ser más satisfactoria al momento de evaluar los aprendizajes de los alumnos.

Lo que nos llevó a la siguiente interrogante:

**¿Cuáles son las diferencias en los resultados de una evaluación de transformaciones isométricas en polígonos, utilizando el método tradicional y un método tecnológico (procesador geométrico), en el Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado de Chillán?**

### 1.3 Objetivo general

- Evidenciar diferencias en los resultados de una evaluación de transformaciones isométricas en polígonos, comparando el método tradicional y un método tecnológico a través del software computacional GeoGebra.

### 1.4 Objetivos específicos

- Identificar la propuesta de enseñanza para las transformaciones isométricas en el currículum nacional.
- Diseñar y aplicar un instrumento de evaluación del aprendizaje de las transformaciones isométricas.
- Diseñar la planificación didáctica que se utilizó en el desarrollo de la unidad.
- Confrontar los resultados del análisis a priori y el a posteriori en una primera etapa (trabajo realizado con herramientas de trazado) y en una segunda etapa (trabajo realizado con software GeoGebra).

**CAPITULO II**  
**MARCO TEORICO**

## 2.1 Aprendizaje de transformaciones isométricas en polígonos:

El aprendizaje se define según Piaget como “un proceso mediante el cual el sujeto a través de la experiencia, la manipulación de objetos, la interacción con las personas genera o construye conocimientos, modificando en forma activa sus esquemas cognitivos del mundo que lo rodea, mediante el proceso de asimilación y acomodación”.

También se puede definir el aprendizaje como un proceso de cambio relativamente permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia (Feldman, 2005)

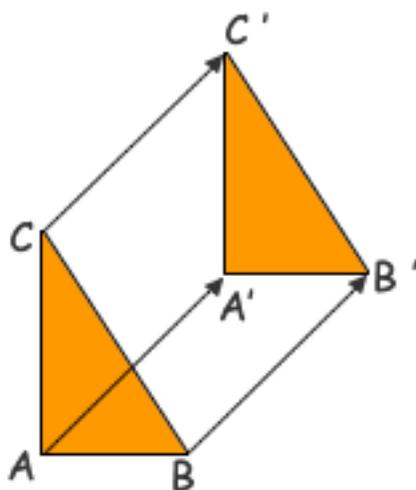
En primer lugar, el aprendizaje supone un cambio conductual o un cambio en la capacidad conductual. En segundo lugar, otro criterio fundamental es que el aprendizaje ocurre a través de la práctica o de otras formas experimentales. Entonces centrándonos en el contexto de la investigación, para que el aprendizaje suponga un cambio permanente en los alumnos se deben aplicar nuevas técnicas como la utilización de TIC, de tal manera que genere un aprendizaje significativo al ser una herramienta que los alumnos ocupan a diario.

### 2.1.1 Transformaciones isométricas

Son cambios de posición (orientación) de una figura determinada que NO alteran la forma ni el tamaño de ésta. Entre las transformaciones isométricas está la traslación, la rotación (o giro) y la reflexión (o simetría).

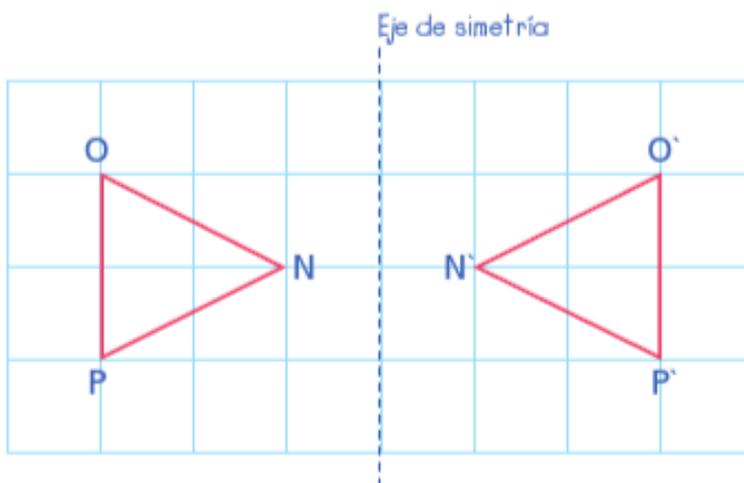
#### **Traslación:**

La traslación de una figura plana mueve todos los puntos de la figura en una misma dirección, sentido y longitud. Para representar gráficamente el movimiento realizado en una traslación, se puede utilizar una flecha, a esta flecha se le conoce como vector de traslación.



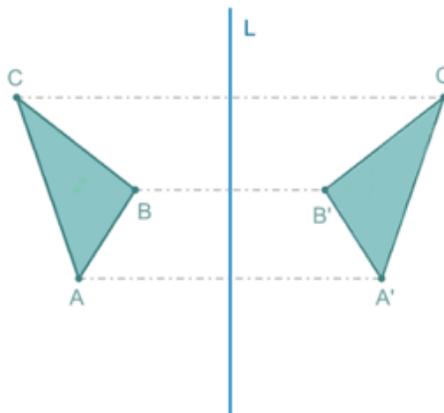
**Reflexión:**

Una reflexión o simetría es una transformación isométrica en la que a cada punto de la figura original se le asocia otro punto (llamado imagen), de modo que el punto y su imagen están a igual distancia de una recta llamada eje de simetría.

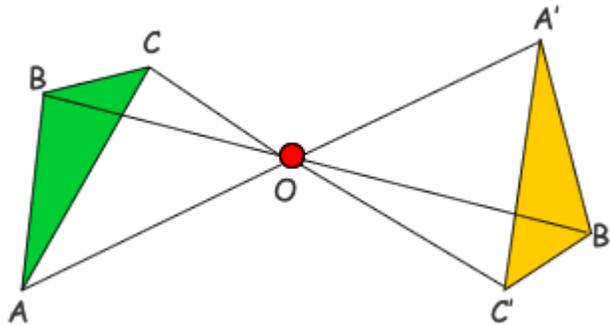


La reflexión puede ser de dos tipos:

- Simetría axial: Cada punto de la figura original y la imagen de cada uno de ellos bajo la reflexión, se encuentran a igual distancia de una recta llamada eje de simetría.



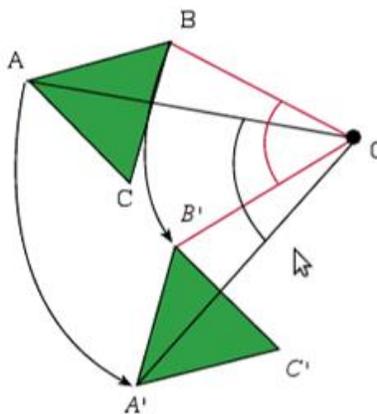
- Simetría central: Cada punto de la figura original y la imagen de cada uno de ellos bajo la reflexión, se encuentran a igual distancia de un punto llamado punto de simetría.



## Rotación

Una rotación es una transformación isométrica, en la cual todos los puntos se mueven respecto a un punto fijo llamado centro de rotación ( $O$ ), en un determinado ángulo, llamado ángulo de rotación. El centro de rotación puede estar en el interior, en el contorno o en el exterior de la figura.

El sentido positivo de la rotación es el sentido anti-horario, es decir, contrario al movimiento de las manecillas del reloj. Mientras que el sentido negativo de la rotación es en el sentido horario.



## 2.2 Método tradicional de enseñanza

El método tradicional concibe a la enseñanza como un verdadero arte y al profesor/a como un artesano, donde su función es explicar claramente y exponer de manera progresiva sus conocimientos, enfocándose en el aprendizaje del alumno; el alumno es visto como una página en blanco, un mármol al que hay que modelar. La enseñanza tradicional parte del supuesto de que todos los alumnos son iguales y de esta manera se les enseña a todos por igual escuchando al docente de forma pasiva para aprender la lección. (Navarro)

## 2.3 Metodología que utiliza TIC

La utilización de TIC es un proceso que expresa reflexión y acción de reunir: significados, objetivos, principios, métodos, enfoques y técnicas. Es un proceso de intervención en donde la visión teórica y la práctica se reúnen para que el alumno cuente con la capacidad de resolver problemas. Todo esto llevado a cabo con el apoyo de las tecnologías de información y comunicación las cuales son herramientas que procesan, almacenan, sintetizan y presentan información de formas variadas.

Algunas ventajas y desventajas de la utilización de TIC en el aprendizaje son las siguientes:

### 2.3.1 Ventajas y desventajas de las TIC en el aprendizaje

**Ventajas:** Favorecen la continua actividad intelectual y desarrollan la creatividad y el aprendizaje cooperativo. Así mismo, mejoran las competencias de expresión y creatividad, desarrolla habilidades de búsqueda y selección de información. También son un canal de fácil acceso a mucha información de todo tipo.

**Desventajas:** Pueden generar distracciones, dispersión, pérdida de tiempo, información poco fiable, aprendizaje superficial y dependencia de los demás.

## 2.4 Software GeoGebra

Es una calculadora gráfica que permite enseñar los contenidos de geometría, álgebra, cálculo y estadísticas en formato 3D, a través de modelos y representaciones enriquecidas y dinámicas. Favorece la motivación e interés por la matemática, ya que la hace tangible y accesible, además, facilita la doble percepción de los objetos, una vista gráfica y otra vista algebraica. Así, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. Favorece la experimentación y manipulación de los distintos elementos, permitiendo la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa. (Católica, s.f.)

## 2.5 Ingeniería Didáctica

La ingeniería didáctica surgió en la didáctica de las matemáticas francesa, a principios de los años ochenta, como una metodología para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de Situaciones Didácticas y de la Transposición Didáctica. El nombre surgió de la analogía con la actividad de un ingeniero quien, según Artigue (1998, p. 33):

“Para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los depurados por la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo.”

En realidad, el término ingeniería didáctica se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función: **como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje**, conforme mencionó Douady (1996, p. 241):

“... el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor.

Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase.”

(Campos, 2006)

## CAPITULO III

### METODOLOGÍA

### 3.1 Diseño de investigación

Para efectos del estudio empleamos **la ingeniería didáctica como metodología de investigación y además como metodología de producción**. La ingeniería didáctica se caracteriza por:

- Un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en el aula, es decir, sobre la conceptualización, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
- El registro de los estudios de caso y por **la validación que es esencialmente interna**, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

En el primer punto se distinguen dos niveles de ingeniería didáctica, nivel micro-ingeniería y nivel de macro-ingeniería. La investigación se centró en el primer nivel, el cual tiene por objetivo el estudio de un determinado tema (el aprendizaje de las transformaciones isométricas a través de tics), las cuales son locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de fenómenos en el aula.

La ingeniería didáctica como metodología de investigación posee cuatro fases en el proceso experimental:

- Primera fase: Análisis preliminar.

En una investigación de ingeniería didáctica, la fase de concepción se basa no sólo en un cuadro teórico didáctico general y en los conocimientos didácticos previamente adquiridos en el campo de estudio, sino también en un determinado número de análisis preliminares. Los más frecuentes tocan:

- ✓ El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza.
- ✓ El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.

- ✓ El análisis de las concepciones de los alumnos, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
  - ✓ El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva.
  - ✓ Y, por supuesto, todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación.
- Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.

Tradicionalmente, este análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva; se centra en las características de una situación a-didáctica que se ha diseñado y se va a proponer a los alumnos:

- ✓ Se describen las elecciones locales (relacionándolas con las globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden.
- ✓ Se analiza qué podría aprender en esta situación un alumno en función de las posibilidades de acción, decisión, control y validación de las que dispone, una vez puesta en práctica, cuando trabaja independientemente del profesor.
- ✓ Se prevén los comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, que, si se producen los comportamientos esperados, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento pretendido por el aprendizaje.

Este análisis a priori se debe concebir como un análisis del control del sentido. De forma muy esquemática, si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del alumno en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción con un medio determinado, la Teoría de las situaciones didácticas, que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería didáctica, ha

pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría del control de las relaciones entre el sentido y las situaciones.

- Tercera fase: Experimentación.

Es la fase de la realización de la ingeniería con una cierta población de alumnos.

Esa etapa se inicia en el momento en que se da el contacto investigador/profesor/observador con la población de los alumnos objeto de la investigación. La experimentación supone:

- ✓ El explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los alumnos que participarán de la experimentación;
- ✓ El establecimiento del contrato didáctico;
- ✓ La aplicación de los instrumentos de investigación;
- ✓ El registro de observaciones realizadas durante la experimentación.

Es recomendable, cuando la experimentación tarda más de una sesión, hacer un análisis a posteriori local, confrontando con los análisis a priori, con el fin de hacer las correcciones necesarias.

Durante la experimentación se busca respetar las selecciones y deliberaciones hechas en los análisis a priori.

- Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación.

Esta es la última fase de la ingeniería didáctica. Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los alumnos en el aula o fuera de ella. Estos datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos,

realizadas durante cada sesión de la enseñanza, etc. La validación o refutación de las hipótesis formuladas en la investigación se fundamenta en la confrontación de los análisis, el a priori y a posteriori.

**En el desarrollo de la situación didáctica presente en la investigación, no se consideraron en su totalidad los componentes de las fases mencionadas anteriormente**, ya que, por el tiempo no se pudo hacer un análisis epistemológico de los contenidos.

Como menciona Artigue en los trabajos publicados, con frecuencia no intervienen de manera explícita todas las diferentes componentes de análisis mencionadas anteriormente y que un excelente ejercicio de didáctica consiste en identificar, en un trabajo específico, las dimensiones privilegiadas y tratar de buscarles su significación didáctica a posteriori.

## 3.2 Conceptualización

### 3.2.1 Definición conceptual

- Aprendizaje de las transformaciones isométricas en polígonos:

Hace referencia al proceso de adquisición del conocimiento de las transformaciones isométricas, aplicándolo en polígonos, por medio del estudio de la experiencia que conduce a la adquisición de un nuevo comportamiento.

- Metodología tradicional:

Para efectos de esta investigación se entiende por metodología tradicional al método en el cual el profesor transmite y expone sus conocimientos de manera progresiva, enfocándose en el aprendizaje del alumno, utilizando el libro de clases y guías de estudio para el alcanzar el conocimiento.

- Utilizar TIC:

La utilización de TIC es un proceso que expresa reflexión y acción de reunir, significado, objetivos, principios, métodos, enfoques y técnicas. Es un proceso de intervención en donde la visión teórica y la práctica se reúnen para que el alumno cuente con la capacidad de resolver problemas. Todo esto llevado a cabo con el apoyo de las tecnologías de información y comunicación las cuales son herramientas que procesan, almacenan, sintetizan, y presentan información de formas variadas.

### 3.3 Sujetos de estudio

La investigación se desarrolló en el Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado perteneciente a la comuna de Chillán, donde uno de los investigadores se encontraba realizando un reemplazo en la asignatura de matemáticas y otro su práctica profesional, en los niveles de séptimo y octavo año básico, y primero medio, respectivamente.

El establecimiento es de carácter particular subvencionado y cuenta con niveles desde pre-kínder hasta cuarto año medio, cada uno de ellos tiene a disposición 4 cursos letrados de A a D. Cada sala tiene un promedio de 40 alumnos, los cuales disponen de sus sillas, mesas, una pizarra y un proyector a disposición del profesor para la realización de la clase.

En base a lo anterior nuestro proyecto fue realizado con éxito en este establecimiento, ya que contaba con las herramientas necesarias para su efectividad.

Para la investigación se seleccionó a ocho alumnos pertenecientes al curso 8° año básico A.

### 3.4 Instrumentos de medición

El instrumento de medición fue una prueba de desarrollo, creada para octavo año básico, bajo la concepción de la ingeniera didáctica, cuya validación se obtiene a partir de la confrontación del análisis a priori con el análisis a posteriori.

El test consistió en 3 actividades que contemplaban 5 tareas, con el propósito de analizar cómo los alumnos estructuraban sus estrategias para dar respuesta a las preguntas planteadas, utilizando las herramientas pertinentes para su desarrollo.

### 3.5 Mecanismos de recolección de la información

Se entregó una carta de consentimiento para dar a conocer el objetivo de la investigación tanto al establecimiento, como a los alumnos y sus respectivos apoderados. (Anexo N° 1)

Se aplicó un instrumento de evaluación para ser contestados de dos maneras, con herramientas de trazado y luego a través del software computacional GeoGebra. (Anexo N° 2)

Guías de Trabajo: En el desarrollo del proceso de investigación se trabajaron dos guías individuales, únicamente a través del uso de herramientas de trazado y medición, como lo son: el lápiz, compás y regla.

Las dos guías trabajadas tenían como objetivo “Describir y aplicar movimientos de figuras planas, utilizando vectores de traslación, ejes de reflexión y puntos de rotación, en el plano cartesiano”, ambas fueron desarrolladas antes de trabajar en computador. (Anexo N° 3)

Talleres en Laboratorio: Se desarrollaron dos talleres individuales en el laboratorio de computación del Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado, utilizando el software GeoGebra. (Anexo N° 4)

Ambos talleres tenían como objetivo “Familiarizar al alumno con el software computacional GeoGebra”. En el primer taller, pudieron conocer los comandos básicos del programa, sus aplicaciones y funciones. Además, ubicaron puntos y construyeron figuras geométricas en el lienzo del software. En el segundo taller aprendieron a reflejar, rotar y trasladar polígonos, pero sin utilizar las funciones mismas de GeoGebra para este tipo de ejercicios.

Ambos talleres fueron desarrollados con sus respectivas instrucciones y con la guía de los profesores investigadores a cargo.

### 3.6 Ingeniería didáctica como metodología de investigación

- Fases de la ingeniería didáctica

Con el fin de validar la adecuada utilización de la ingeniería didáctica como metodología apropiada, para comparar el método de aprendizaje tradicional con el aprendizaje utilizando TICS mediante el software GeoGebra, se implementaron las fases de la ingeniería didáctica propuesta por Artigue (1995): análisis preliminar, análisis a priori, experimentación, análisis a posteriori y validación. En el desarrollo de la situación didáctica presente en la investigación, no se consideraron en su totalidad los componentes de las fases de una ingeniería didáctica, ya que, por el tiempo no se pudo hacer un análisis epistemológico de los contenidos.

Como se debió confrontar las respuestas de los alumnos en el instrumento utilizando herramientas de trazado y el Software GeoGebra, se debió realizar dos tipos de análisis en las distintas fases, puesto que difieren entre sí.

Llamaremos como primera etapa al trabajo realizado con herramienta de trazado (Lápiz, regla y transportador) y la segunda etapa al trabajo realizado con el Software GeoGebra.

### 3.6.1 Fase 1: Análisis preliminar

Esta fase se centró en algunos de sus componentes descritos anteriormente, como lo es el análisis de la enseñanza tradicional y los conocimientos previos que se deberán considerar para el desarrollo del instrumento de evaluación.

- Transformaciones isométricas en el currículum chileno:

Para enseñar la unidad de geometría, lo que es transformaciones isométricas, se relacionan los conocimientos previos de congruencia y transformaciones, para formalizar y trabajar a un nivel más geométrico y menos intuitivo utilizando el plano cartesiano. Siendo el software GeoGebra de gran ayuda para este tipo de trabajo. El propósito es resolver problemas que involucren trasladar una figura 2D en el plano cartesiano a través de vectores de traslación, reflejar y rotar una figura 2D en el plano y componer transformaciones isométricas. Se sugiere incentivar el interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.

El marco curricular (MINEDUC, Bases curriculares 7º básico a 2º medio, 2015) propone para el eje de geometría los siguientes objetivos de aprendizaje:

1. Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 3D, de manera visual y/o con software educativo, utilizando:
  - ✓ Los vectores para la traslación.
  - ✓ Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.
  - ✓ Los puntos del plano para la rotación.
2. Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con software educativo, y aplicar a la simetría de polígonos y poliedros y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

Además, en el programa de estudio ( (MINEDUC, Programa de Estudio Matemática Octavo Básico, 2016) se proponen los siguientes indicadores de evaluación para cada objetivo de aprendizaje mencionados anteriormente:

Objetivo de aprendizaje 1:

- ✓ Reflexionan figuras 2D según los ejes dados, de manera concreta y pictórica.
- ✓ Determinan el eje de reflexión entre la imagen y la pre-imagen de dos figuras 2D.
- ✓ Reconocen que la rotación de  $180^\circ$  es una reflexión en un punto, llamado punto de simetría.

Objetivo de aprendizaje 2:

- ✓ Realizan diferentes combinaciones de traslaciones, reflexiones y rotaciones y reconocen las propiedades.
- ✓ Reconocen transformaciones isométricas dadas en el plano, identificando puntos importantes, como vector traslación, centro de rotación, ángulo de rotación, eje o punto de reflexión.

- Conocimientos previos:

### **Primera etapa: Trabajo realizado con herramientas de trazado**

Como conocimientos previos, los alumnos debían saber:

- Ubicación de puntos en el plano cartesiano.
- Identificación de figuras congruentes.
- Utilización de herramientas de medición
- Definición de traslación
- Identificación del vector de traslación
- Definición de reflexión
- Identificación del eje de simetría
- Definición de rotación
- Identificación del punto y ángulo de rotación

### **Segunda etapa: Trabajo realizado con Software GeoGebra**

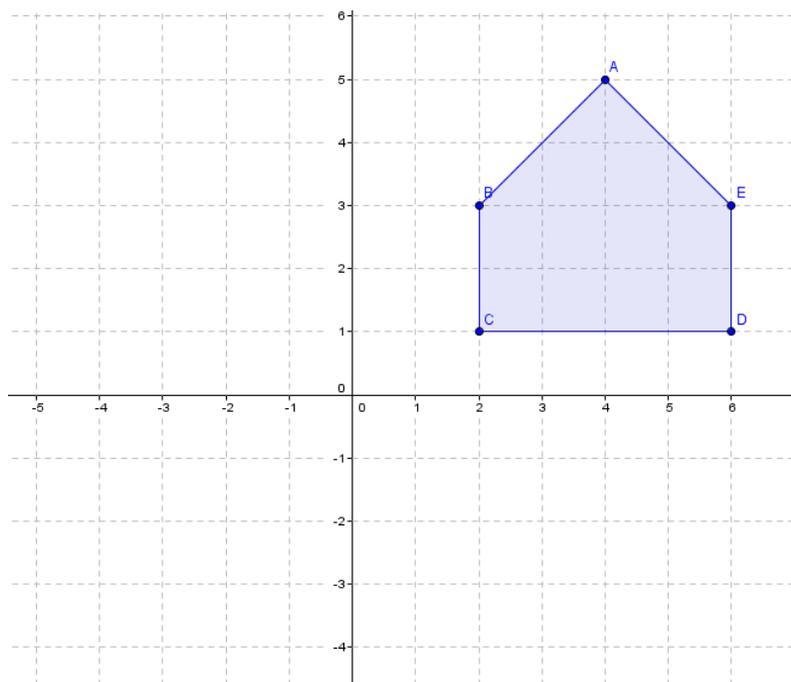
Como conocimientos previos, los alumnos debían saber:

- Identificación de figuras congruentes.
- Utilización de herramientas de medición
- Definición de traslación
- Identificación del vector de traslación
- Definición de reflexión
- Identificación del eje de simetría
- Definición de rotación
- Identificación el punto y ángulo de rotación
- Reconocer herramientas del Software GeoGebra

### 3.6.2 Fase 2: Análisis a priori de las situaciones didácticas

En esta segunda fase se analizó lo que se esperaba que hicieran los alumnos y los posibles errores que podían cometer en la realización de la actividad, cabe mencionar que en la actividad no hubo intervención del profesor.

**Actividad 1:** Traslada el siguiente polígono según el vector  $\vec{v} = (-7, -5)$ .



#### **Primera etapa: Trabajo realizado con herramientas de trazado**

Dado el instrumento de evaluación, el análisis a priori esta tomado por cada una de las actividades presentadas a los alumnos con sus respectivas tareas.

Se esperaba que los alumnos realizaran las siguientes acciones:

1. Identificar las coordenadas de los puntos de la figura presente en el plano cartesiano.

A(4,5)

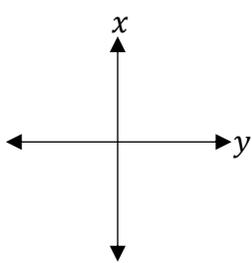
C(2,1)

E(6,3)

B(2,3)

D(6,1)

Tabla 1: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (primera acción)

Posibles errores	
Confundir los ejes de coordenadas	Confundir el orden del par ordenado
<p>Considerando el eje de la ordenada (Y), como el eje de las abscisas (X) y viceversa.</p> 	<p>Considerando un primer elemento del par como la ordenada <math>y</math>, y un segundo elemento del par como la abscisa <math>x</math>.</p> <p style="text-align: center;"><math>(y, x)</math></p>

2. Realizar la adición de cada una de las coordenadas de los puntos, con el vector dado. Renombrar las nuevas coordenadas.

$$A + \vec{v} = (4,5) + (-7, -5) = (4 + (-7), 5 + (-5)) = A'(-3, 0)$$

$$B + \vec{v} = (2,3) + (-7, -5) = (2 + (-7), 3 + (-5)) = B'(-5, -2)$$

$$C + \vec{v} = (2,1) + (-7, -5) = (2 + (-7), 1 + (-5)) = C'(-5, -4)$$

$$D + \vec{v} = (6,1) + (-7, -5) = (6 + (-7), 1 + (-5)) = D'(-1, -4)$$

$$E + \vec{v} = (6,3) + (-7, -5) = (6 + (-7), 3 + (-5)) = E'(-1, -2)$$

Tabla 2: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (segunda acción).

Possible error
No aplicar las reglas de los signos en la operación aritmética
<p>Ejemplo: Realizar la operación omitiendo los signos.</p> $(-x, y) + (-v, -u) = (x + v, y + u)$

3. Ubicar en el plano cartesiano las coordenadas de los puntos encontrados luego de la acción anterior.

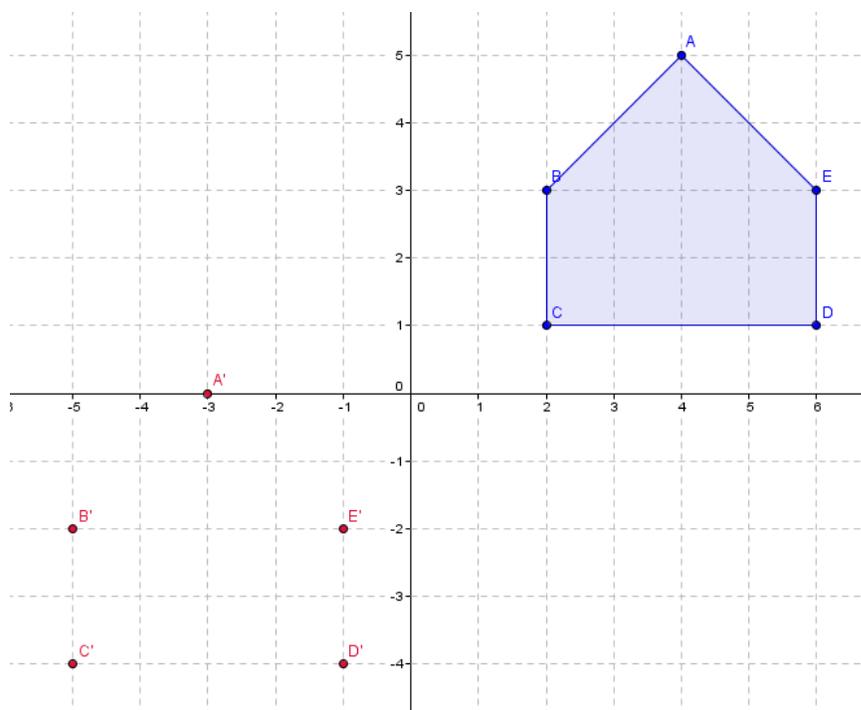


Tabla 3: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (tercera acción).

Posibles errores	
Confundir los ejes de coordenadas	Omitir los signos de las coordenadas
Considerar el eje de la ordenada (Y), como el eje de las abscisas (X) y viceversa.	Considerar los componentes de las coordenadas, como números siempre positivos o siempre negativos.

4. Trazar los segmentos de rectas, utilizando la regla, entre los puntos contiguos.

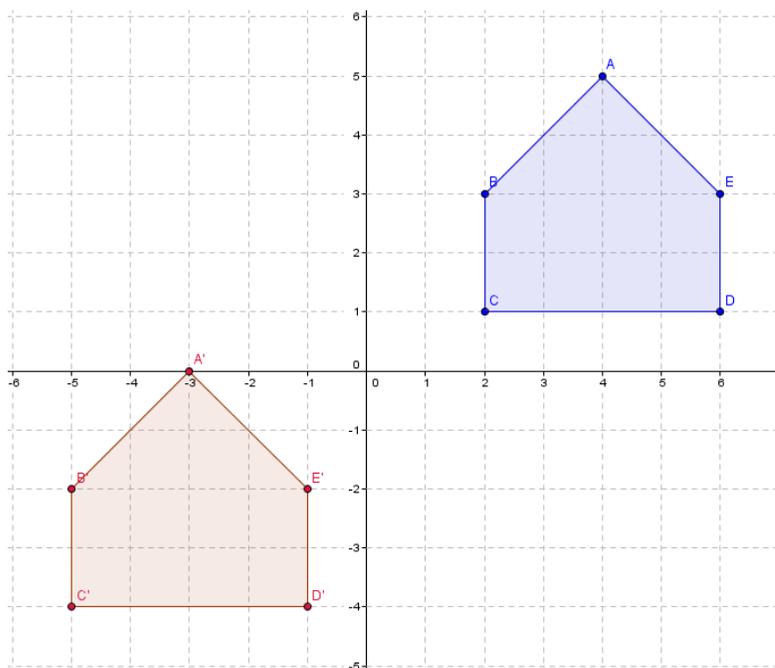


Tabla 4: Primera etapa; Actividad 1; Posibles errores (cuarta acción).

Posible error
Trazar rectas entre puntos no contiguos.
<p>Considerar dos puntos cualesquiera y trazar un segmento de recta entre ellos.</p>

**Segunda etapa: Trabajo realizado con Software GeoGebra**

1. Dibujar el pentágono usando la herramienta polígono.

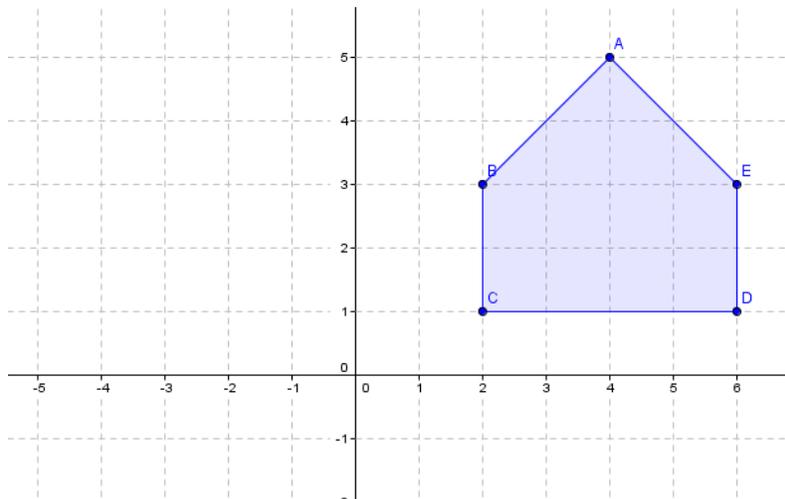


Tabla 5: Segunda etapa; Actividad 1; Posibles errores (primera acción)

Possible error
Orientación de los puntos con su correspondiente letra
Dibujar el pentágono identificando los puntos como; A(4, 5); B(6, 3); C(6, 1); D(2, 1), E(2, 3)

2. Sumar el vector de traslación (-7, -5) a cada una de las coordenadas de los vértices y ubicar la nueva coordenada con la herramienta punto.

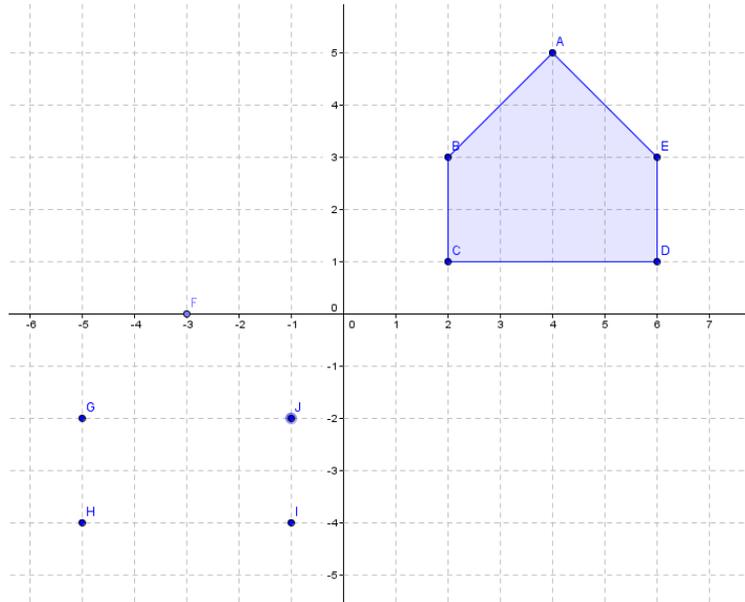


Tabla 6: Segunda etapa; Actividad 1; Posibles errores (segunda acción)

Posible error	
No aplicar las reglas de los signos en la operación aritmética	Confundir los ejes de coordenadas
Ejemplo: Realizar la operación omitiendo los signos.  $(-x, y) + (-v, -u) = (x + v, y + u)$	Considerar el eje de la ordenada (Y), como el eje de las abscisas (X) y viceversa.

3. Unir los nuevos puntos para obtener el polígono trasladado, utilizando la

herramienta segmento. 

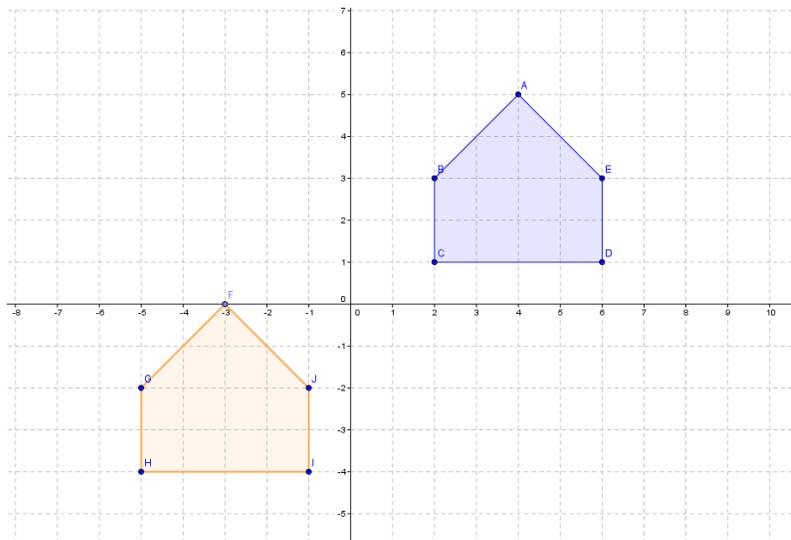
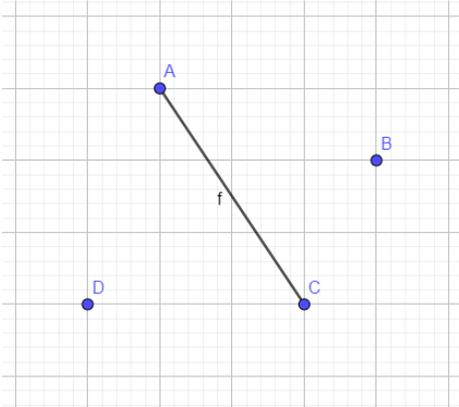
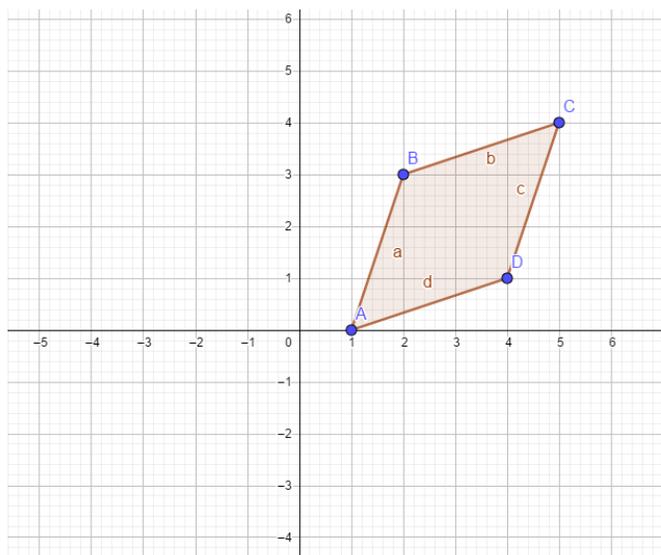


Tabla 7: Segunda etapa; Actividad 1; Posibles errores (tercera acción.)

Posible error
Trazar rectas entre puntos no contiguos.
<p>Considerar dos puntos cualesquiera y trazar un segmento de recta entre ellos.</p> 

**Actividad 2:** A partir del rombo construido en el plano cartesiano:



- Traza la recta que pasa por los puntos  $P1(-3,3)$  y  $P2(1,-5)$ .
- Dibuja la reflexión del rombo respecto a la recta trazada anteriormente.

**Primera etapa: Trabajo realizado con herramientas de trazado**

En la tarea a) se esperaba que los alumnos realizaran las siguientes acciones:

- Ubicar ambos puntos en el plano cartesiano

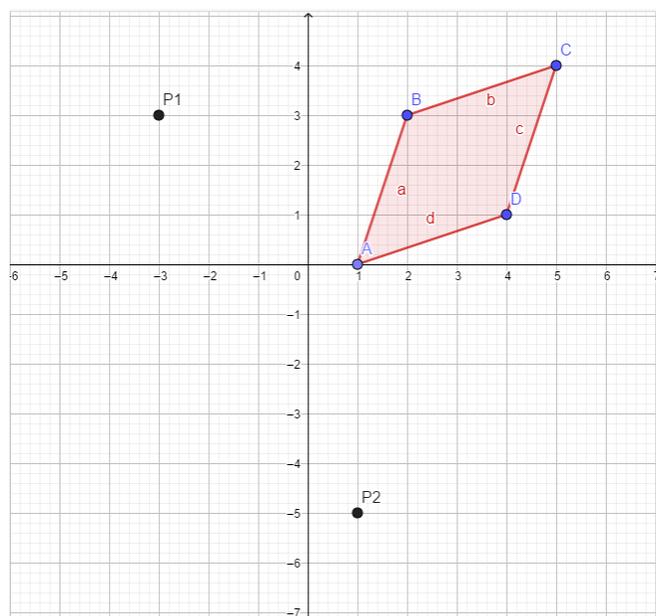
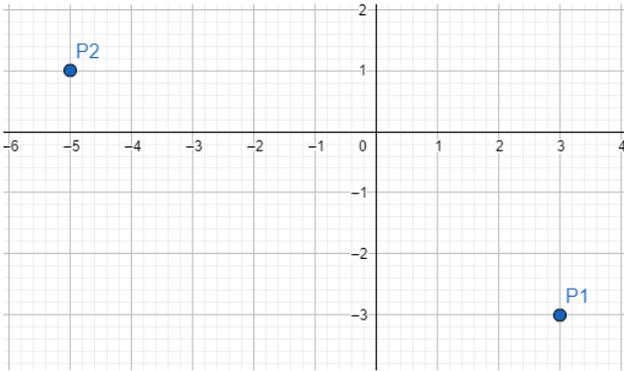
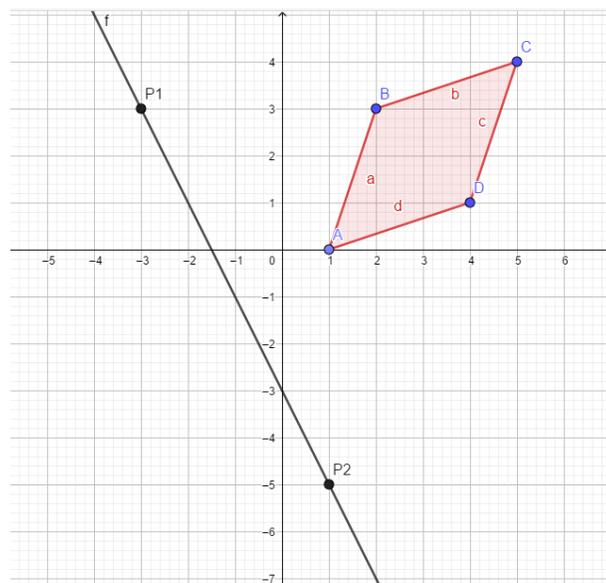


Tabla 8: Primera etapa; Actividad 2; Posibles errores (tarea a)).

Posible error
Confundir el orden del par ordenado
<p>Considerando un primer elemento del par como la ordenada <math>y</math>, y un segundo elemento del par como la abscisa <math>x</math>.</p> <p style="text-align: center;"><math>(y, x)</math></p> <p>Ejemplo: ubicar los puntos <math>P1(-3, 3)</math> y <math>P2(1, -5)</math>. Como</p> 

2. Trazar la recta, que pasa por los puntos ubicados anteriormente, utilizando una regla.



En la tarea b) se esperaba que los alumnos realizaran las siguientes acciones:

1. Medir con una regla la distancia de cada vértice del rombo a la recta trazada (eje de simetría), formando un ángulo recto.
2. Reflejar cada uno de los vértices al otro lado de la recta, considerando las distancias obtenidas en la acción anterior, formando un ángulo de  $90^\circ$  respecto del eje de simetría.
3. Trazar los segmentos de rectas entre los puntos contiguos reflejados.

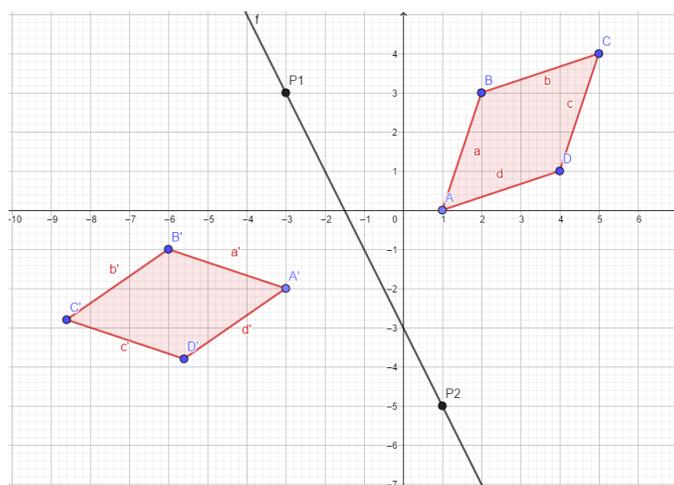


Tabla 9: Primera etapa; Actividad 2; Posibles errores (tarea b))

Posibles errores		
Ignorar el eje de simetría	Ignorar la regla del ángulo recto	Desacuerdo en la medición
Considerar un eje de simetría distinto al planteado (diagonal). Tomar uno vertical u horizontal.	Medir la distancia de los vértices a la recta, sin considerar el ángulo recto en la medición.	Utilizar mal el instrumento de medición (regla), iniciar desde 1 cm en vez de 0 cm.

**Segunda etapa: Trabajo realizado con Software GeoGebra**

1. Dibujar el polígono con la herramienta polígono  y ubicar ambos puntos en el plano cartesiano con la herramienta punto. .

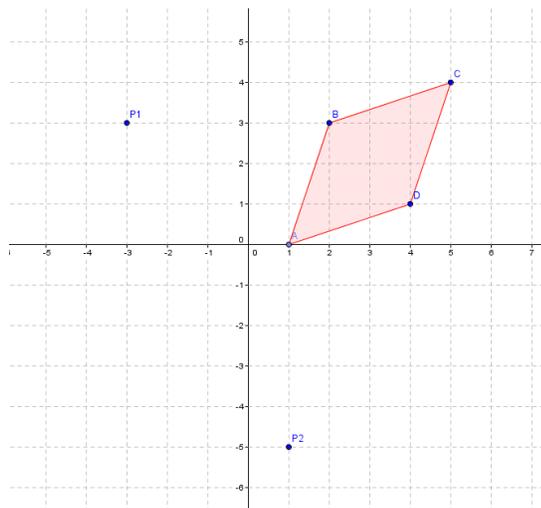
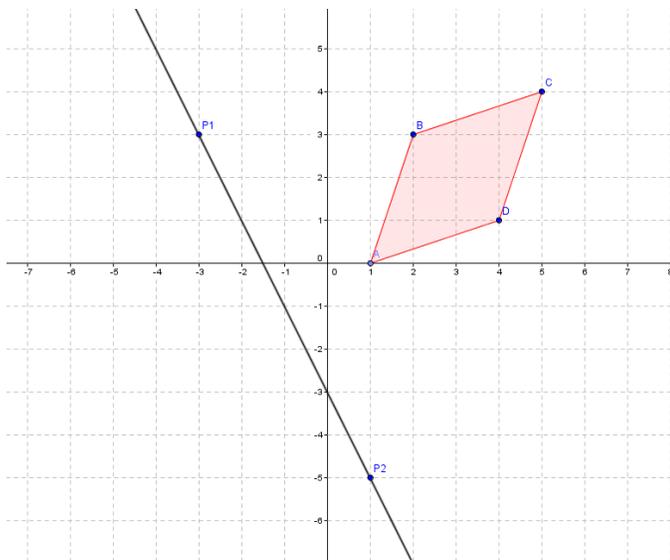


Tabla 10: Segunda etapa; Actividad 2; Posibles errores (primera acción.)

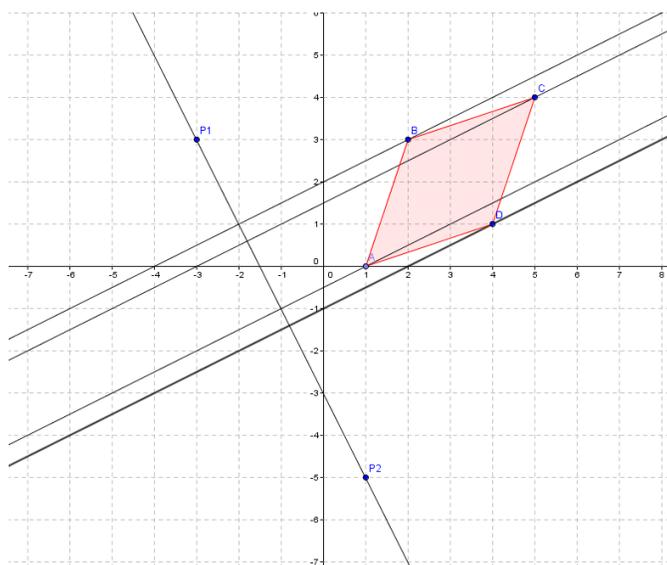
Possible error
Confundir el orden del par ordenado
Considerando un primer elemento del par como la ordenada $y$ , y un segundo elemento del par como la abscisa $x$ .
$(y, x)$
Ejemplo: ubicar los puntos $P1(-3, 3)$ y $P2(1, -5)$ . Como

2. Trazar la recta que pasa por los puntos ubicados anteriormente utilizando la

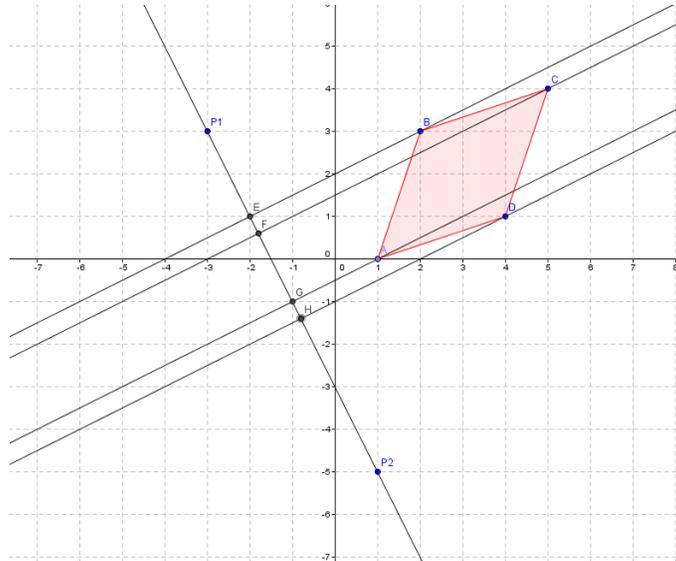
herramienta recta.  .



3. Trazar rectas perpendiculares  desde los vértices hacia la recta construida.



4. Marcar los puntos de intersección entre las rectas perpendiculares y rectas que actúa como eje de simetría.



5. Marcar las distancias desde los vértices de la figura, hasta los puntos de intersección respectivos. Con la herramienta de medición, distancia o longitud.

longitud. 

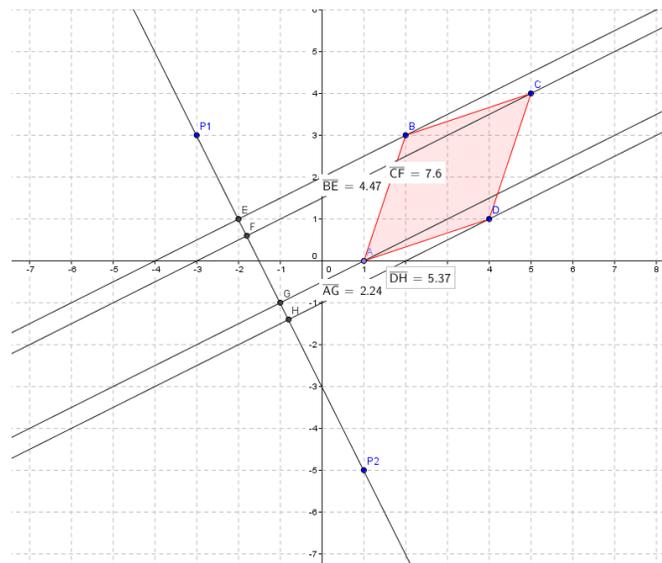
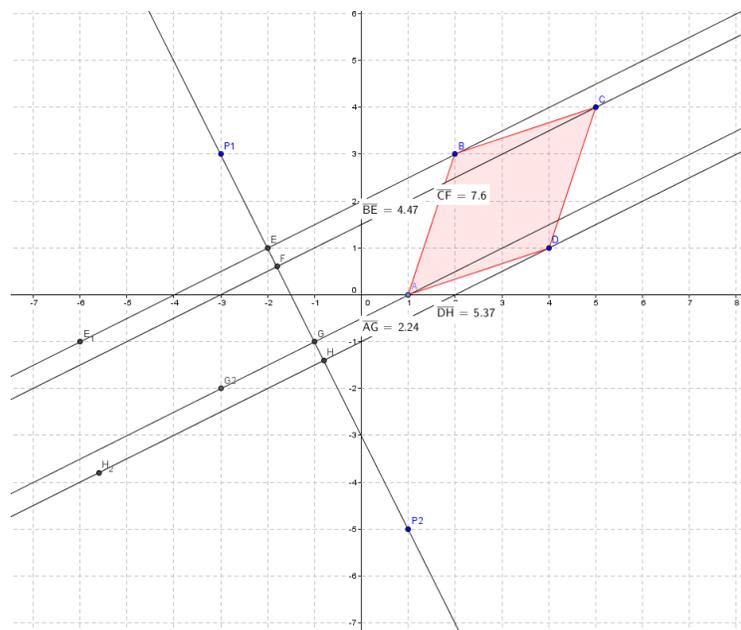


Tabla 11: Segunda etapa; Actividad 2; Posibles errores (acciones 2, 3,4 y 5).

Posibles errores		
Uso incorrecto de la función “Perpendicular”	Uso incorrecto de la función “Distancia”	Ignorar el eje de simetría
Seleccionar puntos distintos o rectas distintas para ubicar la recta perpendicular correspondiente que se quiere encontrar.	Seleccionar puntos distintos o rectas distintas para marcar la distancia entre ellos.	Considerar un eje de simetría distinto al planteado.

6. Copiar estas distancias, hacia el otro lado del eje usando la recta perpendicular.



7. Unir los nuevos puntos resultantes al otro lado del eje de simetría.

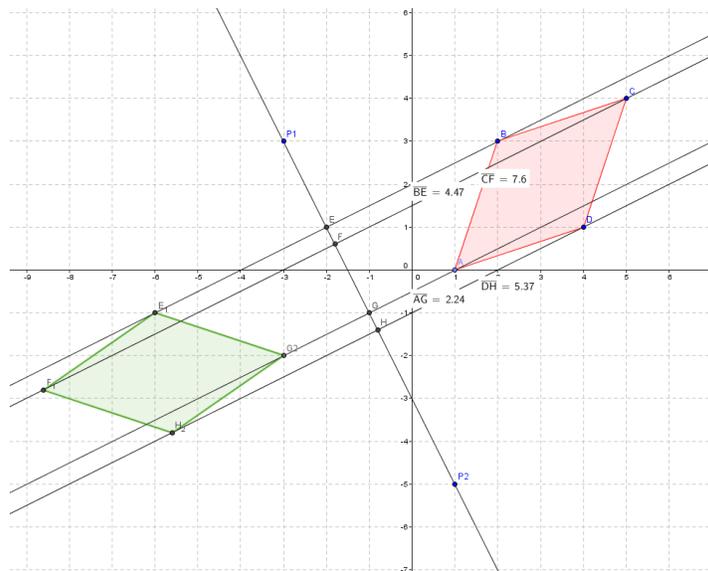
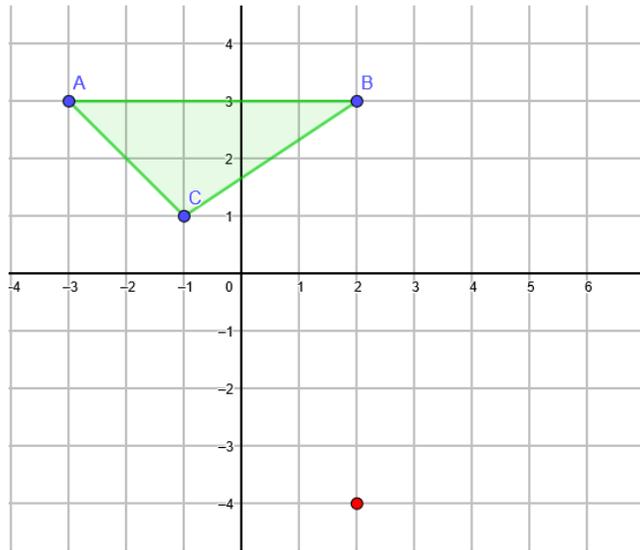


Tabla 12: Segunda etapa; Actividad 2; Posibles errores (séptima acción).

Posible error
Trazar rectas entre puntos no contiguos.
Considerar dos puntos cualesquiera y trazar un segmento de recta entre ellos.

**Actividad 3:** Considere el siguiente triángulo ABC

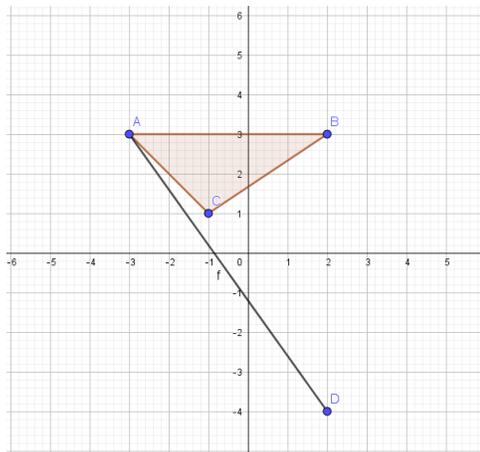


- a) Realiza una rotación a la figura en un ángulo de  $90^\circ$  en sentido de las agujas del reloj respecto al punto  $(2, -4)$
- b) A la figura rotada, realiza una reflexión con respecto al eje x.

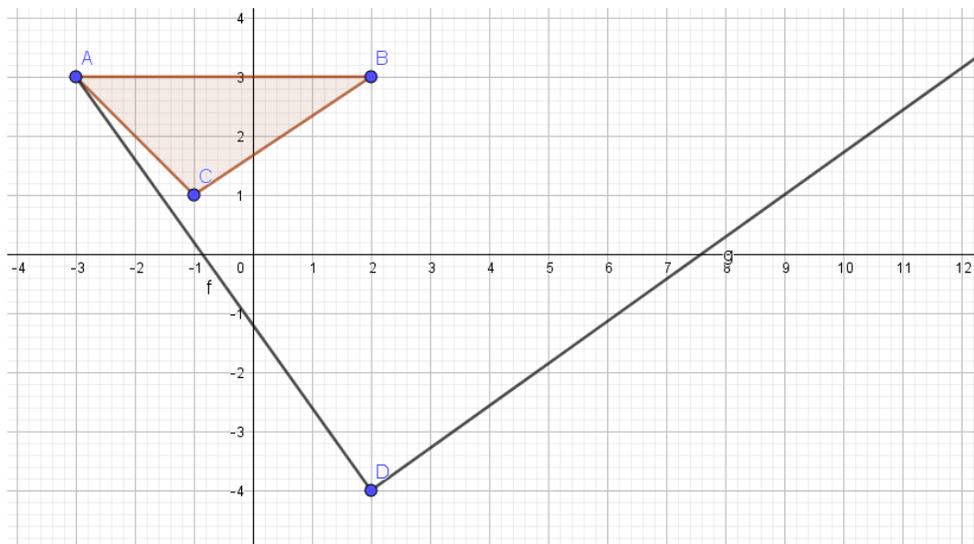
**Primera etapa: Trabajo realizado con herramientas de trazado**

En la tarea a) se esperaba que los alumnos realizaran las siguientes acciones:

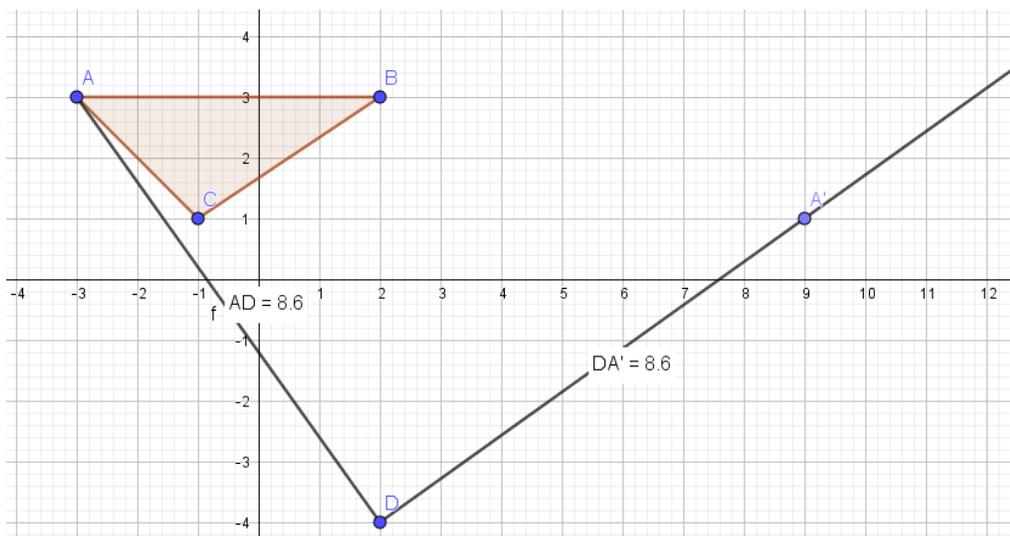
1. Trazar un segmento de recta, utilizando la regla, desde el vértice A hasta el punto de rotación.



2. Trazar un ángulo de  $90^\circ$  en sentido horario, utilizando un transportador, tomando como inicio el segmento trazado en la acción anterior.



3. Medir, utilizando una regla, la distancia del punto A hasta el punto de rotación y marcar la misma distancia desde el punto de rotación hasta un punto  $A'$  ubicado en el nuevo segmento.



4. Repetir las acciones anteriores con cada uno de los vértices restantes.

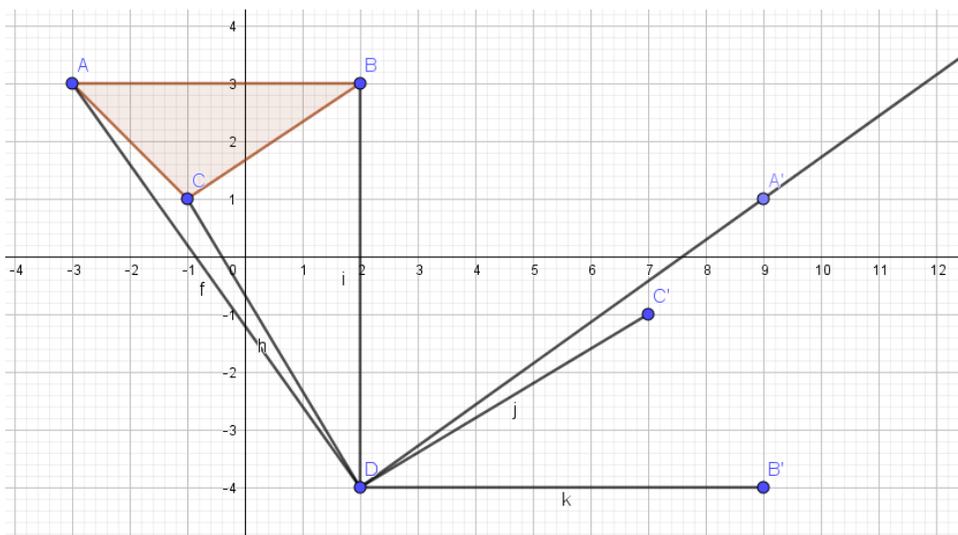


Tabla 13: Primera etapa; Actividad 3; Posibles errores (tarea a); acciones 1,2,3 y 4.)

Posibles errores		
Ignorar el punto de rotación	Desacuerdo en la medición del ángulo	Desacuerdo en la medición del segmento
Considerar un punto de rotación distinto al planteado.	Utilizar mal el instrumento de medición (transportador), ubicar erróneamente el centro en el punto de rotación. Tomar mal la medida del ángulo.	Utilizar mal el instrumento de medición (regla), iniciar desde 1 cm en vez de 0 cm.

5. Unir los puntos A', B' y C', utilizando una regla, para finalmente obtener la figura rotada

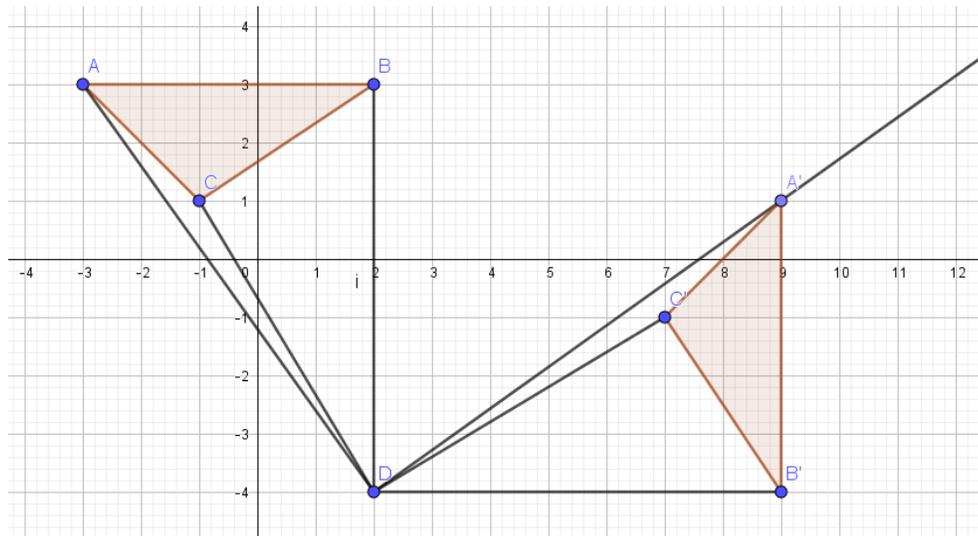
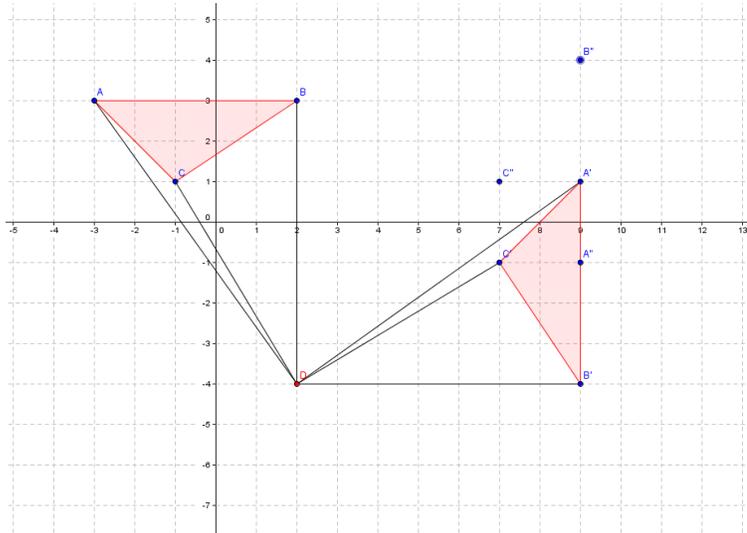


Tabla 14: Primera etapa; Actividad 3; Posibles errores (tarea a); quinta acción

Posible error
Trazar rectas entre puntos no contiguos.
Considerar dos puntos cualesquiera y trazar un segmento de recta entre ellos.

En la tarea b) se esperaba que los alumnos realizaran las siguientes acciones:

1. Reflejar los puntos de la figura rotada, según el eje X



2. Unir los puntos para formar la figura reflejada.

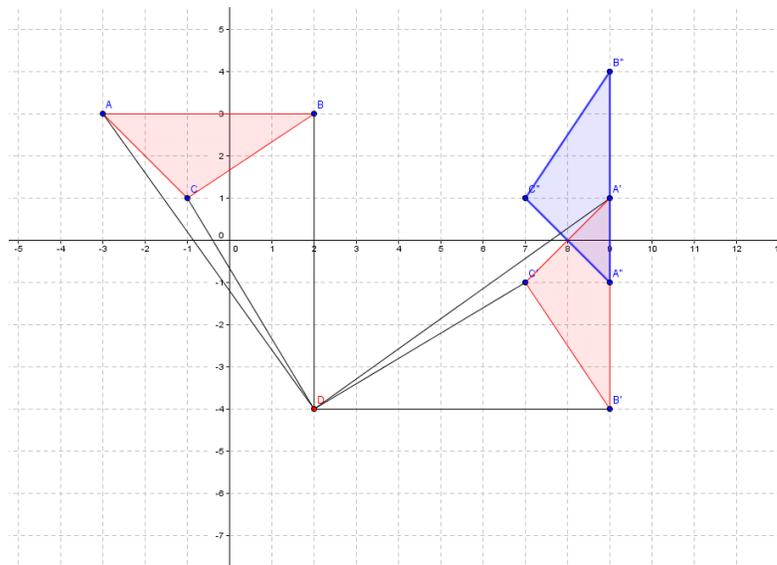


Tabla 15: Primera etapa; Actividad 3; Posibles errores (tarea a))

Posibles errores	
Confundir los ejes de coordenadas	Ignorar el eje de simetría
Considerar el eje de la ordenada (Y), como el eje de las abscisas (X) y viceversa.	Considerar un eje de simetría distinto al planteado.

**Segunda etapa: Trabajo realizado con Software GeoGebra**

1. Dibujar el triángulo con la herramienta polígono



y ubicar el punto

de rotación con la herramienta punto

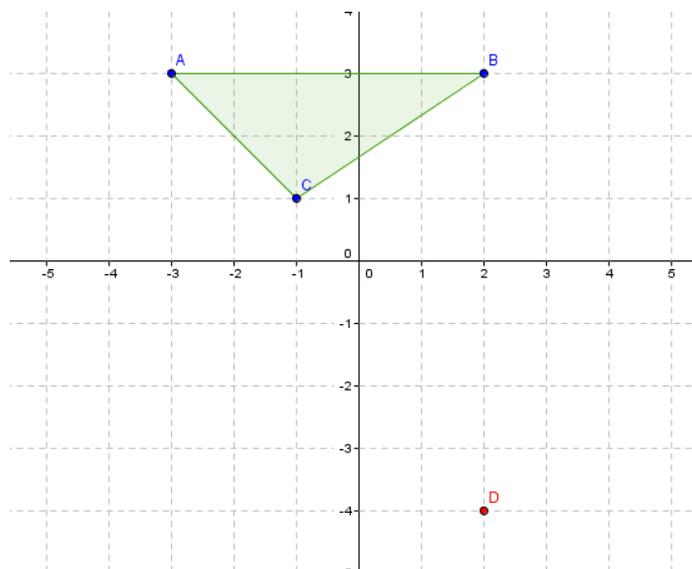
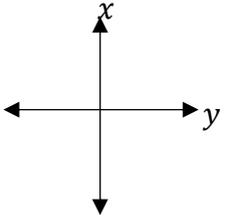
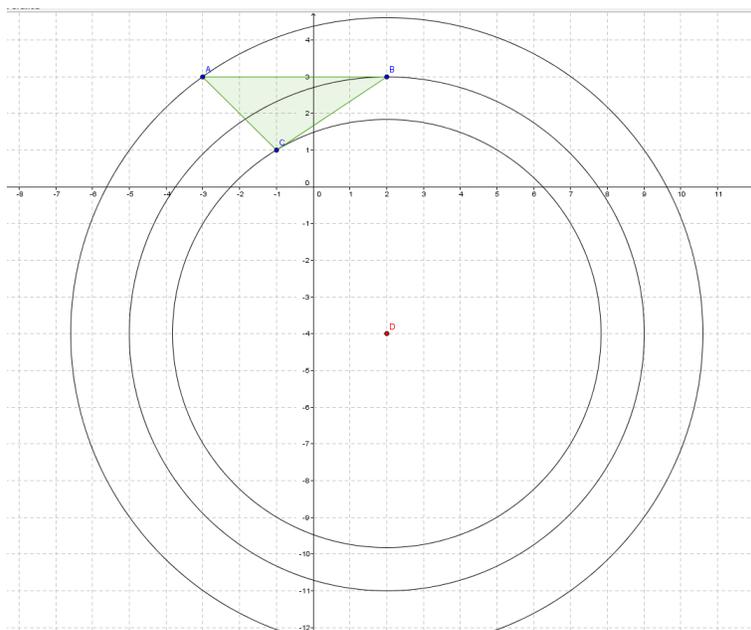


Tabla 16: Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (primera acción)

Posibles errores	
Confundir los ejes de coordenadas	Confundir el orden del par ordenado
<p>Considerando el eje de la ordenada (Y), como el eje de las abscisas (X) y viceversa.</p> 	<p>Considerando un primer elemento del par en <math>y</math>, y un segundo elemento del par en <math>x</math>.</p> <p style="text-align: center;"><math>(y, x)</math></p>

2. Trazar circunferencias con centro en el punto de rotación, y radio desde el punto de rotación hacia el vértice, con la herramienta circunferencia (centro, radio)

radio) 



3. Ubicar un punto en la circunferencia más pequeña, y marcar el ángulo entre este punto, el centro y el vértice correspondiente, moverlo hasta lograr el

ángulo de  $90^\circ$  con la herramienta ángulo 

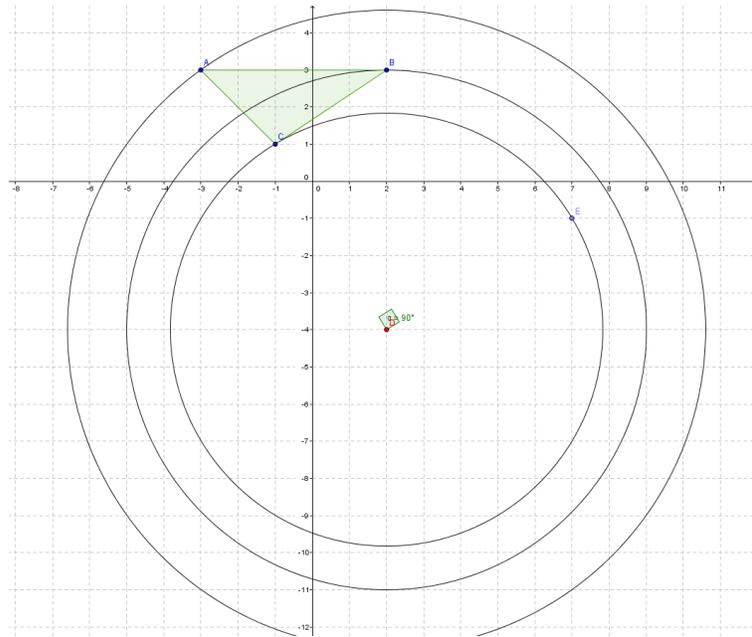
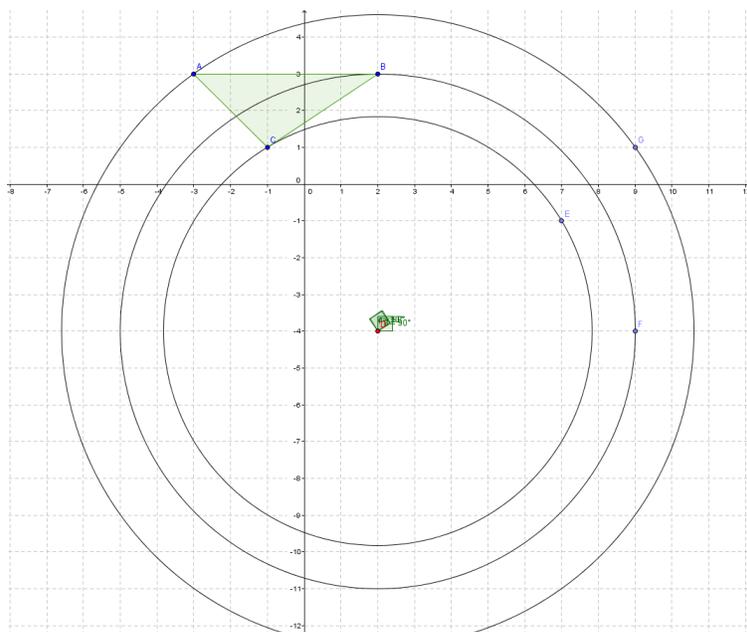


Tabla 17: Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (acciones 2 y 3)

Posibles errores		
Uso incorrecto de la función “circunferencia”	Ignorar el punto rotación	Desacuerdo en la medición del ángulo
Seleccionar puntos distintos para formar la circunferencia que se está solicitando.	Considerar un punto de rotación distinto al planteado.	No mover correctamente el punto que pertenece a la circunferencia y obtener una medida diferente del ángulo solicitado.

4. Realizar lo mismo con los demás vértices y circunferencias correspondientes.



5. Unir los nuevos puntos para obtener la figura rotada.

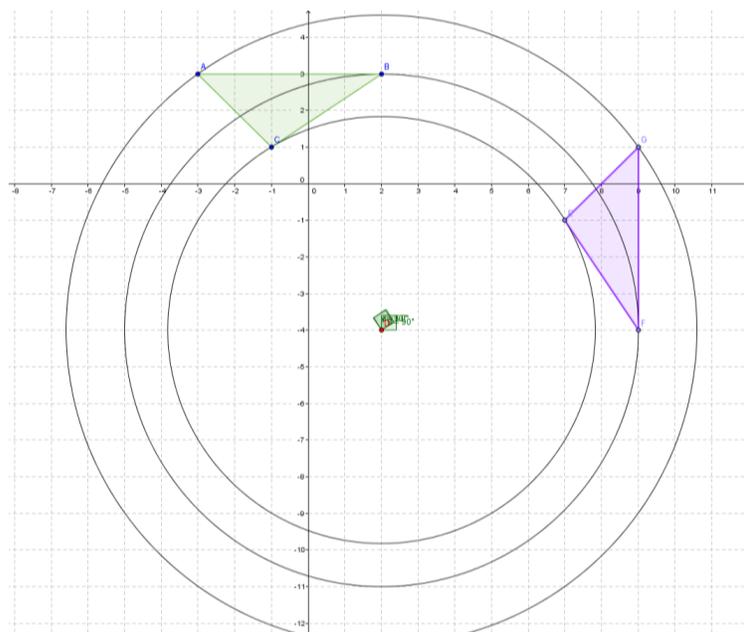
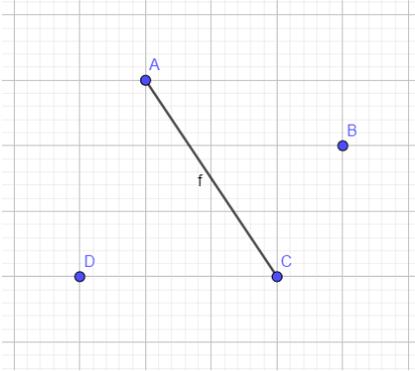
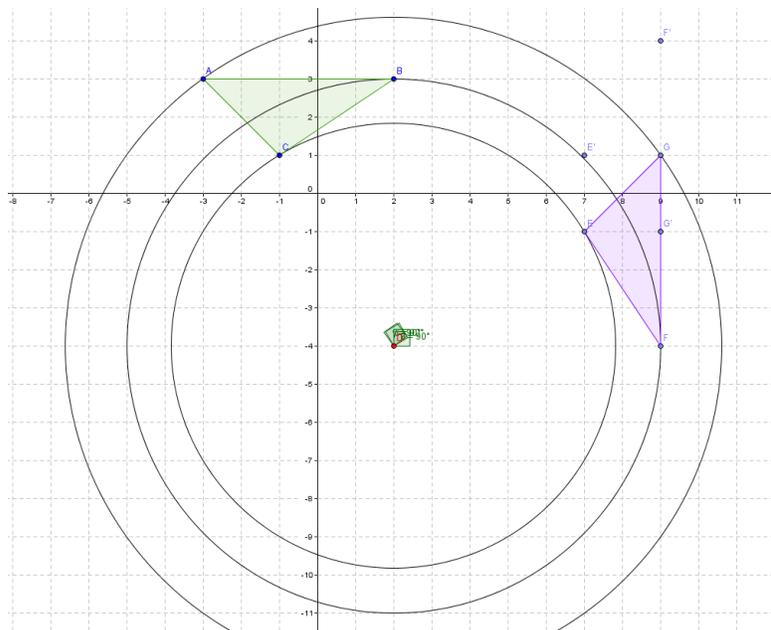


Tabla 18; Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (acciones 4 y 5)

Posible error
Trazar rectas entre puntos no contiguos.
<p>Considerar dos puntos cualesquiera y trazar un segmento de recta entre ellos.</p> 

6. Reflejar los puntos de la figura rotada, según el eje X.



7. Unir los puntos para formar la figura reflejada.

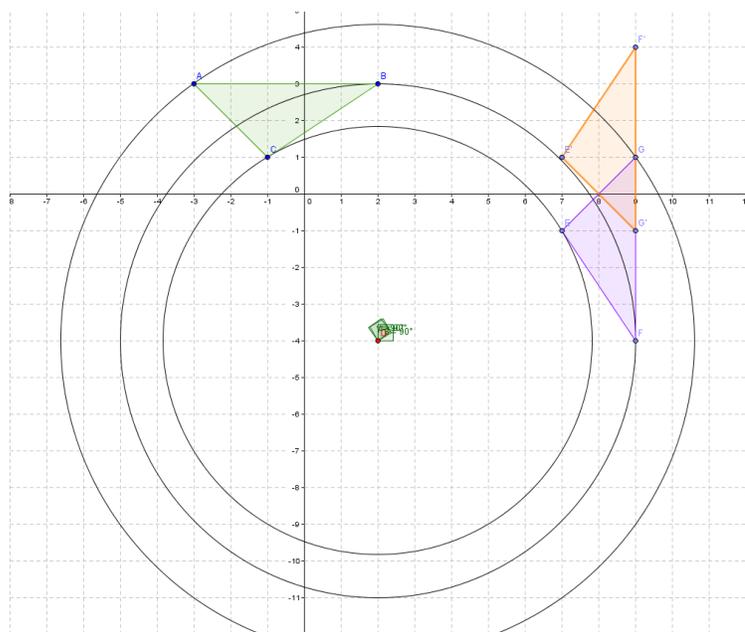


Tabla 19: Segunda etapa; Actividad 3; Posibles errores (acciones 6 y 7)

Posibles errores	
Confundir los ejes de coordenadas	Ignorar el eje de simetría
Considerar el eje de la ordenada (Y), como el eje de las abscisas (X) y viceversa.	Considerar un eje de simetría distinto al planteado.

### 3.6.3 Fase 3: Experimentación

La experimentación se realizó en dos etapas con una diferencia de una semana entre ellas, en la primera etapa se desarrolló con la utilización de herramientas de trazados (lápiz, regla, transportador) un instrumento de evaluación, la segunda etapa consistió en el desarrollo del mismo instrumento de evaluación con la utilización del software GeoGebra con la intención de asegurar la fase de validación.

Antes de la aplicación adecuada del instrumento de evaluación, se dio a conocer la investigación a los directivos y al curso con sus respectivos apoderados del Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado, para así desarrollar la investigación de la manera más ética y transparente posible.

En la experimentación participaron los alumnos del curso 8° año básico A, de los cuales se escogieron de forma aleatoria 8 alumnos para la realización de la fase de análisis a posteriori.

Se explicó la forma de trabajo, recalcando que todas las actividades se realizarían en horarios de clases, además se dio a conocer el objetivo, recordando que la realización del instrumento se llevaría a cabo de manera completamente individual sin comunicación entre ellos y sin supervisión del profesor (investigador), con una duración de dos horas pedagógicas.

Luego se realizaron los siguientes procedimientos:

- Se aplicó el instrumento de evaluación utilizando sólo herramientas de trazado y sin intervención del profesor, en la sala de clases pertenecientes al octavo año A.
- Se realizó la recolección de las producciones escritas de los alumnos para luego hacer las observaciones en el análisis a posteriori.
- Se realizaron dos talleres en el laboratorio del colegio, en dos clases distintas, “Conociendo el Software GeoGebra”.

- Se aplicó el instrumento de evaluación utilizando sólo el Software GeoGebra, para la realización de esta segunda etapa, se tuvo que llevar a los alumnos al laboratorio de su colegio.
- Se realizó la recolección de las producciones en el software GeoGebra de los alumnos para luego hacer las observaciones en el análisis a posteriori.

#### 3.6.4 Fase 4: Análisis a posteriori y validación

En esta última fase se analizaron los datos recogidos, las observaciones y las producciones de los alumnos en clase.

El análisis se realizó por etapa y actividad.

Se denomina primera etapa al desarrollo del instrumento utilizando herramientas de trazado como lápiz, regla, transportador. Se denomina segunda etapa al desarrollo del instrumento utilizando el software GeoGebra.

Las tareas de cada actividad se denotan por, tarea a), tarea b), según corresponda.

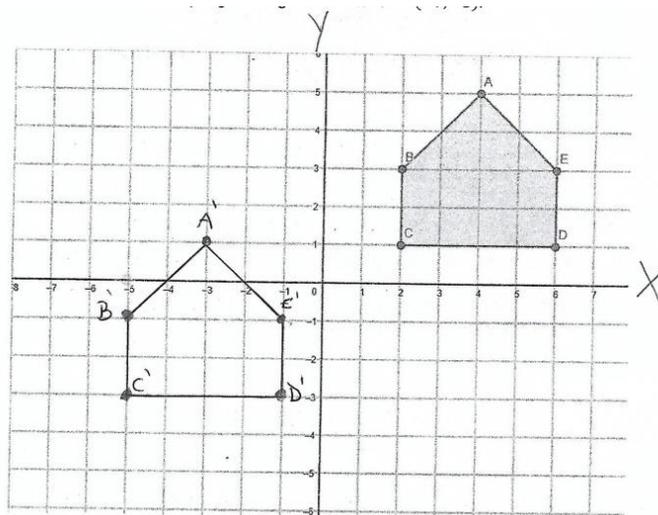
A los alumnos se denominan por  $A_i$ , donde  $i$  precisa el número correspondiente al alumno, del 1 al 8, cuando se habla de él independientemente de la actividad.

3.6.4.1 Análisis a posteriori. Primera etapa: trabajo realizado con herramientas de trazado.

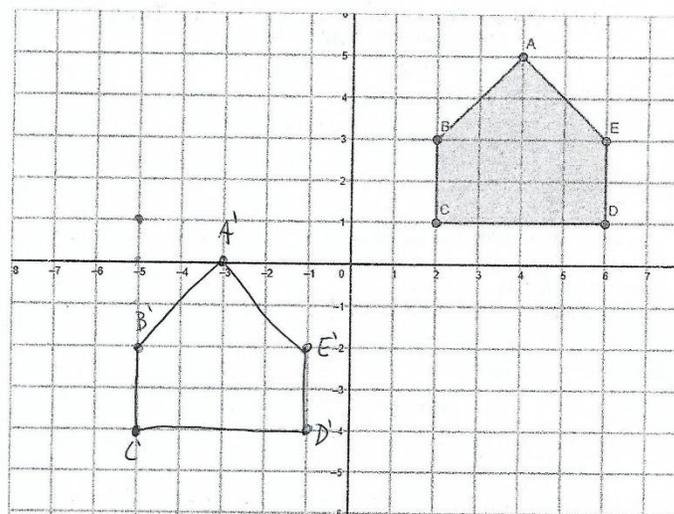
Tabla 20: Resultados, primera etapa de trabajo

Actividad 1	
<p><b>A1: Realizó correctamente la traslación.</b></p>	
<p><b>A2: Realizó correctamente la traslación.</b></p> <p> <math>A = 4, 5 = -3, 0</math>  <math>B = 2, 3 = -5, -2</math>  <math>C = 2, 1 = -5, -4</math>  <math>D = 6, 1 = -1, -4</math>  <math>E = 6, 3 = -1, -2</math> </p>	

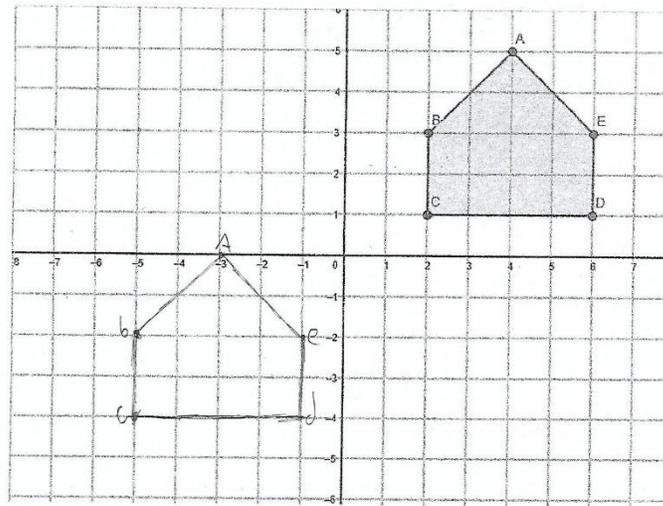
**A3:** Al momento de realizar la operación aritmética aditiva, realizó correctamente la adición de los valores del eje de abscisas con el vector dado, sin embargo, realizó incorrectamente la adición de los valores del eje de ordenadas con el vector dado, obteniendo los resultados  $A' (-3,1)$ ,  $B' (-5,-1)$ ,  $C' (-5,-3)$ ,  $D' (-1,-3)$  y  $E' (-1,-1)$ .



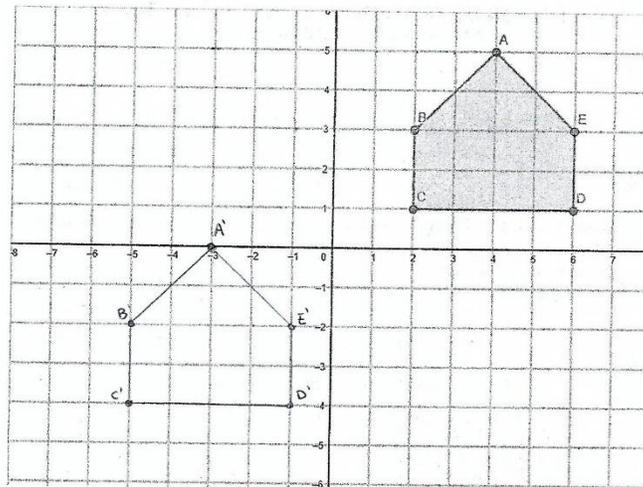
**A4:** Identificó los puntos de los vértices del polígono dado, realizó la operación aritmética aditiva correctamente, ubicando los puntos resultantes en el plano cartesiano, al momento de trazar los segmentos de rectas entre los puntos contiguos no se apoyó de una regla como se muestra en la imagen.



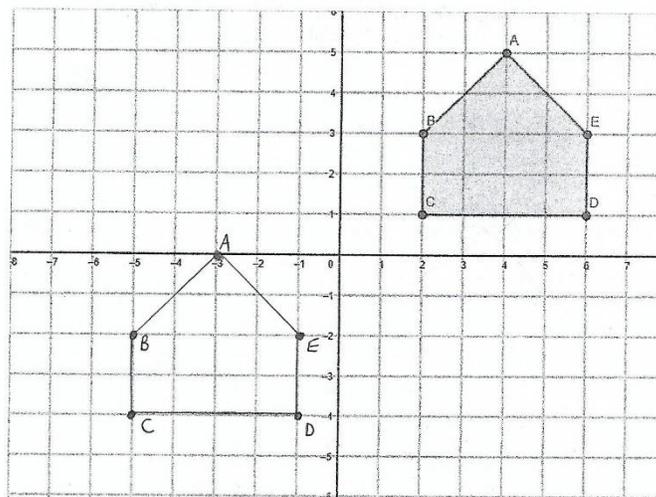
**A5:** Realizó correctamente la traslación.



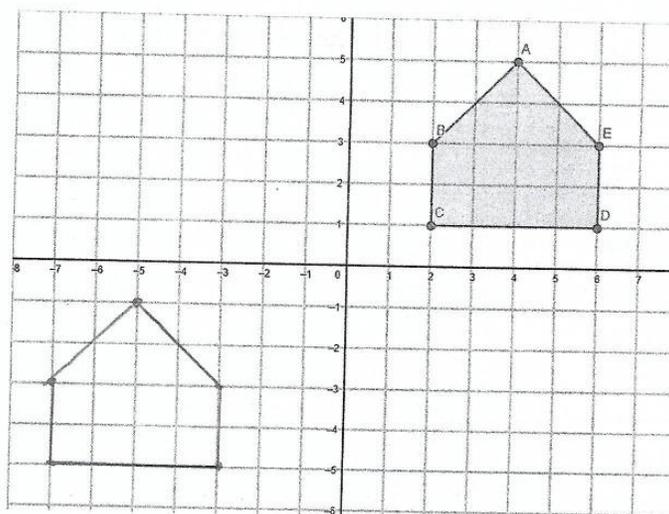
**A6:** Realizó correctamente la traslación.



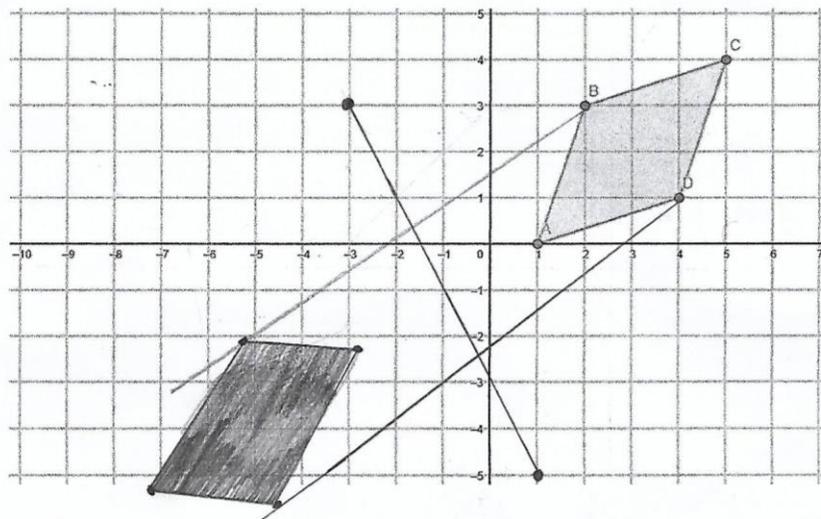
**A7:** Realizó correctamente la traslación.



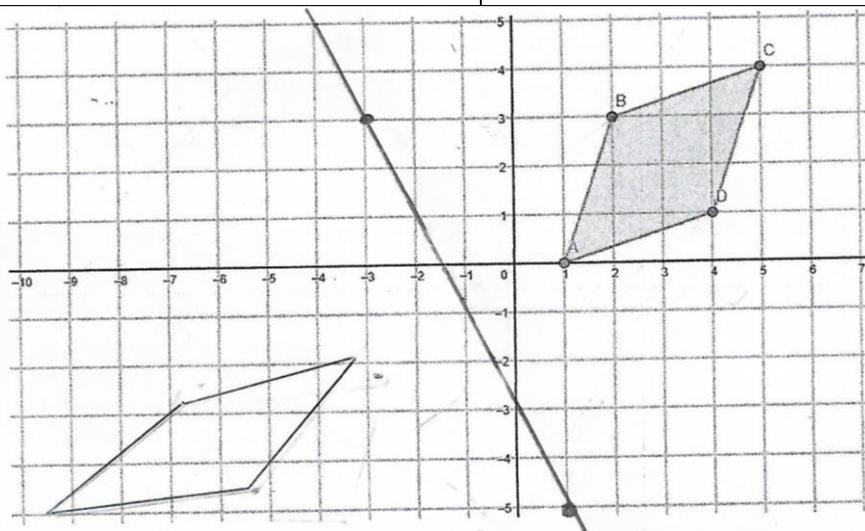
**A8:** Al realizar la operación aritmética aditiva, realizó incorrectamente la adición de los valores del eje de abscisas y de ordenadas con el vector dado, obteniendo como par ordenado los siguientes resultados A' (-5,-1); B' (-7,-3); C' (-7,-5); D' (-3,-5) y E' (-3,-3). Además, no renombró los vértices de la figura trasladada.



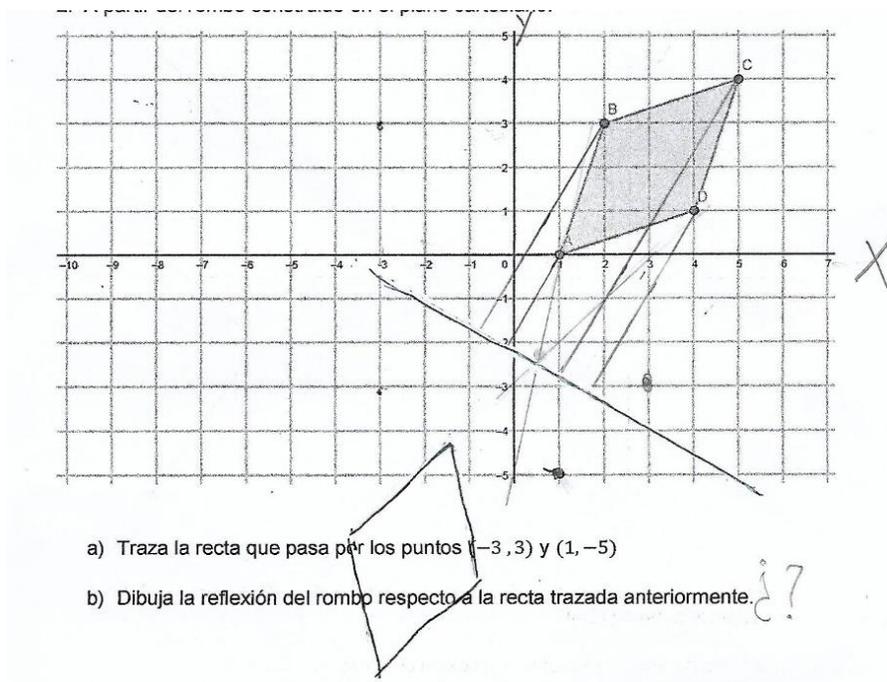
Actividad 2		
	Tarea a)	Tarea b)
A1:	Ubicó los puntos dados en el plano cartesiano, trazando un segmento de recta entre los dos puntos correctamente.	Trazó un segmento de recta desde el vértice B del polígono hasta otro punto, sin considerar el ángulo recto que se debía formar entre el segmento y el eje de simetría el cual lo identifica, cometiendo un error previsto (ignorar la regla del ángulo recto), lo mismo hizo con el vértice D, respetó la distancia que debe haber del vértice al eje de simetría en las “reflexiones incorrectas” de los vértices B y D. Además, se infiere que los puntos restantes los ubicó sin respetar ningún ángulo o distancia, sólo tratando de que la figura resultante fuera lo más parecida a la original.



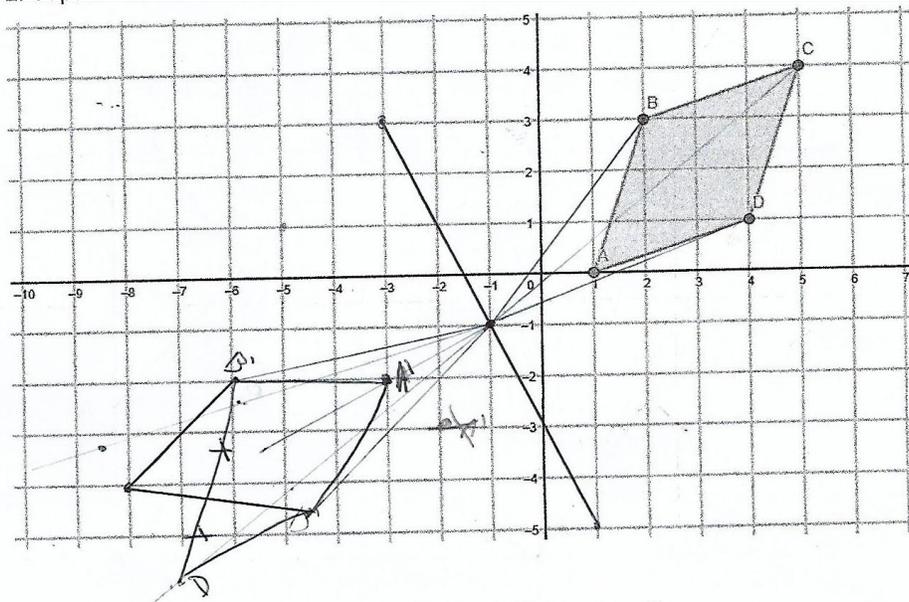
<p><b>A2:</b></p>	<p>Ubicó los puntos dados en el plano cartesiano, trazando un segmento de recta entre los dos puntos correctamente.</p>	<p>Identificó como eje de simetría al segmento de recta construido en la tarea a), sin embargo, no trazó ninguna recta entre los vértices y el eje de simetría. Además al momento de medir las distancias entre los vértices y sus homólogos, no existe una distancia equivalente, por lo cual se infiere que ubicó los puntos y trazó los segmentos contiguos creando una figura deformada de la original.</p>
-------------------	---	---



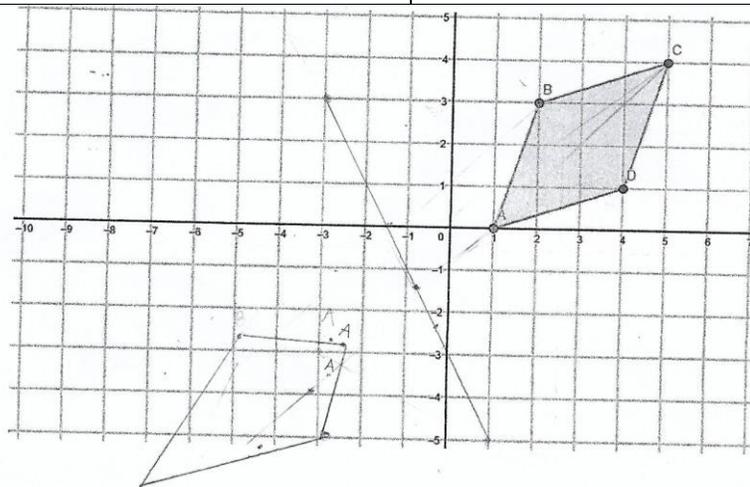
<p><b>A3:</b></p>	<p>Ubicó los puntos <math>P1(-3,3)</math> y <math>P2(1,-5)</math>, aunque se observa en sus producciones que ubicó el punto <math>P1</math> en más de una ocasión, confundiendo el orden del par ordenado, ubicándolo como <math>(3,-3)</math> y como <math>(-3,-3)</math>, lo que genera confusiones en el alumno, llevándolo a trazar la recta en cualquier lugar, ignorando los puntos ubicados.</p>	<p>Realizó la reflexión de manera incorrecta, pues no respetó el eje de simetría dado, tampoco las distancias de los puntos al eje de simetría, ni la forma del polígono.</p>
-------------------	---	---



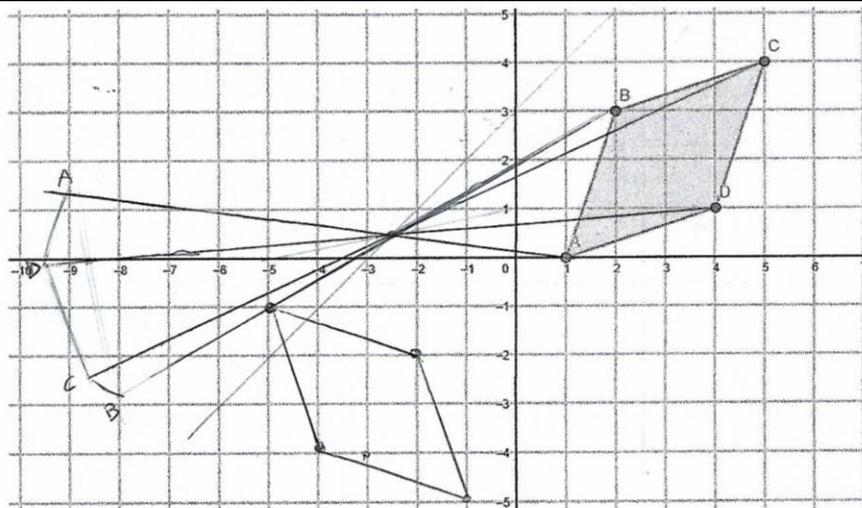
<p><b>A4:</b></p>	<p>Ubicó los puntos dados en el plano cartesiano, trazando un segmento de recta entre los dos puntos correctamente.</p>	<p>Identificó el segmento trazado en la tarea a) como su eje de simetría. Ubicó otro punto perteneciente al eje de simetría (-1, -1) e intentó realizar una simetría central, no respetó las distancias de los puntos del polígono al eje de simetría, deformando la figura.</p>
-------------------	---	--



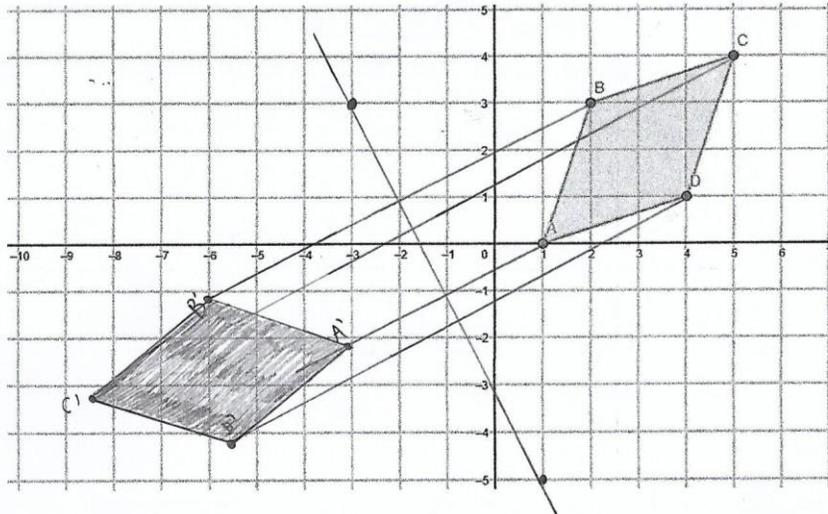
<p><b>A5:</b></p>	<p>Ubicó los puntos dados en el plano cartesiano, trazando un segmento de recta entre los dos puntos correctamente.</p>	<p>Identificó el segmento trazado en la tarea a) como su eje de simetría. Al realizar la reflexión ignoró el ángulo recto, no respetó las distancias de los puntos del polígono al eje de simetría, deformando el polígono.</p>
-------------------	---	---



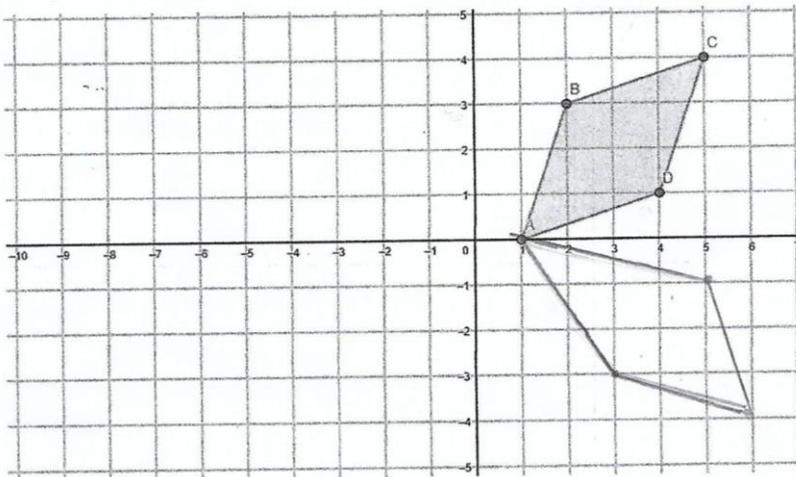
<p><b>A6:</b></p>	<p>No ubicó los puntos dados, trazando una recta cualquiera que no era la solicitada en el enunciado.</p>	<p>En la recta que trazó como eje de simetría ubicó un punto e intentó hacer una simetría central, luego copió el polígono en una nueva ubicación.</p>
-------------------	---	--



<p><b>A7:</b></p>	<p>Ubicó los puntos dados en el plano cartesiano, trazando un segmento de recta entre los dos puntos correctamente.</p>	<p>Identificó el segmento trazado en la tarea a) como su eje de simetría. La reflexión esta correcta, aunque faltó exactitud en la ubicación de los puntos del polígono reflejado.</p>
-------------------	---	--

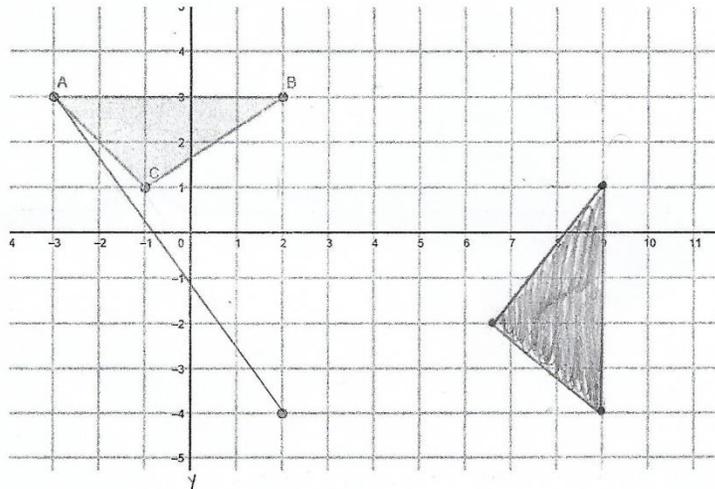


<p><b>A8:</b></p>	<p>No ubicó los puntos del enunciado, por lo cual no trazó ninguna recta.</p>	<p>Ignoró por completo el eje de simetría que debía construir y considerar, utilizando como eje de simetría el eje de las abscisas. No respetó distancia de los puntos del polígono al eje de simetría, deformando la figura.</p>
-------------------	---	---

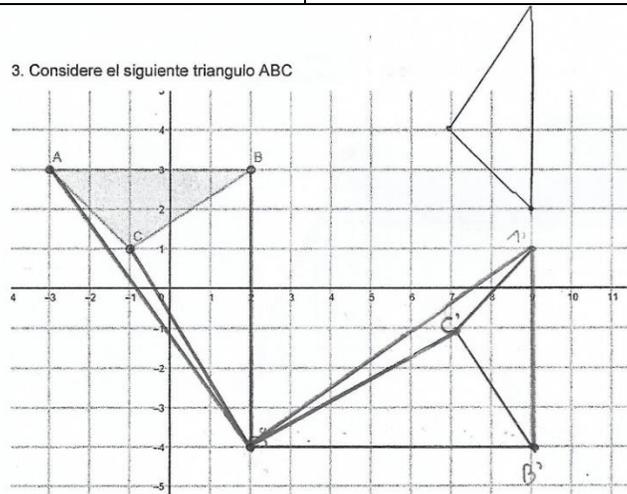


**Actividad 3**

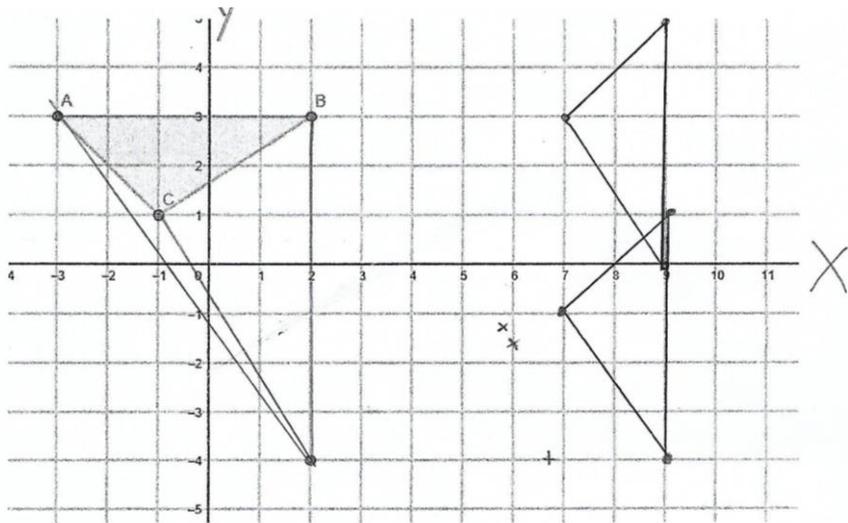
	<b>Tarea a)</b>	<b>Tarea b)</b>
<b>A1:</b>	Realizó correctamente la rotación del punto A y B, mientras que en la rotación del punto C tiene un desacierto en la medición del ángulo, además no letra los puntos de la rotación.	El alumno no aborda esta tarea.



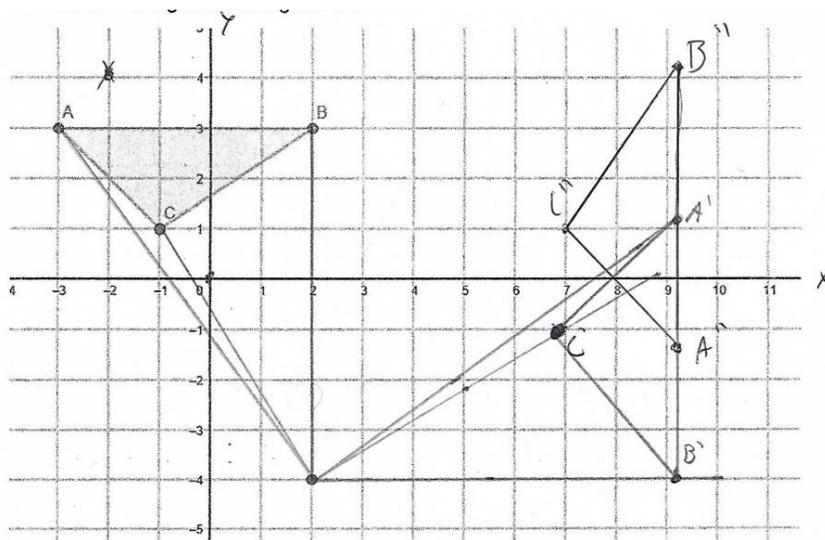
<b>A2:</b>	Realizó correctamente la rotación de los puntos A, B y C.	Al realizar la reflexión respecto al eje de las abscisas, ignora el eje de simetría, contó un cuadro desde el punto A' hacia arriba y refleja la figura, respetando las distancias existentes.
------------	---	--



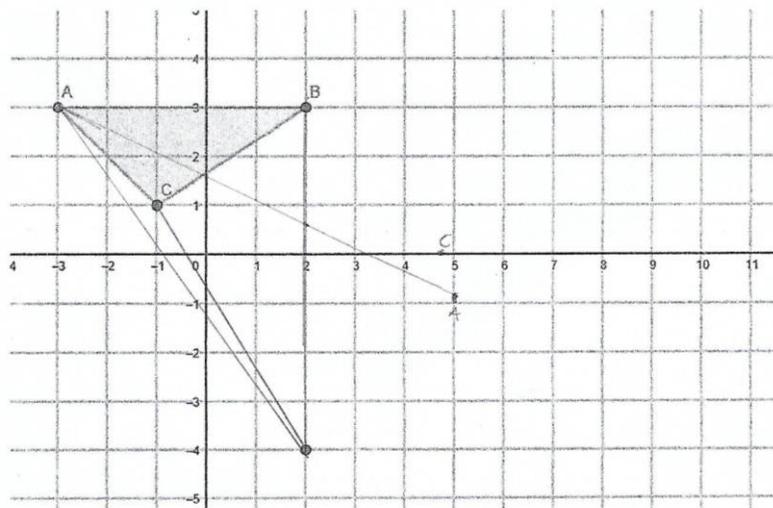
<p><b>A3:</b> Realizó correctamente la rotación, sin embargo, no letrea los nuevos puntos rotados.</p>	<p>Realizó una traslación utilizando el vector <math>(0,4)</math>, confundiendo la transformación isométrica, error no contemplado en el análisis a priori.</p>
--	---



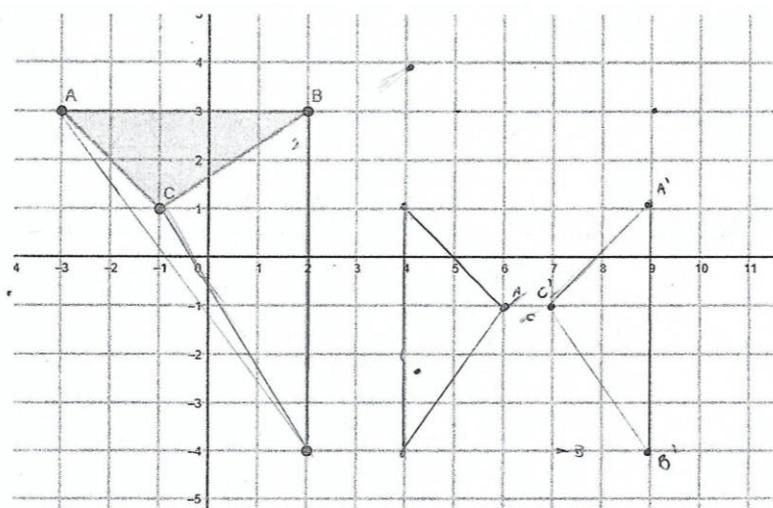
<p><b>A4:</b> Realizó correctamente la rotación, teniendo sólo desaciertos en la medición, producto de las herramientas de trazado.</p>	<p>Realizó correctamente la reflexión, teniendo sólo desaciertos en la medición producto de las herramientas de trazado.</p>
---	--



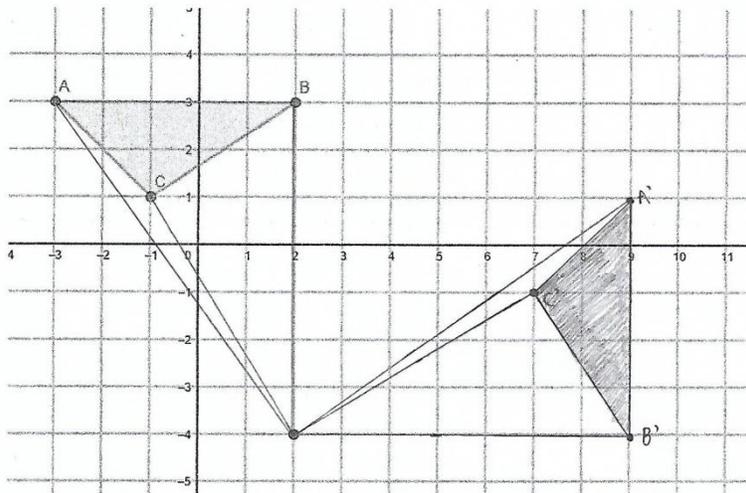
<p><b>A5:</b> No realizó la rotación, sólo intentó medir la distancia desde los vértices hasta el punto de rotación.</p>	<p>El alumno no aborda esta tarea.</p>
--	--



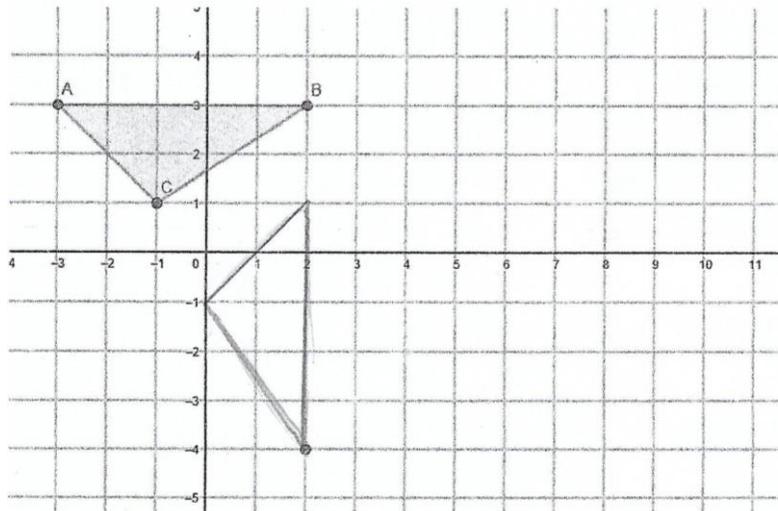
<p><b>A6:</b> Realizó correctamente la rotación.</p>	<p>Ignora el eje de simetría señalado en el enunciado, considerando un eje vertical. Observando su propio eje, realiza correctamente la reflexión.</p>
--	--



**A7:** Realizó correctamente la rotación. El alumno no aborda esta tarea.



**A8:** Realizó un intento de rotación, utilizando el punto  $(2, -4)$  como un vertice de la figura homóloga. El alumno no aborda esta tarea.



### 3.6.4.2 Confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori. (Primera etapa)

#### **Actividad 1**

La actividad 1 evaluó el contenido de traslación utilizando un vector de traslación. Los alumnos A1, A2, A4, A5, A6, A7 realizaron la actividad correctamente y sin complicaciones, identificando los puntos de los vértices del polígono, realizando la operación aritmética aditiva de los puntos identificados con el vector que se da en el enunciado, para luego ubicarlos en el plano cartesiano y trazar los segmentos de rectas entre los puntos contiguos, dibujando el polígono trasladado según el vector dado. Todo lo anterior está dado en el análisis a priori. Los alumnos A3 y A8 **no realizaron la operación aritmética aditiva correcta**, construyendo una figura semejante a la anterior pero mal trasladada, la cual no estaba prevista en el análisis a priori.

#### **Actividad 2**

En cuanto a la tarea a), se debe construir un segmento de recta a partir de dos puntos dados. Los alumnos A1, A2, A4, A5, A7, ubicaron los puntos y trazaron el segmento de recta correctamente, sin embargo, A3 cometen un error previsto “confundir el orden de las coordenadas”, trazando una recta cualquiera identificándola como eje de simetría. El alumno A6 y A8 no ubicó los puntos solicitados por lo cual no realizó la primera tarea de la actividad 2.

En la tarea b) se evaluó el contenido de reflexión a partir de la recta diagonal trazada anteriormente. El A7 realizó la reflexión correctamente sólo faltó **exactitud en la ubicación de los vértices** por un mínimo error en la medición con la regla. Los alumnos A4 y A6 confunden el tipo de simetría, **realizando un intento de simetría central**, el cual no estaba previsto en el análisis a priori. Los alumnos A1, A2, A3, A5, A8, realizando un intento de simetría cometiendo errores previstos, como “ignorar la regla del ángulo recto, “desacuerdo en la medición”, “ignorar el eje de simetría”.

### Actividad 3

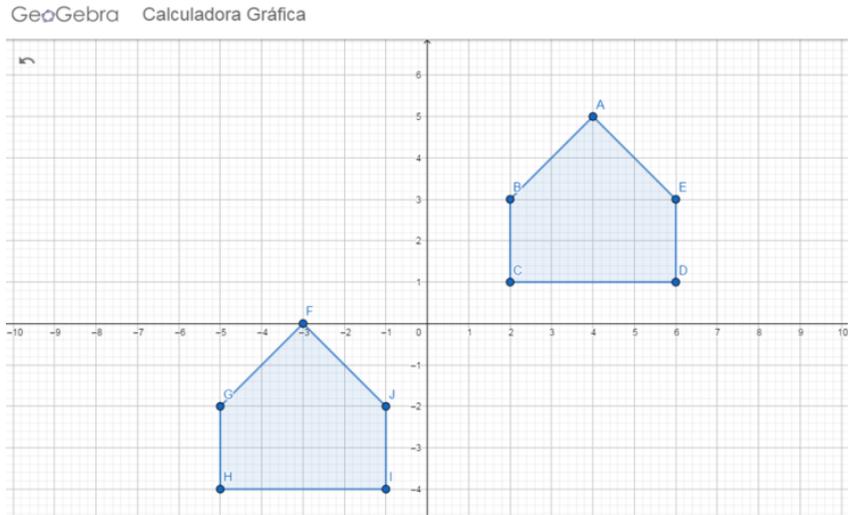
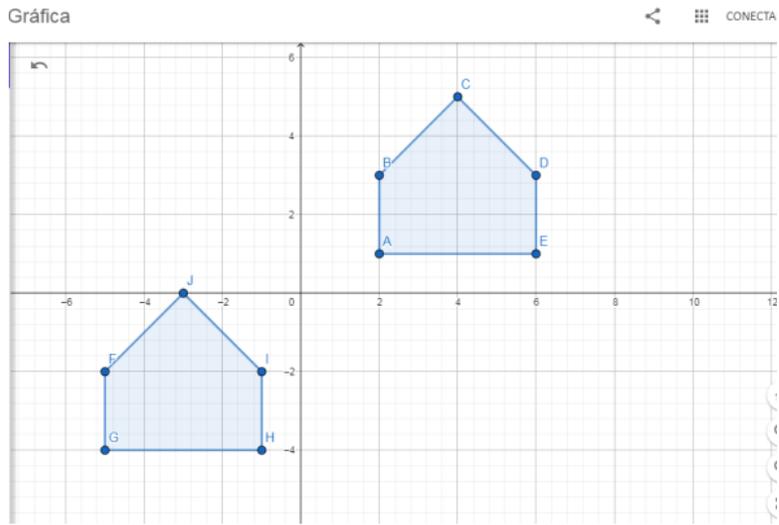
En cuanto a la tarea a), se evaluó el contenido de rotación y además el de composición de transformaciones isométricas. Los alumnos A2, A3, A6, A7 realizaron correctamente la rotación respecto al punto dado en un ángulo recto, en sentido horario, realizando lo que se esperó en el análisis a priori. Los alumnos A1 y A4 rotaron utilizando el ángulo recto en sentido horario sin embargo tienen “desaciertos en la medición” teniendo un mínimo error en la ubicación de los vértices del polígono homólogo.

El alumno A5 no realiza la rotación, sólo marca las distancias de los vértices al centro de rotación, el alumno A8 hizo un intento de rotación, **utilizando el centro de rotación como un vértice de la figura homóloga**, lo cual no fue previsto en el análisis a priori.

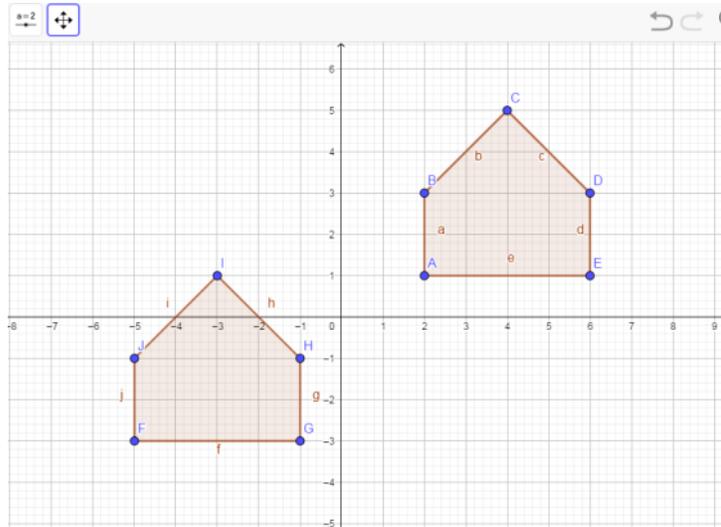
Sobre la tarea b) se evaluó la composición de transformaciones isométricas, aplicando una composición a la rotación realizada en la tarea a), con una reflexión. Los alumnos A1, A5, A7 Y A8 no realizaron reflexión. Los alumnos A2, A3, y A6 realizan un intento de reflexión, sin embargo “ignoran el eje de simetría”. El alumno A4 realizó la reflexión teniendo en consideración el eje de simetría dado, no obstante, tuvo “desaciertos en la medición” producto de las herramientas de trazado. Todo lo anterior previsto en el análisis a priori.

3.6.4.3 Análisis a posteriori. Segunda etapa: trabajo realizado con Software GeoGebra.

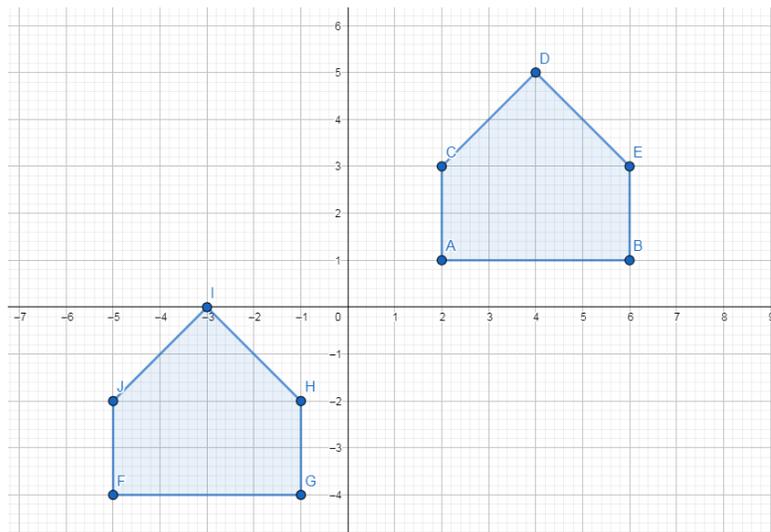
Tabla 21: Resultados, segunda etapa de trabajo.

Actividad 1	
A1	<p>Realizó correctamente la traslación.</p> 
A2	<p>Realizó correctamente la traslación.</p> 

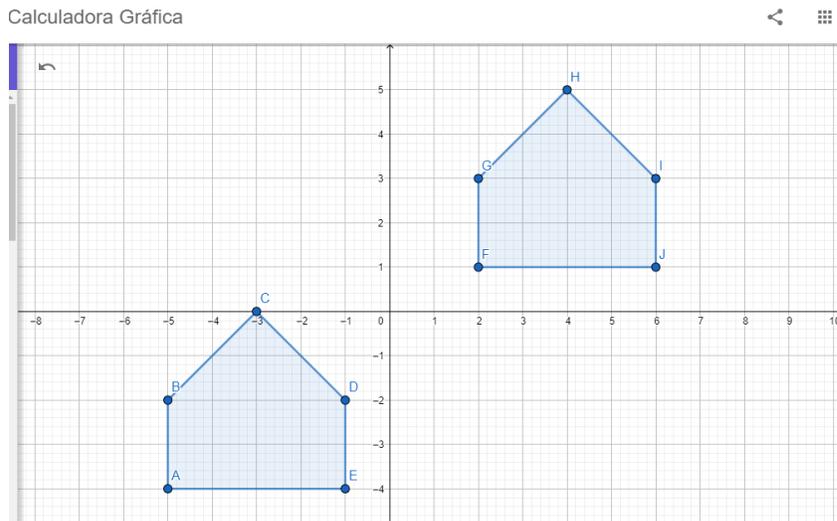
A3 Construyó correctamente el polígono identificando sus puntos. Nuevamente comete el error al momento de realizar la adición del vector con las coordenadas de los vértices de la figura, obteniendo como resultado los puntos:  $A'(-5,-3)$ ,  $B'(-5,-1)$ ,  $C'(-3,1)$ ,  $D'(-1,-1)$ ,  $E'(-1,-3)$ .



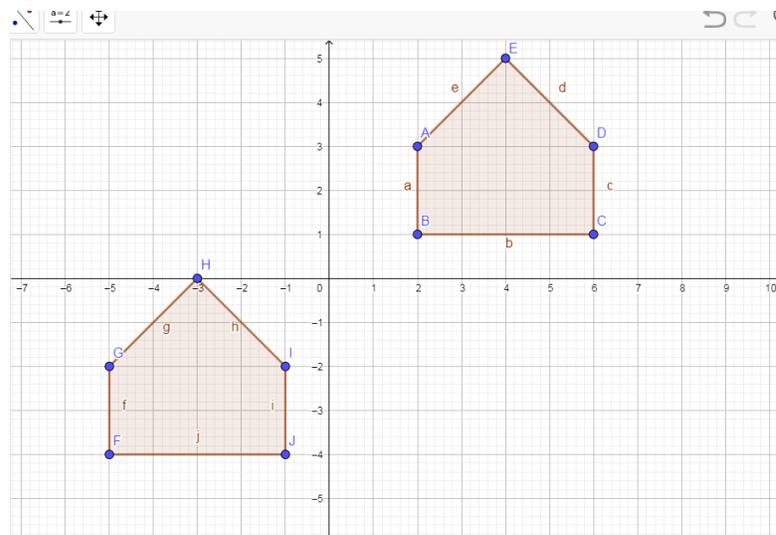
A4 Realizó correctamente la traslación.



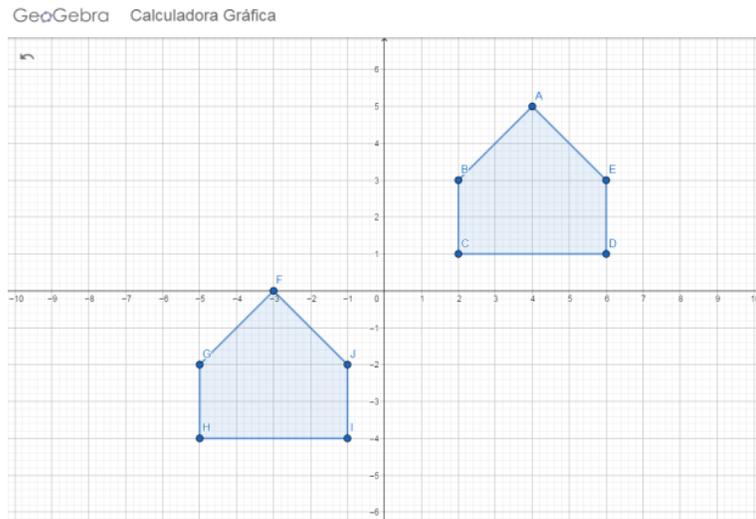
A5 Realizó correctamente la traslación.



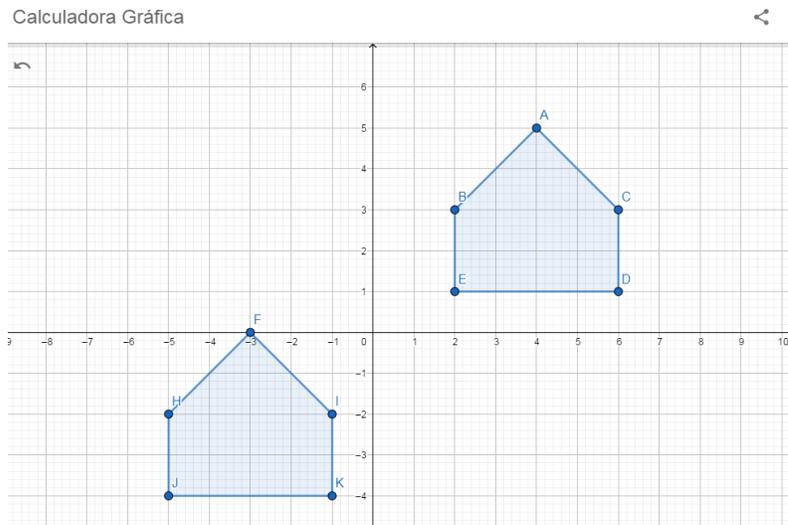
A6 Realizó correctamente la traslación.



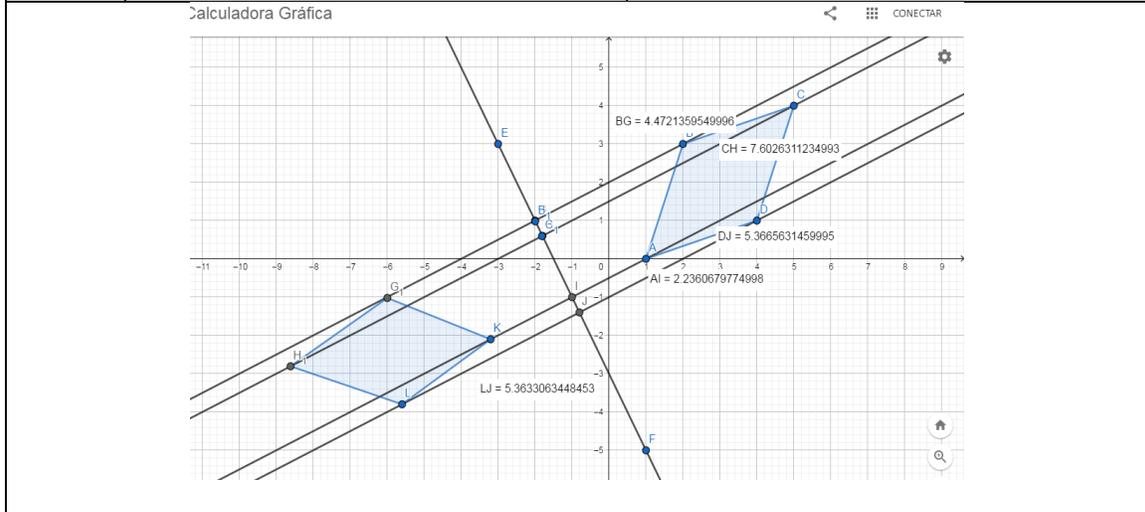
A7 Realizó correctamente la traslación.



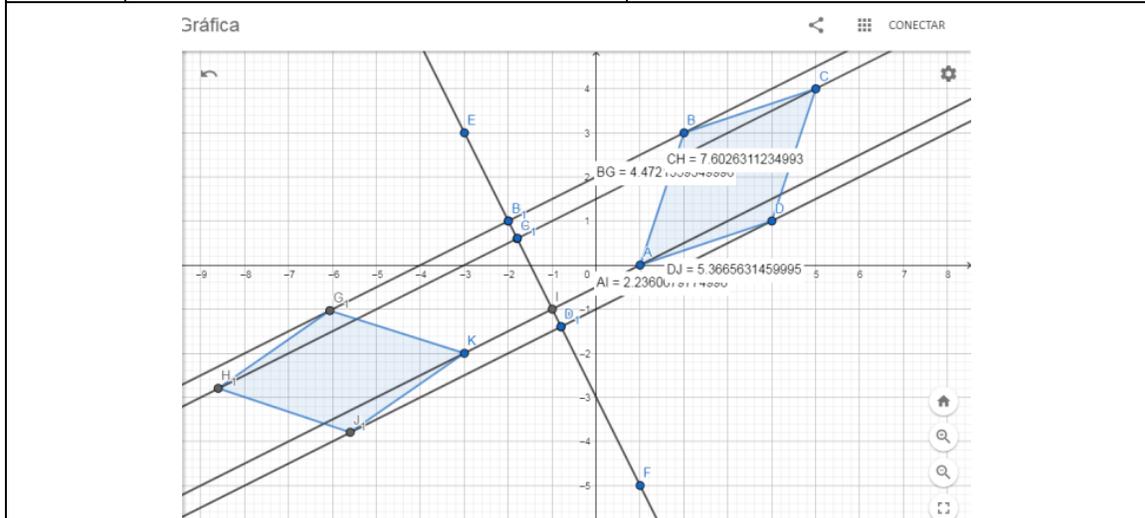
A8 Realizó correctamente la traslación.



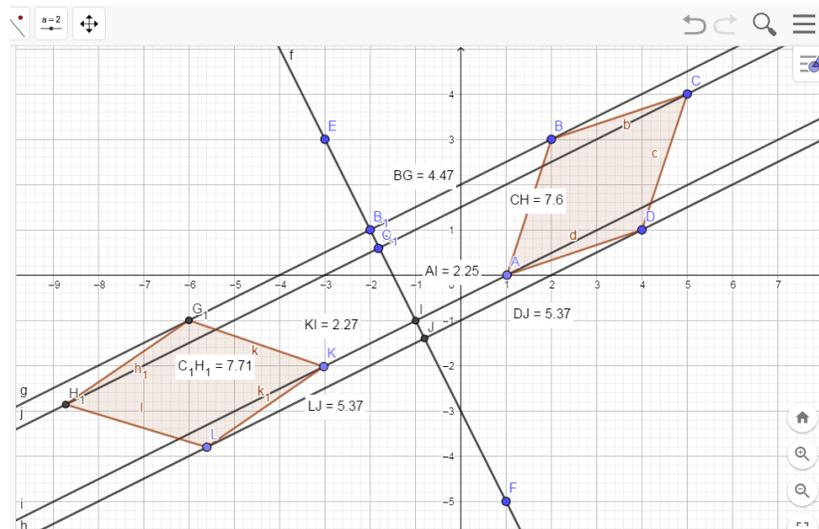
Actividad 2		
	Tarea a)	Tarea b)
A1	Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta entre ellos correctamente. Identificándola como eje de simetría.	Realizó correctamente la reflexión, trazando las perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) calculando sus distancias.



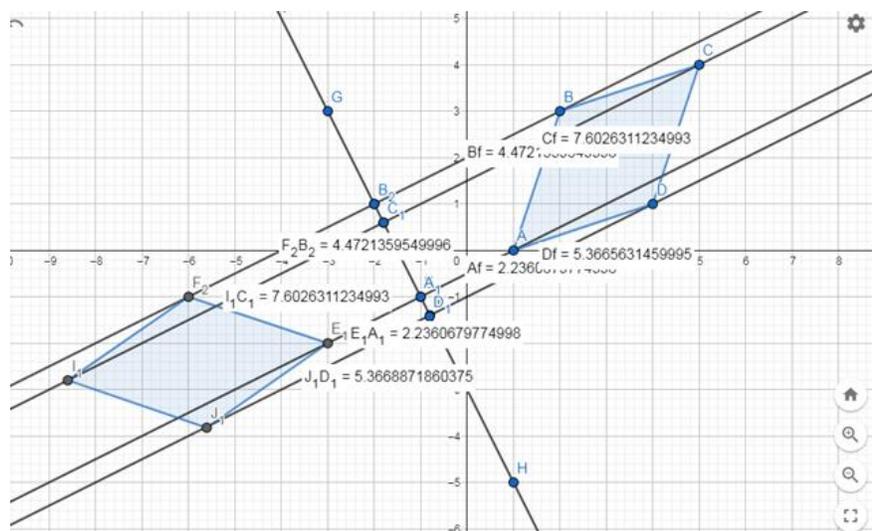
A2	Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta entre ellos correctamente. Identificándola como eje de simetría.	Realizó correctamente la reflexión, trazando las perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) calculando sus distancias.
----	--	---



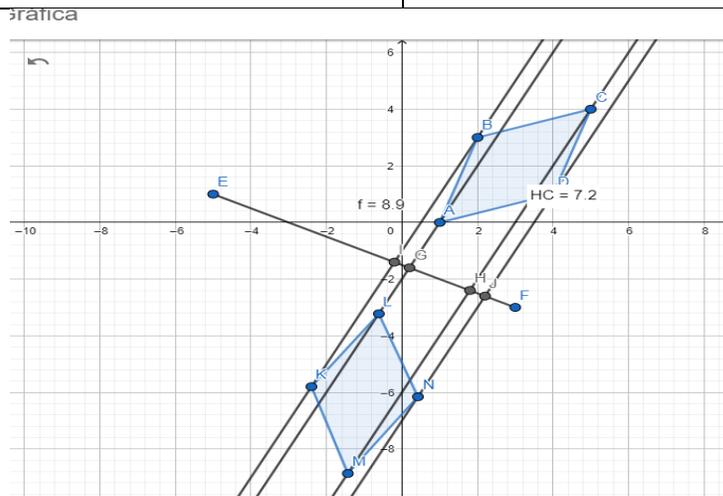
<p>A3</p>	<p>Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta entre ellos correctamente. Identificándola como eje de simetría.</p>	<p>Realizó correctamente la reflexión trazando las perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) calculando sus distancias.</p>
-----------	---	---



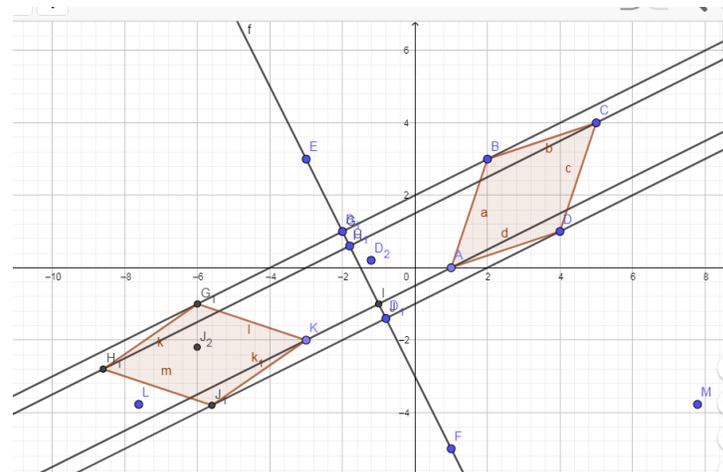
<p>A4</p>	<p>Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta entre ellos correctamente. Identificándola como eje de simetría.</p>	<p>Realizó correctamente la reflexión trazando las perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) calculando todas las distancias.</p>
-----------	---	---



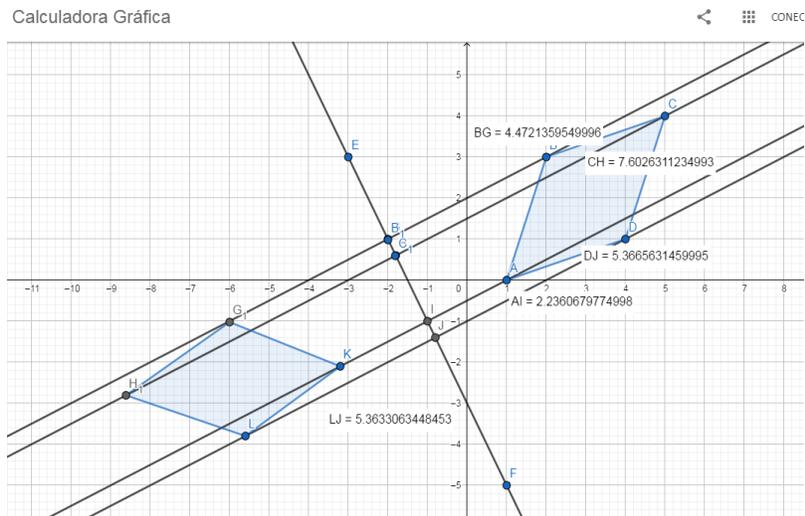
<p>A5:</p>	<p>Construyó el polígono dado correctamente, no obstante ignoró completamente el eje de simetría, ubicando dos puntos cualesquiera del plano para realizar otro eje de simetría a elección del alumno.</p>	<p>Realizó correctamente la reflexión respetando el ángulo de <math>90^\circ</math> entre el segmento de los vértices homólogos y el eje de simetría, respetando también la igualdad de las distancias desde los puntos homólogos hacia el eje.</p>
------------	--	---



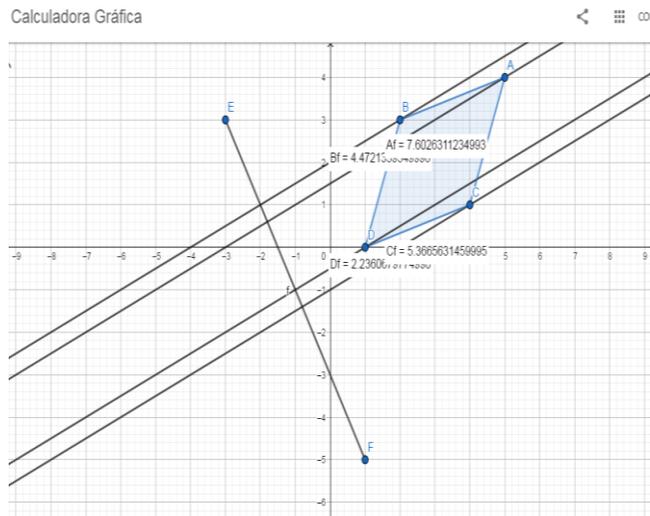
<p>A6</p>	<p>Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta entre ellos correctamente. Identificándola como eje de simetría.</p>	<p>Realizó correctamente la reflexión trazando las perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) calculando sus distancias.</p>
-----------	---	---



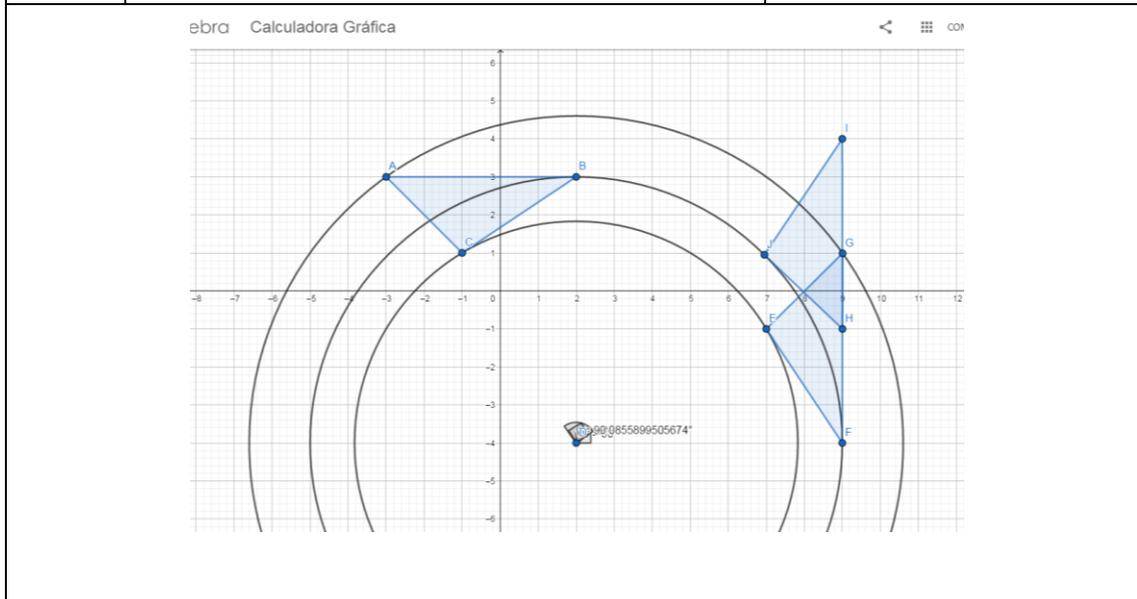
<p>A7</p>	<p>Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta entre ellos correctamente. Identificándola como eje de simetría.</p>	<p>Realizó correctamente la reflexión trazando las perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) calculando sus distancias.</p>
-----------	---	---



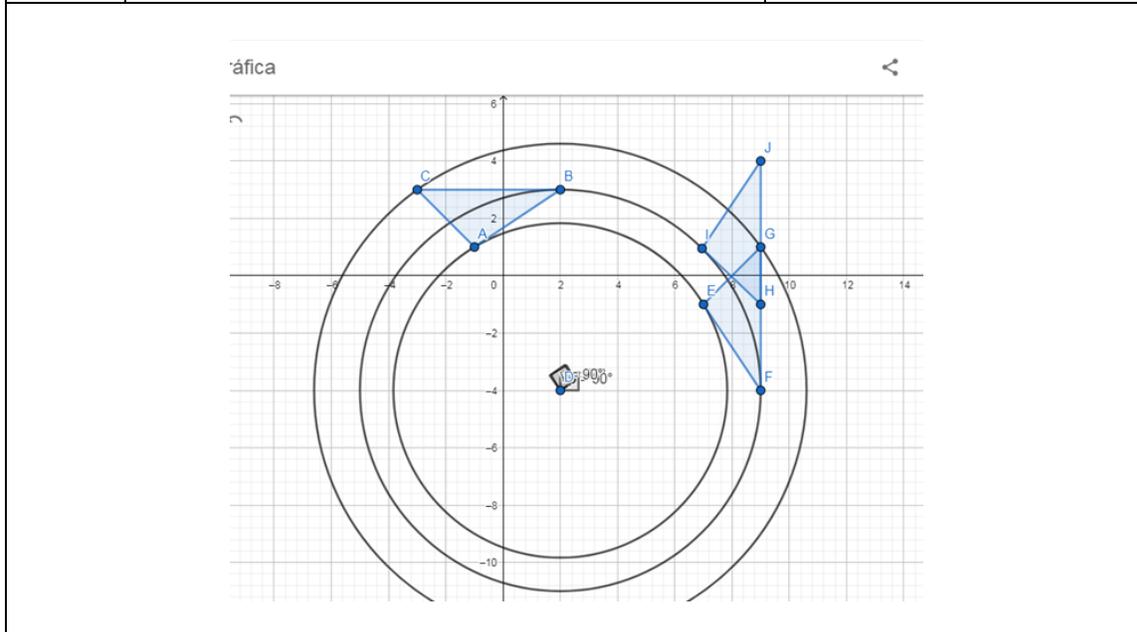
<p>A8:</p>	<p>Dibujó el polígono dado, ubicando los puntos para trazar la recta correctamente.</p>	<p>Trazó las rectas perpendiculares desde los vértices hacia la recta construida en la tarea a) No abordó la reflexión.</p>
------------	---	---



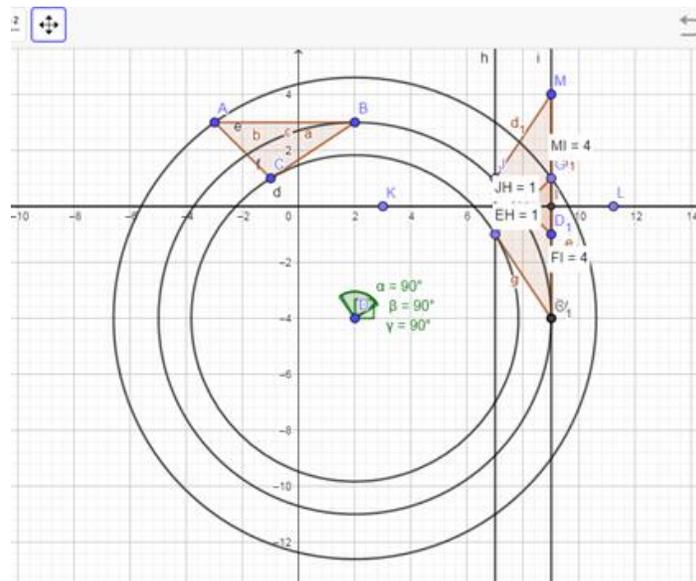
Actividad 3		
	Tarea a)	Tarea b)
A1	Realizó correctamente la rotación de la figura según el ángulo recto y el punto de rotación D (2,-4).	Realizó la reflexión correctamente.



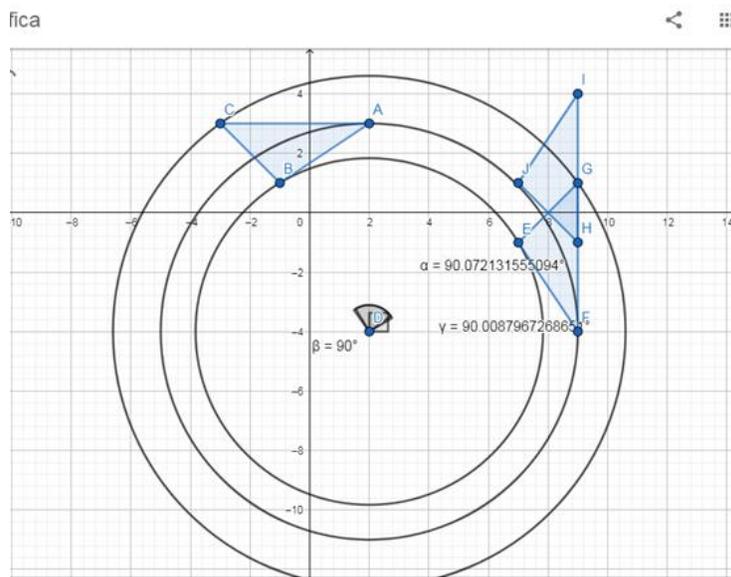
A2	Realizó correctamente la rotación.	Realizó la reflexión correctamente.
----	------------------------------------	-------------------------------------



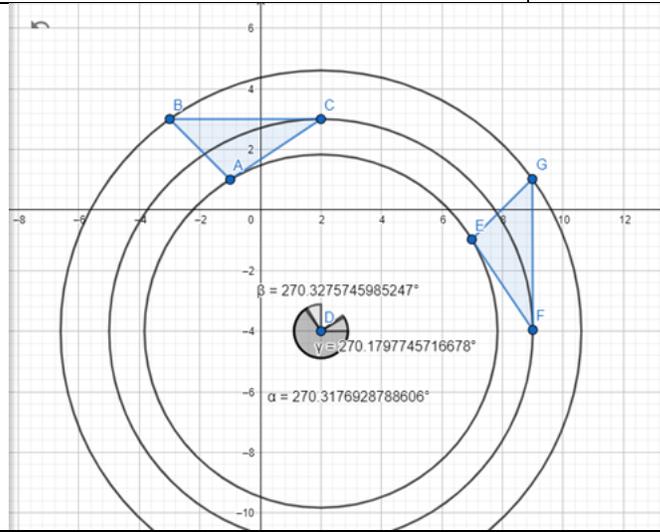
A3	Realizó correctamente la rotación.	Realizó la reflexión correctamente.
----	------------------------------------	-------------------------------------



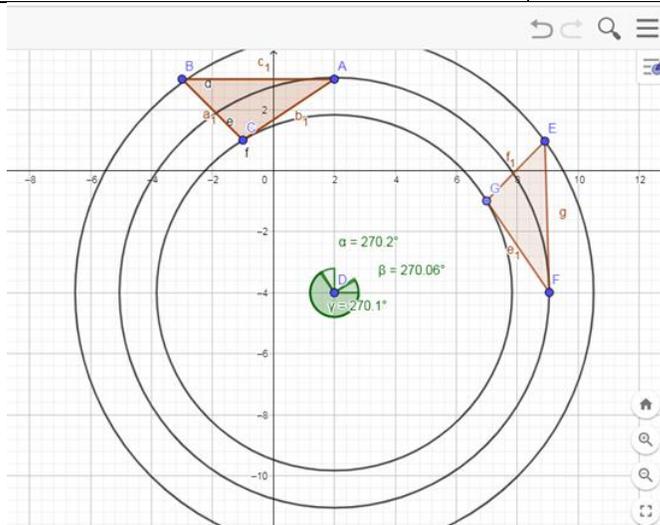
A4	Realizó correctamente la rotación de la figura según el ángulo de $90^\circ$ y el punto de rotación D(2,-4).	Realizó la reflexión correctamente.
----	--	-------------------------------------



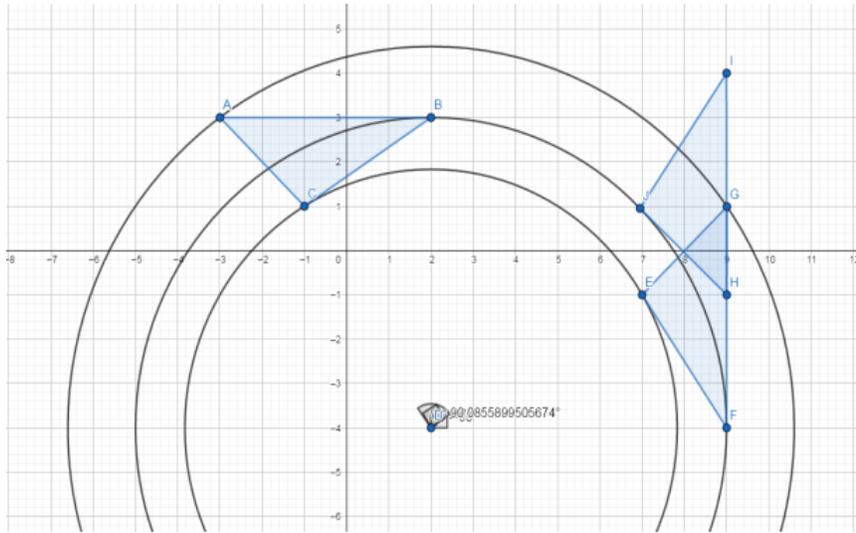
A5: Ubicó correctamente la figura rotada en el ángulo de  $90^\circ$  según el punto de rotación asignado  $D(2,-4)$ , sin embargo al marcar el ángulo de rotación  $\sphericalangle A'DA$ , se equivoca y marca el ángulo  $\sphericalangle ADA'$ , obteniendo un ángulo de  $270^\circ$ .



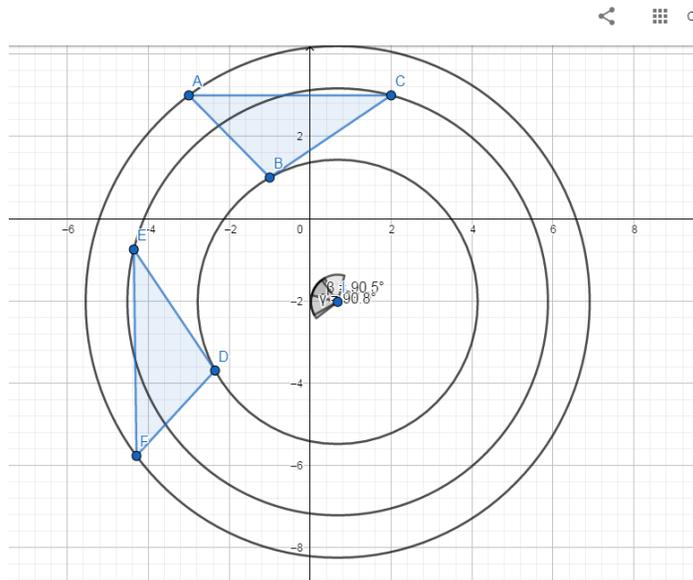
A6: Ubicó la figura rotada en el lugar correcto, según del ángulo de  $90^\circ$  y el punto de rotación  $D(2,-4)$ , sin embargo marca erróneamente el ángulo del centro utilizando el ángulo  $\sphericalangle ADA'$ , cuando en ángulo correcto era  $\sphericalangle A'DA$ .



A7:	Realizó correctamente la rotación de la figura según el ángulo de $90^\circ$ y el punto de rotación D(2,-4).	Realizó la reflexión correctamente.
-----	--	-------------------------------------



A8:	El estudiante ignoró por completo el sentido de la rotación que se solicitó, realizando una rotación en sentido anti horario en un ángulo de $90^\circ$ según el punto D(2,-4).	No abordó la reflexión.
-----	---	-------------------------



#### 3.6.4.4 Confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori. (Segunda etapa)

##### Actividad 1

La actividad 1 evaluó el contenido de traslación, mediante un vector de traslación, utilizando únicamente el software de GeoGebra. Los alumnos A1, A7 y A8 realizaron correctamente la actividad planteada, dibujando el polígono de manera correcta y respetando la rotulación, realizando la operación aritmética aditiva de cada punto con el vector de traslación dado, para luego construir el polígono trasladado, como estaba contemplado en el análisis a priori. Los alumnos A2, A4, A5 y A6 realizaron correctamente la actividad, sin embargo, no respetaron la rotulación original de la figura, así como estaba contemplado en el análisis a priori. Mientras que el alumno A3 además de no respetar la rotulación original, nuevamente **comete error en la operación aritmética aditiva**, el cual no estaba previsto en el análisis a priori.

##### Actividad 2

La actividad 2 estaba subdividida en dos tareas, denominadas tarea a) y tarea b), las cuales constaban principalmente en reflejar un polígono dado, utilizando únicamente el software GeoGebra.

En tarea a) Los alumnos A1, A2, A3, A4, A6 y A7, realizaron correctamente la tarea, dibujando el polígono en el lienzo del software, ubicando los puntos P1 y P2 para luego trazar la recta correspondiente entre ellos. El alumno A8 ubica correctamente los puntos para trazar el eje de simetría, pero **no construye una recta, sino un segmento de recta** entre los puntos mencionados, además, comete el **error de no respetar la rotulación original**, ambos errores no contemplados en el análisis a priori. Mientras que el alumno A5 construye correctamente la figura respetando la rotulación, sin embargo, traza un segmento de recta en dos puntos cualesquiera, **ignorando los puntos dados** en el enunciado de la tarea, error no contemplado en el análisis a priori.

En tarea b) Los alumnos A1, A2, A3, A4, A6 y A7 realizaron correctamente la tarea, trazando rectas perpendiculares y copiando los segmentos correspondientes para posteriormente construir la figura reflejada, mientras que el alumno A5 debido a su error en la tarea a), la tarea b) esta errónea por el enunciado, aunque si se analiza, él realiza correctamente la reflexión, respetando el ángulo de  $90^\circ$  y la distancia entre el punto y el eje de simetría y el eje de simetría a su homólogo. El alumno A8 no realizó la tarea b).

### Actividad 3

La actividad 3 consta de dos tareas, letreadas en a y b. La tarea a) consistió en realizar una rotación respecto a un punto; y la tarea b) consistía en realizar una reflexión respecto al eje x, ambas tareas juntas constituyen una composición de transformaciones isométricas, utilizando únicamente el software GeoGebra.

En la tarea a) Los alumnos A1, A3 y A7, realizan correctamente la rotación solicitada, construyen el triángulo en los puntos dados y el letreo indicado, ubican correctamente el punto de rotación, construyen las circunferencias con los radios correctos y miden los ángulos de forma correcta, construyendo el triángulo rotado. Los alumnos A2 y A4, realizaron correctamente la rotación, sin embargo, realizaron **mal el letreo de la figura**, siendo un error no contemplado en el análisis a priori. Los alumnos A5 y A6, realizaron correctamente la rotación, al igual que los alumnos A2 y A4, tuvieron un error en el letreo de la figura, además de **marcan erróneamente el ángulo**, teniendo que medir  $270^\circ$  para lograr una rotación de  $90^\circ$  con sentido horario, lo cual no fue contemplado en el análisis a priori. El alumno A8 construyó correctamente la figura, aunque realizó una **rotación de  $90^\circ$  sentido anti horario**, siendo un nuevo error no contemplado en el análisis anteriormente mencionado.

En la tarea b) Los alumnos A1, A2, A3, A4 y A7 realizan correctamente la reflexión utilizando como eje de simetría el eje x del plano cartesiano. Los alumnos A5, A6 y A8 no realizaron la tarea b).

**CAPITULO IV**  
**CONCLUSIONES**

## 4.1 CONCLUSION

Para los investigadores el presente trabajo significó, una evolución importante en el desarrollo de la carrera de pregrado, así como un desafío personal al realizar la experimentación con alumnos de un establecimiento en particular.

A continuación, se presentan las conclusiones obtenidas en relación a los objetivos específicos:

Acercas del primer objetivo específico, se cumplió, pues se identificó la propuesta de enseñanza para las transformaciones isométricas en el currículo nacional, con sus objetivos de aprendizaje, incluyendo además los conocimientos previos e indicadores de evaluación de cada objetivo, sugeridos por el MINEDUC.

Cabe destacar que en los textos escolares se menciona el uso de Software GeoGebra, sin embargo, sólo enseña a ocupar las herramientas directas, omitiendo todos los pasos que se hacen al realizar una transformación isométrica, no asegurando así un aprendizaje de los contenidos de la unidad tratada.

En cuanto al segundo objetivo específico, se diseñó un instrumento de evaluación de las transformaciones isométricas para octavo año básico, bajo la concepción de la ingeniería didáctica, realizándose en las dos etapas mencionadas con anterioridad.

En el tercer objetivo específico, se cumplió con el diseño de la planificación de unidad (Anexo 5), las guías y los talleres que se utilizaron para el desarrollo de la unidad, contemplando las clases de evaluación utilizando las dos metodologías, además de la realización de dos talleres en laboratorio con el objetivo de familiarizar a los alumnos con el procesador geométrico GeoGebra.

En cuanto al último objetivo específico, se cumplió, realizando la confrontación de los resultados del análisis a priori y a posteriori de la ingeniería didáctica en una primera etapa y en una segunda etapa, obteniendo errores previsto y no previsto que obstaculizan el aprendizaje de los alumnos, además de evidenciar las

diferencias entre las dos etapas, las que se mencionaran más adelante dando respuesta a la pregunta de investigación.

A continuación, se presentan las conclusiones obtenidas en relación a las confrontaciones de cada etapa:

Los resultados muestran que existe una gran ventaja al utilizar TIC, ya que se observa a través del análisis a posteriori, que cometieron más errores en la primera etapa de la evaluación, realizada a través del uso de herramientas de trazado. Uno de los errores más frecuentes fueron los “desaciertos en la medición”, desaciertos que provienen por el mal uso de las herramientas, por falta de motricidad fina, por el espesor de la regla, el espesor de la mina del lápiz, la apertura que se da entre la regla y el trazo del lápiz, etcétera. Lo cual genera que las transformaciones isométricas realizadas, queden levemente distorsionadas.

Es evidente que el desempeño de los estudiantes en la segunda parte de la evaluación utilizando el procesador geométrico GeoGebra, en comparación a la primera parte utilizando herramientas de trazado, fue superior. Los alumnos lograron entender qué es lo que se planteaba en cada actividad y tarea, generando así que ellos mismos explicaran ordenadamente los métodos para abordar las diferentes actividades. Además de desarrollar la captación y discriminación de representaciones visuales, distinguiendo similitudes y diferencias; y la constancia perceptual reconociendo que una figura posee propiedades invariantes; tales como: tamaño, forma o posición.

Además, las TIC's otorgaron la oportunidad de verificar resultados, generando que los alumnos se validen a sí mismos, dando paso a un aprendizaje constructivista.

Es importante señalar que surgieron errores que no habían sido previstos en los análisis a priori, tales como: realizar la operación aritmética aditiva incorrectamente, realizar un tipo de simetría distinto al solicitado y rotar un polígono en base a un punto distinto al planteado. Todos estos en la primera etapa de la evaluación. Mientras que, en la segunda etapa, los errores no contemplados fueron principalmente: confundir los conceptos y herramientas del procesador

geométrico “segmento de recta” con “recta”, además de no respetar el letreado original al momento de construir en el lienzo del programa, la figura original de la evaluación.

### **Sugerencias para futuras investigaciones**

Los investigadores consideran que el presente trabajo se complementará y enriquecerá con otros trabajos de investigación, en el cual los hallazgos encontrados en esta investigación, pueden significar una apertura para una nueva investigación más profunda en el tema, pudiendo contemplar la institucionalización, un análisis epistemológico de los obstáculos identificados, entre otros.

## Referencias

- Ander-Egg, E. (2012). *Diccionario de Trabajo Social* . Obtenido de <http://dicionariodetrabajosocialcolombia.blogspot.com/>
- Artigue, M. (1995). INGENIERIA DIDACTICA . En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, & P. G. (Editor), *INGENIERIA DIDACTICA EN EDUCACION MATEMATICA* (pág. 33). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cabré, R. B. (2012). *DISEÑOS CUASI-EXPERIMENTALES Y LONGITUDINALES* . Barcelona.
- Cabré, R. B. (s.f.). *DISEÑOS CUASI-EXPERIMENTALES Y LONGITUDINALES* . Universidad de Barcelona.
- Campos, E. D. (2006). *INGENIERÍA DIDÁCTICA*. Obtenido de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%20%20c%20%205.pdf>
- Candia, M., & Espinoza, F. (2015). *Creencias de los docentes de educación matemática acerca de la integración en las TIC's en el aula*. Chillán.
- Candia, R. R., & Rojas, M. S. (2009). *Tic en matemática y geometría: un nuevo enfoque en la enseñanza a través de una plataforma web*. Chillán.
- Candia, R. R., & Saldías, M. (2009). *Tic en matemática y geometría: un nuevo enfoque en la enseñanza a través de una plataforma web*. Chillán.
- Católica, V. A. (s.f.). *Recursos TIC*. Obtenido de [http://recursostic.ucv.cl/wordpress/index.php/essential\\_grid/geogebra-perfil-docente/](http://recursostic.ucv.cl/wordpress/index.php/essential_grid/geogebra-perfil-docente/)
- Chile, E. (s.f.). *Educar Chile*. Obtenido de [Educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=217419](http://Educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=217419)
- Domínguez, F., Jara, C., Ramírez, A., & Salas, J. (2010). *Geogebra: sus aplicaciones en el aula*. Chillan.
- Educación, A. d. (2017). *MINEDUC*. Obtenido de [http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT\\_Conferencia\\_ER\\_2017\\_web\\_3.pdf](http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Conferencia_ER_2017_web_3.pdf)
- Educación, A. d. (2017). *Resultados Educativos 2017*. Obtenido de <http://www.agenciaeducacion.cl/>
- Educación, M. d. (17 de Mayo de 2018). *Resultados SIMCE revelan pocos avances en la última década y grandes desafíos en Educación básica y media*. Obtenido de MINEDUC: <https://www.mineduc.cl/2018/05/17/resultados-simce-revelan-pocos-avances-en-la-ultima-decada-y-grandes-desafios-en-educacion-basica-y-media/>

- Educarchile. (s.f.). *Teorías del aprendizaje*. Obtenido de <http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001%5CFile%5CTEOR%C3%8DAS%20DEL%20APRENDIZAJE.pdf>
- Franco, F. S. (2017). *Piaget y su teoría sobre el aprendizaje*. Obtenido de <https://lamenteesmaravillosa.com/piaget-y-su-teoria-sobre-el-aprendizaje/>
- Galaz, M. G. (2005). *La enseñanza y aprendizaje de la Geometría en enseñanza media. Un procesador Geométrico como medio didáctico*. Santiago.
- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. R. (s.f.). *LA INGENIERÍA DIDÁCTICA COMO INVESTIGACIÓN BASADA EN EL DISEÑO*. Obtenido de [https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20et%20al\\_2013%20Ingenieria%20didactica.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20et%20al_2013%20Ingenieria%20didactica.pdf)
- Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). *Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come*. . Educational Researcher, 33(7), 14-26.
- MINEDUC. (2015). *Bases curriculares 7º básico a 2º medio*. Santiago .
- MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares 8º año Básico*.
- MINEDUC. (2016). *Programa de Estudio Matemática Octavo Básico*. Santiago.
- Montecinos, G., Quezada, M., Sáez, F., & Solís, C. S. (2008). *Un nuevo enfoque para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primero y segundo año medio usando un recurso computacional*. Chillán.
- Montecinos, G., Quezada, M., Sáez, F., Solís, C., & Sepúlveda, C. (2008). *Un nuevo enfoque para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primero y segundo año medio usando un recurso computacional*. Chillán.
- Mora Sánchez, J. A. (2007). *Geometría dinámica en secundaria*. Obtenido de [http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/2007\\_granada\\_JAMora.pdf](http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/2007_granada_JAMora.pdf)
- morada, f. (s.f.). *Piaget*. Obtenido de [http://online.aliat.edu.mx/adistancia/TeorContemEduc/U4/lecturas/TEXTO%202%20SEM%204\\_PIAGET%20BRUNER%20VIGOTSKY.pdf](http://online.aliat.edu.mx/adistancia/TeorContemEduc/U4/lecturas/TEXTO%202%20SEM%204_PIAGET%20BRUNER%20VIGOTSKY.pdf)
- Navarrete, M., Navarrete, Y., Riquelme, M., & Salazar, P. (2013). *Una mirada de las transformaciones isométricas a través de Geogebra*. Chillán.
- Navarro, K. V. (s.f.). *Grandes ideas, Grandes autores*. Obtenido de Camaleo: <https://es.calameo.com/read/00519763550da3fd135aa>
- Olave, M. C., & Flores, F. E. (2015). *Creencias de los docentes de educación matemática acerca de la integración en las TIC's en el aula*. Chillán.
- Pérez, M. G. (2005). *La enseñanza y aprendizaje de la Geometría en enseñanza media. Un procesador Geométrico como medio didáctico*. Santiago.

Ramírez Candia, R., & Saldías Rojas, M. (2009). *NTIC en matemáticas y geometría: un nuevo enfoque en la enseñanza a través de una plataforma web*.

UNESCO. (s.f.). *UNESCO*. Obtenido de <https://es.unesco.org/themes/tic-educacion>

# ANEXOS

## ANEXO 1

Alumno

► Sr. Apoderado

Facultad de Educación y Humanidades  
Pedagogía en Educación Matemática  
Campus La Castilla  
Chillán

---

Mediante la presente, se le solicita su autorización para la participación de su hijo/hija/pupilo en el Proyecto de investigación “**TIC en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las transformaciones isométricas**”, conducido por la profesora Karina Suazo Muñoz, en conjunto con su grupo de investigación los profesores, Macarena Poblete Lagos, Nicole Guíñez Zapata y Rodolfo Contreras Muñoz.

Dicho Proyecto tiene como objetivo principal: Evidenciar un aprendizaje significativo en la unidad de transformaciones isométricas a través de clases que utilizan tecnologías de información y comunicación sobre las clases tradicionales.

La colaboración de su hijo/hija/pupilo en esta investigación, consistirá en contestar un instrumento de evaluación correspondiente al contenido de transformaciones isométricas, en una primera instancia utilizando sólo lápiz y papel, y en una segunda instancia utilizando un computador. Dicha actividad será implementada en el Colegio Padre Alberto Hurtado durante dos clases en los bloques correspondientes a la asignatura de matemática.

Si presenta dudas sobre este proyecto o sobre la participación de su hijo/hija/pupilo en él, puede comunicarse con el investigador responsable la profesora Karina Suazo Muñoz al correo [karina.suazo1401@alumnos.ubiobio.cl](mailto:karina.suazo1401@alumnos.ubiobio.cl). Es importante que usted considere que la participación en este estudio es completamente libre y voluntaria, y que existe el derecho a negarse a participar, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

Desde ya le agradecemos su participación y colaboración.

## FORMULARIO DE AUTORIZACIÓN DE PARTICIPACIÓN DE MENORES DE EDAD

Yo \_\_\_\_\_,  
apoderado(a) de \_\_\_\_\_, en base a lo expuesto  
en el presente documento, acepto voluntariamente que mi hijo/hija/pupilo participe en la  
investigación “**TIC en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las transformaciones  
isométricas**”, conducida por la Profesora Karina Suazo Muñoz.

He sido informado(a) de los objetivos, el alcance del estudio y de las características de la  
participación. Reconozco que la información que se provea en el curso de esta  
investigación es estrictamente confidencial y anónima.

\_\_\_\_\_  
Firma Participante

\_\_\_\_\_  
Firma Investigador Responsable

\_\_\_\_\_  
Firma Jefe UTP del establecimiento

\_\_\_\_\_  
Firma Profesor guía de la Universidad

Lugar y fecha:

Este documento se firma en dos ejemplares, quedando una copia en poder de cada parte.

## ANEXO 2



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

## EVALUACIÓN DE TRASFORMACIONES ISOMETRICAS

8º AÑO BASICO/2º SEMESTRE 2018

Nombre:		
Curso:	Fecha:	Nota:
Puntaje total:	Puntaje obtenido:	

Objetivos:

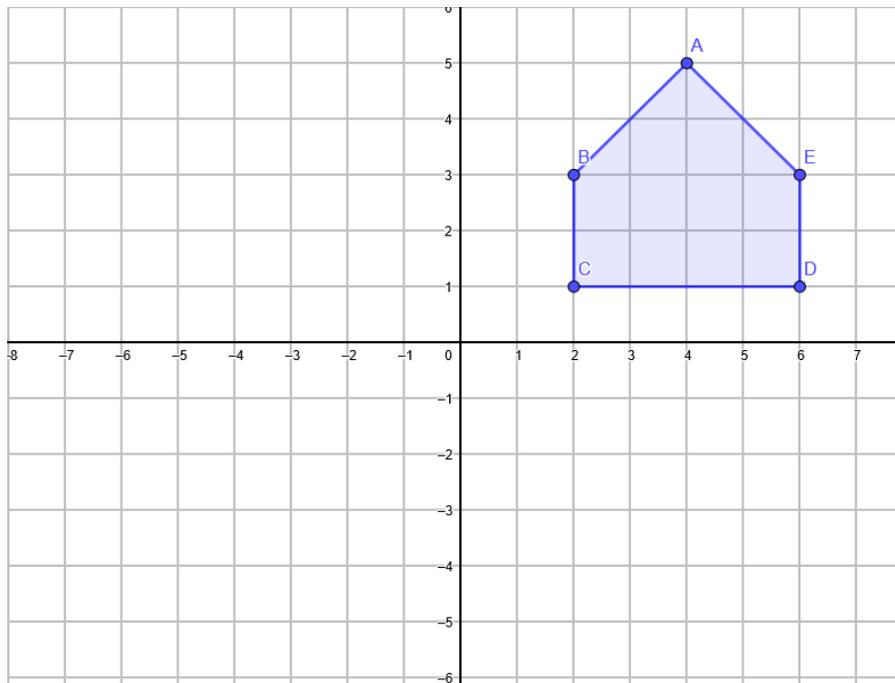
- Trasladar una figura 2D en el plano cartesiano a través de vectores de traslación.
- Reflejar una figura 2D en el plano.
- Rotar una figura 2d en el plano.
- Componer trasformaciones isométricas.

### INSTRUCCIONES GENERALES

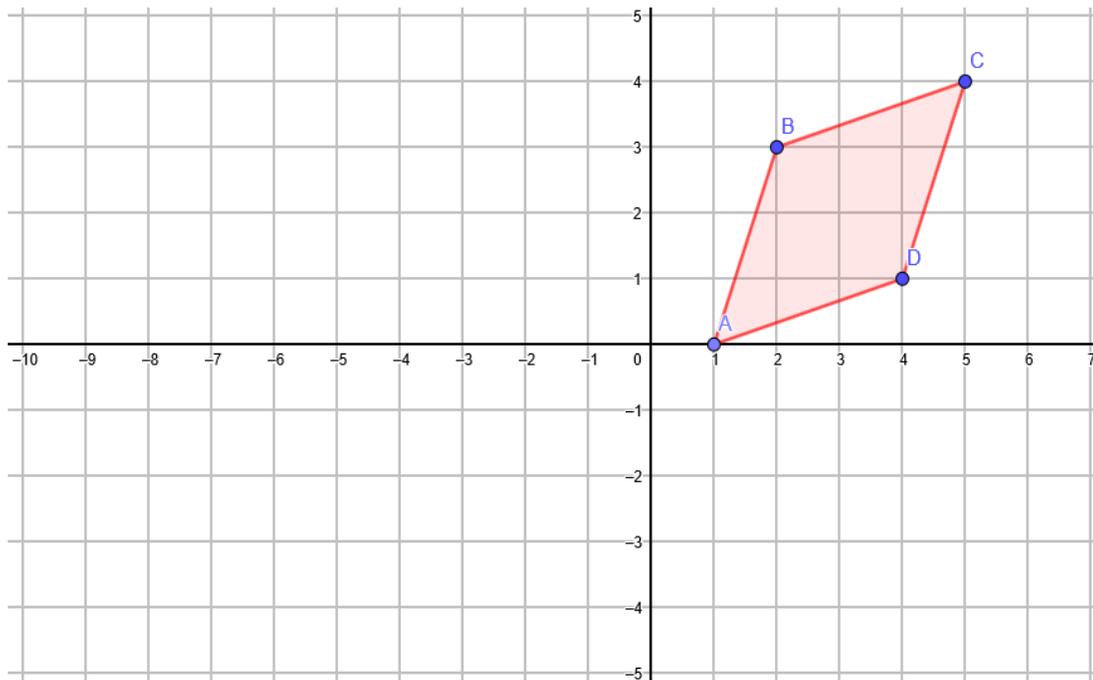
- Lea atentamente cada enunciado.
- El desarrollo de la evaluación es individual.
- Revise todas las respuestas de su prueba antes de entregarla.
- Responde la evaluación utilizando lápiz de pasta negro o azul, o lápiz de mina.
- Responde de forma clara y ordenada, en caso de responder en hoja anexa, adjúntala a la evaluación, indicando que desarrollo se encuentra en ella.

I. Desarrolla los siguientes problemas utilizando transformaciones isométricas:

1. Traslada el siguiente polígono según el vector  $\vec{v} = (-7, -5)$ .

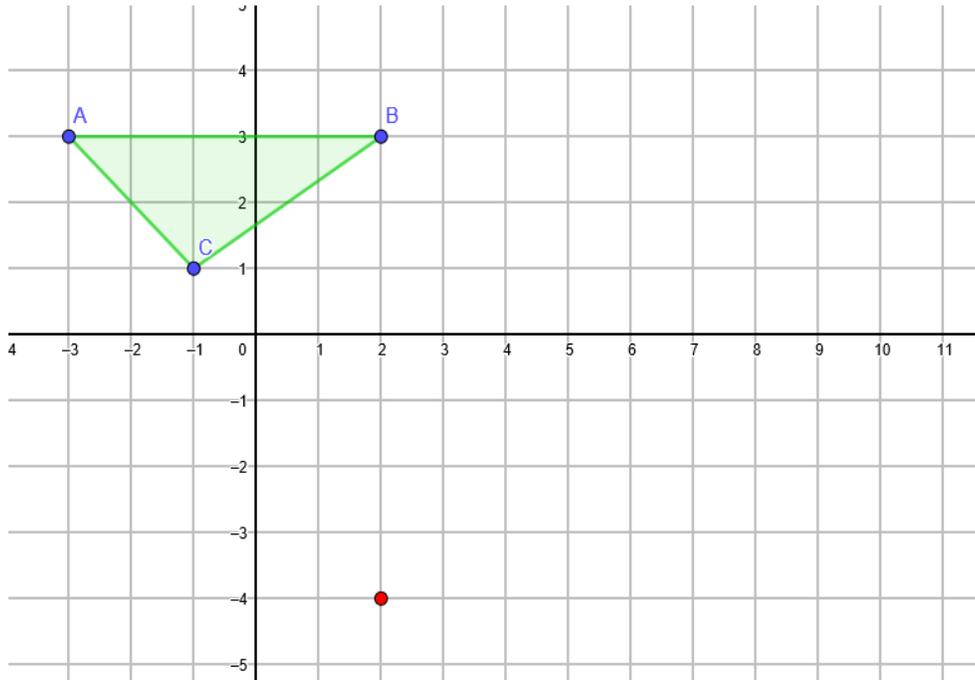


2. A partir del rombo construido en el plano cartesiano:



- Traza la recta que pasa por los puntos  $P1(-3, 3)$  y  $P2(1, -5)$
- Dibuja la reflexión del rombo respecto a la recta trazada anteriormente.

3. Considere el siguiente triangulo ABC



- Realiza una rotación a la figura en un ángulo de  $90^\circ$  en sentido horario respecto al punto (2,-4)
- A la figura rotada, realiza una reflexión con respecto al eje X.

### ANEXO 3



**Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado**  
 Vicerrectoría Académica  
 Departamento de Matemática

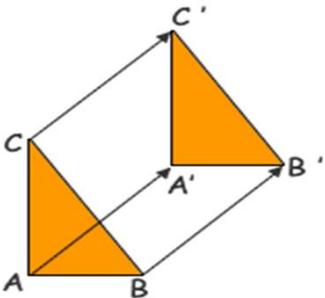
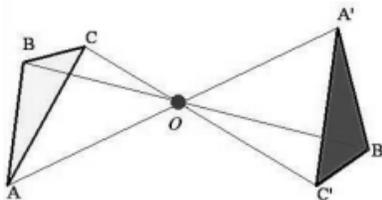
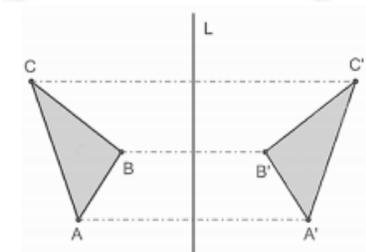
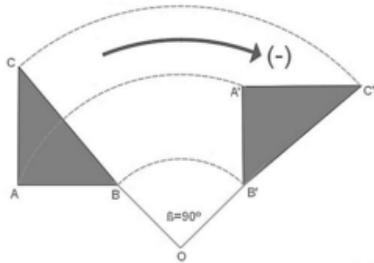
#### GUIA N°1: TRANSFORMACIONES ISOMETRICAS

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: 8° \_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Objetivo: Describir y aplicar movimientos de figuras planas utilizando vectores de traslación, ejes de reflexión y puntos de rotación en el plano cartesiano.

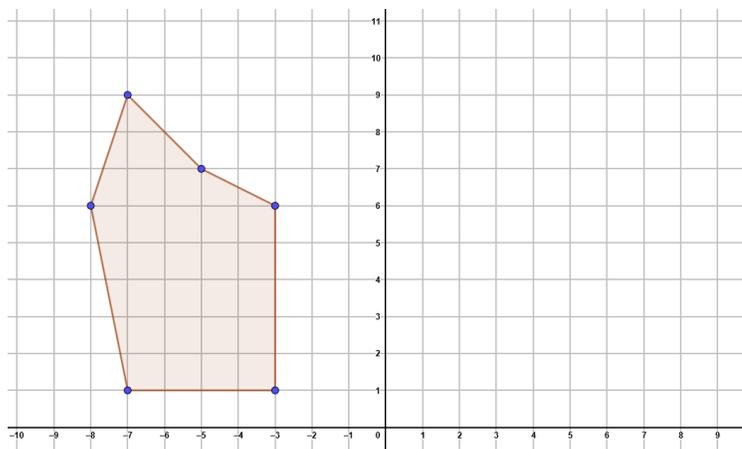
#### Transformaciones isométricas:

Las transformaciones isométricas son cambios de posición (orientación) de una figura determinada que no alteran la forma ni el tamaño de ésta.

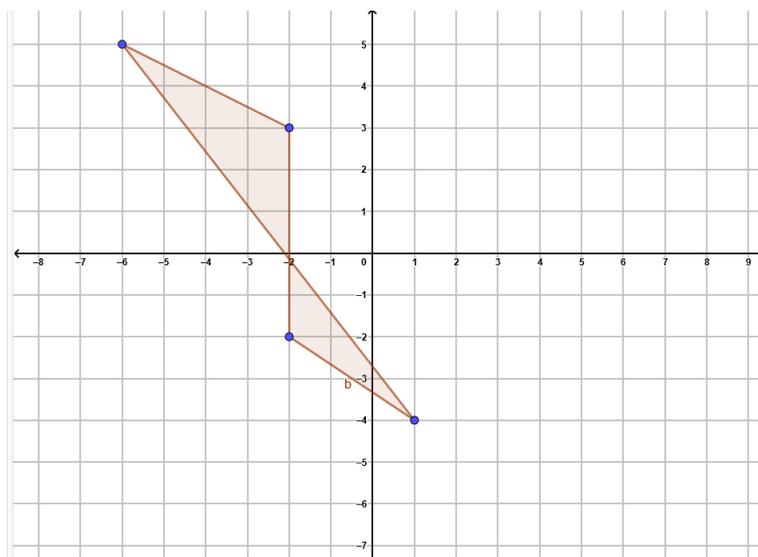
<b>Traslación</b>	<b>Reflexión</b>	<b>Rotación</b>
<p>Es aquella que permite desplazar en línea recta todos los puntos del plano. Este desplazamiento se realiza siguiendo una determinada dirección, sentido y distancia, por lo que toda traslación queda definida por lo que se llama su “vector de traslación”.</p> 	<p>Son aquellas que invierten los puntos y figuras del plano. Esta reflexión puede ser respecto de un punto (simetría central) o respecto de una recta (simetría axial).</p>  <p>(simetría central)</p>  <p>(Simetría axial)</p>	<p>Son aquellas que permiten girar todos los puntos del plano. Toda rotación queda definida por su centro de rotación y por su ángulo de giro.</p> <p>Si la rotación se efectúa en sentido contrario del reloj, se dice que la rotación es positiva o anti horaria; en caso contrario, se dice que la rotación es negativa u horaria.</p> 

I. Traslada las figuras según el vector de traslación correspondiente.

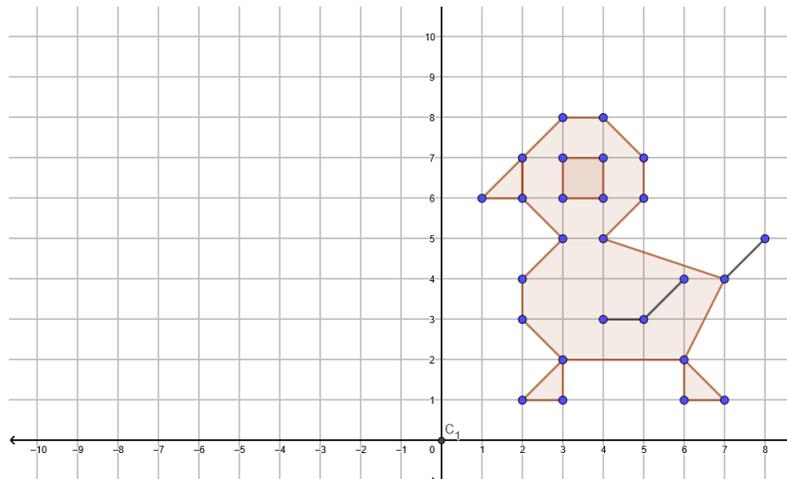
a.  $\vec{v} = (10, 2)$



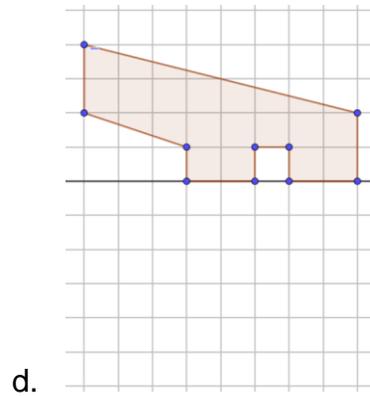
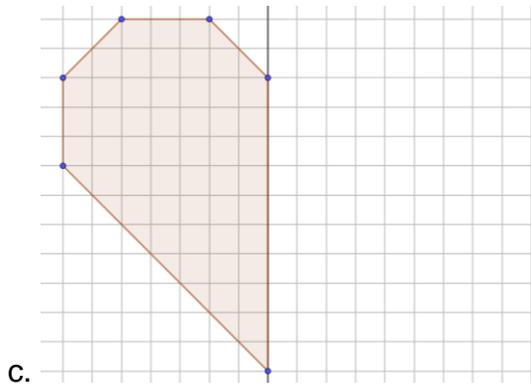
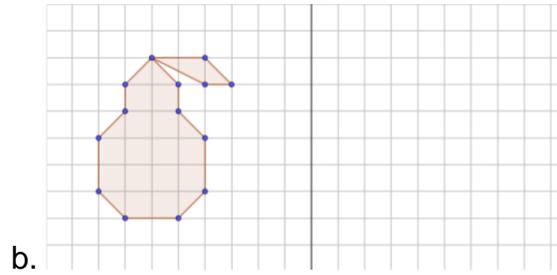
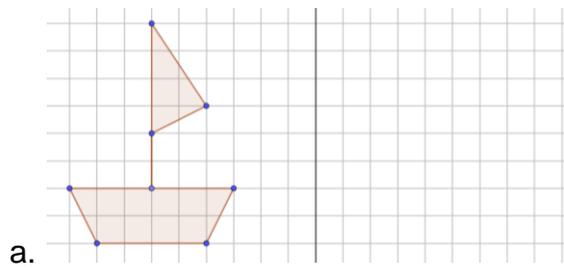
b.  $\vec{v} = (7, -3)$

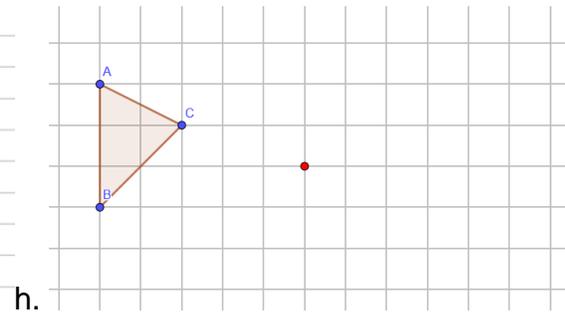
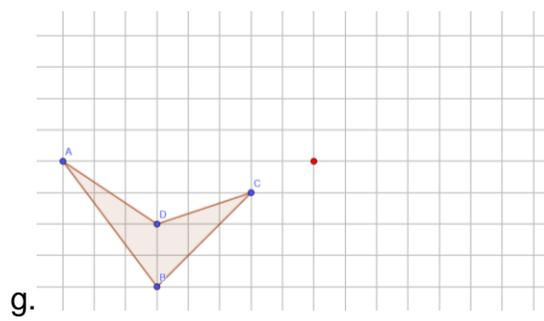
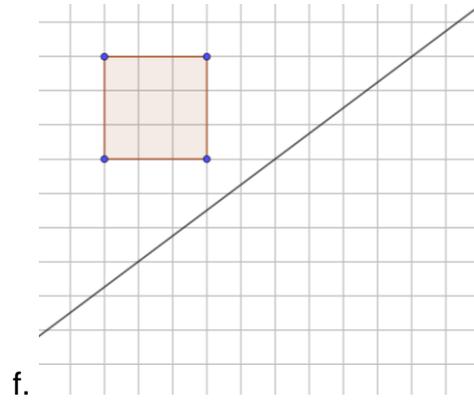
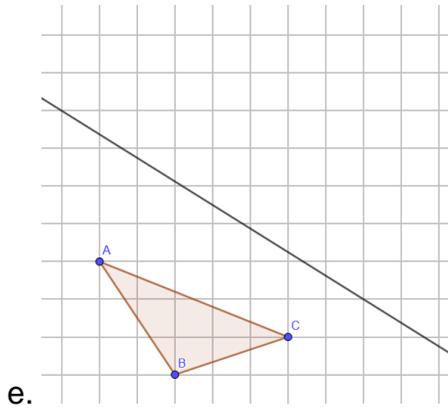


c.  $\vec{v} = (-9, 2)$



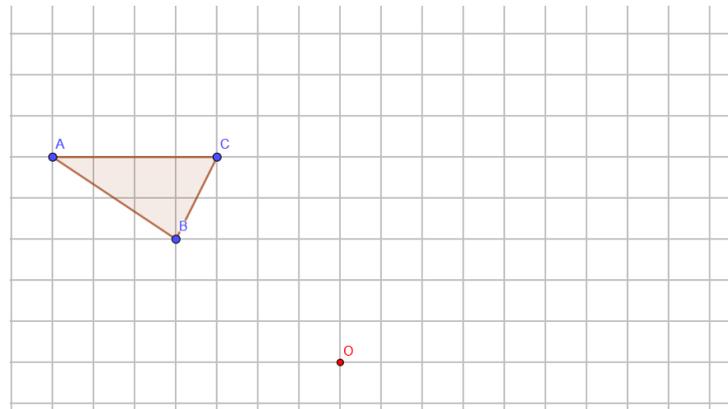
II. Aplica la reflexión correspondiente a las siguientes figuras



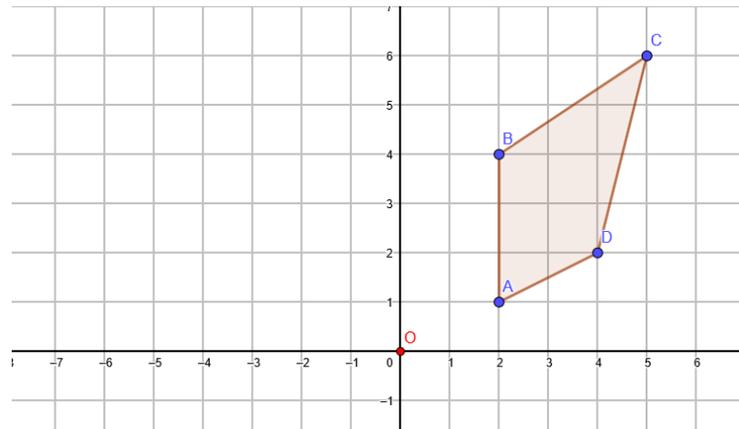


III. Aplica la rotación correspondiente a las siguientes figuras

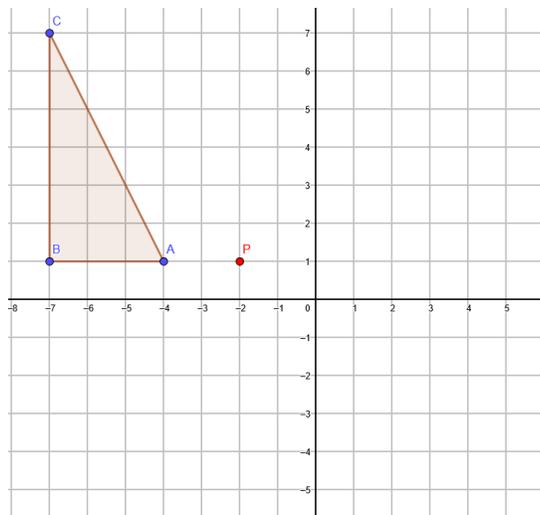
a. (O , 90°) ( Sentido horario )



b.  $(O, 100^\circ)$  ( Sentido anti horario )



c.  $(P, 180^\circ)$  ( Sentido horario )





**Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado**  
 Vicerrectoría Académica  
 Departamento de Matemática

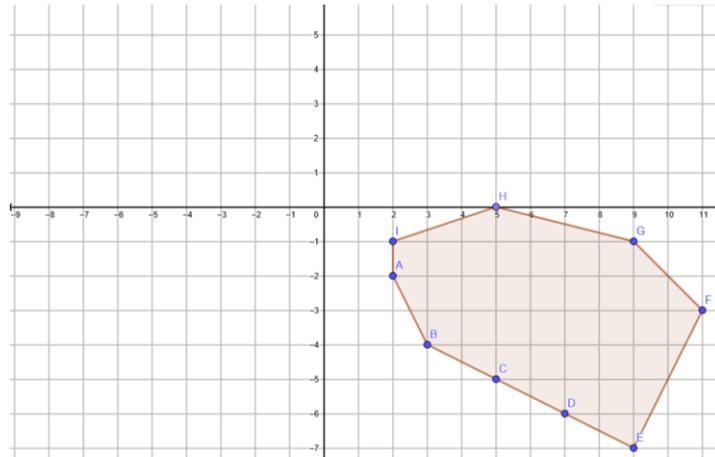
## GUIA 2: TRANSFORMACIONES ISOMETRICAS

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: 8° \_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

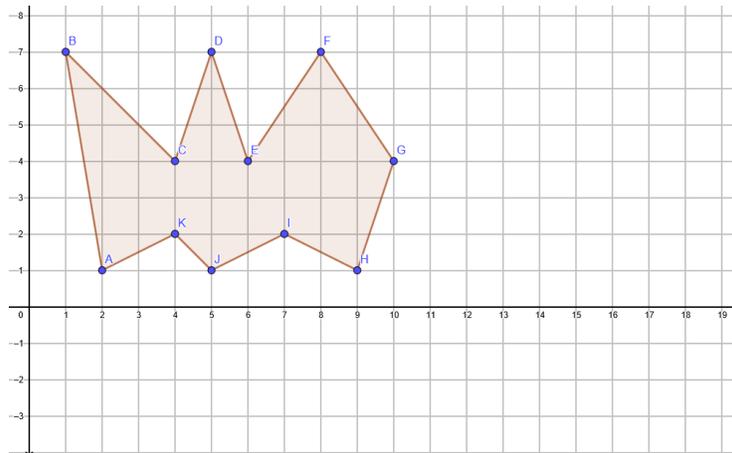
Objetivo: Describir y aplicar movimientos de figuras planas utilizando vectores de traslación, ejes de reflexión y puntos de rotación en el plano cartesiano.

I. Traslada las figuras según el vector de traslación correspondiente.

a.  $\vec{v} = (-9, 5)$

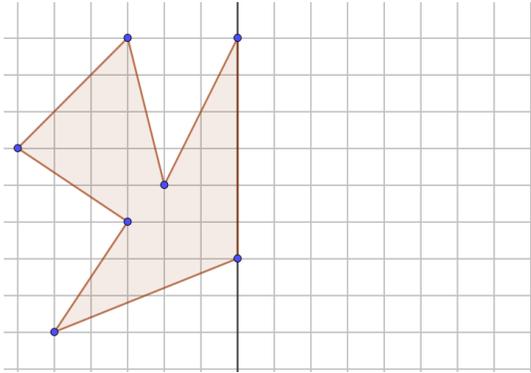


b.  $\vec{v} = (11, -3)$

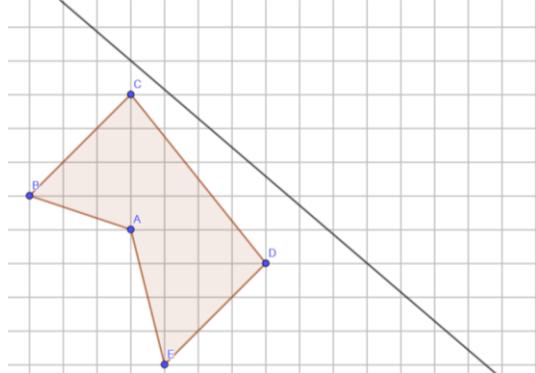


II. Refleja la figura según el eje o punto de simetría dado:

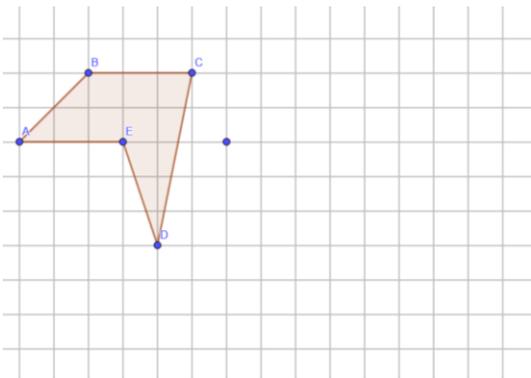
a)



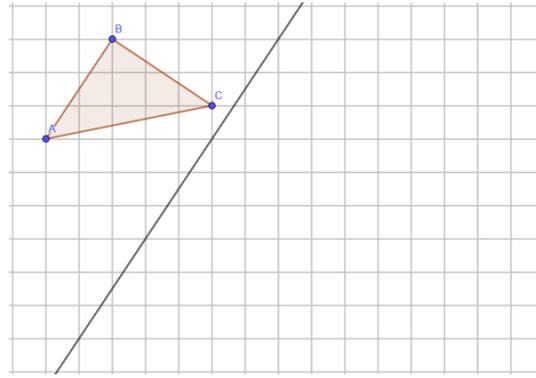
b)



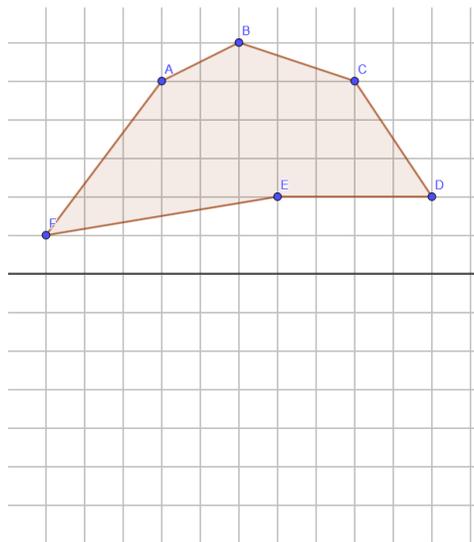
c)



d)

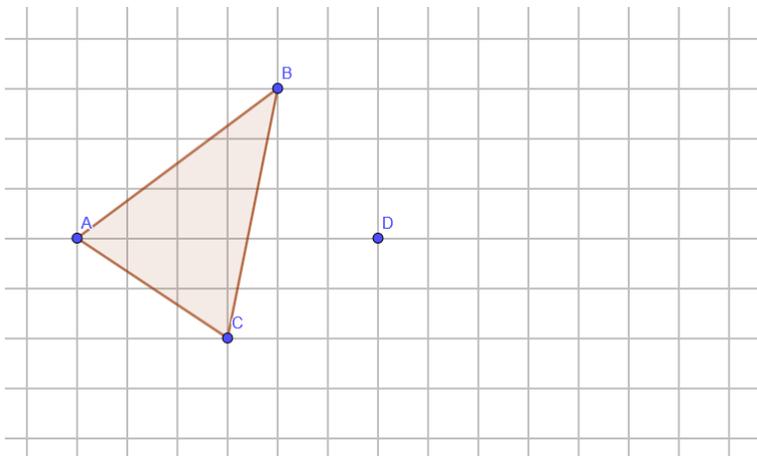


e)

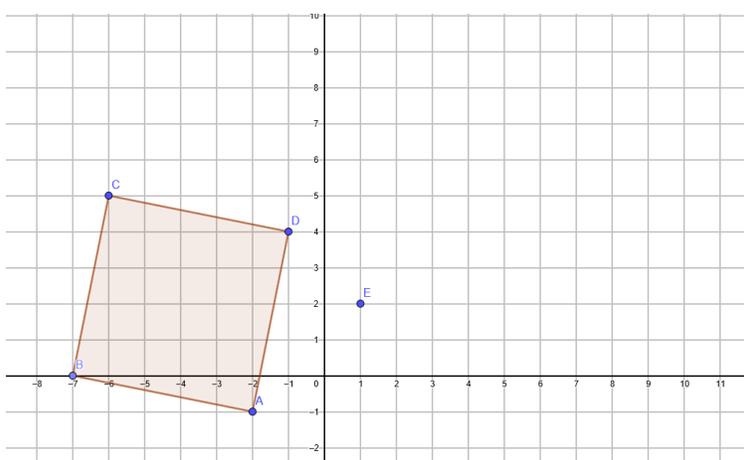


III. Rota las siguientes figuras según el punto y ángulo de rotación dado:

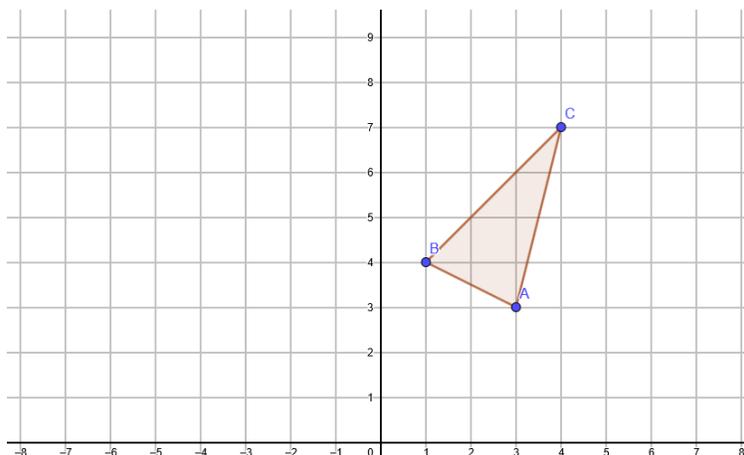
a.  $(D, 180^\circ)$  ( Sentido horario )



b.  $(E, 140^\circ)$  ( Sentido horario )

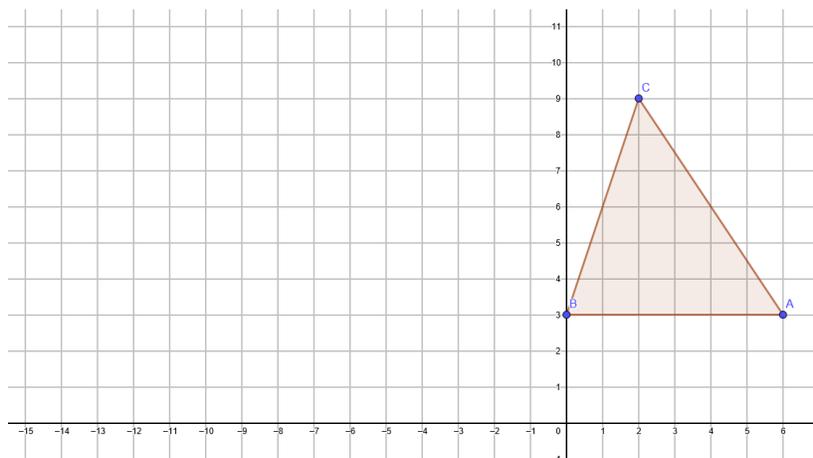


c.  $P = (-2, 3)$  ,  $90^\circ$  ( Sentido anti horario )

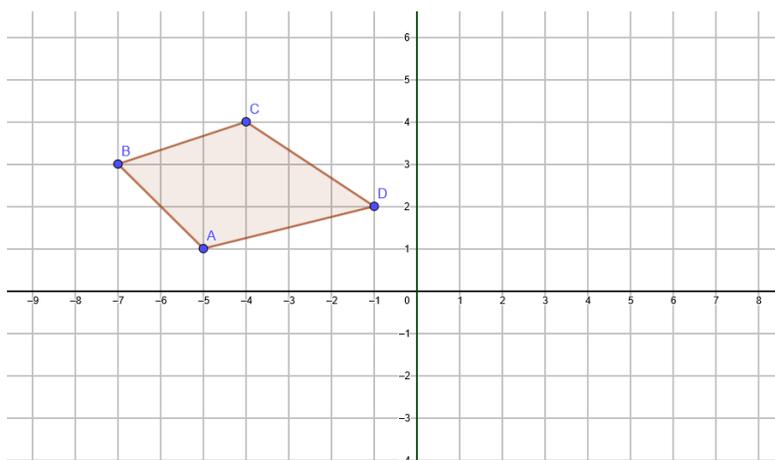


IV. Resuelve las siguientes transformaciones compuestas:

- a. Rota la figura según el punto  $(0,0)$  en un ángulo de  $90^\circ$  en sentido anti horario y luego a la figura rotada, trásladala segundo el vector  $\vec{v} = (-6,2)$



- b. Traslada la figura en el vector  $\vec{v} = (8,1)$  y luego, a la figura trasladada aplica una reflexión usando eje X como eje de simetría.



## ANEXO 4

### Taller N°1: Software GeoGebra

Objetivo: Familiarizar al alumno con software GeoGebra.

En el computador busca el programa “GeoGebra” y ábrelo para que trabajemos en él. Si no está, ve al navegador de Google y busca “GeoGebra online”.

I. Ubica con la opción “Nuevo Punto”  los siguientes puntos en el lienzo del software computacional.

1.  $A(0,0)$
2.  $B(2,2)$
3.  $C(3,-3)$
4.  $D(5,1)$
5.  $E(0,4)$
6.  $F(7,0)$
7.  $G(5,-2)$
8.  $H(-5,-3)$
9.  $I(-1,-3)$
10.  $J(-1,1)$
11.  $K(-5,1)$

II. Con la opción “Segmento entre dos puntos”  une los siguientes puntos del ítem anterior e identifica cual es polígono que se forma.

1.  $\overline{AB}$  ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{CA}$ . Es un \_\_\_\_\_
2.  $\overline{EJ}$  ,  $\overline{JG}$  ,  $\overline{GD}$  y  $\overline{DE}$ . Es un \_\_\_\_\_
3.  $\overline{HI}$  ,  $\overline{IJ}$  ,  $\overline{JK}$  y  $\overline{KH}$ . Es un \_\_\_\_\_

III. En un nuevo lienzo del software, traza rectas entre los siguientes puntos,

con la opción “Recta entre dos puntos” .

1.  $L_1$ :  $(-3,0)$  y  $(0,-3)$ .
2.  $L_2$ :  $(-2,4)$  y  $(4,1)$ .
3.  $L_3$ :  $(-2,-4)$  y  $(-1,3)$ .
4.  $L_4$ :  $(4,-1)$  y  $(3,-3)$ .

IV. Utilizando la opción “Intersección de dos objetos”  encuentra las intersecciones de las rectas trazadas en el ítem anterior.

1.  $L_1$  y  $L_3$       Intersección: \_\_\_\_\_
2.  $L_1$  y  $L_4$       Intersección: \_\_\_\_\_
3.  $L_2$  y  $L_3$       Intersección: \_\_\_\_\_
4.  $L_2$  y  $L_4$       Intersección: \_\_\_\_\_

V. Encontrar los ángulos interiores de la figura formada con las intersecciones

del ítem anterior, con la opción “Ángulo” .

## Taller N°2: Software GeoGebra

Objetivo: Familiarizar al alumno con software GeoGebra.

En el computador busca el programa “GeoGebra” y ábrelo para que trabajemos en él. Si no está, ve al navegador de Google y busca “GeoGebra online”.

- I. Encuentra la perpendicular entre el punto (2,1) y una rectas, con la opción

“Recta perpendicular” .

1.  $L_1(0, -6)$  y  $(8,0)$ .
2.  $L_2(-3,2)$  y  $(-1, -3)$ .
3.  $L_3(3,4)$  y  $(4,1)$ .

- II. En un nuevo lienzo del software, forma los siguientes polígonos con la

opción “Polígono” .

1. Cuadrado de vértices  $A(0,0)$  ;  $B(4,0)$  ;  $C(4,4)$  y  $D(0,4)$ .
2. Triángulo de vértices  $C(4,4)$  ;  $D(0,4)$  y  $E(2,6)$ .
3. Estrella de vértices  $F(-9,1)$  ;  $G(-5,7)$  ;  $H(-1,1)$  ;  $I(-9,5)$  y  $J(-1,5)$ .

- III. Construir circunferencias a partir de la estrella formada en el ítem anterior, considerando como centro el punto  $H(-1,1)$  y como radio la distancia de este a los puntos restantes de la estrella, utilizando la opción

“Circunferencia” .

- IV. Encontrar la medida de los siguientes segmentos de recta de la estrella ya

construida, utilizando la opción “Distancia o Longitud” .

1.  $\overline{FG}$  Distancia: \_\_\_\_\_
2.  $\overline{IJ}$  Distancia: \_\_\_\_\_
3.  $\overline{HI}$  Distancia: \_\_\_\_\_

## ANEXO 5



**Colegio Seminario Padre Alberto Hurtado**  
Vicerrectoría Académica  
Departamento de Matemática

### PLANIFICACIÓN DE UNIDAD

Asignatura: Matemática

Curso: 8° Básico

Mes: Noviembre

Unidad: "Transformaciones Isométricas"

**Eje Integrador:** En esta unidad, los alumnos describen los movimientos como la traslación, rotación y reflexión. El propósito es resolver problemas que involucren trasladar una figura 2D en el plano cartesiano a través de vectores de traslación, reflejar y rotar una figura 2D en el plano y componer transformaciones isométricas. Dentro de la descripción de movimientos, se comienza con algunos ejercicios simples, para luego continuar con la composición de dos o más de estas transformaciones; la motivación puede provenir del arte o la matemática. También se sugiere usar aquí medios visuales o material concreto para ayudar a los alumnos a desarrollar su capacidad espacial.

<b>Objetivo de aprendizaje</b>	<b>Clase</b>	<b>Objetivo didáctico</b>	<b>Actividades</b>	<b>Recursos</b>	<b>Instrumento de evaluación</b>
Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los vectores para la traslación.</li> <li>• Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.</li> <li>• Los puntos del plano para las rotaciones.</li> </ul>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer el plano cartesiano.</li> <li>• Identificar transformaciones isométricas.</li> <li>• Identificar la traslación de figuras planas mediante operatorias con vectores.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construyen el plano cartesiano identificando puntos y ejes.</li> <li>- Trazan figuras geométricas a partir de un punto dado.</li> <li>- Identifican concepto de traslación. Determinan un vector a partir de un punto en el plano.</li> <li>- Realizan sumas de vectores.</li> <li>- Trasladan una figura según un vector de traslación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Computador</li> <li>✓ Data</li> <li>✓ Power Point</li> <li>✓ Regla</li> </ul>	Observación directa.
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar el concepto de simetría y reflexión en figuras planas.</li> <li>• Identificar el eje de simetría.</li> <li>• Reconocer la simetría axial y simetría central.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifican los conceptos de simetría y reflexión, manipulando figuras planas.</li> <li>- Reconocen elementos a considerar en el uso de la simetría.</li> <li>- Resuelven problemas de simetría y reflexión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Computador</li> <li>✓ Data</li> <li>✓ Power Point</li> <li>✓ Regla</li> <li>✓ Transportador</li> </ul>	Observación directa.
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar la rotación de figuras planas.</li> <li>• Reconocer punto y</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifican el concepto de rotación, reconociendo el punto y ángulo de rotación, en el plano cartesiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Computador</li> <li>✓ Data</li> <li>✓ Power Point</li> </ul>	Observación directa.  Guía de ejercicios n°1.

		<p>ángulo de rotación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver ejercicios que involucren reflexión, rotación y traslación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rotan una figura plana utilizando regla y transportador.</li> <li>- Resuelven guía de ejercicios sobre reflexión, rotación y traslación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Regla</li> <li>✓ Transportador</li> </ul>	
4		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver ejercicios que involucren reflexión, rotación y traslación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Resuelven guía de ejercicios sobre reflexión, rotación y traslación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Regla</li> <li>✓ Transportador</li> </ul>	Guía de ejercicios n°2.
5		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación acumulativa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollan evaluación escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Evaluación escrita.</li> <li>✓ Regla</li> <li>✓ Transportador</li> </ul>	Evaluación acumulativa. (Instrumento de evaluación)
6		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar comandos y herramientas del software GeoGebra.</li> <li>• Taller n°1</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifican el software GeoGebra y realizan una serie de actividades guiadas por el profesor.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Sala de computación</li> <li>✓ GeoGebra</li> </ul>	Observación directa.
7		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar comandos y herramientas del software GeoGebra.</li> <li>• Taller n°2</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifican herramientas de GeoGebra que ayudarán al desarrollo de las transformaciones isométricas, realizan una serie de actividades guiadas por el profesor.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Sala de computación</li> <li>✓ GeoGebra</li> </ul>	Observación directa.

	8	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación acumulativa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollan evaluación escrita entregada por el profesor, entregando sus respuestas en computador por medio del software GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Evaluación en computador.</li> <li>✓ Computador</li> </ul>	Evaluación acumulativa. (Instrumento de evaluación)
--	---	--	--	---	---

### Cronograma de Tesis

2018		Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	
	Selección y delimitación del problema.												
	Problematización												
	Justificación												
	Marco teórico												
	Hipótesis												
	Metodología												
Investigación	Búsqueda de información complementaria.												
	Capítulo 1												
	Capítulo 2												
	Capítulo 3												
	Capítulo 4												
	Capítulo 5												
	Conclusión												
	Enseñanza unidad didáctica												
	Evaluación primera etapa												
	Evaluación segunda												

	etapa											
	Análisis de resultados											
	Correcciones y recomendaciones											
	Elaboración de la copia final y entrega											