

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL

Profesor Patrocinador: M.Cs Alexander Opazo V.

Profesores Comisión: M.Cs Gilda Espinoza V.

PhD José Norambuena C.

EVALUACIÓN NUMÉRICA DEL DESEMPEÑO VIBRATORIO DE PISOS DE MADERA

PROYECTO DE TÍTULO PRESENTADO EN CONFORMIDAD A LOS REQUISITOS PARA
OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

JUAN RICARDO PEÑA VÁSQUEZ

CONCEPCIÓN 2016.

AGRADECIMIENTOS.

Doy gracias a Dios y doy gracias a mi Familia por el amor incondicional que me han entregado. A mis amigos, colegas y profesores que me acompañaron en este camino.

Mis más sinceros agradecimientos Don Alexander Opazo Vega, por guiarme en esta etapa de mi formación académica. También quiero dar gracias a los profesores Gilda Espinoza y José Norambuena, por su paciencia y admirable vocación. No me puedo olvidar de agradecer al personal administrativo del Departamento de Ingeniería Civil y a Ambiental por su gran amabilidad.

NOMENCLATURA.

BS: British Standard.

bpm: Bit por minuto.

BPR: Baja Probabilidad de Reclamos.

PR: Probables Reclamos

APR: Alta probabilidad de Reclamos.

ISO: International Organization for Standardization.

Nch: Norma chilena.

MEF: Método de elementos finitos.

MOE: Módulo de Elasticidad

FRS: Fuerzas de Reacción del Suelo.

VDV: Valor de dosis de vibración en unidades $(\text{m/s}^{1.75})$.

f_p : Frecuencia de pasos de caminatas (Hz).

W_b : Función ponderadora de acuerdo a la norma BS.6472.

W_g : Función ponderadora de acuerdo a la norma ISO.10137.

VDV,día,w: Valor de dosis de vibración diario $(\text{m/s}^{1.75})$.

w: Deflexión central del modelo debido a una carga unitaria (mm/kN)

f_n : Frecuencia natural (Hz).

G2, C16 y C24: Calidades mecánicas de la madera aserrada de pino Radiata .

$a_n(t)$: Aceleración vertical bruta del n -ésimo evento, (m/s^2) .

$a_{n,W_b}(t)$: Aceleración ponderada por la función W_b , (m/s^2) .

$a_{n,W_g}(t)$: Aceleración ponderada por la función W_g , (m/s^2) .

$VDV_{n,(W_b)}$: Valor de dosis de vibración del evento n , procesada por la función W_b , $(\text{m/s}^{1.75})$.

$VDV_{n,(W_g)}$: Valor de dosis de vibración del evento n , procesada por la función W_g , $(\text{m/s}^{1.75})$.

$VDV_{día,(W_b)}$: Valor total de dosis de vibración día, procesada por la función W_b , $(\text{m/s}^{1.75})$.

$VDV_{día,(W_g)}$: Valor total de dosis de vibración día, procesada por la función W_g , $(\text{m/s}^{1.75})$.

P: Valor del número de repeticiones de los eventos de caminata, durante una jornada de medición.

INDICE DEL CONTENIDO

NOMENCLATURA.....	II
INDICE DEL CONTENIDO.....	II
INDICE DE FIGURAS.....	II
INDICE DE TABLAS.....	III
Resumen.....	2
Abstract.....	3
1 INTRODUCCIÓN.....	4
1.1 Justificación.....	4
1.2 Objetivos.....	5
1.3 Metodología.....	6
2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1 Enfoques de diseño de pisos de madera para prevenir vibraciones molestas.....	7
2.2 Evaluación de la vibración estructural respecto de la respuesta humana.....	8
2.3 Modelo numérico utilizado en el análisis dinámico de pisos.....	11
2.4 Técnicas de modelación de cargas dinámicas inducidas por caminatas.....	12
3 PISOS DE MADERA EN ESTUDIO.....	13
3.1 Tipología constructiva de pisos de madera.....	14
3.2 Estrategia de modelación de pisos de madera mediante elementos finitos.....	15
4 DESARROLLO.....	17
4.1 Definición de los eventos de caminatas.....	18
4.2 Estrategia de Modelación de las cargas de caminata.....	18
4.3 Análisis dinámico tiempo historia.....	20
4.4 Supuestos y parámetros modales utilizados en el análisis dinámico.....	22
4.5 Cálculo de los indicadores de desempeño dinámico VDV.....	23
4.5.1 Criterio de evaluación del desempeño vibratorio de los pisos en estudio.....	24
4.5.2 Procedimiento aplicado al Análisis de resultados.....	25
5 RESULTADOS.....	26
5.1 Historial de aceleraciones.....	26
5.2 Indicadores de desempeño (VDV).....	27
6 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	30
6.1 Evaluación del desempeño vibratorio según Normas BS 6472 e ISO 10137.....	30
6.2 Resumen de modelos de piso más serviciales según escuadría y módulo elástico.....	32
7 CONCLUSIONES.....	33
8 Bibliografía.....	35
ANEXOS.....	37
INDICE DE FIGURAS.	

Figura 1. Funciones ponderadoras de la frecuencia	10
Figura 2. Comparación de modelos reales y modelos numéricos de la fuerza vertical de pisada .	13
Figura 3. Procedimiento de Análisis de los Sistemas de Pisos en Estudio	17
Figura 4. Configuración constructiva de piso de Madera	14
Figura 5. (Modelo #1). (a) Condiciones de contorno y (b) Detalle de estrategia de Modelación	15
Figura 6. (Izquierda) Modelo de fuerzas de pisadas tiempo historia, (Derecha) funciones normalizadas tiempo-historia de fuerzas de una pisada vs f_p (Hz).	19
Figura 7. Entrada de datos para la definición de fuerzas tiempo-historia en SAP2000.	20
Figura 8. Historiales de aceleración del modelo N°21	26
Figura 9. Resultados de indicadores de desempeño VDV de los casos de estudio agrupados según peso y frecuencia de pasos caminante	28
Figura 10. Evaluación y valoración de las vibraciones, VDV día (16Hrs) según Normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007	30

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Rangos de VDV ($m/s^{1.75}$) que podrían dar lugar a diversas probabilidades de molestias o reclamos, en estructuras residenciales (BS 6841:2008 e ISO 10137:2007).	9
Tabla 2. Descripción de estructuras de piso tradicional de madera.	15
• Tabla 3. Propiedades Físico-Mecánicas de los materiales de los modelos de piso.	16
Tabla 4. Matriz de casos de carga dinámica.	18
Tabla 5. Parámetros utilizados en el análisis dinámico para los 28 modelos en SAP2000.	22
Tabla 6. Resumen de los modelos de piso más serviciales.	32

“Evaluación numérica de la capacidad de servicio vibratorio de pisos de madera”.

Autor: Juan Ricardo Peña Vásquez

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Bío-Bío

Correo Electrónico: jrpeva@gmail.com

Profesor Patrocinante: Alexander Opazo Vega.

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Bío-Bío

Correo Electrónico: aopazove@ubiobio.cl

Resumen.

Los pisos de madera pueden experimentar serios problemas de vibración debido a las fuerzas inducidas por el tránsito de personas. Las normas chilenas no incluyen fórmulas para el análisis y evaluación del desempeño vibratorio de pisos. Por lo tanto es necesario reportar e identificar los posibles problemas de servicio de pisos.

Este trabajo contempló la evaluación del desempeño vibratorio de 28 modelos numéricos de pisos de madera, de uso tradicional en Chile. Estos modelos poseen diferentes dimensiones y características, que cumplieron con los requerimientos de deformación admisible exigidas por la normativa chilena. Los modelos numéricos se desarrollaron en el programa computacional de elementos finitos y análisis estructural SAP2000. El análisis dinámico contempló la modelación de 18 eventos cargas de caminatas para un contexto residencial. Se consideraron a 3 individuos chilenos de diferentes pesos (58, 72 y 86 kg), caminado a 6 frecuencias de pisadas (entre 1.58-2.0 Hz). Se realizó la medición de las aceleraciones verticales en el dominio del tiempo.

El enfoque de evaluación del desempeño vibratorio consistió en el cálculo del indicador de desempeño vibratorio VDV (valor dosis vibración), en conformidad a las normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007, que permiten valorar las vibraciones de piso y determinar los efectos en la comodidad de las personas.

Los resultados de la evaluación fueron insatisfactorios, dado que se evaluaron vibraciones de piso cuyas magnitudes provocarán altas probabilidades de comentarios adversos entre los usuarios. Como conclusión, las reglas actuales reglas de diseño, basadas en la deflexión admisible, no fueron limitaciones suficientes para evitar que ocurran problemas de servicio vibratorio en pisos de madera.

Palabras claves: pisos de madera, SAP 2000, análisis dinámico, vibraciones de piso, modelos de cargas de caminata, frecuencia de pasos, valor-dosis-vibración.

Nº de palabras Totales= 8560 Palabras texto+16 Figuras/Tablas*250= 12560

Abstract.

Daily activities such as walking or running are the main source of vibrations in floors. These vibrations can cause varying degrees of discomfort in users. In contrast to developed countries, in Chile there is not suitable standards and dynamic services limits states to design wood floors.

The goal of this work was the numerical evaluation of the vibrational performance of Chilean timber floors due to human walking. A numerical procedure, based on the finite-element program SAP2000 was developed for predicting vibration responses. In these research were incorporated twenty eight models based on structural designs of Arauco Handbook. Eighteen cases were considerate to simulate the pedestrian-induced forces. The vibration serviceability evaluations were conducted based on the vibration dose values according to the ISO 10137:2007 and BS 6472:2008 standards.

The results of the numerical vibration serviceability evaluation were unsatisfactory. In conclusion, the support spans and structural designs of Arauco Handbook were not enough to ensure the vibration control due occupants activities. Therefore it is necessary to incorporate in Chile dynamic design parameters for timber floor systems in order to improve serviceability and quality of residential houses.

Keywords: timber floors, SAP2000, floor vibrations, footstep load models, footstep frequency, vibration dose values, vibration-dose-value.

1 INTRODUCCIÓN

Los pisos de madera son uno de los componentes estructurales más utilizados en la construcción de viviendas. Si bien, estos componentes suelen ser seguros y resistentes frente a cargas de uso, muchas veces pueden presentar problemas de servicio vibratorio. Las vibraciones de piso se producen por fuentes externas como la acción del tráfico vehicular, maquinarias, etc. Sin embargo las vibraciones causadas por las actividades de usuarios (como caminar, correr, saltar, etc), suelen ser las más frecuentes y problemáticas para la serviciabilidad de la estructura (Hu et al, 2001). Estas vibraciones pueden llegar a ser relativamente altas en los pisos de madera. Esto se debe porque la amplitud de la vibración es inversamente proporcional al peso propio de la estructura. Como el cuerpo humano es sensible a las vibraciones, estos elevados niveles de respuesta pueden causar incomodidades y perturbaciones en los ocupantes (Glisovic y Stevanovic, 2010).

Desde la década del 90, se han estandarizado criterios de diseño estructural y estados límites de servicio de pisos, tendientes a controlar las vibraciones excesivas que surgen del caminar de usuarios. Sin embargo, se han reportado problemas de desempeño vibratorio en pisos en funcionamiento, a pesar del uso de las normas de diseño estructural (Hamm et al, 2010). Por lo tanto, es importante identificar tales problemas en la etapa del diseño estructural. Autores como Xiong, et al (2012) sugieren identificar problemas de servicio en la etapa de diseño estructural del piso, haciendo uso de modelos numéricos (como el método del elemento finito) y criterios de evaluación de las vibraciones.

1.1 Justificación.

En Chile, las normas no incluyen de manera explícita criterios de diseño ni criterios de evaluación del desempeño vibratorio de pisos y la investigación en esta área del conocimiento es escasa. Por ejemplo, las actuales exigencias del control de deflexión de vigas para cargas de peso propio y de sobrecarga (Luz/360) para vigas de luz menor a 4.5 metros de la Nch 1198, no siempre aseguran el control del nivel de vibraciones. Los actuales estándares de habitabilidad podrían empeorar con el uso de materiales derivados de maderas de baja densidad, y el empleo de mano de obra no especializada para la construcción.

Por lo tanto, se justifica la importancia de investigar en Chile acerca de la capacidad de servicio vibratorio de pisos de madera, para discutir la necesidad de incorporar nuevas reglas de diseño a la normativa nacional, que contemplen el control de las vibraciones molestas de piso.

Alcances de la investigación

Esta investigación tuvo como finalidad la evaluación de las vibraciones verticales de pisos de madera que surgen del caminar de personas, haciendo uso de modelos numéricos de piso mediante el método del elemento finito y el programa de análisis estructural SAP2000. Para la evaluación se utilizó como indicador del desempeño, el parámetro VDV (valor dosis vibración), y límites de aceptabilidad, en conformidad a las normas británica BS 6472:2008 e internacional ISO 10137:2007

Las herramientas utilizadas en esta investigación no han sido implementadas por ningún autor en Chile. Este estudio permitió explorar los aspectos asociados a los alcances de este tema.

1.2 Objetivos.

Objetivo General:

- Evaluar el desempeño dinámico de pisos chilenos de madera, frente a vibraciones inducidas por el caminar de personas, mediante técnicas numéricas de modelación.

Objetivos Específicos:

- Redactar el estado del arte de los enfoques de evaluación del desempeño vibratorio de pisos de madera.
- Implementar modelos numéricos de piso de madera en el programa SAP2000, que permitan analizar el comportamiento vibratorio.
- Seleccionar técnicas numéricas de modelación de caminatas, a través del método del elemento finito.
- Medir y registrar vibraciones verticales mediante análisis dinámico en el programa SAP2000.
- Evaluar el desempeño vibratorio de pisos de madera mediante normativas extranjeras.

1.3 Metodología.

La realización de esta investigación se llevó a cabo en las siguientes etapas.

1. Estudio de Antecedentes: Se realizó una revisión bibliográfica acerca de los enfoques de la evaluación de la capacidad de servicio de pisos de madera, la modelación de pisos de madera y la modelación de cargas dinámicas de caminatas.
2. Desarrollo: Esta etapa consistió principalmente en desarrollar estrategias de modelación de las cargas de pisadas en el programa SAP2000, también se seleccionó la opción de análisis dinámico para la obtención del historial de aceleraciones. También se eligieron los criterios de evaluación del desempeño vibratorio para los pisos de madera.
3. Resultados: Esta fase consistió en la obtención de acelerogramas tiempo-historia y la depuración de datos. Se calcularon los índices de desempeño VDV por cada caso de carga y se compararon los resultados en función a las variables frecuencia de paso y peso del caminante.
4. Análisis de resultados: Esta etapa consistió en evaluar los pisos en estudio. Los resultados se compararon los resultados de desempeño en función a las características constructivas de los modelos. También se seleccionaron los pisos con mayor capacidad de servicio y se identificaron las variables que influyeron en los resultados.
5. Conclusiones: En esta etapa final consistió en realizar una síntesis general acerca de la capacidad de servicio de pisos en estudio y de los resultados logrados. Además se discutió la necesidad de incorporar en Chile nuevas medidas de diseño y evaluación de la serviciabilidad para pisos de madera.

2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1 Enfoques de diseño de pisos de madera para prevenir vibraciones molestas.

Para evitar las vibraciones molestas de piso debido al caminar de usuarios, se han definido reglas de diseño estructural, como el control de deflexiones de vigas y el criterio de frecuencia natural mínimo. Estos enfoques de diseño, se desarrollaron a partir de estudios empíricos de la percepción de vibraciones por parte de las personas (Hu et al, 2001).

En el Código Nacional de construcción de Canadá (NBCC) se incorporan límites de diseño basados en deflexión w producto de una fuerza de 1 kN, los límites dependen de la luz de apoyo de las vigas (L), donde $w < 2$ mm para luces de hasta 3 metros y $w < \frac{8}{L^{1.3}}$ mm para luces sobre 3 metros. En Europa, las fórmulas de diseño de pisos de madera se incluyen en el Eurocódigo 5 y cada país incorpora límites adicionales, siendo Finlandia el de mayor exigencia (Zhang, et al., 2013). Las fórmulas exigen limitar la deflexión w , ante a una carga puntual de 1 kN en el centro de la viga: para luces menores a 6 metros se exige que $w < 0.5K$ mm/kN donde K es un parámetro que depende de la luz de apoyo, y para luces mayores que 6 m se exige que w no supere los 0.5 mm. Además se exige que la frecuencia natural f_n de la estructura sea mayor que 9 Hz, ya que se ha estimado que las personas son sensibles a vibraciones de frecuencias en un rango entre 4-8 Hz. El límite de la f_n , asegura que la carga dinámica y sus armónicos no generen resonancia en el sistema de piso, dado que las personas caminan normalmente a una frecuencia de pasos cercana a los 2 Hz (Hu et al, 2001).

Hu y Chui (2004) publicaron un criterio basado solamente en la deflexión estática w y en la frecuencia natural f_n de la estructura de piso $f_n/w^{0.44} < 18.7$. El criterio fue desarrollado a partir de una fórmula de regresión experimental considerando más de 200 pisos de madera cuyas frecuencias fundamentales oscilaban entre 7 y 30Hz. Sin embargo el criterio no reconoce el amortiguamiento como parámetro de desempeño y podría limitarse a tipologías de pisos construidos en Canadá (Malo & Köhler, 2013).

2.2 Evaluación de la vibración estructural respecto de la respuesta humana (Normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007).

Los estados límites de servicio y enfoques de diseño del Eurocódigo 5, muchas veces no aseguran un adecuado desempeño vibratorio en los pisos de madera (Hamm, et al., 2010). Por lo tanto, en la etapa de diseño estructural, se recomienda que el diseñador haga una estimación realista de la respuesta dinámica estructural que surge de un evento de caminata y que sea comparada con límites de aceptabilidad de vibraciones por parte de las personas (Glisovic y Stevanovic, 2010).

Existen indicadores de desempeño dinámico que dependen de la aceleración del piso como el parámetro RMS (del inglés root-mean-square) y el parámetro r.m.q (del inglés root-mean-quad), que dependiendo del tipo de vibración, podrían ser apropiados para evaluar el efecto de las vibraciones en personas, cayendo en esta categoría las vibraciones estacionarias y continuas.

Sin embargo las vibraciones producto del tránsito de personas en edificios son de naturaleza transitoria. Por lo tanto, se ha recomendado el uso del indicador VDV del inglés (vibration dose value) o valor dosis vibración, que ha sido incorporado desde la década de 1980 por los investigadores e incluido en normas que permiten evaluar la respuesta humana a la exposición de las vibraciones en edificios (Setareh, 2010). Este indicador representa la magnitud de la vibración que es percibida por personas y se relaciona con límites de aceptabilidad de vibraciones. Su notación matemática es:

$$VDV_{w,día/Noche} = \left(\int_0^T a(t)_w^4 dt \right)^{1/4} \quad \text{Ec. 1}$$

$VDV_{w,día/Noche}$: Es el valor de dosis de vibración ponderada y evaluada para el día o la noche en unidades $(m/s^{1.75})$

T: Duración de la vibración (s)

$a(t)_w$: es la aceleración-tiempo en unidades (m/s^2) ponderada por las funciones W_b (BS 6472:2008) o W_g (ISO 10137:2007) de la Figura 1.

Una de las ventajas del parámetro VDV, es que provee resultados más confiables respecto de la percepción humana a las vibraciones y es sensible a los peak de vibración (Griffin, 2007). Además es robusto y acumula la señal vibratoria, es decir, su valor aumenta mientras más dure la vibración, en comparación a los indicadores RMS y r.m.q (Setareh, 2010) .

La Tabla 1 resume los límites de aceptabilidad de la exposición de las vibraciones en personas, en términos de la probabilidad de que surjan comentarios adversos, en función al parámetro VDV, para un ambiente residencial.

Tabla 1. Rangos de VDV ($m/s^{1.75}$) que podrían dar lugar a diversas probabilidades de molestias o reclamos, en estructuras residenciales (BS 6841:2008 e ISO 10137:2007) (Elaboración Propia).

Lugar	Baja probabilidad de comentarios adversos	Posibles comentarios adversos	Alta probabilidad comentarios adversos	Norma
Residencias 16 Horas Día	0.2-0.4	0.4-0.8	0.8-1.6	BS 6841 y ISO 10137
Residencias 8 Horas Noche	0.1-0.2	0.2-0.4	0.4-0.8	BS 6841
Residencias 8 Horas Noche	0.13	0.26	0.51	ISO 10137

Los comentarios adversos mostrados en la Tabla 1, surgen cuando los valores de la señal vibratoria están por sobre los umbrales de percepción de las personas. Los comentarios adversos representan la respuesta humana a las vibraciones y engloban los efectos de molestias, miedos o daños, interferencia con actividades e interferencia con el sueño.

Los límites de aceptabilidad de vibraciones para residencias de la tabla anterior, dependen del valor de dosis vibración total de una una jornada de medición (día o noche), ponderada ya sea por las funciones W_b o W_g , es decir $VDV_{día/noche,w}$.

De acuerdo a las expresiones 1 y 2 de la norma BS 6472:2008. El valor de evaluación de una jornada, para condiciones de vibración constantes o regularmente repetidas, se calculará a partir de un solo valor representativo de duración τ segundos. Si el valor dosis vibración es $VDV_{w,\tau}$ entonces el valor total de dosis vibración para el día, $VDV_{w,día}$, estará dada por la siguiente ecuación:

$$VDV_{día,w} = \left(\frac{t_{día}}{t_t}\right)^{0.25} VDV_{w,\tau} \tag{Ec. 2}$$

Donde: $t_{día}$ es la duración de la exposición de la vibración para el día en segundos.

Si durante cualquier periodo de evaluación, hay un total de N periodos de varias duraciones t_n , cada una con un valor dosis vibración VDV_{w,t_n} , entonces el valor dosis vibración para el día o noche se define mediante la siguiente expresión.

$$VDV_{día/noche,w} = \left(\frac{t_{día/noche}}{t_t} \right)^{0.25} VDV_{w,tn} \quad \text{Ec. 3}$$

La Figura 1, ilustra las funciones ponderadoras del campo de la frecuencia, llamadas función W_b incluida en la norma BS 6472:2008 y función W_g incluida en la norma ISO 10137:2007, para el procesamiento de las aceleraciones verticales y la obtención de la aceleración ponderada $a(t)_w$ del parámetro VDV.

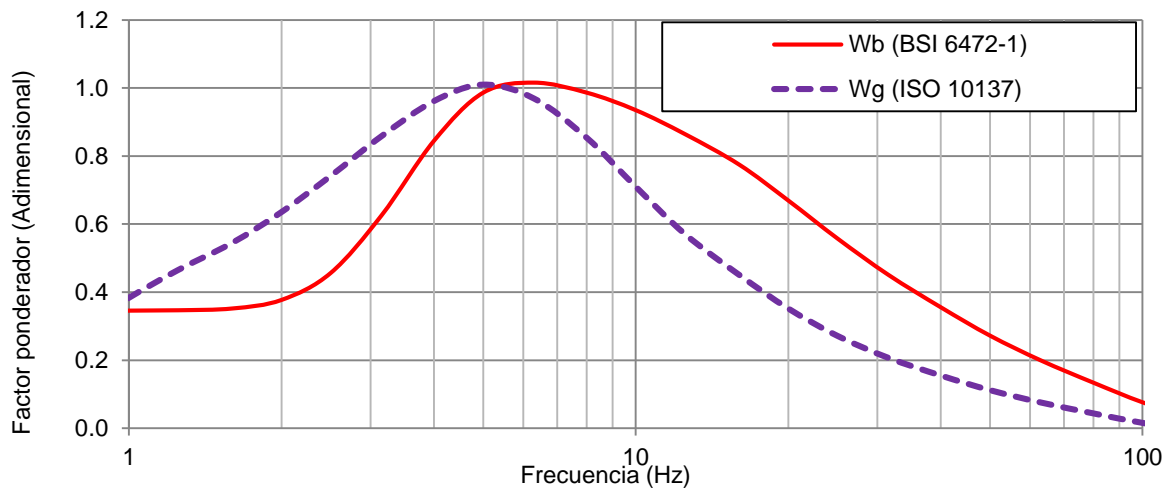


Figura 1. Funciones ponderadoras de la frecuencia (Elaboración Propia).

Las funciones ponderadoras W_b y W_g representan el umbral de percepción de vibraciones de una población de personas en particular, ya sea expuestas de pie, sentadas o recostadas y se obtienen en condiciones de laboratorio (Griffin 2008). La función W_g demuestra sensibilidad en un rango de frecuencia entre 3.15-8.0 Hz. Esta función no tiene un origen claro, pero ha influido en estudios de incomodidad de vibraciones suficientemente grandes como para causar daños físicos. La función W_b representa mayor sensibilidad entre los 4 Hz y 12.5 Hz. Esta función fue definida para predecir la incomodidad de vibraciones verticales en conductores y provee mejores resultados que el ponderador W_g (Griffin, 2007). En cambio, la función W_d es utilizada para evaluar las vibraciones en la dirección horizontal (BS 6472:2008) y es sensible en torno a una frecuencia de 1 Hz.

2.3 Modelo numérico utilizado en el análisis dinámico de pisos.

El modelo numérico que se emplea en el análisis dinámico de sistemas lineales, con el fin de predecir variables como la aceleración debido al caminar de personas, está definido por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de segundo.

$$[M]\ddot{u}(t) + [C]\dot{u}(t) + [K]u(t) = r(t) \quad \text{Ec. 4}$$

Las ecuaciones de equilibrio dinámico rigen el movimiento de un sistema lineal elástico y han sido formuladas a partir de la segunda ley de Newton, que establece que un cuerpo de masa constante es acelerado producto de la acción de una fuerza neta distinta de cero. Los parámetros físicos que conforman el modelo son la masa $[M]$, el amortiguamiento $[C]$ y la rigidez $[K]$, definidos en términos matriciales, estas matrices son simétricas y positivas. Las variables de estado o magnitudes físicas que caracterizan el estado del sistema en equilibrio son la aceleración \ddot{u} , la velocidad \dot{u} y el desplazamiento u (definidas en vectores).

Las fuerzas del modelo numérico, definidas en términos matemáticos son las fuerzas de inercia $f_I = [M]\ddot{u}$ que se oponen a las aceleraciones y son proporcionales a la masa del sistema. Las fuerzas de amortiguación $f_D = [C]\dot{u}$, estas fuerzas representan las fuerzas de fricción entre elementos del piso que disminuyen la energía del movimiento, las fuerzas de amortiguamiento del modelo son del tipo viscosos, proporcionales a la velocidad del movimiento. Las fuerzas elásticas $f_S = [K]u$, surgen de la deformación de los materiales producto de las fuerzas externa, estas fuerzas son proporcionales a la rigidez del sistema. El vector de fuerza externa $r(t)$, corresponde a la fuerza excitadora y representa las cargas que inducen las personas al caminar.

Para resolver el sistema de ecuaciones de equilibrio dinámico, los ingenieros acuden al método de elementos finitos (MEF), el cual provee una solución numérica aproximada. El MEF consiste básicamente en representar el cuerpo o estructura (de condiciones de contorno y geométricas ya definidas), mediante subdominios y funciones de interpolación llamados elementos finitos (EF), unidos por nodos en los que se definen las variables de estado ($\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$ y $u(t)$), y grados de libertad que definen la deformada de la estructura. La exactitud de los resultados depende del refinamiento del modelo y del número de EF (Fish y Belytschko, 2007). Las matrices de masa $[M]$ y rigidez del sistema $[K]$, se definen a partir de un proceso de ensamblaje de las matrices de cada EF. Estas matrices incorporan las propiedades mecánicas y geométricas de los materiales como inercia, módulo de elasticidad, módulo de corte, coeficiente de Poisson, etc. La matriz de

amortiguamiento no es posible definirla en términos de geometría o módulo de elasticidad. Sin embargo un enfoque muy popular es asumir que $[C] = a_0[M] + a_1[K]$ es decir, es proporcional a la matriz de masa y a la matriz de rigidez, denominado amortiguamiento de Rayleigh.

Los EF más usados en la modelación de pisos de madera son las barras (Frame) de dos nodos, los EF cáscara (Shell) de cuatro nodos, los EF Sólido (Solid) de 8 nodos, los EF resortes (Link) de dos nodos y 6GDL que permiten condiciones de rigidez de las conexiones. Estas familias de elementos finitos se han incorporado en programas como (SAP2000, LUSAS, ABACUS).

El método de elementos finitos ha sido utilizado para predecir propiedades modales y respuestas de estructuras reales. Por ejemplo, Weckendorf (2009) predijo frecuencias naturales de pisos de madera, resultando una diferencias del orden de 7.63% con datos experimentales. Glisovic y Stevanovic (2010), realizaron modelos predictivos de pisos de madera aserrada en SAP2000, evaluando el desempeño dinámico versus factores como la separación de vigas, escuadría, rigidez de la placa de revestimiento y separación de clavado. Xiong, et al (2012), realizaron una modelación numérica de una estructura de piso de un centro educacional en condiciones de uso, y determinaron la capacidad de servicio dinámico versus el tránsito de alumnos, variado el peso de los ocupantes y la razón de amortiguamiento del sistema.

2.4 Técnicas de modelación de cargas dinámicas inducidas por caminatas.

Las cargas dinámicas inducidas por caminatas están compuestas por el aporte sucesivo de fuerzas de pisadas, y se pueden modelar numéricamente mediante el método de elementos finitos como cargas periódicas o como cargas impulsivas. Las características de las fuerzas de pisada cambian de una actividad a otra y son de naturaleza aleatoria (ej. caminar, correr, aeróbica, etc). Las variables principales a considerar en la modelación de pisadas son, el peso del caminante y la frecuencia de pasos (cantidad de pisadas realizadas en un tiempo determinado). La fuerza de una pisada posee componentes en las direcciones horizontal y vertical, siendo el componente vertical, el de mayor interés en el análisis de pisos.

Las personas caminan a frecuencias de paso entre 1.7-3.2 Hz (Glisovic et al 2010). Se ha estimado que la frecuencia de pasos promedio de chilenos es 1.8Hz aproximadamente (Sepúlveda, 2012 y Ríos, 2013).

La Figura 2, ilustra perfiles de fuerza vertical de una pisada y sus formas de modelado numérico en el tiempo. El perfil de fuerza se caracteriza por tener una forma de dos máximos, el primer máximo es generado por el impacto del pie con el suelo y el segundo por el levantamiento del pie del suelo.

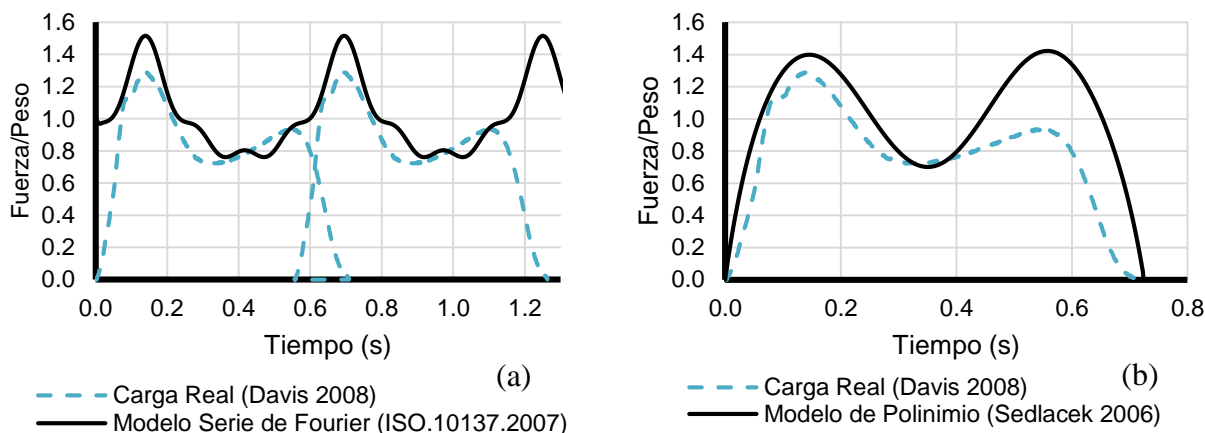


Figura 2. Comparación de modelos reales y modelos numéricos de la fuerza vertical de pisada (Elaboración Propia).

Existen ecuaciones que permiten modelar las fuerzas de pisadas en función del tiempo. Una forma es mediante series de Fourier (ver Figura 2.a), del cual se extrae una carga periódica, cuyos armónicos dependen de la variable frecuencia de pasos (ISO 10137:2007, SCI 2009). Otro enfoque de modelación de pisadas es mediante funciones de polinomios (ver Figura 2.b), que dependen de la variable frecuencia de pasos, sexo y tipo de calzado del caminante (Sedlacek, et al 2006), con este procedimiento se obtiene una función tiempo-historia del tipo impulsivo.

Las cargas dinámicas de caminatas pueden generar dos tipos de respuesta. Una respuesta resonante o una respuesta del tipo impulsiva (véase Figura. B-2 del Anexo B). La resonancia se provoca en pisos de baja frecuencia, es decir, en pisos cuya frecuencia natural es menor a los 8 Hz. Este fenómeno se caracteriza por el aumento gradual y temporal de la respuesta estructural, cuando una persona transita a una frecuencia de pasos f_p similar a la frecuencia natural del sistema f_n . En cambio, en pisos de alta frecuencia, es decir, en pisos cuya frecuencia natural es mayor a 10 Hz, se genera una respuesta impulsiva, se caracteriza por aumentos o “peak de respuesta” que decaen rápidamente debido al amortiguamiento (Hu et al, 2006).

3 PISOS DE MADERA EN ESTUDIO.

En este apartado se describe la tipología constructiva de los pisos en estudio y los modelos numéricos empleados para la determinación de vibraciones debido al caminar de personas.

3.1 Tipología constructiva de pisos de madera.

Los pisos en estudio se basaron en configuraciones recomendadas por el Manual Arauco denominados pisos tradicionales de madera, este componente es el más utilizado en la construcción de viviendas en Chile, debido a la asequibilidad de sus materiales y a la facilidad de armado.

La Figura 4, ilustra la tipología constructiva de los modelos estudiados. Los elementos que componen los diseños de piso son el entramado de vigas y cadenetas de pino radiata, el revestimiento de terciado estructural, y los conectores metálicos como clavos o tornillos.

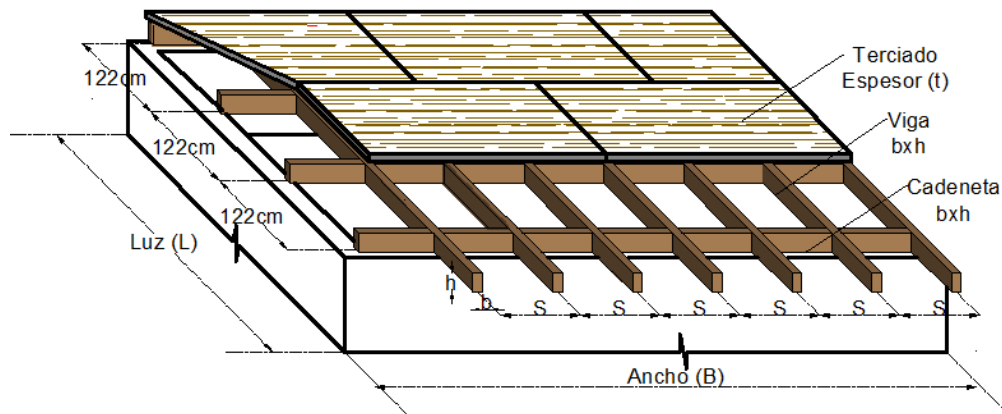


Figura 3. Configuración constructiva de piso de Madera (Elaboración Propia).

La Tabla 2 resume las características y dimensiones de los diseños de piso en estudio, la separación de vigas, la escuadría, y el grado estructural de la madera y espesor del tablero estructural.

Los diseños propuestos por el Manual Arauco están calculados bajo las siguientes condiciones:

- Para cargas de peso propio (PP) no mayor que 0.6kN/m^2
- Para cargas de uso (SC) no superiores a 1.5kN/m^2
- Deformación máxima limitada por la razón entre Luz/300 debido a la combinación de cargas de PP y SC.
- Deformación máxima limitada por la razón entre Luz/360 debido a la acción exclusiva de Sobrecarga de uso.

Tabla 2. Descripción de estructuras de piso tradicional de madera (Elaboración Propia)

SEPARACIÓN, S(cm):	31	41	51	61	
ESCUADRÍA (*) bxh (mm)	GRADO	DIMENSIONES DE LOS MODELOS DE PISO (Luz x ancho)			
2x10" (41x230)	G2	(1)-469x496	(2)-408x410	(3)-366x417	(4)-335x366
2x8" (41x185)	G2	(5)-386x496	(6)-335x410	(7)-301x408	(8)-275x366
2x8" (41x185)	C16	(9)-408x496	(10)-372x410	(11)-346x408	(12)-323x366
2x8" (41x185)	C24	(13)-443x496	(14)-411x410	(15)-382x408	(16)-360x366
2x6" (41x138)	G2	(17)-296x496	(18)-258x410	(19)-231x408	(20)-211 x366
2x6" (41x138)	C16	(21)-305x310	(22)-277x410	(23)-258x408	(24)-241x366
2x6" (41x138)	C24	(25)-337x496	(26)-307x410	(27)-285x408	(28)-269x366

(*) **ESCUADRÍA DE VIGA:** b(Ancho) y h (Alto).
GRADO DE MADERA: Módulos de elasticidad G2= 8620Mpa, C24=10800Mpa, C16=8000Mpa.
ESPESOR DE TERCIADO (t): t=18mm sólo en diseños con S= 61cm y t=15mm para el resto de los diseños.

3.2 Estrategia de modelación de pisos de madera mediante elementos finitos.

En esta investigación se emplearon 28 modelos numéricos de pisos desarrollados en el programa de cálculo estructural SAP2000 para la simulación de caminatas de las personas y de la respuesta estructural de los modelos. En la Figura 4(a) se muestra como referencia una planta del modelo de piso en base al método del elemento finito (MEF). En la figura 4(b) se da a conocer en detalle la estrategia de modelación empleada.

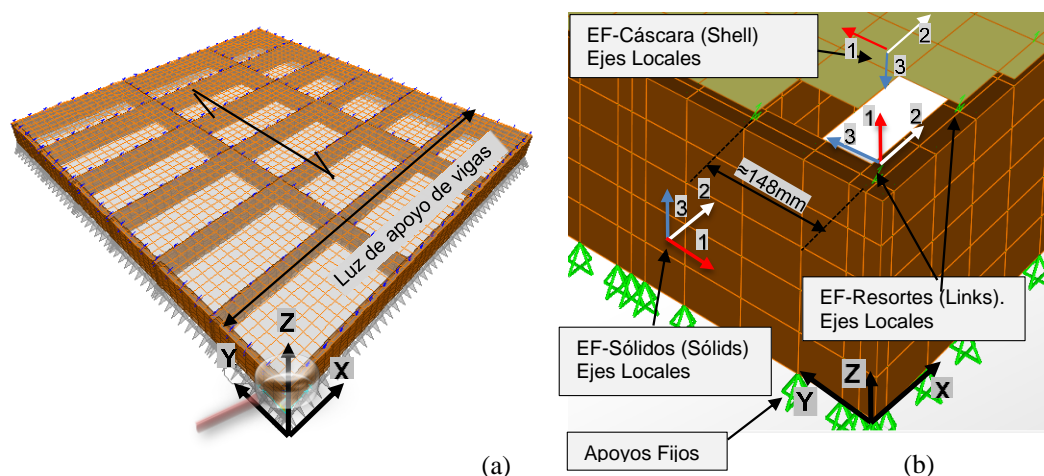


Figura 4. Modelo de piso de elementos finitos (a) Condiciones de contorno y (b) Estrategia de modelación (Elaboración Propia)

La estrategia de modelación de pisos de madera se basó en las recomendaciones de Glisovic y Stevanovic (2010). El revestimiento del modelo de piso se asumió unido de manera semirrígida a las vigas, de manera de producir un ensamble de acción compuesta, los que vibrarán en conjunto bajo las cargas dinámicas. La rigidez de los conectores controló el nivel de acción compuesta entre

vigas y revestimiento. En general, el revestimiento tiene diferentes propiedades elásticas en ambas direcciones (perpendicular y paralela a las vigas) y fue modelado como material ortótropo. Las propiedades del material de las vigas se consideraron isotrópicas.

Los conectores como clavos, se modelaron con elementos finitos lineales (link) que poseen rigidez al corte y a la rotación. Se asumió una relación de carga deformación del tipo lineal, dado que las vibraciones de pisos son pequeñas y solo afectan la serviciabilidad de la estructura. Los módulos de corrimiento de clavos, están basados en recomendaciones de Filiatrault y Foschi (1990), y en valores utilizados por Fuentealba (2014).

Las características físico-mecánicas de los materiales que componen un piso tradicional de madera se resumen en la Tabla 3. La dirección del valor de las propiedades mecánicas se ilustra en la Figura 4(b).

• **Tabla 3. Propiedades Físico-Mecánicas de los materiales de los modelos de piso (Elaboración Propia).**

ELEMENTO		VIGAS			PLACA		FIJACION
MATERIAL		PINO RADIATA			TERCIADO		CLAVOS
PROPIEDADES DIRECCIÓN		G2	C16	C24	t=15mm	t=18mm	
Módulo Elástico	MOE ₁ (MPa)	8620	8000	10800	6300	4870	-
Módulo Elástico	MOE ₂ (MPa)	8620	8000	10800	1800	1550	-
Módulo Elástico	MOE ₃ (MPa)	8620	8000	10800	341	441	-
Densidad	ρ (kg/m ³)	612	612	612	537	541	-
Poisson	ν ₁₂	0.35	0.35	0.35	0.42	0.42	-
Poisson	ν ₁₃	0.35	0.35	0.35	0.47	0.47	-
Poisson	ν ₂₃	0.35	0.35	0.35	0.37	0.37	-
Módulo Corte	G ₁₂ (Mpa)	3192	2962	4000	378	292	-
Módulo Corte	G ₁₃ (Mpa)	3192	2962	4000	113	88	-
Módulo Corte	G ₂₃ (Mpa)	3192	2962	4000	473	365	-
Rigidez Axial	k ₁ (N/mm)	-	-	-	-	-	441xE10
Rigidez Corte	k ₂ =k ₃ (N/mm)	-	-	-	-	-	441
Rigidez Giro	kr ₂ =kr ₃ (Nxm)	-	-	-	-	-	60

Las vigas y cadenas se modelaron con EF de 8 nudos llamados (Solids), el revestimiento rígido o terciado se modeló con EF de 4 nudos (Shell) y los clavos con conectores lineales de 2 nudos (Links). Las vigas se distribuyeron en dirección del eje Y a una separación y luz de apoyo correspondiente al diseño de piso (ver Tabla 2). Las cadenas se distribuyeron en dirección del eje Y, separadas cada 120 cm aproximadamente una de la otra. Las condiciones de restricción de los modelos consistieron en el uso de apoyos fijos a lo largo de los cuatro bordes externos del modelo. Cada elemento finito posee 6 grados de libertad en cada nodo, 3 desplazamientos (u_x , u_y , u_z) y 3 rotaciones (ϕ_x , ϕ_y , ϕ_z).

La discretización de las vigas y cadenas de los modelos permitió ensamblar todos los elementos finitos utilizados. Se formaron elementos de viga de dimensiones 20.5x74x46 mm (ancho x largo x alto). Los elementos de intersección de las vigas y cadenas, tuvieron dimensiones de 20.5x20.5x46 mm (ancho x largo x alto). Los elementos finitos de revestimiento tuvieron dimensiones de 75x75 mm aproximadamente. Cada elemento finito de conector tuvo un largo igual a la mitad del espesor del revestimiento.

4 DESARROLLO.

A continuación se da a conocer el procedimiento aplicado al desarrollo de esta investigación, ver Figura 5. Este procedimiento se aplicó a cada modelo de piso.



Figura 5. Procedimiento de Análisis aplicado a los Sistemas de Pisos en Estudio (Elaboración Propia).

- La primera etapa consistió en la modelación de cargas dinámicas de caminata en el programa SAP2000.
- Luego, mediante el análisis numérico tiempo-historia modal, se pudo simular la respuesta estructural debido a cargas de caminata.
- Se obtuvo un registro de 18 acelerogramas que fueron registrados en formato Excel. Estas aceleraciones se obtuvieron del centro del modelo, que es el lugar de medición más desfavorable. Posteriormente, se procesaron estos registros en un programa en Matlab y se calcularon los indicadores de desempeño VDV que representan las dosis vibratorias máximas del piso.

- Con los indicadores VDV, se pudo evaluar el desempeño vibratorio del modelo de piso, mediante los estándares BS 6472:2008 e ISO 10137:2007.

4.1 Definición de los eventos de caminatas.

Para calcular los indicadores de desempeño (VDV), es necesario conocer las aceleraciones verticales que surgen de los eventos de caminata de uso diario (ver Ec. 1). Como recomendación es necesario tener un mínimo de 15 mediciones o registros de aceleración Ellis (2001). En este estudio se definieron 18 eventos de caminata. Los eventos se establecieron en base a las variables peso del caminante y frecuencia de pisadas. En otros términos, los casos de carga dinámica corresponden a 3 individuos de distintos pesos (58 kg, 72 kg y 86 kg), caminando a 6 frecuencias de pasos (en un rango entre 1.58 Hz y 2.0 Hz), ver Tabla 4.

Tabla 4. Matriz de casos de carga dinámica (Elaboración Propia).

Peso del caminante (kg)	"Frecuencia de pasos f_p (Hz)"					
	1.58	1.67	1.75	1.83	1.92	2.0
58	#1	#2	#3	#4	#5	#6
72	#7	#8	#9	#10	#11	#12
86	#13	#14	#15	#16	#17	#18

Los pesos y frecuencia de pasos utilizados en el estudio (Tabla 4.), corresponden a valores representativos de individuos chilenos. El peso promedio de chilenos es 72kg, con una desviación estándar de 14kg (MINSAL, 2010). De acuerdo a Sepúlveda (2012) y Ríos (2013), la frecuencia de pasos promedio es 1.8Hz con una desviación estándar de 0.2Hz aproximadamente.

4.2 Estrategia de Modelación de las cargas de caminata.

En este apartado, se describe la estrategia de modelación de los eventos de caminata en SAP2000, también se da a conocer los datos de entrada ingresados para la definición de los eventos.

Las cargas de caminata son de naturaleza aleatoria, y varían en el tiempo y en el espacio. La distribución espacial de pisadas en un piso depende del largo de la zancada, de la trayectoria de caminata, entre otras variables. En cambio el tiempo de aplicación de las pisadas depende de la frecuencia de pasos principalmente. Por lo tanto, para simular el tránsito de un individuo sobre una estructura de piso fue necesario simplificar el problema.

En la Figura 6 (a) se muestra la estrategia de modelación de un evento de caminata en el programa SAP2000. Esto consistió en la aplicación de cargas puntuales de pisada P_i , en la dirección Z a lo largo del eje Y, estas cargas se aplicaron a un tiempo determinado at_i y en posiciones y nodos

específicos del modelo. Las cargas P_i se separaron cada 70cm con la finalidad de simular el largo de zancada. Cada evento de caminata consideró un recorrido de ida y vuelta por el centro del modelo. Se optó por esta ruta de análisis, dado que los modelos en el eje Y son de mayor dimensión, por lo que un mayor número de cargas se pueden aplicar en el análisis obteniéndose resultados mucho más conservadores.

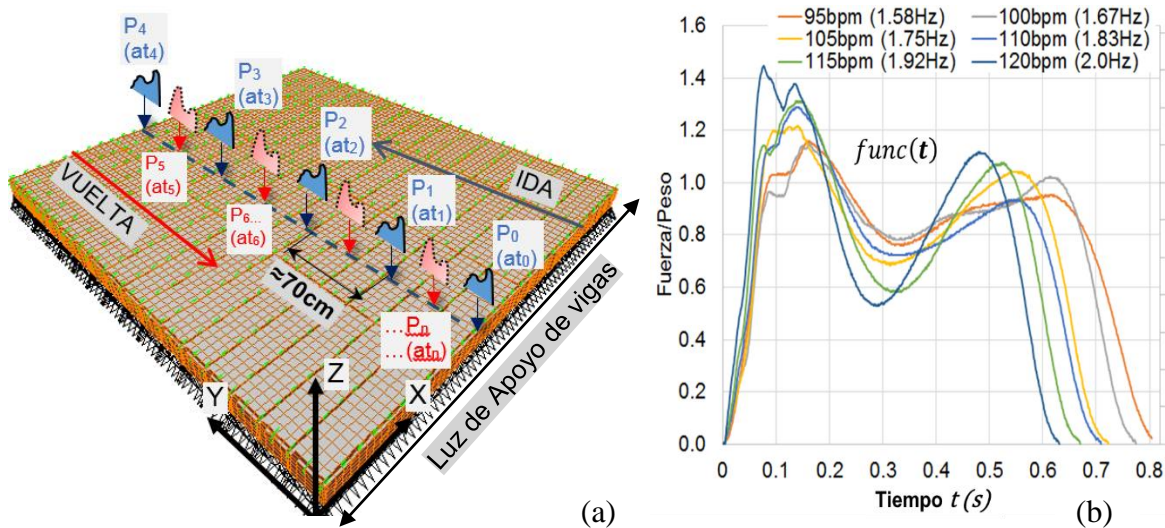


Figura 6. (a) Estrategia de modelación de fuerzas de pisada, (b) funciones normalizadas tiempo-historia de fuerzas de una pisada vs f_p (Hz). (Elaboración Propia).

En la Figura 6(b) se ilustran las funciones de cargas pisadas $func(t)$ utilizadas en la modelación de caminatas. Estas fuerzas están discretizadas en intervalos de tiempo de 0.001 segundos y están normalizadas por el peso del caminante. Estos perfiles de fuerza fueron recomendados por el autor Davis (2008), que obtuvo de la medición en condiciones de laboratorio.

En la Figura 7, se dan a conocer los datos necesarios para la definición de las cargas de caminata en el programa SAP2000. Las fuerzas “Load Name” corresponden a las fuerzas puntuales (P_i), a cada una se le asoció una función o “Function” que está en el dominio del tiempo, esta función representa el perfil de carga de una pisada o $func(t)$, ver Figura 6(b).

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor	Time Factor	Arrival Time	Coord Sys	Angle
Load Patti	P0	120bpm	706.32	1.	0.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P0	120bpm	706.32	1.	0.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P1	120bpm	706.32	1.	0.5	GLOBAL	0.
Load Pattern	P2	120bpm	706.32	1.	1.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P3	120bpm	706.32	1.	1.5	GLOBAL	0.
Load Pattern	P4	120bpm	706.32	1.	2.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P1_1	120bpm	706.32	1.	2.5	GLOBAL	0.

Figura 7. Entrada de datos para la definición de fuerzas tiempo-historia en SAP2000.

El dato Scale factor que se muestra en la Figura 7, determina el peso del caminante (Sf) y la variable “Arrival time” el tiempo de llegada o tiempo de aplicación de carga (at_i).

El tiempo de llegada “Arrival time”, estuvo en función de la frecuencia de pasos f_p . y del número de la pisada n , es decir, $at_n = n/f_p$.

Por ejemplo, para la simulación de cargas del caso #12, es decir a una $f_p=120\text{bpm}$ (2.0 Hz) y peso de 72kg. Las pisadas fueron aplicadas con los datos mostrados en la Figura 7.

En términos matemáticos, las cargas de caminatas $r(t)$ se definen a partir de un vector espacial de fuerzas puntuales p_i que no dependen del tiempo. Multiplicada por funciones temporales $f_i(t)$:

$$r(t) = \sum_i f_i(t)p_i \tag{Ec. 5}$$

El vector espacial de fuerzas representa las pisadas de caminata, en la dirección vertical.

Las funciones temporales $f_i(t)$ representan los perfiles de fuerzas de pisadas. Estas dependerán del peso del caminante Sf y de una función de carga normalizada $func(t)$.

4.3 Análisis dinámico tiempo historia.

Para calcular la aceleración en el tiempo $a(t) = \ddot{u}(t)$ en el programa SAP2000, se acudió al método de solución tiempo historia modal. Este método computacional aproxima la respuesta dinámica de sistemas lineales $\ddot{u}(t)$, mediante la utilización de las propiedades modales (ϕ_n y $\ddot{q}(t)_n$)

$$\ddot{u}(t) = \Phi \ddot{q}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \ddot{q}(t)_n \tag{Ec. 6}$$

Los autovalores ϕ_n representan los modos de vibrar. Un modelo tiene tantos modos de vibrar como grados de libertad posea. Estos vectores definen la forma que adquiere el modelo computacional

en condiciones de vibración libre. En otras palabras, una señal de vibración de un modelo de N grados de libertad se puede aproximar a la suma de las amplitudes modales definidas por las funciones $\ddot{q}(t)_n$.

Las funciones del tiempo $\ddot{q}(t)_n$ determinan las amplitudes modales y se obtienen resolviendo las ecuaciones de equilibrio modal.

$$\ddot{q}(t)_n + 2\xi_n\omega_n\dot{q}(t)_n + \omega_n^2q(t)_n = R(t) \quad \text{Ec. 7}$$

Estas ecuaciones independientes se obtienen de un proceso de transformación de las ecuaciones de equilibrio dinámico Ec. 4. Donde las variables principales son las frecuencias naturales ω_n y las razones de amortiguamiento modal ξ_n .

Las propiedades modales ϕ_n y ω_n dependen de la Masa M y rigidez K del sistema y se calculan resolviendo la ecuación característica (ver Anexo A). Las variables de M y K del sistema, están en función de las rigideces y masas de las familias de elementos finitos utilizados.

Las razones de amortiguamiento ξ_n son datos que se obtienen de mediciones experimentales y representan la tasa de decaimiento de la respuesta vibratoria en el tiempo. Los valores de ξ_n para pisos de madera están en un rango típico entre 1.5-4% (ISO 10137:2007), ver Tabla. A-1 del Anexo A.

Para resolver las ecuaciones de equilibrio modal, el programa SAP2000 utilizó un método numérico de pasos de tiempo basado en la interpolación de la excitación. Cada ecuación de equilibrio modal se resolvió en un intervalo de tiempo Δt .

El programa SAP2000 interpola la excitación modal $R(t)$, mediante una función de tipo polinomio en un intervalo de tiempo incremental pequeño Δt . Según (Wilson, 2000), el método de solución utilizado por SAP2000, es un método económico y exacto para resolver la ecuación de equilibrio modal en programas computacionales.

4.4 Supuestos y parámetros modales utilizados en el análisis dinámico.

La Tabla 5 resume los parámetros que fueron empleados en el análisis dinámico historia tiempo en el programa SAP2000. Estos valores se utilizaron en todos los modelos y no variaron en el análisis.

Tabla 5. Parámetros utilizados en el análisis dinámico para los 28 modelos en SAP2000.

Parámetro	Valor
Tipo de análisis dinámico	Lineal-Modal
Tipo de movimiento tiempo-historia	Transitorio.
Condiciones iniciales	Reposo
Tiempo total de análisis	9.5 segundos
Intervalo de tiempo	0.001 segundos
Número de pasos de salida	9500
Número de modos de vibrar	50 modos
Amortiguamiento modal ξ	3%
Masa del sistema	PP+30%SC

Los supuestos considerados en el análisis modal se enumeran a continuación.

- Se asumió que las deformaciones producto del caminar de personas son pequeñas, y ocurren dentro del rango elástico-lineal de deformación de los materiales del piso.
- Se consideró que las cargas de pisadas ocurren como un evento único en el tiempo. Por lo tanto el análisis considerado fue del tipo transitorio.
- Las condiciones iniciales de análisis dinámico fueron nulas, es decir que el análisis partió desde el reposo.
- Las ecuaciones del movimiento se analizaron en un tiempo de 9.5 segundos, asumiendo que los eventos de caminata y las vibraciones no superan esta duración.
- El intervalo de tiempo elegido fue de 0.001 segundos. Este valor fue menor a lo recomendado por SAP 2000 considerando el período fundamental T_n sobre pi (π), es decir ($\Delta t < T_n/\pi$). Este valor significa que el programa resolvió las ecuaciones de equilibrio dinámico en intervalos de tiempo de 0.001 segundos.
- Se consideraron 50 modos de vibrar, los que fueron suficientes para estimar la respuesta vibratoria, este parámetro se en comparación a un número mayor de modos de vibrar (ver Figura. B-8 del Anexo B).
- La masa del sistema se definió como una combinación cuasi-estática de cargas de peso propio y un 30% de la sobrecarga de uso. El valor del 30% de la sobrecarga, es una

especificación presente en normas de Finlandia y Austria para el análisis de estructuras de piso de uso residencial (Zhang, et al., 2013).

- La sobrecarga de uso aplicada en el modelo fue de magnitud 150 kg/m² (según la ordenanza chilena de vivienda y urbanismo de Chile) y el peso propio del sistema depende de las densidades de los materiales (ver Tabla 3).
- Para el análisis dinámico se utilizó una razón de amortiguamiento viscoso ξ de valor igual a 3%. Este valor se utilizó en todos los modos de vibrar, y para todos los modelos de piso. El valor de ξ se obtuvo del rango de valores de ξ (1.5-4 %) recomendado por la norma ISO 10137:2007.

4.5 Cálculo de los indicadores de desempeño dinámico VDV.

- Luego de la obtención de las aceleraciones verticales tiempo-historia de cada caso de análisis y de cada modelo, se procesaron en un programa en Matlab por las funciones de la frecuencia W_b y W_g (ver Figura 1) para obtener las aceleraciones ponderadas $a_{n,W_b}(t)$ y $a_{n,W_b}(t)$.
- El proceso de ponderación de las aceleraciones consistió básicamente en transformar las n señales de aceleración (18 registros en total) del dominio del tiempo $a_n(t)$ al dominio de la frecuencia $a_n(f)$, mediante la transformada de Fourier. Luego, las aceleraciones $a_{n,W_b}(f)$ y $a_{n,W_g}(f)$ se transformaron al dominio del tiempo con la transformada inversa de Fourier, obteniéndose las aceleraciones ponderadas para cada caso $a_{n,W_b}(t)$ y $a_{n,W_b}(t)$.
- Los indicadores de desempeño para cada evento $VDV_{n,(W)}$ se calcularon utilizando la siguiente expresión:

$$VDV_{n,W} = \left(\frac{1}{f} \sum_{i=1}^{k=9500} a_{i,(W)}^4 \right)^{1/4} \quad \text{Ec. 8}$$

Donde:

- $VDV_{n,W}$: es el valor dosis de vibración de una jornada, del n-ésimo evento, ponderado ya sea por las funciones W_b o W_g , en unidades (m/s^{1.75}).
- f : es la frecuencia de muestreo (de valor 1000)
- $a_{i,(W)}$: es el valor de la aceleración ponderada, del i-ésimo tiempo en unidades (m/s²).

4.5.1 Criterio de evaluación del desempeño vibratorio de los pisos en estudio.

Para evaluar el nivel de desempeño vibratorio de los pisos de madera estudiados, se definieron tres grados (Satisfactorio, Regular, Insatisfactorio), en función al valor $VDV_{día,W}$ y a la probabilidad de comentarios adversos o molestias, para un escenario de evaluación día (16 Hrs).

✓ **Desempeño Satisfactorio:**

Predicción de Baja probabilidad de comentarios adversos, es decir: $VDV_{día,W} < 0.4 \text{ m/s}^{1.75}$

✓ **Desempeño Regular:**

Predicción de Posibles comentarios adversos, es decir: $0.4 < VDV_{día,W} < 0.8 \text{ m/s}^{1.75}$

✓ **Desempeño Insatisfactorio**

Predicción de Alta probabilidad de comentarios adversos, es decir: $VDV_{día,(W)} > 0.8 \text{ m/s}^{1.75}$.

Para calcular el valor del indicador de desempeño para una jornada de evaluación $VDV_{día,W}$, se recurrió al método recomendado por Ellis (2001), el cual requiere el cálculo de un valor representativo denominado VDV_r que se supone que refleja la misma probabilidad de ocurrencia de los eventos de caminata a lo largo de una jornada y no se enfoca en un valor máximo de respuesta.

$$VDV_r = \sqrt[4]{\frac{\sum_{n=1}^{18} VDV_{n,(w)}^4}{18 * VDV_{w,max}^4}} * VDV_{w,max} \quad \text{Ec. 9}$$

- El valor representativo VDV_r , depende del valor máximo de la medición o $VDV_{w,max}$, de los resultados de cada evento ($VDV_{n,(w)}$) y del número de mediciones (en total se midieron 18 valores)

Sin embargo, para obtener el valor de una jornada de evaluación $VDV_{día,W}$, hay que considerar el número de ocurrencias durante el día (P) del valor representativo VDV_r de la jornada de evaluación.

$$VDV_{día,W} = \sqrt[4]{\frac{t_{día}}{t_t}} * VDV_r = \sqrt[4]{P} * VDV_r = \sqrt[4]{32} * VDV_r \quad \text{Ec. 10}$$

- En esta investigación, se asumió un numero de repeticiones $P=32$, que significa que el valor representativo de vibración VDV_r se repite cada media hora. Según Ellis (2001), esta frecuencia

de repetición corresponde a un escenario de servicio tranquilo y es lógico para la evaluación de un ambiente residencial.

- Para una jornada de 16 Hrs de evaluación, el valor de P (Ec. 10) se calculó a partir de una duración de caminata $t_t = 6.6$ segundos y una duración de exposición de vibración $t_{día} = 2 * 16 * 6.6 = 211$ segundos.
- La duración de caminata t_t , se obtuvo del promedio del tiempo de duración del registro de aceleraciones.

4.5.2 Procedimiento aplicado al Análisis de resultados.

Con la finalidad de comparar los resultados de evaluación del desempeño vibratorio de las normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007 con las recomendaciones de diseño de las normas EC5 y Nch1198, se definieron los siguientes ratios. Cuando el ratio es menor a la unidad, significa que el diseño cumple con las exigencias de las normas.

- Ratio 1: Se calculó esta razón en función al indicador $VDV_{día,(W)}$ versus el límite de baja probabilidad de reclamos según BS 6472:2008, es decir:

$$R1 = VDV_{Wb,día}/0.4 \quad \text{Ec. 11}$$

- Ratio 2: Se calculó esta razón en función al indicador $VDV_{día,(W)}$ versus el límite de baja probabilidad de reclamos según ISO 10137:2007, es decir:

$$R2 = VDV_{Wg,día}/0.4 \quad \text{Ec. 12}$$

- Ratio 3: Se calculó esta razón en función a la deflexión central w (mm), que resulta de la aplicación de una carga puntual versus el estado límite estático máximo (0.5k) propuesto por el Eurocódigo 5. El factor de incremento k depende de la luz de apoyo de vigas y toma un valor entre 1 y 2.4. Los valores se obtuvieron de la Figura. B-1 del Anexo B.

$$R3 = w/0.5k \quad \text{Ec. 13}$$

- Ratio 4: Se calculó esta razón en función a la frecuencia natural del sistema de piso, versus 9 Hz, que es frecuencia natural mínima f_n exigida por el Eurocódigo 5 del anexo Finés, según Zhang et al (2013), es decir:

$$R4 = f_n/9 \quad \text{Ec. 14}$$

- Ratio 5: Se calculó este valor en función a la deflexión central producto de la acción de peso propio y sobrecarga de uso, con el límite máximo admisible ($L/300$) definido por la norma Nch1198 of 2006.

$$R5 = \Delta_{pp+sc}/(L/300) \tag{Ec. 15}$$

5 RESULTADOS

En este capítulo se da a conocer los resultados obtenidos en este estudio. Las cualidades de los acelerogramas obtenidos y los valores de los indicadores.

5.1 Historial de aceleraciones.

Mediante análisis dinámico tiempo historia modal, se calcularon 18 historiales de aceleración-tiempo para cada modelo de piso que, luego fueron ponderadas para el cálculo de los indicadores de desempeño.

Los acelerogramas obtenidos para la evaluación del desempeño vibratorio corresponden a mediciones ubicadas en el centro del modelo y en la dirección vertical (datos se adjuntan en los anexos digitales de esta investigación).

En la Figura 8, se ilustran los acelerogramas medidos del modelo N°21, para una razón de amortiguamiento modal del 3%, considerando los casos de carga para una masa corporal de 86 kg, caminando a frecuencias de pasos entre 1.58-2 Hz.

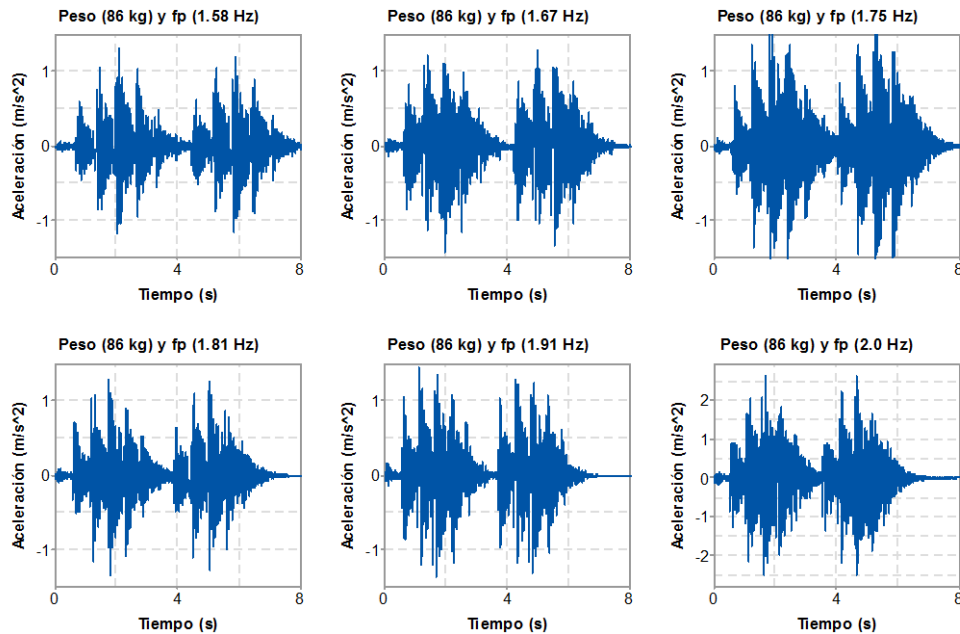


Figura 8. Historiales de aceleración del modelo N°21 (Elaboración Propia).

Estos acelerogramas, se caracterizaron por máximos que decaen rápidamente. Este tipo de respuesta se denomina “respuesta transitoria” y es característicos de pisos de alta frecuencia (Hu, et al., 2006). Los peak fueron marcados por el impacto de las pisadas y la disminución de la señal se debió al amortiguamiento. En los acelerogramas de la Figura 8, se pueden observar dos zonas, que corresponden al recorrido de ida y vuelta de la simulación de caminata. Estas cualidades se observaron en todos los acelerogramas de los modelos de pisos analizados.

5.2 Indicadores de desempeño (VDV).

Luego del procesamiento de los acelerogramas verticales de cada evento, $a_n(t)$, por las funciones ponderadoras W_b y W_g , se calcularon los indicadores de desempeño $VDV_{n(W)}$.

Los resultados de los indicadores VDV_n , de la figura 9, representan la magnitud de la severidad de las vibraciones (eventos de caminata), de las mediciones ubicadas en el centro del modelo. Se eligió este punto de medición, dado que se observaron resultados más conservadores, del orden de un 25% mayor que los datos obtenidos en un punto de medición ubicado a $1/4$ de la luz del modelo (ver Figura. D-6 del Anexo D).

La Figura 9(a), resume todos los datos de VDV_n , procesados por la función W_b (BS 6472:2008) y la Figura 9(b), resume los datos de VDV_n , procesados por la función W_g (ISO 10137:2007), estas figuras ilustran las gráficas de cajas compuestas por 28 valores del indicador VDV, los resultados se adjuntan en el Anexo D.

Las gráficas se ordenan en función a las variables: frecuencia de paso f_p (Hz), peso del caminante (kg). La media de los resultados de VDV se muestra con un punto negro, la mediana o segundo cuartil con una línea horizontal central, y los valores atípicos con un asterisco.

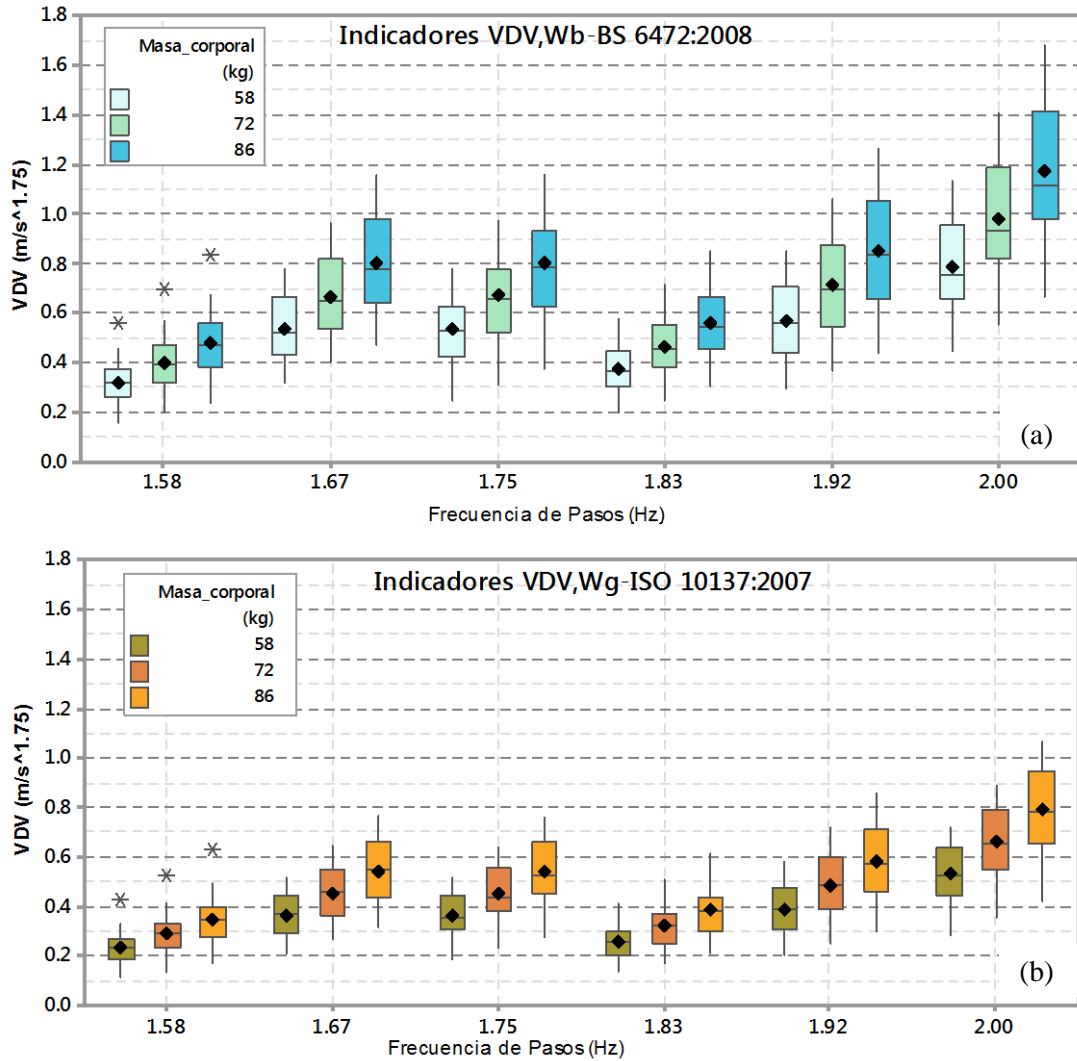


Figura 9. Resultados de indicadores de desempeño VDV de los casos de estudio agrupados según peso y frecuencia de pasos caminante (Elaboración Propia).

De las gráficas de caja de la Figura 9 se extrae lo siguiente:

- Se observó que los resultados del indicador VDV no variaron proporcionalmente con la variable frecuencia de pisadas (f_p). Esto se debería a que no todos los componentes de frecuencia de la carga dinámica generan los mismos niveles vibratorios, además, la longitud de pisadas del modelo de carga no varió en función a la frecuencia de caminata. Otra posible explicación es que las fuerzas de pisadas utilizadas en la modelación (Davis, 2008) corresponden a mediciones de fuerzas en una superficie sólida y no a mediciones de fuerzas en un piso de madera.

- En promedio, los eventos de mayor demanda fueron las caminatas a una frecuencia de pasos $f_p=2.0$ Hz y de peso 86 kg. Los eventos de menor demanda fueron las caminatas a una frecuencia de pasos de 1.58 Hz y de peso 58 kg (Figura 9).
- El peso del caminante, incidió proporcionalmente en los valores de VDV, es decir, al aumentar un 25% el peso del caminante (ej. de 72 a 86 kg), los resultados crecieron un 25% en promedio.
- Los indicadores VDV derivados de la norma BS 6472:2008, resultaron ser en promedio 47% mayores, que los indicadores VDV derivados de la norma ISO 10137:2007. Lo anterior se debe a que la función W_b (BS 6472:2008), representa los umbrales de percepción de personas más sensibles en comparación al ponderador W_g (ISO 10137:2007), por lo que las magnitudes de la señal de aceleración se atenuaron en menor grado, calculándose menores niveles de vibración.
- Los datos atípicos ilustrados por un asterisco corresponden al modelo #25, que fue el piso evaluado con los resultados más insatisfactorios de la evaluación del desempeño. Este dato está alejado de la media de resultados de evaluación de los pisos y se relaciona con los perfiles de fuerzas de pisadas a frecuencias de paso de 1.58 Hz. Sin embargo, este valor no influyó mayormente en los resultados de la evaluación del desempeño, ya que si se omiten, se calcula una diferencia menor del 3% en los resultados finales (ver tablas D-4 y D-6 del Anexo D).

6 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

6.1 Evaluación del desempeño vibratorio según Normas BS 6472 e ISO 10137.

En las gráficas de la Figura 10 se dan a conocer los resultados de la evaluación del desempeño vibratorio de los pisos, obtenidos en base a la ecuación 10 del capítulo 4.5.1. Estos resultados corresponden a un escenario de ocupación de baja demanda, para una jornada día (16Hrs).

Los resultados $VDV_{día,(W)}$ están ordenados según el tamaño de la escuadría (2x10", 2x8", 2x6"), la separación de vigas (31cm, 41cm, 51cm y 61cm) y el grado estructural de la madera (G2, C24 y C16) empleados en el diseño. También se muestran los tres niveles asociados a la evaluación del desempeño vibratorio. Para más detalle, los datos están tabulados en la Tabla. D-1 del Anexo D.

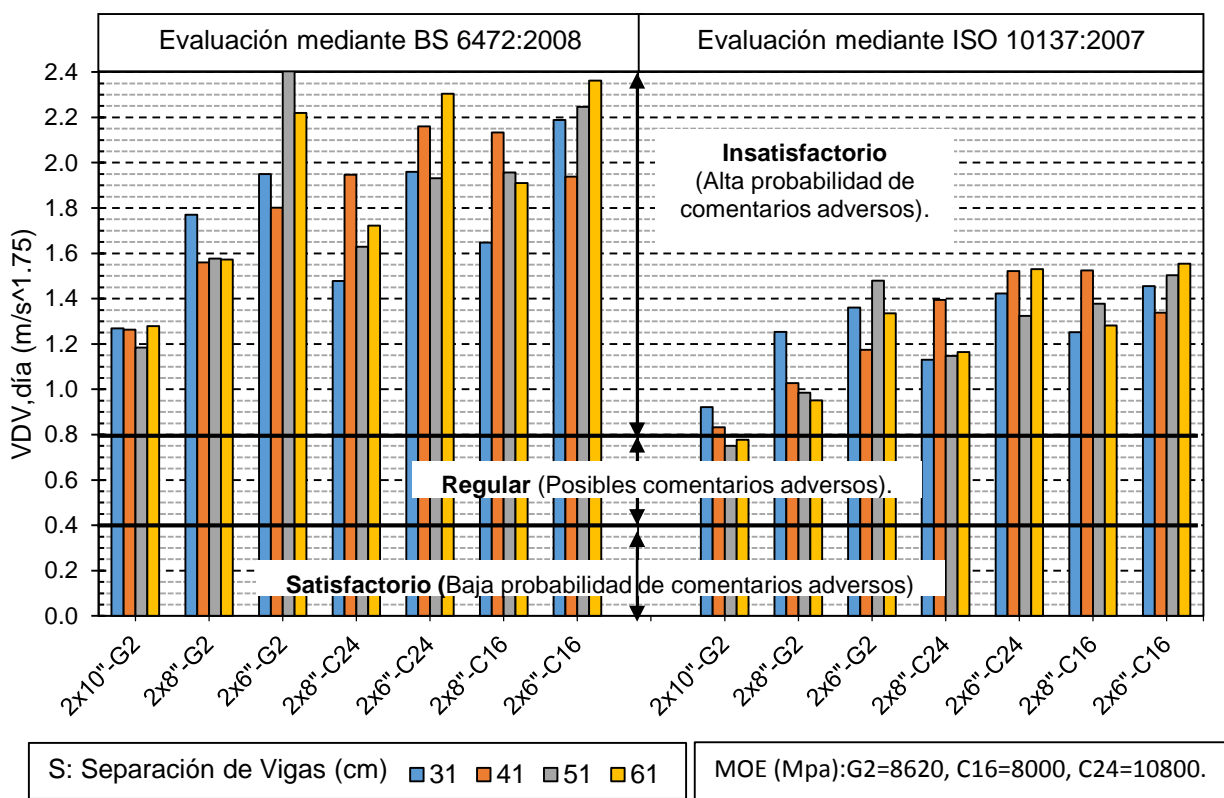


Figura 10. Evaluación y valoración de las vibraciones, VDV día (16Hrs) según Normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007 (Elaboración Propia).

De acuerdo al gráfico de la Figura 10, se infiere lo siguiente:

- Los resultados de la evaluación del desempeño vibratorio de los pisos fueron insatisfactorios. Las vibraciones inducidas por el caminar de personas (sobre estas estructuras de piso), generarán molestias en una alta tasa de probabilidad, ya que los valores VDV superaron al valor límite ($VDV_{día} = 0.4 \text{ m/s}^{1.75}$) en más del 100%.

- Solo dos modelos de piso (7%) se evaluaron con un desempeño vibratorio regular, según la norma ISO 10137:2007 (se estimaron probables comentarios adversos), estos fueron los modelos, N°3 (de escuadría 2x10", separación de vigas de 51 cm y grado estructural de madera G2) y N°4 (de escuadría 2x10" y separación de vigas de 61 cm y grado estructural de madera G2).
- El peor modelo de piso evaluado fue el de escuadría 2x6", grado estructural G2, separación de vigas de 51 cm y luz de apoyo de 231 cm (N°19).
- En promedio, los resultados VDV para la evaluación (jornada día) fueron del orden de: $VDV_{día,wb} = 1.83 \text{ m/s}^{1.75}$ (según la norma BS 6472:2008) y $VDV_{día,wg} = 1.24 \text{ m/s}^{1.75}$ (según la norma ISO 10137:2007). Por lo tanto, la norma BSI es cerca del 47% más exigente que la norma ISO. La razón de esta diferencia es que la función ponderadora W_b (de la norma BSI) atenúa en menor grado las señales de aceleración vertical, y según Griffin (2008) entrega resultados más precisos de evaluación, en comparación a la función ponderadora W_g (de la norma ISO).
- Los modelos con mayor escuadría de vigas resultaron ser más serviciales. Por ejemplo, para los modelos de escuadría 2x10" y grado estructural de madera G2 (MOE=8620 Mpa), se les calculó un valor promedio de $VDV_{día,wb} = 1.25 \text{ m/s}^{1.75}$, cerca de un 30% más bajo que la media ($VDV_{día,wb} = 1.83 \text{ m/s}^{1.75}$).
- En cambio, los modelos de piso de menor escuadría (2x6") y grado C16 (MOE=8000 Mpa) fueron los menos serviciales, se les calculó un valor promedio de $VDV_{día,wb} = 2.18 \text{ m/s}^{1.75}$, cerca de un 19% más alto que la media ($VDV_{día,wb} = 1.83 \text{ m/s}^{1.75}$).
- No se observó que la separación de vigas fuese una variable positiva para el desempeño vibratorio. Considerando los modelos de pisos de igual MOE y escuadría de vigas (ej modelos 1,2,3 y 4). Esto se debe, porque los pisos en comparación no poseen las mismas dimensiones (luz x ancho), por lo tanto no fue posible observar una proporción entre los resultados de VDV con la separación de vigas (S).
- Las luces de apoyo de los modelos no son recomendables para un proyecto estructural desde el punto de vista del servicio. Sin embargo se observó que al reducir un 33% la luz de apoyo de vigas, la capacidad de servicio mejora en un 54% (este tratamiento se realizó en los modelos N°1,2,3 y 4). Con ello se logra aumentar la rigidez del componente y reducir de la tasa de molestias cuando ocupantes perciban las vibraciones de piso (ver Anexo D).

6.2 Resumen de modelos de piso más serviciales según escuadría y módulo elástico.

En la Tabla 6 se resumen los modelos más serviciales considerando como filtro las variables de módulo de elasticidad (MOE), y escuadría de vigas. También se muestran los ratios de evaluación (R1, R2, R3, R4 y R5) de acuerdo a lo planteado en el apartado 4.5.2, los que se relacionan con indicadores de desempeño de las normas (BS 6472, ISO 10137, Eurocódigo 5 y Nch1198). Los valores de los ratios del resto de los modelos se adjuntan en la Tabla. D-2 del Anexo D.

Tabla 6. Resumen de los modelos de piso más serviciales.

N°	bxh	MOE	S	L	VDV _{wb}	VDV _{wg}	R1	R2	R3	R4	R5	w	f _n
		Mpa	cm	m	m/s ^{1.75}	m/s ^{1.75}	BSI	ISO	EC5	EC5	Nch1198	mm	Hz
3	2x10"	8620	51	3.66	1.18	0.75	2.96	1.88	0.73	0.6	0.33	0.51	15.3
6	2x8"	8620	41	3.35	1.56	1.03	3.90	2.57	0.95	0.6	0.43	0.69	14.1
18	2x6"	8620	41	2.58	1.80	1.17	4.50	2.94	1.10	0.6	0.53	0.91	14.6
13	2x8"	10800	31	4.43	1.48	1.13	3.70	2.83	1.09	0.8	0.56	0.68	10.6
26	2x6"	10800	41	3.07	2.16	1.52	5.40	3.81	1.37	0.7	0.64	1.04	12.4
9	2x8"	8000	31	4.08	1.65	1.25	4.12	3.13	1.28	0.8	0.62	0.83	10.6
22	2x6"	8000	41	2.77	1.94	1.34	4.85	3.35	1.33	0.7	0.64	1.06	12.9

L: Luz de apoyo de vigas del modelo, **f_n:** Frecuencia natural, **W:** Deflexión central para una carga de 1kN.
MOE: Módulo de elasticidad de vigas de madera, **bxh:** Escuadría, **S:** Separación entre vigas.

De los resultados mostrados en la Tabla 6, se infiere lo siguiente:

- De acuerdo a los modelos de piso seleccionados, se observa que todos cumplen con las exigencias de deflexión admisible de la Nch 1198 (R5<1), sin embargo solo dos pisos (N°3 y N°6) cumplen con las exigencias de deflexión del Eurocódigo 5 (R3<1). Por lo tanto, estos requerimientos no aseguran un adecuado control de las vibraciones de piso ya que se reportaron comentarios adversos en una alta tasa de probabilidad (dado que R1 y R2 >1).
- Se observa que a menor valor de R5 (Ratio asociado a la deflexión admisible central), menores son los valores R1 y R2 (Ratios asociados al VDV). Por lo tanto se infiere que la rigidez de deflexión juega un papel importante en el desempeño vibratorio de los pisos.
- Lo anterior se puede confirmar al comparar el tamaño de la sección de vigas (bxh) de los modelos de igual MOE y el valor de los ratios (R1 y R2). Se muestra que a mayor sección transversal de vigas, mayor rigidez (w) y menor valor de dosis de vibración VDV_{wb} y VDV_{wg}
- La frecuencia natural (f_n) de los sistemas fue siempre mayor a 9 Hz (R4<1), por lo tanto estos sistemas se definen como pisos de alta frecuencia, esto se confirma porque los acelerogramas registrados se caracterizaron por tener peak que decaen rápidamente, denominada respuesta

transitoria. Por lo tanto todos los pisos seleccionados cumplen con el requerimiento (R4) del EC5.

7 CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.

A raíz de lo expuesto en esta investigación, se concluyó lo siguiente:

- 1) La normativa chilena no incluye a las vibraciones como un estado de servicio para el diseño estructural de pisos. Por lo tanto, es necesario reportar los problemas de desempeño vibratorio en los pisos que se construyen en Chile, y mejorar las actuales exigencias de servicio estructural.
- 2) En esta investigación se consiguió evaluar el desempeño vibratorio de 28 sistemas de pisos de madera de uso tradicional en Chile, que se emplean en la mayoría de las viviendas chilenas de carácter social. Para analizar el comportamiento dinámico, se utilizaron modelos de elementos finitos tridimensionales en el programa SAP2000 y las normas internacionales BS 6472:2008 e ISO 10137:2007.
- 3) Se logró modelar las cargas de caminata aplicando fuerzas de pisadas impulsivas (tiempo-historia) en los nodos de los modelos. Se modelaron 18 casos de caminata, estos modelos de fuerza fueron representativos a las variables frecuencias de paso y masa corporal de individuos chilenos.
- 4) Se obtuvieron registros de aceleraciones verticales de piso mediante análisis dinámico. Se empleó el método de superposición modal, logrando resultados precisos y en más corto tiempo que otros tipos de análisis, como el método de integración directa. Las aceleraciones se definieron como respuesta transitoria y no se observó el fenómeno de resonancia. Además, los modelos se definieron como pisos de alta frecuencia ($f_n > 10$ Hz).
- 5) Los resultados de la evaluación del desempeño vibratorio de los pisos fueron insatisfactorios. Esto se debe, porque se estimó que surgirán comentarios adversos en una alta tasa de probabilidad, cuando los usuarios perciban las vibraciones verticales. Lo anterior se justifica porque se calcularon dosis de vibración fuera del rango aceptable. En promedio los resultados de dosis de vibración fueron del orden de $VDV_{día,(Wb)} = 1.83 \text{ m/s}^{1.75}$ y $VDV_{día,(Wg)} = 1.24 \text{ m/s}^{1.75}$; superando en más del 100% al valor aceptable de valor $VDV_{día,(Wb)} = 0.4 \text{ m/s}^{1.75}$.
- 6) Las exigencias de deformación admisible para vigas de la norma chilena Nch1198 of 2006, no fueron limitaciones suficientes para evitar que las vibraciones causen problemas de servicio

estructural en pisos de madera. Además, las reglas de diseño del Eurocódigo 5 empleadas para la evaluación del servicio de pisos, tampoco aseguran un adecuado nivel de servicio vibratorio.

- 7) Las luces de apoyo de vigas, de los pisos analizados en esta investigación, no son recomendables desde el punto de vista del servicio. Sin embargo se observó que al reducir la luz, se reduce también la tasa de vibraciones molestas.
- 8) En Chile, los problemas de desempeño vibratorio de pisos de madera seguirán reportándose si no se incorporan nuevos requerimientos de diseño a la actual normativa. Por lo tanto es necesario seguir discutiendo la importancia de mejorar las actuales prácticas de diseño de pisos de madera, dado que son los componentes estructurales que más se utilizan en las viviendas sociales de Chile.

A continuación se redactan algunas observaciones que caben tener en cuenta en estudios que profundicen en esta línea de investigación.

- 1) Es necesario realizar mediciones de las fuerzas de pisada en pisos de madera y de las variables que influyen, para poder modelar con mayor precisión las cargas de caminata sobre estas superficies.
- 2) Es importante tener en cuenta en el análisis dinámico de las estructuras de piso de madera, razones de amortiguamiento y frecuencias naturales de la situación real de uso, para obtener un modelo más acertado del amortiguamiento y así obtener registros de aceleración mucho más precisos de la respuesta estructural.
- 3) Es necesario validar las funciones ponderadoras utilizadas W_b (BS 6472:2008 o W_g (ISO 10137:2007), a los umbrales de percepción de una población chilena representativa, y definir límites de aceptabilidad de vibraciones de chilenos, para determinar un modelo acertado para la evaluación del desempeño vibratorio de pisos de madera.

8 Bibliografía.

- 1) ARAUCO (2012). Ingeniería y construcción en Madera. Cuarta edición, Chile. (http://www.arauco.cl/_file/libro_ingenieria/libro_ingenieria_y_construccion.html).
 - 2) A. K. Chopra: Dynamics of structures. Prentice Hall, New Jersey, USA, 2007.
 - 3) British Standards Institution (BSI). (2008). “Guide to evaluation of human exposure to vibration in building, “Part 1: Vibration sources other than blasting.” BS 6472-1, London.
 - 4) CSI (2013). SAP2000—Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures—User’s Manual, Version 14. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California.
 - 5) Davis, D. B. (2008). Finite Element Modeling for Prediction of Low Frequency Floor Vibrations Due to Walking,. Phd thesis, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg Virginia.
 - 6) Ellis, B. R. (2001). Serviceability evaluation of floor vibration induced by walking loads. *The Structural Engineer*, 79(21), 30-36.
 - 7) Filiatrault, A. y Foschi, R. O., (1990). Finite-strip free-vibration analysis of wood floors. *Journal of Structural Engineering*, 116(8), 2127-2141.
 - 8) Fish, J. & Belytschko, T., (2007). A First Course in Finite Elements, JohnWiley & Sons Ltd. Chichester, England.
 - 9) Fuentealba, B. (2014). Modelación numérica de muros de corte de madera bajo cargas laterales monotónicas. Tesis de pregrado, Depto. Ing. Civil y Amb., Universidad del Bío Bío, Chile.
 - 10) Glisovic, I. y Stevanovic, B., (2010). Vibrational behaviour of timber floors. World Conference on Timber Engineering.
 - 11) Griffin, M., (2007). Predicting the feeling of vibration in buildings, *Proceedings of the Institute of Acustics*, 29(2), Southampton UK.
 - 12) Hamm, P., Richter, A. & Winter, S., (2010). Floor vibrations-new results. Proceeding of 11th World Conference on Timber Engineering, Trentino, June.
 - 13) Hu L. J., Chui Y. H. and Onysko D. M. (2001). Vibration serviceability of timber floors in residential construction, *Progress in Structural Engineering and Material*, 3(3), 228-237.
- International Organization for Standardization (ISO). (2007). “Bases for design of structures-Serviceability of buildings and walkways against vibrations.” *ISO 10137*, 2nd Ed., Geneva.

- 14) Malo, K. A. y Köhler, J., (2013). Vibration of timber floor beams with end restrains. *Structures and Architecture: Concepts, Applications and Challenges* . London: Taylor & Francis Group, 181-189.
- 15) Instituto Nacional de Normalización INN, (2006). “Madera - Construcciones en madera- Cálculo”. Norma chilena, Nch.1198, Chile.
- 16) Racic, V., Pavic, A. & Brownjohn, J., 2009. Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review. *Journal of Sound and Vibration*, 326, 1-49.
- 17) Ríos Godoy, R., 2013. Análisis y evaluación de vibraciones generadas por el tránsito de multitudes en pasarelas peatonales, Tesis de pregrado, Depto. Ing. Civil y Ambiental., Universidad del Bio Bio, Chile.
- 18) SCI (2009) ” Design of Floors for Vibration: A New Approach. SCI P354.” The Steel Construction Institute.
- 19) Sedlacek, G., Heinemeyer, C., Butz, C. & Völling, B., 2006. *Generalisation of criteria for floor vibration*. European Commission. Luxembourg.
- 20) Sepúlveda Espinoza, E. A., 2012. Evaluación in situ de vibraciones verticales inducidas por peatones en sistemas de piso , Tesis de pregrado, Depto. Ing. Civil y Ambiental, Universidad del Bio Bio, Chile.
- 21) Setareh, M., (2010). Vibration serviceability of a building floor structure II: Vibration Evaluation and Assessment. *ASCE Journal of performance of constructed facilities*, 24(6), 508-518.
- 22) Weckendorf, J., (2009). Dynamic response of structural timber flooring systems, Phd Thesis, The Centre for Timber Engineering School of Engineering and the Built Environment, Edinburgh Napier University Edinburgh, Scotland, UK.
- 23) Wilson Edward L.(2000). Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures. (<http://www.edwilson.org/Book/book.htm#Author>).
- 24) Xiong, H., Kang, J. & Lu, X. (2012). Finite element analysis on dynamic behavior of timber floor subjected to pedestrian-induced force, World Conference on Timber Engineering, Auckland, New Zealand.
- 25) Zhang, B., Rasmussen, B., Jorissen, A. & Harte, A., (2013). Comparison of vibrational comfort assessment criteria for design of timber floors among the European countries. *Elsevier Engineering Structures*, 52,592–607.

ANEXOS

Índice del contenido de los Anexos.

ANEXOS37

 Anexo A. Conceptos teóricos de dinámica estructural. 40

 Anexo B. Revisión Bibliográfica Complementaria. 56

 Anexo C. Procedimiento de modelación de cargas de paso en SAP2000. 64

 Anexo D. Valores de dosis de vibración de modelos de piso. 67

 Anexo E. Código Matlab para la obtención de dosis de vibración VDV. 80

Índice de Figuras de Anexos.

Figura. A-1. Ejemplo de señal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia 40

Figura. A-2. Sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad 41

Figura. A-3. Ejemplos de vibración libre de sistemas (a) estructura no amortiguada y (b) estructura amortiguada 42

Figura. A-4. Pérdida de energía y razón de amortiguamiento ξ , sistema de un grado de libertad 44

Figura. A-5 Movimiento forzado amortiguado de un sistema de un grado de libertad en el tiempo 45

Figura. A-6. Coeficiente de amplitud dinámico 46

Figura. A-7. Sistema masa-resorte-amortiguador de dos grados de libertad 48

Figura. A-8. Amortiguamiento de masa y rigidez (Izquierda) y amortiguamiento de Rayleigh (Derecha), (Chopra 2001)..... 50

Figura. A-9. Desplazamientos resultantes y modales de una estructura (CSI 2009)..... 55

Figura. B-1. Factor de incremento k (Zhang, et al., 2013). 57

Figura. B-2. Ejemplo de Respuestas transitoria (Izquierda) y Resonante (Derecha)..... 57

Figura. B-3. (Izquierda) Fuerza de reacción del suelo “FRS” de una pisada y (Derecha) Diferentes perfiles de FRS (Racic et al, 2009)..... 58

Figura. B-4. Fuerzas normalizadas de pisada medidas por Davis (2008), Elaboración Propia..... 59

Figura. B-5. Valores máximos de las Funciones de fuerzas de pisada reales “FRS” (Davis 2008). 59

Figura. B-6 Histograma de frecuencia de paso de caminatas de personas (Ríos 2013)..... 60

Figura. B-7. Perfiles de carga FRS aproximados por polinomios según Sedlacek (2006),
Elaboración Propia. 61

Figura. B-8. Resultados del parámetro VDV vs Modos de Vibrar de los modelos (MOD #3,4,10 y
26)..... 64

Figura. C-1. Entrada de datos SAP.2000. (a) Definición de análisis modal, (b) Definición de cargas
para análisis tiempo historia. 66

Figura. D-1. Primeros modos de vibrar del modelo #1. 70

Figura. D-2. Deflexión y frecuencia natural de los melos en función de la luz de apoyo de vigas .
..... 71

Figura. D-3 Reducción de Luz de Modelo. (a) Modelo Inicial. (b) Modelo Reducido..... 76

Figura. D-4. Reducción de Luz de apoyo de vigas y resultados de VDV, día de modelos 1,2,3 y 4.
(a) BS 6472:2008 y (b) ISO 10137:2007 77

Figura. D-5 Comparación de resultados de VDV, día para diferentes razones de amortiguamiento ξ
y punto de medición (Elaboración Propia). 78

Figura. D-6. Puntos de medición de la respuesta dinámica de los modelos..... 79

Figura. D-7. Comparación del desempeño dinámico según ratios. 69

Índice de Tablas de Anexos.

Tabla. A-1. Valores de ξ del modo fundamental para pisos de madera (Tabla B.2-ISO.10137).. 43

Tabla. B-1. Indicadores de desempeño basados en deflexión y frecuencia Natural. 56

Tabla. B-2. Frecuencias medias obtenidas por diversos autores. 60

Tabla. B-3. Características físicas de actividades humanas. 60

Tabla. B-4. Parámetros para la obtención del perfil de carga aproximado. 62

Tabla. B-5. Ejemplos de parámetros de diseño, para fuerzas de pisadas de personas al caminar. 62

Tabla. D-1. Resultados de la evaluación del desempeño vibratorio..... 67

Tabla. D-2. Ratios de evaluación del desempeño vibratorio..... 68

Tabla. D-3. Resultados de VDVwb Modelos 1-14..... 72

Tabla. D-4. Resultados de VDVwb Modelos 15-28..... 73

Tabla. D-5. Resultados de VDVwg Modelos 1-14..... 74

Tabla. D-6. Resultados de VDVwg Modelos 15-28..... 75

Tabla. D-7. Evaluación del desempeño Modelos Reducidos. 78

Anexo A. Conceptos teóricos de dinámica estructural.

Las vibraciones de piso normalmente aparecen en sistemas sujetos a una carga que varía en el tiempo, como las que son producidas por las personas, saltar, correr, etc.,. Cuando se analiza para tales eventos, la magnitud de la fuerza podría no ser tan importante como su frecuencia. Por esto, es de suma importancia describir y analizar una señal vibratoria tanto para el dominio del tiempo como para el dominio de la frecuencia.

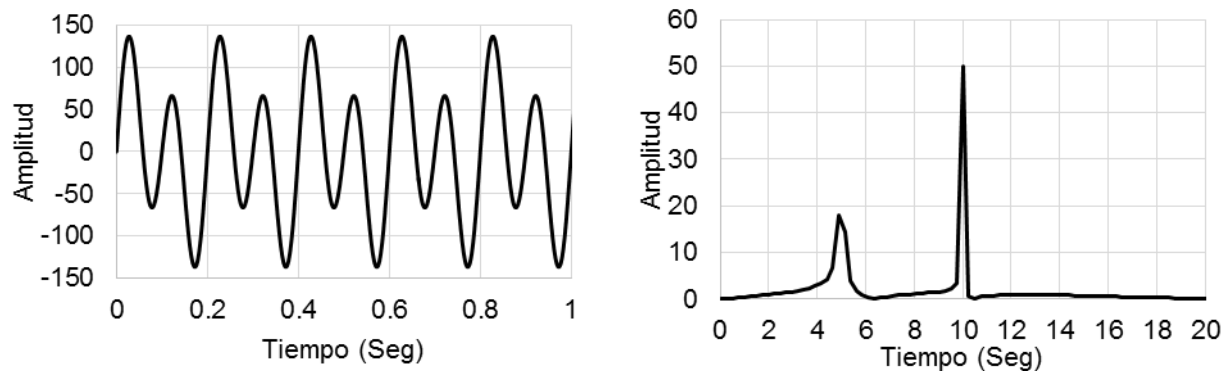


Figura. A-1. Ejemplo de señal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia (Elaboración Propia).

La Figura. A-1 muestra dos señales tanto en el dominio del tiempo (Izquierda) como en el dominio de la frecuencia (Derecha). Cada una corresponde a la superposición de dos señales de frecuencias 5Hz y 10Hz. La transformación de un dominio a otro, se puede obtener mediante la transformada rápida de Fourier FFT. Se observa que el máximo valor de amplitud se genera en las frecuencias asociadas a cada señal.

Ecuación del movimiento de un sistema dinámico.

El análisis dinámico de estructuras consiste en el cálculo de la respuesta de una estructura o cuerpo continuo, y la descripción a lo largo del tiempo, en función a las fuerzas que provocan el movimiento. Este análisis requiere del uso de modelos dinámicos y matemáticos que representan las leyes del movimiento de un cuerpo. La respuesta de un sistema continuo es compleja y se requiere de un número infinito de puntos de cálculo. Para simplificar el problema, los ingenieros acuden a la técnica llamada discretización, que consiste en subdividir el cuerpo o estructura en un número finito de puntos y de grados de libertad (GDL). Los grados de libertad son desplazamientos necesarios para determinar la deformada de un cuerpo en un instante determinado.

A continuación se dan a conocer los conceptos teóricos de análisis dinámico de cuerpos rígidos y de modelos de masas concentradas.

La técnica de discretización más simple, pero que incorpora las variables físicas más básicas, es la idealización masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad.

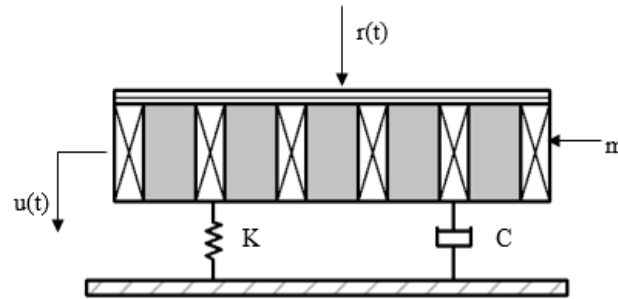


Figura. A-2. Sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad (Elaboración propia).

El modelo dinámico de masa concentrada de una estructura de piso de la Figura. A-2. Incorpora las variables masa (m), rigidez (k) y amortiguamiento (c). Considerando que los materiales que la constituyen se comportan como cuerpos elásticos lineales y que las fuerzas de amortiguamiento son del tipo viscosos (es decir, proporcionales a la velocidad), además que la masa está concentrada en un solo punto. Entonces el modelo matemático, que describe cuantitativamente el movimiento, en términos de aceleración $\ddot{u}(t)$, velocidad $\dot{u}(t)$ y desplazamiento $u(t)$ está definido a partir de la siguiente ecuación diferencial de segundo grado.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = r(t) \quad \text{Ec. 16}$$

Esta ecuación Ec. 16, se obtiene a partir del principio de d'Alembert y describe el equilibrio entre las fuerzas excitadoras $r(t)$ que actúan en un cuerpo, con las fuerzas que aparecen como reacción en la estructura: fuerzas elásticas $f_s(t) = ku(t)$, la fuerza de amortiguamiento viscoso, $f_d(t) = c\dot{u}(t)$, y las fuerzas de inercia de la masa $f_I(t) = m\ddot{u}(t)$.

Las fuerzas elásticas $f_s(t)$ ocurren debido a la deformación de los materiales, se relaciona esta fuerza con la constante de rigidez k .

La fuerza de amortiguamiento $f_d(t)$, es una idealización de los mecanismos de disipación del movimiento, se asume como una variable proporcional a la velocidad, mediante la constante c .

Las fuerzas de inercia $f_I(t)$, son opuestas al movimiento y ocurren al momento de aplicar una aceleración sobre una masa.

Vibración libre de un sistema de un grado de libertad.

Si una estructura sin amortiguamiento es desplazada de su posición de equilibrio y soltada repentinamente, esta oscilará a una determinada frecuencia, denominada frecuencia natural $\omega_n = 2\pi/T_n$ asociado a un determinado periodo, denominado periodo natural T_n , ver Figura. A-2. La frecuencia natural, está definida como la razón entre la rigidez y la masa del sistema $\omega_n = \sqrt{k/m}$.

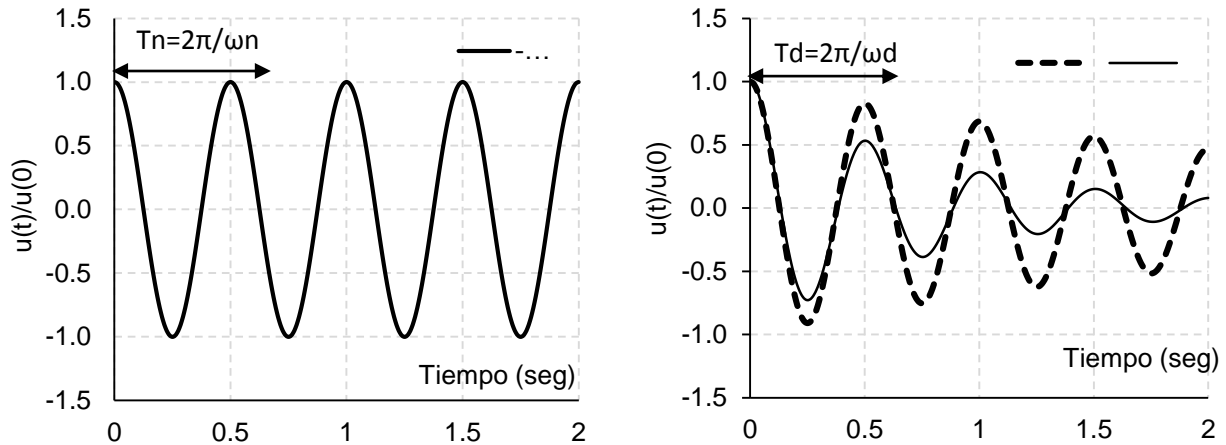


Figura. A-3. Ejemplos de vibración libre de sistemas (a) estructura no amortiguada y (b) estructura amortiguada (Elaboración propia).

Sin embargo, las estructuras civiles poseen una propiedad física denominada amortiguamiento. El amortiguamiento viscoso (c), es una forma de representar a las fuerzas que disminuyen la amplitud del movimiento que son proporcionales a la velocidad, siendo una propiedad del modelo numérico. Como medida de representación del amortiguamiento, la razón de amortiguamiento ξ ha sido el valor más utilizado

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_n} \tag{Ec. 17}$$

El amortiguamiento crítico (c_{cr}), es definido como el menor valor de amortiguamiento viscoso, en el cual la masa no oscila cuando es desplazado desde su equilibrio; el valor de ξ es adimensional y es usualmente expresado como un porcentaje. Un sistema es clasificado como subamortiguado si $\xi < 1$, es decir la amplitud del movimiento decrece paulatinamente a lo largo del tiempo. Un sistema es sobre amortiguado si $\xi > 1$, el movimiento libre no oscila y vuelve a su posición de equilibrio lentamente y críticamente amortiguado si $\xi = 1$ donde no existe oscilación.

En términos matemáticos, la Ec. 16 expresada en función de ξ y ω_n es:

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\omega_n\dot{u}(t) + \omega_n u(t) = 0 \tag{Ec. 18}$$

Por lo tanto, para valores de $\xi < 1$, la solución analítica de la ecuación Ec. 18 es de la forma:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos\omega_D t + B \sin\omega_D t) \tag{Ec. 19}$$

Donde las constantes A y B se obtienen de las condiciones iniciales, es decir, para una posición inicial $u(0)$, y para una velocidad inicial $\dot{u}(0)$. El término $\omega_D = \omega_n \sqrt{(1 - \xi^2)}$, se denomina frecuencia natural amortiguada.

$$A = u(0) \text{ y } B = \frac{\dot{u}(0) + \xi\omega_n u(0)}{\omega_D} \tag{Ec. 20}$$

En teoría, el movimiento del sistema es armónico (definido por las funciones seno y coseno). El movimiento en vibración libre para un sistema no amortiguado ($\xi = 0$) y para dos sistemas subamortiguados ($\xi < 1$), se muestran en la Figura. A-3.

En términos generales, el amortiguamiento es la propiedad de una estructura de disipar energía, y se observa en la disminución de la respuesta de vibración. Como se observa en la Figura. A-3 (b), cuanto mayor es la razón de amortiguamiento, mayor es la reducción de la respuesta en el tiempo.

El amortiguamiento depende de los materiales de construcción, condiciones de borde y uniones entre elementos, el mayor contribuidor es la fricción entre elementos. El amortiguamiento se cuantifica en términos de decremento logarítmico, o como razón de amortiguamiento viscoso ξ . Este valor no es posible obtenerlo de manera analítica y es determinado en estudios experimentales de vibración libre y se refiere principalmente al modo de vibración fundamental.

Tabla. A-1. Valores de ξ del modo fundamental para pisos de madera (Tabla B.2-ISO.10137)

Tipo de piso	Rango de luces para razones de amortiguamiento dado	Razón de amortiguamiento ξ % del crítico		
		Rango típico	Rango extremo	Valor de diseño preliminar
Pisos con envigado de madera	1 a 9	1.5-4.0	1-5.5	2.0

De acuerdo a la norma ISO 10137:2008, la razón de amortiguamiento para pisos envigados de madera entre 2 y 9 metros de luz oscila entre 1.5 y 4 en un rango típico y entre 1 y 5.5 en el rango extremo, y se recomienda usar valor preliminar de 2% para diseños preliminares de piso. De acuerdo a Hu, et al (2001), el valor promedio de ξ del modo fundamental, es del 3.6% basado en

mediciones in-situ de pisos de madera aserrada de Canadá. Los modelos de amortiguamiento viscoso deberían ser usados para sistemas con amortiguamiento menores a 10% que es usual para pisos de madera.

La razón de amortiguamiento, se obtiene de mediciones in-situ y se puede explicar físicamente en términos de pérdida de energía por cada ciclo de vibración libre. La energía almacenada es proporcional al desplazamiento al cuadrado.

De acuerdo a Wilson (2000), la tasa de decaimiento de un cuerpo con un grado de libertad es igual a r .

$$r = e^{-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \tag{Ec. 21}$$

La pérdida de energía es proporcional a la tasa de decaimiento r , y se expresa por ΔE , en términos de porcentaje:

$$\Delta E = 100 * (1 - r^2) \tag{Ec. 22}$$

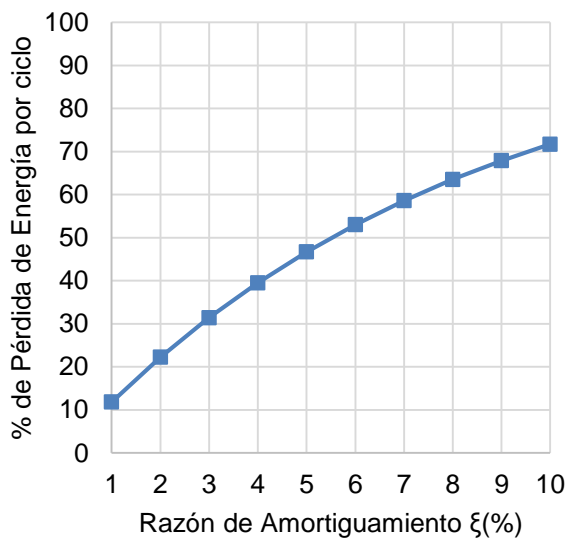


Figura. A-4. Pérdida de energía y razón de amortiguamiento ξ , sistema de un grado de libertad (Elaboración propia).

Por lo tanto, de acuerdo a la Figura. A-4, una razón de amortiguamiento del $\xi=5\%$ indica que la energía disipada ΔE es 46.7% durante cada ciclo de vibración, considerando un sistema de un grado de libertad, y una estructura de un grado de libertad con un amortiguamiento del orden de $\xi=10\%$, su energía de pérdida es del 70% por cada ciclo de oscilación.

Vibración forzada de un sistema de un grado de libertad.

Si al sistema dinámico de la Figura. A-2, se le somete a una fuerza excitadora armónica, $r(t) = p_0 \text{sen}(\omega t)$, donde p_0 es la amplitud y ω la frecuencia de la carga.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p_0 \text{sen}(\omega t) \tag{Ec. 23}$$

La solución analítica, en términos de desplazamiento de la ecuación Ec. 16. está referida a dos términos matemáticos, denominados, solución homogénea $u_c(t)$ y solución particular $u_p(t)$.

$$u(t) = u_p(t) + u_c(t) \tag{Ec. 24}$$

La solución homogénea o complementaria $u_c(t)$, describe un estado temporal, es decir a un sistema de un grado de libertad con movimiento libre amortiguado, tal como se describe en la Ec. 19, es decir

$$u_c(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(u(0)\cos\omega_D t + \frac{\dot{u}(0) + \xi\omega_n u(0)}{\omega_D} \text{sen}\omega_D t \right) \tag{Ec. 25}$$

La solución particular, describe a un estado permanente y la solución está dada por la expresión:

$$u_p(t) = C\text{sen}(\omega t) + D\cos(\omega t). \tag{Ec. 26}$$

La expresión de los valores de C y D son:

$$C = \frac{p_0}{k} \frac{1 - (\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2} \quad D = \frac{p_0}{k} \frac{-2\xi(\omega/\omega_n)}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2} \tag{Ec. 27}$$

Por lo tanto la solución gráfica de la Ec. 24 se muestra en la Figura. A-5

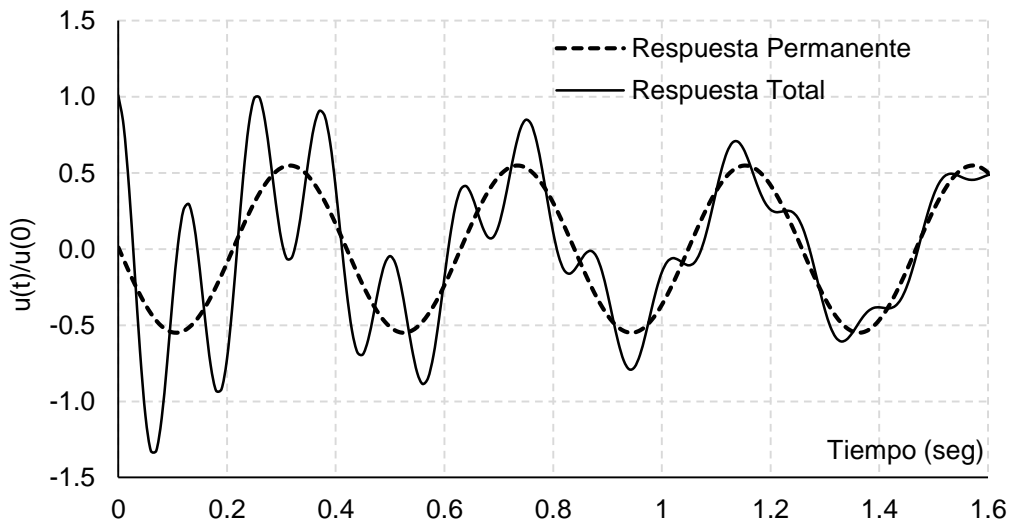


Figura. A-5 Movimiento forzado amortiguado de un sistema de un grado de libertad en el tiempo (Elaboración propia).

Se observa que a lo largo del tiempo, la respuesta total del sistema queda dominada por la fuerza excitadora (respuesta permanente), por lo tanto la respuesta no cesará hasta que no termine la fuerza excitadora. En cambio la razón de amortiguamiento ξ tiene un efecto de reducir la respuesta total en un instante de tiempo.

La solución particular $u_p(t)$, de la puede ser descrita como:

$$u_p(t) = u_0 \text{sen}(\omega t - \varphi) = \frac{P_0}{k} R_d \text{sen}(\omega t - \varphi) \tag{Ec. 28}$$

Donde u_0 , se denomina amplitud del estado permanente, y en ángulo de fase φ tienen como valor:

$$u_0 = \sqrt{C^2 + D^2} \text{ y } \varphi = \tan^{-1}(-D/C) \tag{Ec. 29}$$

El término R_d , se denomina coeficiente de amplitud dinámico y refleja la razón entre la amplitud en estado permanente u_0 y la deformación estática máxima $u(0) = p/k$

$$R_d = \frac{u_0}{u(0)} \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2}} \tag{Ec. 30}$$

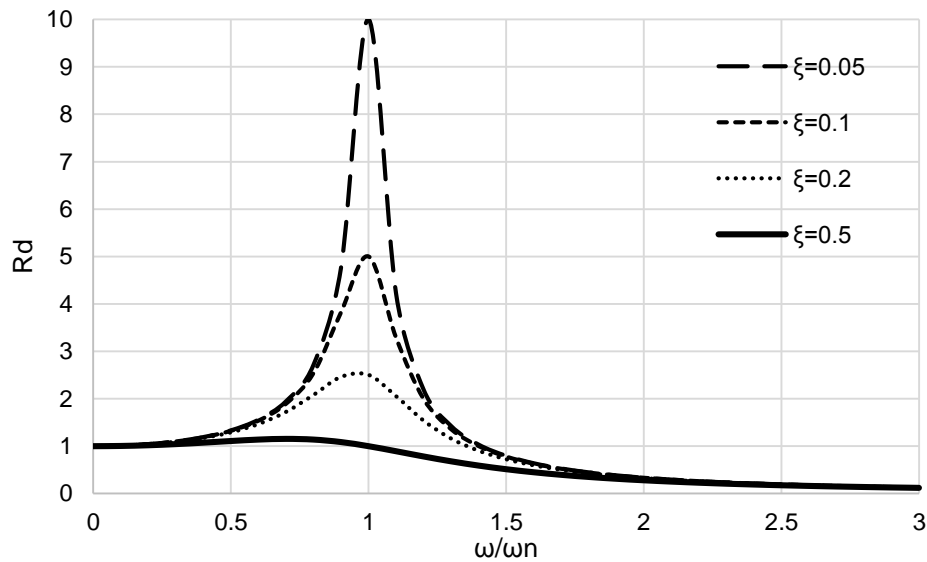


Figura. A-6. Coeficiente de amplitud dinámico (Elaboración propia).

En la Figura. A-6, se muestra la evolución del coeficiente de amplitud. Se describen tres zonas importantes:

- $\omega/\omega_n \approx 1$: Cuando la frecuencia de excitación, coincide con la frecuencia natural del sistema ω_n , el valor de la respuesta permanente será máximo y ocurrirá resonancia.
- $\omega/\omega_n \approx 0$: Cuando la fuerza excitadora es aplicada a baja frecuencia, la respuesta dinámica coincide con la estática y el valor de $R_d=1$. A medida que aumenta, el sistema

comienza a vibrar en respuesta a la fuerza aplicada, aumentando la amplificación según la frecuencia excitadora se aproxima al valor de la frecuencia natural del sistema.

- Cuando la frecuencia de excitación aumenta su valor $\omega/\omega_n \gg 1$, al sistema se le hace difícil responder a la carga excitadora, por lo tanto la estructura tiende a quedar en reposo y el valor de R_d tiende a 0.

El valor de la razón de amortiguamiento tiene un papel importante en el valor de la amplitud dinámica e influye inversamente proporcional, es decir, a mayor ξ , menor es el valor de R_d .

Resonancia

Si una estructura es sometida a una carga dinámica, cuya frecuencia de excitación ω es muy cercana a la frecuencia natural ω_n del sistema, la respuesta puede aumentar su amplitud (ver Figura. A-6). Este fenómeno es conocido como resonancia, y es muy común para pisos de baja frecuencia. Sin la presencia de amortiguamiento, esta amplitud aumentará gradualmente hasta hacerse infinita. Algunos mecanismos de amortiguamiento, presentes en la estructura (uniones o microfisuras) pueden prevenir las oscilaciones crecientes y descontroladas.

El hecho de que la resonancia estructural moleste a los habitantes, se debe a que unos pocos modos de vibrar contienen componentes de frecuencia que coinciden con las propiedades dinámicas del piso, haciendo que esta vibre excesivamente. La amplitud de respuesta R_d , que es la razón entre la amplitud dinámica y estática, mostrada en la Figura. A-6, para la dirección vertical, es modificada por el amortiguamiento en términos del valor de ξ . Por lo tanto es necesario incorporar mecanismos de amortiguamiento en los sistemas de piso o determinarlos correctamente para así evitar resonancia.

Sistemas de Múltiples Grados de Libertad.

Un modelo dinámico debe representar correctamente a un sistema real. Por lo tanto es necesario crear modelos con un número mayor de grados de libertad, es decir con más movimientos e incorporar un mayor número de nodos. Para ello, los ingenieros acuden a modelos discretos de múltiples grados de libertad MGDL (ver Figura. A-7).

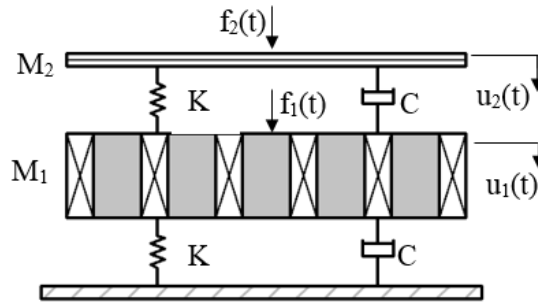


Figura. A-7. Sistema masa-resorte-amortiguador de dos grados de libertad (Elaboración Propia).

Por lo tanto, el modelo matemático que describe al modelo dinámico está definido por un set de N ecuaciones diferenciales de segundo grado. Estas ecuaciones se derivan de la segunda ley de Newton, ver Ec. 31.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) \quad \text{Ec. 31}$$

Donde las variables masa \mathbf{M} , rigidez \mathbf{K} y amortiguamiento \mathbf{C} están definidos en términos matriciales. Las matrices \mathbf{M} , \mathbf{K} y \mathbf{C} , son cuadradas, positivas y contienen $N \times N$ coeficientes. Donde N es el número de grados de libertad del sistema. Los vectores de aceleración $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, velocidad $\dot{\mathbf{u}}(t)$, posición $\mathbf{u}(t)$ y de la fuerza excitadora $\mathbf{r}(t)$, son de dimensiones $N \times 1$.

La representación física de la ecuación anterior es similar al modelo de un grado de libertad, considerando supuestos como deformación lineal y elástica de los materiales. Por el principio de superposición, las fuerzas elásticas $\mathbf{F}_s = \mathbf{K}\mathbf{u}(t)$, las fuerzas de amortiguamiento $\mathbf{F}_D = \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t)$ y las fuerzas de inercia $\mathbf{F}_I = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t)$, aparecen debido a una fuerza excitadora y son opuestas a $\mathbf{r}(t)$ en cada instante de tiempo.

Fuerzas elásticas \mathbf{F}_s : Las fuerzas elásticas aparecen cuando un cuerpo es deformado, estas están en función de la matriz \mathbf{K} . Los coeficientes de influencia de \mathbf{K} , k_{ij} , relacionan la fuerza de reacción en el grado de libertad i , en la dirección i , debido a un desplazamiento unitario aplicado en el grado de libertad j , en la dirección j .

Matemáticamente \mathbf{F}_s es igual a:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{K}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ \vdots \\ f_{SN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1j} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2j} & \dots & k_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{Nj} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 32}$$

La matriz K se obtiene de la geometría y propiedades mecánicas de los elementos que integran el modelo dinámico y que representan la estructura real.

Fuerzas de amortiguamiento F_D : Suponiendo un modelo de disipación de energía, del tipo viscoso. Las fuerzas de disipación son opuestas y proporcionales a la velocidad $\dot{\mathbf{u}}$ que experimenta un cuerpo cuando es excitado por una fuerza externa. Las fuerzas F_D se relacionan con los coeficientes de la matriz C . Estos coeficientes de influencia de amortiguamiento son fuerzas que aparecen en el grado de libertad i, en la dirección i, debido a una velocidad unitaria \dot{u} aplicada al grado de libertad j, en la dirección j.

Matemáticamente F_D es igual a:

$$\mathbf{F}_D = \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \vdots \\ f_{DN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2j} & \dots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \dots & c_{Nj} & \dots & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 33}$$

Los coeficientes c_{ij} son muy difíciles de obtener a partir de las dimensiones y de las secciones de los miembros estructurales. Por lo tanto, el amortiguamiento viscoso de un sistema de múltiples grados de libertad se basan en términos de la razón de amortiguamiento, que considera todos los mecanismos de disipación de energía. Los valores de ξ_n son obtenidos experimentalmente a partir de estructuras sometidas a vibración libre.

Fuerzas de inercia F_I : Son fuerzas que inciden en la masa de un cuerpo, estas fuerzas son opuestas a las aceleraciones. Los coeficientes de influencia de la matriz de masa m_{ij} , relacionan la fuerza de inercia que aparece en el grado de libertad i, en la dirección i, debido a una aceleración unitaria aplicada en el grado de libertad j en la dirección j.

Matemáticamente F_I es igual a:

$$\mathbf{F}_I = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ \vdots \\ f_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1j} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2j} & \dots & m_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ m_{N1} & m_{N2} & \dots & m_{Nj} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_N \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 34}$$

Matriz de amortiguamiento.

Una forma de definir a C , es mediante el amortiguamiento de Rayleigh . Este enfoque considera a C como una matriz proporcional a la masa M y a la rigidez K del sistema, esto se define mediante coeficientes a_0 y a_1 .

$$C = a_0 M \quad \text{y} \quad C = a_1 K \tag{Ec. 35}$$

Asumir que el amortiguamiento es proporcional a la rigidez apela a la intuición, es decir, que la energía es disipada debido a la deformación de los materiales; en cambio asumir que es proporcional a la masa es difícil de justificar, ya que la amortiguación del aire es despreciado en los cálculos.

Donde a_0 y a_1 de la Ec. 35 son coeficientes con unidades de medida de tiempo (seg y seg^{-1}) respectivamente y son determinados de razones de amortiguamiento ξ conocidos y frecuencias modales ω_n . de dos modos sucesivos i, j

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1\omega_n}{2} \tag{Ec. 36}$$

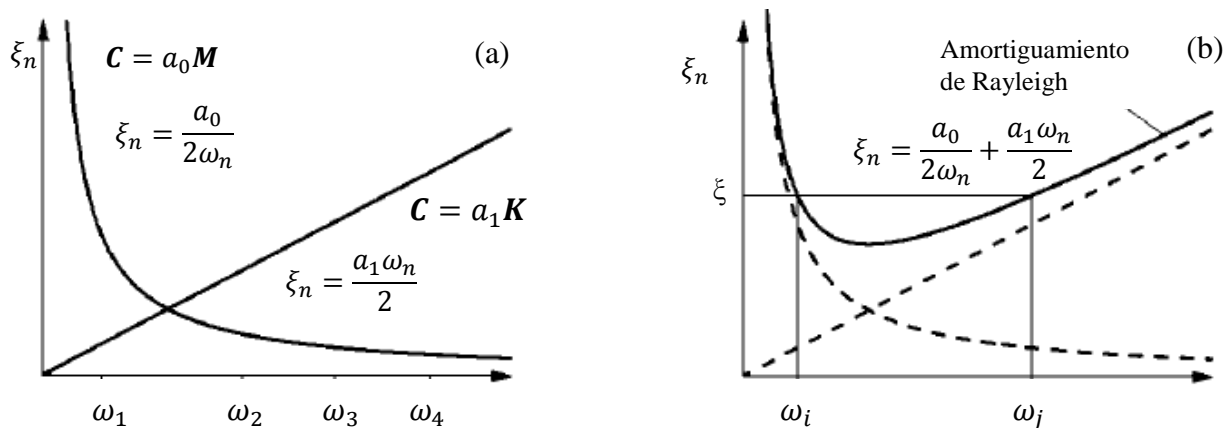


Figura. A-8. Amortiguamiento de masa y rigidez (Izquierda) y amortiguamiento de Rayleigh (Derecha), (Chopra 2001)

Ninguna de las matrices de amortiguamiento definidas en la Ec. 38 son apropiadas para el análisis de múltiples grados de libertad. Las variaciones de la razón de amortiguamiento ilustradas en la Figura. A-8 (a) no son consistentes experimentalmente con frecuencias naturales en donde se indican las mismas razones de amortiguamiento para varias frecuencias de vibración.

Entonces se define la matriz de amortiguamiento de Rayleigh que es proporcional a la masa y a la rigidez, y es empleada en análisis donde las razones de amortiguamiento son similares en dos modos consecutivos, la definición de esta matriz es la siguiente expresión.

$$\mathbf{C} = \mathbf{a}_0 \mathbf{M} + \mathbf{a}_1 \mathbf{K} \quad \text{Ec. 37}$$

Esta matriz es clásica, lo que significa que es diagonal y es posible emplearla en el análisis modal tiempo-historia.

Los valores de a_0 y a_1 se determinan de la Ec. 38, considerando dos frecuencias de vibrar consecutivas en las unidades rad/s y asumiendo el amortiguamiento constante en los dos modos $\xi_i = \xi_j = \xi$

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad \text{Ec. 38}$$

Por lo tanto la ilustración de la matriz de amortiguamiento ilustrada en la Figura. A-8(b) indica que a menores frecuencias la matriz de masa se encarga de la amortiguación y para frecuencias mayores, la encargada es la matriz de rigidez.

Análisis modal.

El análisis modal es un procedimiento matemático que permite determinar las propiedades dinámicas como modos de vibrar ϕ_n y frecuencias naturales ω_n . Los modos de vibrar son configuraciones que describe la estructura cuando vibra libremente a una determinada frecuencia llamada frecuencia natural ω_n .

Las propiedades modales son importantes para determinar la respuesta en el tiempo y solucionar la ecuación de equilibrio dinámico expresada en la Ec. 31.

El número de ω_n y ϕ_n , depende del número de grados de libertad del sistema N.

Por lo tanto, considerando un sistema de MGD (ver Ec. 31) en vibración libre y no amortiguada.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0} \quad \text{Ec. 39}$$

La solución analítica de la ecuación Ec. 39 se describe mediante la siguiente expresión.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{q}(t)\Phi = [A \cos(\omega t) + B(\omega t)]\Phi \quad \text{Ec. 40}$$

Donde $\mathbf{q}(t)$ contiene funciones temporales y Φ contiene formas modales.

Las variables A y B se obtienen a partir de las condiciones iniciales de posición $\mathbf{u}(0)$ y de velocidad $\dot{\mathbf{u}}(0)$.

Derivando la Ec. 40 e incorporándola en la Ec. 39, se obtiene la siguiente expresión.

$$[-\omega^2 \mathbf{M}\Phi + \mathbf{K}\Phi]\mathbf{q}(t) = 0 \quad \text{Ec. 41}$$

La ecuación Ec. 41, se puede satisfacer de dos maneras, ambas por la solución trivial $\mathbf{q}_n(t) = 0$, o a través de frecuencias naturales y los modos de vibración que satisfacen el problema de valores propios.

$$[\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}]\Phi = 0 \quad \text{Ec. 42}$$

Los parámetros a calcular son las frecuencias naturales ω_n contenidas en la matriz espectral Ω^2 y funciones espaciales ϕ_N contenidas en la matriz modal Φ (las matrices \mathbf{K} y \mathbf{M} son conocidas y definidas en las ecuaciones Ec. 32 y Ec. 34). El sistema de ecuaciones Ec. 42 es homogéneo, y singular. Por lo tanto, la solución del sistema para valores diferentes de cero, está dada por el determinante del sistema de ecuaciones.

$$|\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad \text{Ec. 43}$$

Las matrices Φ y Ω^2 , son de dimensiones $N \times N$, donde N es el grado de libertad del sistema, estas matrices satisfacen la Ec. 42 y tienen la siguiente forma:

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2 \dots \phi_N] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1j} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2j} & \dots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{Nj} & \dots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 44}$$

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 45}$$

En resumen, cuando una estructura es alterada desde su posición estática y se le permite oscilar sin ninguna carga dinámica externa, esta vibrará con una determinada frecuencia ω_n^2 , es decir a una frecuencia natural (rad/s). Cada forma modal ϕ_N se le asocia una frecuencia natural de vibración, la cual puede ser definida como la deformada para una frecuencia determinada. Una estructura tiene un número ilimitado de frecuencias naturales, estas son propias de la estructura. Estas dependen a su vez de la masa, la rigidez así como de su distribución. Si el MEF es usado para modelar una estructura, ésta tendrá tantas formas y frecuencias modales como grados de libertad se definan. Las frecuencias naturales de un sistema no amortiguado difieren de las frecuencias naturales del sistema no amortiguado.

Método de solución por superposición modal (Wilson, 2000) .

Las ecuaciones de equilibrio dinámico que corresponden a N ecuaciones diferenciales Ec. 46 que están en equilibrio con las fuerzas externas definidas por las funciones de carga $f_i(t)$ y los vectores espaciales p_i .

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) = \sum_i f_i(t)p_i \quad \text{Ec. 46}$$

Este sistema de ecuaciones diferenciales de segundo grado se pueden resolver mediante la separación de variables. Este enfoque asume que la solución puede ser expresada en la siguiente forma.

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad \text{Ec. 47}$$

Donde Φ , contiene N vectores espaciales ϕ_n que no dependen del tiempo y $\mathbf{q}(t)$, contiene N funciones del tiempo.

De la ecuación Ec. 47 se derivan las expresiones.

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) \text{ y } \ddot{\mathbf{u}}(t) = \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) \tag{Ec. 48}$$

Propiedades de los modos de vibrar.

La solución de la respuesta en base a la Ec. 47, indica que las funciones ϕ_n satisfacen las condiciones ortogonales de masa y de rigidez.

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \text{ y } \Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Omega^2 \tag{Ec. 49}$$

Por lo tanto, la matriz de masas definida en la Ec. 39 La matriz identidad \mathbf{I} tiene las dimensiones de NxN, donde N es el número de grados de libertad.

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \cdots 0 \cdots 0 \\ 0 & 1 \cdots 0 \cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots 0 \cdots 1 \end{bmatrix}$$

La matriz espectral Ω^2 se define en la Ec. 45, esta es cuadrada de dimensiones NxN y diagonal. En su diagonal se incorporan los términos ω_n^2 .

Separación de ecuaciones de equilibrio dinámico.

El desacoplamiento de las ecuaciones modales diferenciales de la Ec. 31, se obtienen de la sustitución de los términos de la Ec. 47 y Ec. 48 y la pre-multiplicación por Φ^T en la ecuación Ec. 46. La siguiente ecuación modal describe un sistema de n ecuaciones diferenciales desacopladas o independientes que se pueden resolver mediante métodos analíticos o métodos numéricos.

$$\begin{aligned} \Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q}(t) &= \Phi^T \mathbf{r}(t) \\ \text{ó} & \\ \mathbf{I} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{d} \dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega^2 \mathbf{q}(t) &= \sum_i \Phi^T f_i(t) p_i \end{aligned} \tag{Ec. 50}$$

Matriz de amortiguamiento modal

La matriz $\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \mathbf{d}$, no es diagonal para todas las estructuras reales. Para desacoplar las ecuaciones modales es necesario asumir amortiguamiento clásico. Es decir, que esta sea cuadrada y diagonal, con valores $\mathbf{d}_{nm} = 0$, cuando $n \neq m$. Por lo tanto, se establece que los términos en la diagonal de la matriz de amortiguamiento modal dependen de las razones de amortiguamiento modal. ξ_n y de las frecuencias naturales ω_n .

$$\mathbf{d}_{nn} = 2\xi_n \omega_n \tag{Ec. 51}$$

La ecuación modal desacoplada para un sistema estructural lineal, es de la siguiente forma:

$$\ddot{q}(t)_n + 2\xi_n\omega_n\dot{q}(t)_n + \omega_n^2q(t)_n = \sum_i \Phi^T f_i(t)p_{ni} \quad \text{Ec. 52}$$

Sumario del análisis tiempo historia modal

El análisis tiempo historia modal, es un método numérico empleado para la solución de la respuesta dinámica de un sistema estructural. Se rige bajo la teoría de que el movimiento del sistema $u(t)$ de n grados de libertad (ver Figura. A-9), se puede expresar como la combinación lineal de cada grado de libertad $u_n(t)$. Estos desplazamientos dependen de los modos de vibrar de la estructura ϕ_i y de valores amplitud modal $q_n(t)$. Matemáticamente $u(t)$ se define como:

$$u(t) = \sum_{n=1}^N u_n(t) \quad \text{Ec. 53}$$

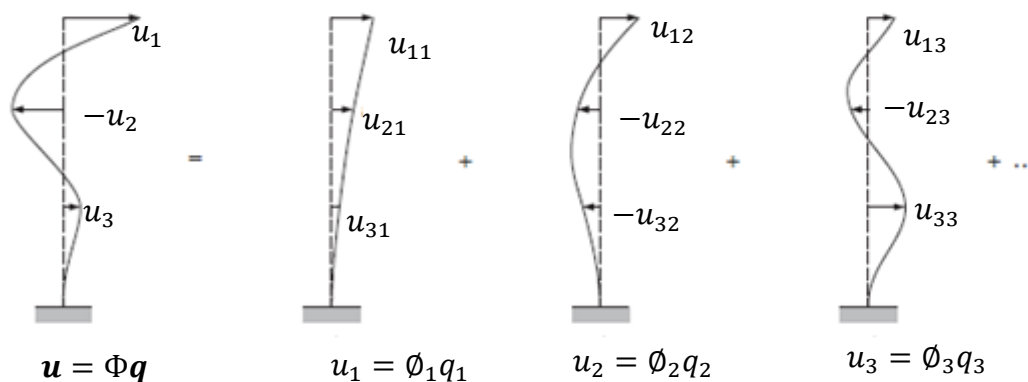


Figura. A-9. Desplazamientos resultantes y modales de una estructura (CSI 2009).

En términos generales, el análisis tiempo historia modal se divide en los siguientes pasos:

- 1.-Definición de propiedades mecánicas, masa M , rigidez K y de amortiguamiento C , del sistema.
- 2.-Determinación de las frecuencias modales ω y modos de vibrar Φ : Los modos de vibrar que se pueden obtener de la solución del problema de valores propios: $[K - \omega_n^2 M]\phi_n = 0$, (ver análisis modal).
- 3.-Cálculo de la respuesta, resolviendo la ecuación de equilibrio dinámico del sistema desacoplado.

$$\ddot{q}(t)_n + 2\xi_n\omega_n\dot{q}(t)_n + \omega_n^2q(t)_n = \sum_i \Phi^T f_i(t)p_{ni} \quad \text{Ec. 54}$$

La ecuación anterior, se obtiene de un proceso de desacoplamiento del sistema de ecuaciones del tipo Ec. 4, utilizando las propiedades ortogonales de los modos de vibrar.

- 4.-Cálculo de los desplazamientos modales: $u_n(t) = \phi_n q_n(t)$.

5-.Combinación de las contribuciones de los desplazamientos modales, para determinar la respuesta total:

$$u(t) = \sum_{n=1}^N u_n(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t) = \Phi \mathbf{q} \quad \text{Ec. 55}$$

En general, los modos de vibración correspondientes a las frecuencias más bajas, son los que contienen menor energía de deformación elástica. Por otro lado, los modos asociados a las frecuencias más altas, son los que incorporan un mayor error numérico, se requiere una discretización mucho más detallada para obtener los modos y frecuencias más altas, por lo que excluir tales modos no repercute en la precisión de la respuesta.

Anexo B. Revisión Bibliográfica Complementaria.

Fórmulas de diseño de pisos de madera.

A continuación se resumen algunos estados límites de servicio del Eurocódigo 5 y de los autores Hu y Chui, que sirven como medidas de aceptabilidad del desempeño vibratorio de pisos de madera

Tabla. B-1. Indicadores de desempeño basados en deflexión y frecuencia Natural.

País	Norma/Autor	Criterio
Canadá**	Hu y Chui 2004	$\frac{f_o}{w^{0.44}} < 18.7$
Finlandia*	Eurocódigo 5	$w < 0.5 \cdot K \left[\frac{mm}{kN} \right]$ $f_o > 9[Hz]$

*Hu y Chui (2004) investigadores canadienses, desarrollaron una fórmula de regresión experimental que relaciona simultáneamente a los indicadores “f_n” y “w” con un umbral de percepción de vibraciones molestas en pisos de madera. La expresión, se basa en la experimentación de más de 200 sistemas de piso en condiciones de laboratorio.

**Las exigencias de Finlandia para la evaluación de vibraciones en pisos es mayor en comparación a otros países europeos, véase (Zhang, et al., 2013). El factor de incremento K , depende de la luz máximas las vigas cuyo valor se obtiene de la siguiente gráfica.

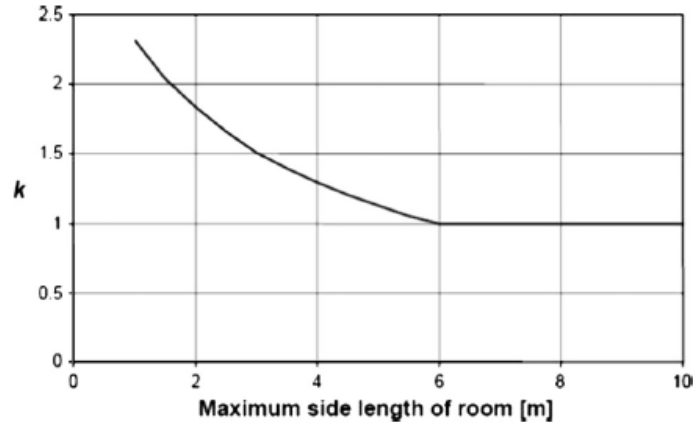


Figura. B-1. Factor de incremento k (Zhang, et al., 2013).

Naturaleza vibratoria de los pisos en estudio.

Una carga dinámica de caminata, puede generar dos tipos de respuestas, una respuesta resonante o una respuesta transitoria. La resonancia es el aumento gradual de la respuesta dinámica, esto ocurre cuando la frecuencia de la caminata, coincide con la frecuencia natural del piso, este fenómeno se observa en los pisos de baja frecuencia, o cuyas frecuencias naturales f_0 están bajo los 8-10 Hz, para el análisis vibratorio de este tipo de pisos, se recomienda el uso de series de Fourier (Racic et al 2009).

La respuesta dinámica de pisos de alta frecuencia, es del tipo “Transitorio” y están dominadas por la fuerza de impacto del talón producto de la caminata. La vibración se caracteriza por aumentos y valores “peak” que decaen rápidamente, estos valores máximos están gobernados por la rigidez y la masa del sistema. (Hu, et al., 2006). También, los modos de vibrar estrechamente espaciados, que es característico de estructuras rígidamente ortotrópicas, producen un efecto de aumento en las amplitudes de la respuesta vibratoria y por ende los niveles de aceleración experimentadas por las personas (Glisovic & Stevanovic, 2010).

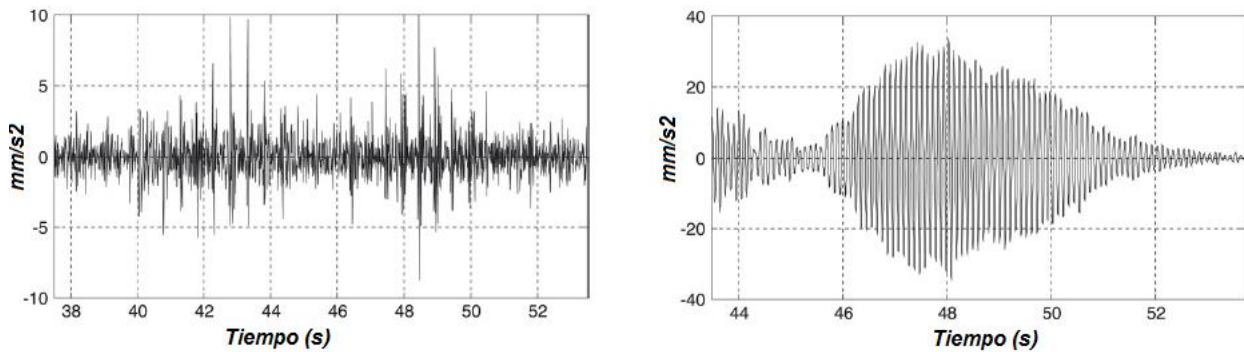


Figura. B-2. Ejemplo de Respuestas transitoria (Izquierda) y Resonante (Derecha)

Características físicas de las fuerza de caminatas de personas.

El problema de la serviciabilidad vibratoria de pisos debido al tránsito de personas, ha llevado a los ingenieros a estudiar las cargas de pisada desde fines de la década de los 60 (Hu et al, 2001). La fuerza de reacción del suelo (vertical) representa el perfil de carga de una pisada en el tiempo ver Figura B.3. Las fuerzas de reacción del suelo (FRS) poseen tres componentes siendo la componente vertical la de mayor relevancia para el estudio de diafragmas de piso, y la componente horizontal en el análisis de pasarelas de madera (Sedlacek, et al., 2006). La fuerza de una pisada varía en un individuo a otro y cambian en el tiempo y en el espacio, siendo aleatorias en naturaleza, dependen en gran medida de variables como la frecuencia de pasos (número de pasos por el tiempo), del peso y del género del caminante (Racic, et al., 2009). Las personas caminan en un rango aproximado entre 1.5Hz y 2.5Hz, sin embargo el promedio de frecuencia de paso de chilenos estimado por es cercano a 1.8Hz (Sepúlveda 2012).

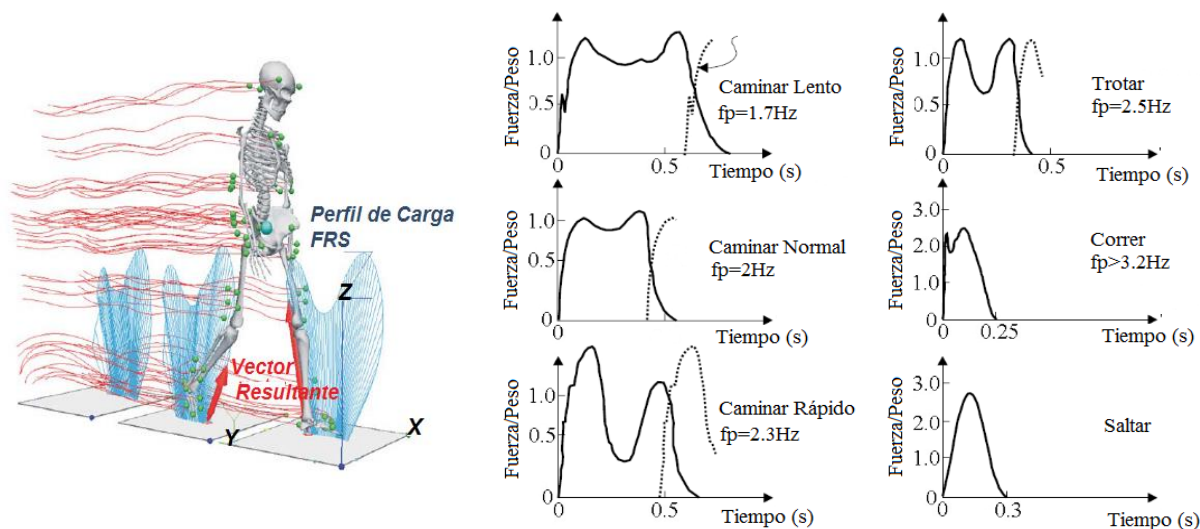


Figura. B-3. (Izquierda) Fuerza de reacción del suelo “FRS” de una pisada y (Derecha) Diferentes perfiles de FRS (Racic et al, 2009).

Davis (2008), realizó mediciones de cargas de paso a distintas frecuencias de caminatas entre los 90bpm a 130bpm mediante una plataforma de fuerza las que posteriormente ocupó como fuerzas de diseño para el análisis de finitos de estructuras de piso en el programa SAP 2000, tales resultados están publicados en su tesis de doctoral . La siguiente figura ilustra los perfiles de carga del suelo en función del tiempo y normalizados por el peso del sujeto.

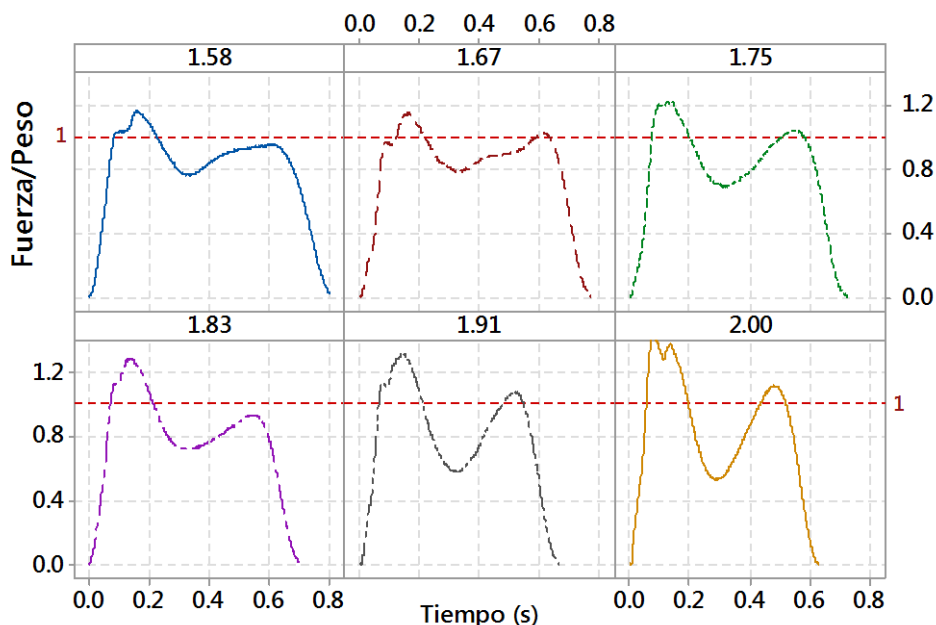


Figura. B-4. Fuerzas normalizadas de pisada medidas por Davis (2008), Elaboración Propia.

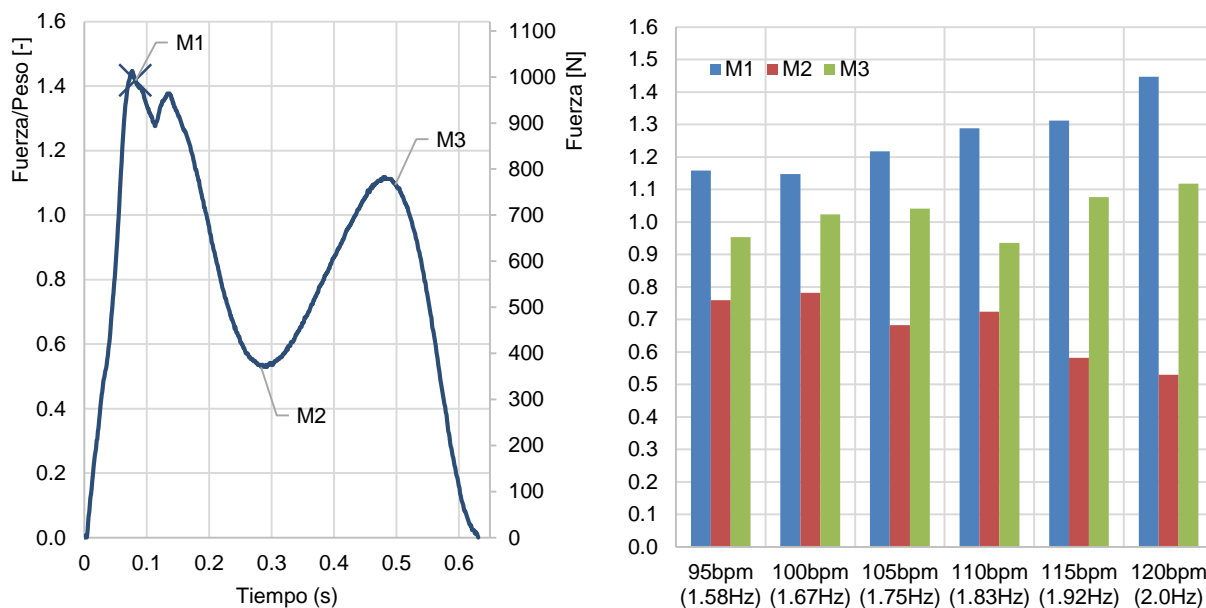


Figura. B-5. Valores máximos de las Funciones de fuerzas de pisada reales “FRS” (Davis 2008).

Sumario de las características de las frecuencias de pisadas de personas.

Se han estudiado los patrones de actividades humanas, determinándose que las personas caminan en un rango de frecuencia entre 1.6 y 3.2Hz. Se define una “caminata normal” como una marcha de frecuencia de paso de “2.0Hz”. La variable de pasos “ f_p ”, es el número de pasos en un intervalo de tiempo determinado. Espinoza (2012) y Ríos (2013) estudiaron caminatas de chilenos

determinando que la frecuencia de paso promedio es cercana 1.8Hz, esta media calculada es un valor muy semejante considerando los resultados de investigadores internacionales.

Tabla. B-2. Frecuencias medias obtenidas por diversos autores.

Autor	N (Tamaño de la muestra)	μf_p (Hz)	σf_p (Hz)
Matsumoto, 1972	505	1.99	0.173
Zivanovic et al, 2005	40	1.87	0.186
Pachi abd Ji, 2005	1976	1.86	0.11
Ingolfsson, 2006	19	1.83	0.104
Sepúlveda, 2012	127	1.8	0.185
Ríos, 2013	100	1.81	0.196

La siguiente tabla cataloga el tipo de actividad “Caminar” con la frecuencia de paso y velocidad asociada. Se observa que una caminata normal es del orden de 2Hz y a medida que la actividad se intensifica, la velocidad y frecuencia con la que se repite el paso es mayor.

Tabla. B-3. Características físicas de actividades humanas.

Actividad	Frecuencia-Paso [Hz]	Velocidad [m/s]	Zancada [m]
Caminar Lento	1.7	1.1	0.6
Caminata Normal	2.0	1.5	0.75
Caminata Rápida	2.3	2.2	1.0
Trote	2.5	3.3	1.3
Correr	>3.2	5.5	1.75

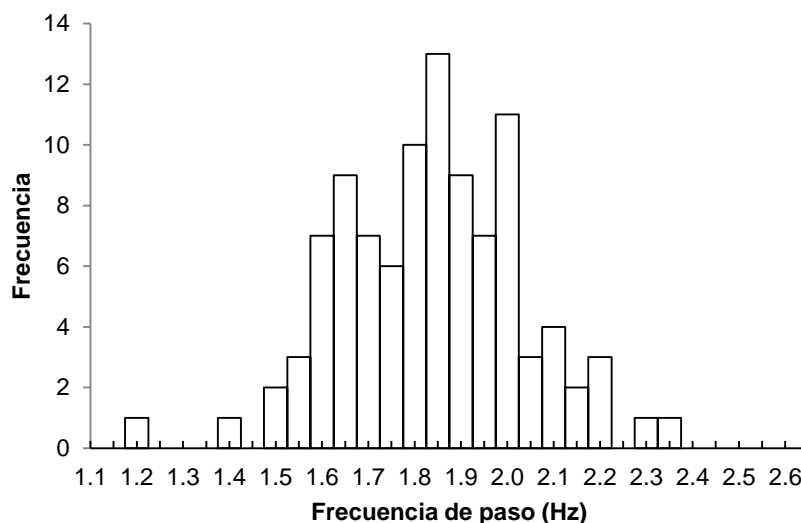


Figura. B-6 Histograma de frecuencia de paso de caminatas de personas (Ríos 2013).

Aproximación matemática de las fuerzas de pisadas.

Sedlacek, et al., 2006, desarrollaron un método para obtener historiales de carga en el dominio del tiempo, mediante polinomios de alto orden en función de la frecuencia de paso (ver Anexo B). Estas funciones fueron ajustadas mediante técnicas estadísticas, analizando mediciones experimentales de cargas de una muestra de 5 personas, de diferente peso caminando a 5 frecuencias de paso, usando 3 tipos de calzado distintos. El método tiene mucho potencial práctico para generar un historial carga-tiempo.

Aproximación de las fuerzas de pisadas, mediante polinomios de alto orden.

Se ha logrado representar las cargas de pisadas, en función del tiempo, mediante polinomios de alto orden ver (Sedlacek, et al., 2006). La siguiente figura representa las pisadas de personas (hombres) a distintas frecuencias de paso. Tales perfiles se midieron en laboratorio mediante una plataforma de carga con tres tipos de calzado (deportivo, casual y del tipo formal), la influencia en el tipo de calzado usado y la forma del perfil de carga es insignificante.

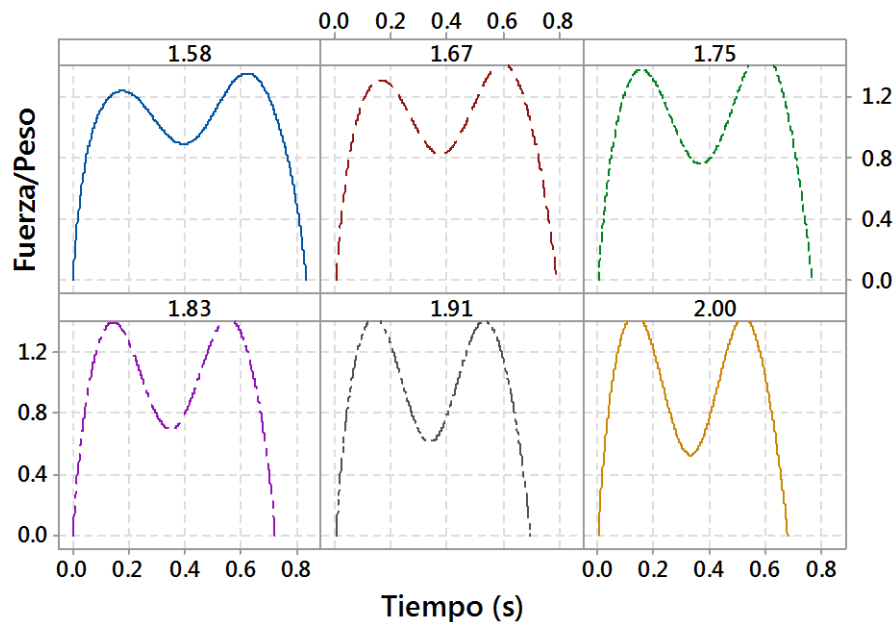


Figura. B-7. Perfiles de carga FRS aproximados por polinomios según Sedlacek (2006), Elaboración Propia.

La fuerza inducida por un paso puede ser descrita con a siguiente fórmula:

$$\frac{F(t)}{G} = \sum_{n=1}^8 K_n t_p^n$$

Donde los coeficientes K_n son se obtienen de la siguiente tabla y dependen de la frecuencia de paso (f_p Hz).

Tabla. B-4. Parámetros para la obtención del perfil de carga aproximado (Sedlaceck et al 2006).

	$f_s < 1.75 \text{ Hz}$	$1.75 \text{ Hz} < f_p < 2.00 \text{ Hz}$	$f_p < 2.00 \text{ Hz}$
K1	$-8f_p + 38$	$24 f_p - 18$	$75 f_p - 120$
K2	$376 \cdot f_p - 844$	$-404 \cdot f_s + 521$	$-1720 \cdot f_p + 3153$
K3	$-2804 \cdot f_p + 6025$	$4224 \cdot f_p - 6274$	$17055 \cdot f_p - 31936$
K4	$6308 \cdot f_p - 16573$	$-29144 \cdot f_p + 45468$	$-94265 \cdot f_p + 175710$
K5	$1732 \cdot f_p + 13619$	$109976 \cdot f_p - 175808$	$298940 \cdot f_p - 553736$
K6	$-24648 \cdot f_p + 16045$	$-217424 \cdot f_p + 353403$	$-529390 \cdot f_p + 977335$
K7	$31836 \cdot f_p - 33614$	$212776 \cdot f_p - 350259$	$481665 \cdot f_p - 888037$
K8	$-12948 \cdot f_p + 15532$	$-81572 \cdot f_p + 135624$	$-174265 \cdot f_p + 321008$

La duración de carga para una única frecuencia de paso f_p , se calcula mediante:

$$t_p = 2.6606 - 1.757 \cdot f_p + 0.3844 \cdot f_p^2 \text{ [seg]}$$

Aproximación de fuerzas de pisadas mediante series de Fourier.

Las fuerzas de pisadas (en dirección vertical), se pueden modelar mediante series de Fourier. La fórmula asociada, se adjunta a continuación:

$$f(t) = P \left(1 + \sum_{n=1}^K \alpha_n \sin(2\pi n f_p t + \phi_n) \right) \tag{Ec. 56}$$

La fuerza depende de las siguientes variables:

- P : Peso del caminante. α_n : Coeficiente de diseño
- f_p : Frecuencia de pasos. ϕ_n : Ángulo de fase
- n : Armónico

Tabla. B-5. Ejemplos de parámetros de diseño, para fuerzas de pisadas de personas al caminar.

Armónico n	Rango de excitación $n f_p$ (Hz)	Coefficientes de diseño α_n	Ángulo de fase ϕ_n	Norma o Fuente
1	1.8 a 2.2	$0.436(n f_p - 0.95)$	0	SCI 2009
2	3.6 a 4.4	$0.006(n f_p + 12.3)$	$-\pi/2$	
3	5.4 a 6.6	$0.007(n f_p + 5.2)$	π	
4	7.2 a 8.8	$0.007(n f_p + 2.0)$	$\pi/2$	
1	1.2 a 2.4	$0.37(f_p - 1)$	0	ISO 10137: 2007
2	2.4 a 4.8	0.1	0	
3	3.6 a 7.2	0.06	0	
4	4.8 a 9.6	0.06	0	
5	6.0 a 12.0	0.06	0	

Vector de Ritz versus Eigen Vectores.

Eigenvector	Vectores Ritz:
<p>El análisis de Eigenvector, determina modos de vibrar de vibración libre no amortiguada y frecuencias del sistema. Estos modos de vibrar proveen un excelente percepción del comportamiento de la estructura</p>	<p>El análisis de vector de Ritz, busca hasta encontrar modos de vibrar que son excitados por una carga en particular y pueden proveer una mejor base que el análisis mediante Eigenvector, cuando es usado para análisis tiempo historia o espectro de respuesta, basado en superposición modal.</p>
<p>Los modos propios, son más adecuados para determinar la respuesta desde aceleraciones horizontales, a través de un modo masa-residual</p> <p>La participación de masa es una medida común de determinación de suficientes modos.</p>	<p>Los vectores de Ritz son más apropiados para análisis que involucran aceleraciones verticales del suelo, vibraciones de máquinas localizadas análisis no lineal (Fast Nonlinear Analysis). Los vectores de Ritz son también eficientes y ampliamente usados para análisis dinámico que involucra movimiento horizontal del suelo. Su beneficio es que para el mismo número de modos, los vectores Ritz proveen mejor factor de participación, el cual permite que el análisis sea más rápido, con el mismo nivel de precisión.</p>
<p>El análisis “Eigen” es usado para identificar problemas dentro del modelo. Otro beneficio, es que las frecuencias naturales indican, en qué momento la resonancia debería ocurrir y bajo qué condiciones de carga.</p>	<p>Los vectores de Ritz convergen mucho más rápido y más uniformemente que los vectores Eigen. Además, no están sujetos problemas de convergencia, aunque se mantiene estricta ortogonalidad de vectores, similar a los vectores Eigen.</p>

Comparación de resultados del parámetro VDV y N° de modos de vibrar.

La Figura. B-8, compara los resultados del indicador VDV, día de acuerdo a la norma BS6472:2008, versus el N° de modos de vibrar utilizados en el análisis dinámico de los modelos. Se eligieron estos modelos al azar y se observa que el número de modos de vibrar (eigen) no es un parámetro relevante en el resultado de valor de dosis vibración. Es decir, los primeros modos de vibrar de los modelos, son los más relevantes en la respuesta total. Al comparar los resultados de 50 modos de vibrar con 1000 modos de vibrar, las diferencias son menores a 1%. Esto es beneficioso al momento de ahorrar tiempo de cálculo computacional. El análisis dinámico mediante el vector Ritz es una

opción favorable debido al uso acotado de modos de vibrar que responden a una carga en particular. Se realizó el análisis mediante 50 modos Ritz que se calculan a partir de una carga gravitatoria y las diferencias fueron mínimas al comparar resultados del parámetro VDV con 1000 modos de vibrar tipo Eigen.

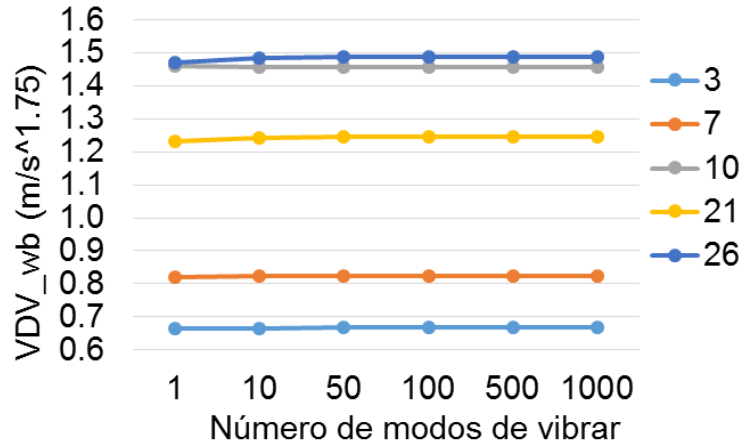


Figura. B-8. Resultados del parámetro VDV vs Modos de Vibrar de los modelos (MOD #3,7,10,21 y 26)

Anexo C. Procedimiento de modelación de cargas de paso en SAP2000.

A continuación se dará a conocer el procedimiento aplicado en el análisis tiempo-historia mediante el método de superposición modal. Asumiendo que el sistema se comporta en el rango lineal-elástico, del nivel de deformación de los materiales.

1. Realizar una definición del caso de carga para análisis modal, esto es para la obtención de las formas y frecuencias modales: ir a *. Define-Load Cases->Add New Load Case (ej. Ritz_50)*. En SAP2000 existen dos tipos modos para el análisis modal, Eigen Vector y Ritz Vector. El análisis mediante Ritz vector entrega excelentes resultados y ha sido recomendado para análisis tiempo-historia mediante superposición modal por investigadores como Wilson, Yuan, y Dickens (1982), (CSI , 2013). La razón por la que el vector de Ritz entrega resultados excelentes, es que estos modos son generados, tomando en cuenta una distribución espacial de carga dinámica, considerando que en el uso directo de formas modales , se omite esta importante información. El método de Ritz-Vector necesita de un vector inicial de carga, en este caso se asignó una carga de aceleración (Accel) en la dirección vertical (Uz), ver Figura. C-1 (a). Es decir que las formas modales a considerar están sometidas a deformaciones verticales (omitiendo formas modales en las direcciones X e Y). Se definieron 50 modos y una participación modal del 99%. Luego que el mínimo de modos han sido encontrados, el programa continuará buscando modos hasta que todas

las razones de participación especificadas hayan sido conseguidas, o que algún otro criterio regulador ocurra primero (ej. número máximo de modos).

2. Definir un historial o perfil de carga tiempo historia como los mostrados en la Figura. B-4 en el menú *Define-Functions-Time history*.. Los historiales de carga de diseño se adjuntan en los archivos digitales de esta memoria basados en datos de (Davis, 2008).

Una vez definida las funciones se procede a definir las cargas puntuales en el menú *Define- Load Patterns* ej (P0, P1, P2, ...Pn). Estas cargas son pasos simulados que van aplicados a nodos a una distancia de una zancada (ver Figura 6).

3. Definir las cargas dinámicas de pasos en *->Define-Load Cases, Analysis Type (Linear), Time History Type(Modal), Time History Motion Type (Transient)* y el Modal Case (Ritz_50).

La definición del caso de carga dinámica incluye la Function (perfil de carga), el Scale factor (peso del caminante (N) o en unidades preestablecidas) y el Arrival Time (que es el tiempo de llegada) este tiempo corresponde al período en segundos de la frecuencia de paso definida, ej $f_p=2$ Hz (Arrival time 0, 0.5, 1, 1.5 ...2, etc), ver Figura. C-1 (b).

Load Case Name: RITZ [Set Def Name]

Notes: [Modify/Show...]

Load Case Type: Modal [Design...]

Stiffness to Use:

- Zero Initial Conditions - Unstressed State
- Stiffness at End of Nonlinear Case []

Important Note: Loads from the Nonlinear Case are NOT included in the current case

Type of Modes:

- Eigen Vectors
- Ritz Vectors

Number of Modes:

Maximum Number of Modes: 50

Minimum Number of Modes: 1

Loads Applied:

Load Type	Load Name	Maximum Cycles	Target Dynamic Participation Ratios (%)
Accel	UZ	0	99.
Accel	UZ	0	99.

[Add] [Modify] [Delete] [OK] [Cancel] (a)

Load Case Data - Linear Modal History

Load Case Name: 120bpm Notes: Modify/Show... Load Case Type: Time History Design...

Initial Conditions:
 Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State
 Continue from State at End of Modal History

Analysis Type:
 Linear Nonlinear
 Modal Direct Integration

Time History Motion Type:
 Transient Periodic

Modal Load Case:
 Use Modes from Case: RITZ

Loads Applied

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor	Time Factor	Arrival Time	Coord Sys	Angle
Load Path	P0	120bpm	706.32	1.	0	GLOBAL	0.
Load Pattern	P0	120bpm	706.32	1.	0.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P1	120bpm	706.32	1.	0.5	GLOBAL	0.
Load Pattern	P2	120bpm	706.32	1.	1.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P3	120bpm	706.32	1.	1.5	GLOBAL	0.
Load Pattern	P4	120bpm	706.32	1.	2.	GLOBAL	0.
Load Pattern	P1_1	120bpm	706.32	1.	2.5	GLOBAL	0.

Show Advanced Load Parameters Add Modify Delete

Time Step Data:
 Number of Output Time Steps: 9500
 Output Time Step Size: 1.000E-03

Other Parameters:
 Modal Damping: Constant at 0.03 Modify/Show...

(b)

Figura. C-1. Entrada de datos SAP.2000. (a) Definición de análisis modal, (b) Definición de cargas para análisis tiempo historia.

Anexo D. Valores de dosis de vibración de modelos de piso.

Resultados de la evaluación del desempeño vibratorio de los pisos en estudio.

La siguiente tabla resume los resultados de los indicadores de desempeño jornada día $VDV_{Wb,día}$ y $VDV_{Wg,día}$, según las normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007. También se adjuntan los parámetros de diseño estructural de los pisos, como: Módulo de elasticidad de la madera, escuadría de vigas, separación de vigas, luz de apoyo y ancho del modelo.

Tabla. D-1. Resultados de la evaluación del desempeño vibratorio.

Modelo	MOE	b _{xh}	S	L	B	δ(pp+sc)	W	f _n	K	VDV_Wb	VDV_Wg
N°	Mpa	mm	cm	cm	cm	mm	mm/kN	Hz		m/s ^{1.75}	m/s ^{1.75}
1	8620	41x230	31	469	496	6.93	0.51	11.5	1.20	1.27	0.92
2	8620	41x230	41	408	410	4.79	0.52	14.0	1.30	1.26	0.83
3	8620	41x230	51	366	417	4.07	0.51	15.3	1.38	1.18	0.75
4	8620	41x230	61	335	366	3.20	0.47	17.1	1.45	1.28	0.78
5	8620	41x185	31	386	496	6.55	0.70	12.0	1.34	1.77	1.25
6	8620	41x185	41	335	410	4.84	0.69	14.1	1.45	1.56	1.03
7	8620	41x185	51	301	408	3.97	0.63	15.6	1.53	1.58	0.99
8	8620	41x185	61	275	366	3.19	0.57	17.3	1.60	1.57	0.95
9	8000	41x185	31	408	496	8.38	0.83	10.6	1.30	1.65	1.25
10	8000	41x185	41	372	410	7.05	0.89	11.8	1.37	2.13	1.53
11	8000	41x185	51	346	408	6.49	0.88	12.3	1.43	1.96	1.38
12	8000	41x185	61	323	366	5.33	0.83	13.6	1.48	1.91	1.28
13	10800	41x185	31	443	496	8.31	0.68	10.6	1.24	1.48	1.13
14	10800	41x185	41	411	410	7.13	0.78	11.8	1.30	1.95	1.39
15	10800	41x185	51	382	408	6.43	0.75	12.4	1.35	1.63	1.15
16	10800	41x185	61	360	366	5.61	0.76	13.3	1.40	1.72	1.17
17	8620	41x138	31	296	496	6.11	1.00	12.4	1.54	1.95	1.36
18	8620	41x138	41	258	410	4.60	0.91	14.6	1.65	1.80	1.17
19	8620	41x138	51	231	408	3.80	0.83	16.0	1.73	2.41	1.48
20	8620	41x138	61	211	366	3.11	0.82	17.5	1.80	2.22	1.34
21	8000	41x138	31	305	310	5.23	1.04	13.8	1.52	2.19	1.46
22	8000	41x138	41	277	410	5.95	1.06	12.9	1.59	1.94	1.34
23	8000	41x138	51	258	408	5.37	1.04	13.6	1.65	2.25	1.50
24	8000	41x138	61	241	366	4.88	1.03	14.2	1.70	2.36	1.55
25	10800	41x138	31	337	496	7.62	1.03	11.3	1.45	1.96	1.42
26	10800	41x138	41	307	410	6.53	1.04	12.4	1.52	2.16	1.52
27	10800	41x138	51	285	408	5.93	0.99	13.0	1.57	1.93	1.32
28	10800	41x138	61	269	366	5.24	0.98	13.8	1.62	2.30	1.53

MOE: Módulo de elasticidad; **b_{xh}:** Escuadría de vigas; **S:** Separación de vigas; **L:** Luz de apoyo de vigas; **B:** Ancho del modelo; **δ(pp+sc):** Deflexión central peso propio y sobrecarga de uso
W: Deflexión central; **f_n:** Frecuencia Natural; **K:** Factor de incremento
VDV_Wb: Valor dosis vibración día (Wb); **VDV_Wg:** Valor dosis vibración día (Wg)

La tabla D-2 se resumen los valores de los ratios de evaluación definidos en el apartado 4.5.2, según las normas BS 6472:2008, ISO 10137:2007, EC5 y NCh1198 of 2006. Cuando estos ratios son menores a 1, entonces los diseños de piso cumplen con las exigencias de las normas respectivas. Los Ratios se calcularon con los resultados adjuntos en la Tabla D-1.

Tabla. D-2. Ratios de evaluación del desempeño vibratorio.

Modelo	MOE	bxh	S	L	B	R1	R2	R3	R4	R5
N°	Mpa	mm	cm	cm	cm	BSI	ISO	EC5	EC5	NCh 1198
1	8620	41x230	31	469	496	3.17	2.30	0.86	0.8	0.44
2	8620	41x230	41	408	410	3.16	2.08	0.80	0.6	0.35
3	8620	41x230	51	366	417	2.96	1.88	0.73	0.6	0.33
4	8620	41x230	61	335	366	3.20	1.94	0.65	0.5	0.29
5	8620	41x185	31	386	496	4.43	3.14	1.04	0.8	0.51
6	8620	41x185	41	335	410	3.90	2.57	0.95	0.6	0.43
7	8620	41x185	51	301	408	3.94	2.46	0.82	0.6	0.40
8	8620	41x185	61	275	366	3.93	2.38	0.72	0.5	0.35
9	8000	41x185	31	408	496	4.12	3.13	1.28	0.8	0.62
10	8000	41x185	41	372	410	5.33	3.81	1.29	0.8	0.57
11	8000	41x185	51	346	408	4.89	3.45	1.24	0.7	0.56
12	8000	41x185	61	323	366	4.78	3.20	1.12	0.7	0.50
13	10800	41x185	31	443	496	3.70	2.83	1.09	0.8	0.56
14	10800	41x185	41	411	410	4.87	3.49	1.20	0.8	0.52
15	10800	41x185	51	382	408	4.07	2.87	1.12	0.7	0.50
16	10800	41x185	61	360	366	4.31	2.91	1.10	0.7	0.47
17	8620	41x138	31	296	496	4.88	3.40	1.30	0.7	0.62
18	8620	41x138	41	258	410	4.50	2.94	1.10	0.6	0.53
19	8620	41x138	51	231	408	6.02	3.70	0.96	0.6	0.49
20	8620	41x138	61	211	366	5.55	3.34	0.92	0.5	0.44
21	8000	41x138	31	305	310	5.47	3.64	1.37	0.7	0.51
22	8000	41x138	41	277	410	4.85	3.35	1.33	0.7	0.64
23	8000	41x138	51	258	408	5.62	3.76	1.26	0.7	0.62
24	8000	41x138	61	241	366	5.90	3.89	1.22	0.6	0.61
25	10800	41x138	31	337	496	4.90	3.56	1.43	0.8	0.68
26	10800	41x138	41	307	410	5.40	3.81	1.37	0.7	0.64
27	10800	41x138	51	285	408	4.83	3.31	1.26	0.7	0.62
28	10800	41x138	61	269	366	5.76	3.83	1.21	0.7	0.58

MOE: Módulo de elasticidad; **bxh:** Escuadría de vigas; **S:** Separación de vigas

L: Luz de apoyo de vigas; **B:** Ancho del modelo.

Los valores de R1, R2, R3 y R4 son ratios definidos en el apartado 4.5.2

Comparación de resultados del desempeño vibratorio en base a ratios.

A continuación se realiza una comparación del desempeño según las normas BSI (Ratio 1) e ISO (Ratio 2), junto con los límites de deflexión máxima vertical w (mm/kN) (Ratio 3) y frecuencia natural mínimo f_n (Hz) (Ratio 4), recomendados por el Eurocódigo 5 (EC5), véase apartado 3.1.4. Los ratios de la Figura. D-1, se ordenan en función de la luz de apoyo de las vigas de los diseños.

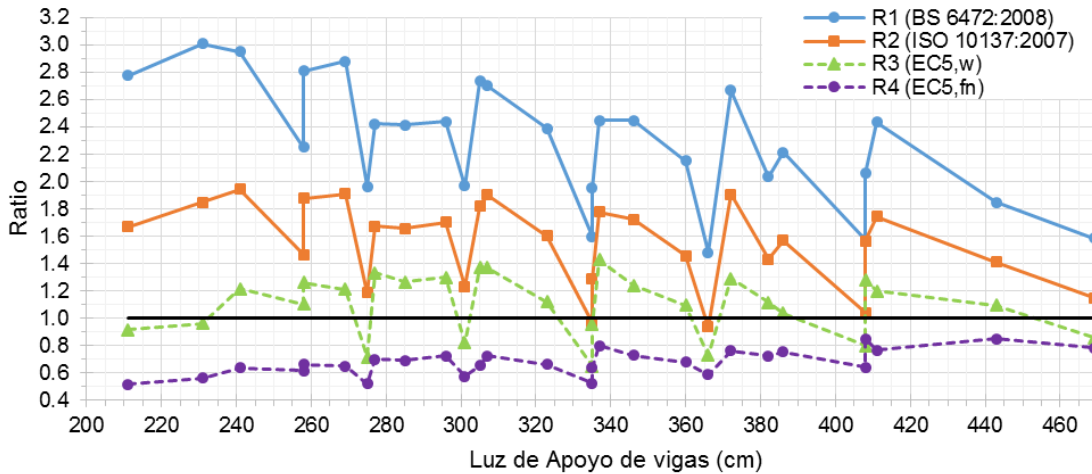


Figura. D-1. Comparación del desempeño dinámico según ratios.

- Se puede comparar en la Figura. D-1, que solo 9 pisos del total de 28 (32%) cumplieron con el criterio de diseño de rigidez ($R3 < 1$), según el EC5. Por otro lado, el 100% de los diseños en estudio cumplieron con el criterio de frecuencia natural del EC5, es decir, tienen una frecuencia natural mayor que 9Hz.

Propiedades dinámicas de Modelos de Elementos Finitos.

A continuación se da a conocer las propiedades dinámicas de los pisos en estudio. Se observó que las formas modales, resultaron ser típicas de estructuras de piso bidireccional. Una forma modal es una deformada característica del modelo cuando éste vibra libremente a una frecuencia determinada. La participación de la masa modal, para el primer modo de vibrar fue siempre mayor al 60%, ver Figura. D-2.

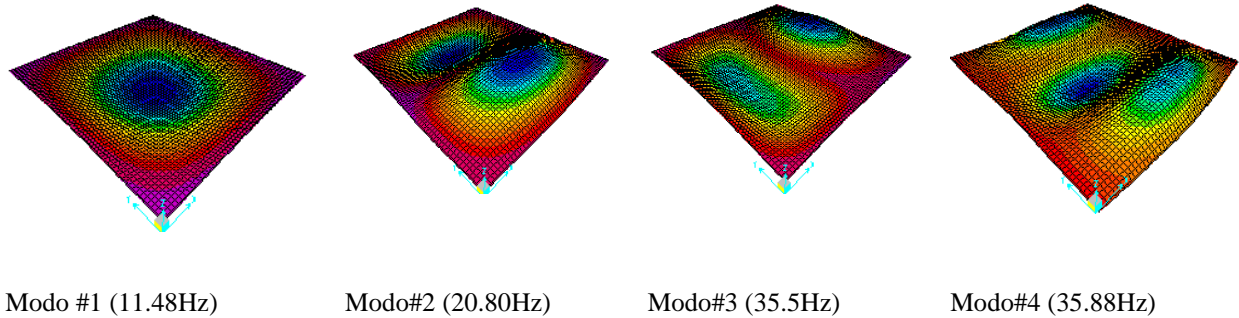


Figura. D-2. Primeros modos de vibrar del modelo #1.

La fórmula recomendada por Foschi (1990), que está basada en para pisos livianos de madera. Esta fórmula no considera el efecto de cadenas ni del terciado estructural, e integra la sobrecarga de uso.

$$f_o = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{E_j I_j (N - 1)}{\left[\left(\frac{q}{gh} + \rho_s \right) ha + \rho_j bd (N - 1) \right]}} \quad \text{Ec. 57}$$

Donde:

- | | |
|--|---|
| E_j : Módulo de elasticidad promedio de vigas. | h : Espesor de la placa de revestimiento. |
| I_j : Momento de Inercia de las vigas. | a : Ancho del piso |
| N : Número de vigas | ρ_j : Densidad de las vigas |
| q : Sobrecarga de uso | ρ_s : Densidad del revestimiento |
| g : Aceleración de Gravedad | b : Ancho de las vigas y d : Alto de las vigas. |

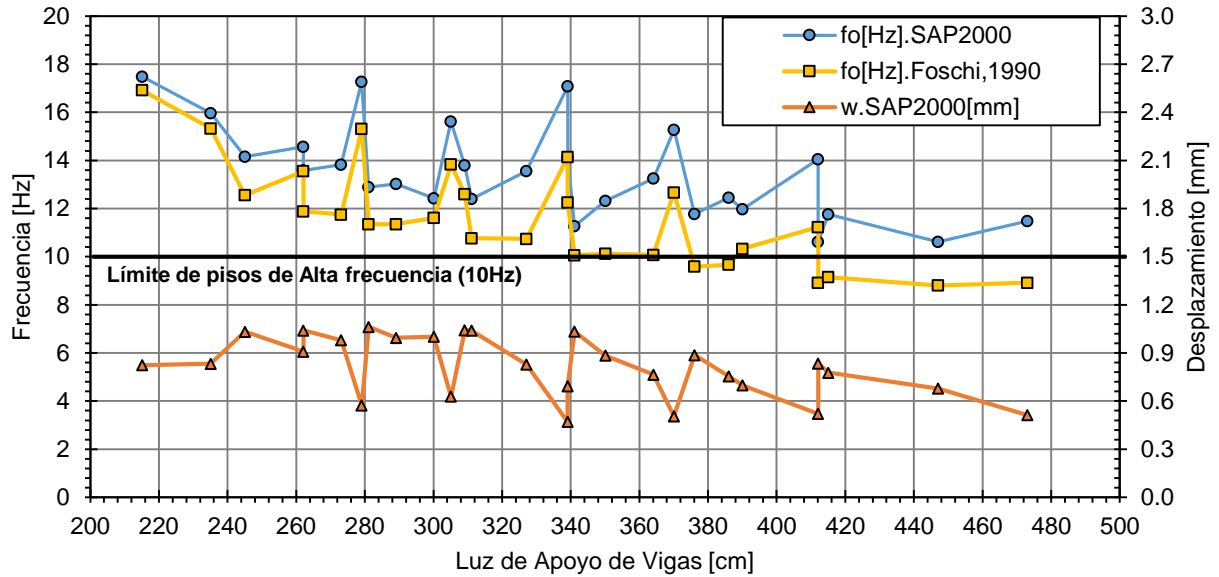


Figura. D-3. Deflexión y frecuencia natural de los modelos en función de la luz de apoyo de vigas (Elaboración Propia).

En la Figura. D-3, se comparan la frecuencia natural f_n de los modelos en SAP2000 y la frecuencia natural de la aplicación de la fórmula aproximada, estos valores se diferencian entre un 3 y un 24%,

Comparando resultados entre la frecuencia natural f_o (SAP2000 y Fórmula), resultaron diferencias entre un 3 y un 24%. Siendo los resultados del programa SAP2000 mayores a los valores por fórmula. Estos resultados son lógicos, ya que la fórmula aproximada no toma en cuenta el aporte de la rigidez del revestimiento estructural.

Se obtuvieron valores de desplazamiento unitarios (w) en un rango entre 0.47-1.0mm, producto de una carga vertical central de 1kN. Los modelos #2,3,4, 7 y 8 fueron los que presentaron mayores valores de frecuencia natural y menores deflexiones que el resto de los diseños.

B.4-.Tablas de valores de dosis de vibración de modelos de piso SAP2000

Las siguientes tablas contienen los resultados de dosis de vibración de cada piso, según la función de carga dinámica de camineta

Tabla. D-3. Resultados de VDVwb Modelos 1-14.

Caso	Peso (kg)	fp (hz)	Modelos de Piso #													
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	58	1.58	0.271	0.177	0.163	0.201	0.244	0.229	0.234	0.259	0.38	0.338	0.378	0.276	0.344	0.314
2	58	1.67	0.394	0.323	0.46	0.443	0.433	0.404	0.473	0.491	0.382	0.635	0.451	0.679	0.346	0.586
3	58	1.75	0.253	0.42	0.362	0.407	0.422	0.518	0.549	0.528	0.609	0.46	0.63	0.518	0.553	0.415
4	58	1.83	0.262	0.204	0.225	0.313	0.248	0.267	0.278	0.359	0.422	0.332	0.386	0.329	0.382	0.306
5	58	1.92	0.538	0.299	0.412	0.434	0.47	0.392	0.466	0.539	0.419	0.712	0.494	0.74	0.376	0.662
6	58	2.00	0.485	0.591	0.45	0.516	0.861	0.725	0.689	0.65	0.716	0.982	0.916	0.746	0.637	0.89
7	72	1.58	0.337	0.219	0.202	0.25	0.303	0.284	0.29	0.321	0.472	0.42	0.469	0.343	0.427	0.389
8	72	1.67	0.49	0.4	0.571	0.55	0.538	0.501	0.587	0.609	0.474	0.788	0.56	0.843	0.43	0.727
9	72	1.75	0.315	0.521	0.45	0.505	0.524	0.643	0.682	0.655	0.756	0.571	0.782	0.644	0.686	0.516
10	72	1.83	0.326	0.253	0.279	0.388	0.308	0.331	0.346	0.445	0.524	0.412	0.479	0.409	0.475	0.38
11	72	1.92	0.668	0.371	0.512	0.538	0.584	0.487	0.579	0.67	0.52	0.884	0.613	0.919	0.467	0.821
12	72	2.00	0.602	0.734	0.558	0.641	1.069	0.9	0.856	0.806	0.889	1.219	1.137	0.926	0.79	1.105
13	86	1.58	0.402	0.262	0.241	0.299	0.362	0.34	0.346	0.383	0.564	0.502	0.561	0.409	0.51	0.465
14	86	1.67	0.585	0.478	0.681	0.657	0.643	0.598	0.701	0.728	0.567	0.942	0.669	1.007	0.514	0.869
15	86	1.75	0.376	0.623	0.537	0.603	0.625	0.768	0.815	0.782	0.903	0.682	0.934	0.769	0.82	0.616
16	86	1.83	0.389	0.302	0.334	0.464	0.368	0.396	0.413	0.532	0.626	0.492	0.573	0.488	0.567	0.454
17	86	1.92	0.797	0.443	0.611	0.643	0.698	0.581	0.691	0.8	0.621	1.055	0.733	1.098	0.558	0.981
18	86	2.00	0.719	0.876	0.667	0.765	1.277	1.075	1.022	0.963	1.062	1.456	1.359	1.106	0.944	1.32
VDV,día,wb (16 Hrs)			1.27	1.26	1.18	1.28	1.77	1.56	1.58	1.57	1.65	2.13	1.96	1.91	1.48	1.95

Tabla. D-4. Resultados de VDVwb Modelos 15-28.

Caso	Peso (kg)	fp (hz)	Modelos de Piso #													
			15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	58	1.58	0.358	0.288	0.411	0.307	0.3	0.374	0.318	0.458	0.322	0.382	*0.565	0.444	0.409	0.329
2	58	1.67	0.397	0.665	0.462	0.651	0.668	0.634	0.665	0.658	0.778	0.624	0.541	0.509	0.707	0.669
3	58	1.75	0.533	0.409	0.611	0.545	0.745	0.744	0.683	0.517	0.617	0.781	0.427	0.695	0.484	0.726
4	58	1.83	0.371	0.366	0.428	0.469	0.473	0.489	0.359	0.575	0.38	0.426	0.55	0.456	0.528	0.368
5	58	1.92	0.434	0.693	0.57	0.492	0.567	0.701	0.71	0.689	0.853	0.597	0.806	0.558	0.732	0.722
6	58	2.00	0.744	0.593	0.894	0.762	1.132	0.968	0.968	0.758	0.906	1.093	0.725	1.004	0.711	1.036
7	72	1.58	0.444	0.357	0.51	0.381	0.373	0.464	0.394	0.568	0.4	0.474	*0.702	0.552	0.507	0.408
8	72	1.67	0.492	0.826	0.574	0.808	0.829	0.787	0.825	0.817	0.966	0.774	0.671	0.632	0.877	0.83
9	72	1.75	0.661	0.507	0.758	0.676	0.924	0.923	0.848	0.641	0.766	0.969	0.53	0.863	0.6	0.902
10	72	1.83	0.46	0.454	0.531	0.582	0.587	0.607	0.445	0.714	0.472	0.529	0.683	0.566	0.656	0.457
11	72	1.92	0.539	0.861	0.708	0.611	0.703	0.871	0.882	0.855	1.059	0.741	1.001	0.692	0.909	0.896
12	72	2.00	0.924	0.736	1.11	0.946	1.405	1.202	1.202	0.941	1.124	1.357	0.899	1.246	0.882	1.286
13	86	1.58	0.53	0.426	0.609	0.455	0.445	0.555	0.471	0.679	0.478	0.566	*0.838	0.659	0.606	0.488
14	86	1.67	0.588	0.986	0.685	0.965	0.99	0.94	0.986	0.975	1.154	0.925	0.802	0.754	1.048	0.992
15	86	1.75	0.79	0.606	0.906	0.808	1.104	1.103	1.012	0.766	0.915	1.158	0.633	1.031	0.717	1.077
16	86	1.83	0.55	0.542	0.634	0.695	0.701	0.725	0.532	0.852	0.564	0.632	0.815	0.676	0.783	0.546
17	86	1.92	0.644	1.028	0.845	0.73	0.84	1.04	1.053	1.022	1.264	0.885	1.195	0.827	1.086	1.07
18	86	2.00	1.103	0.879	1.326	1.13	1.678	1.435	1.436	1.124	1.343	1.621	1.074	1.488	1.054	1.536
VDV,día,wb (16 Hrs)			1.63	1.72	1.95	1.80	2.41	2.22	2.19	1.94	2.25	2.36	1.96	2.16	1.93	2.30
*VDV,día, Sin datos atípicos													2.00			

Tabla. D-5. Resultados de VDVwg Modelos 1-14.

Caso	Peso (kg)	fp (hz)	Modelos de Piso #													
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	58	1.58	0.207	0.124	0.112	0.128	0.186	0.161	0.153	0.163	0.29	0.257	0.27	0.204	0.263	0.239
2	58	1.67	0.285	0.212	0.292	0.271	0.31	0.264	0.299	0.3	0.291	0.455	0.317	0.453	0.265	0.421
3	58	1.75	0.186	0.276	0.229	0.247	0.299	0.34	0.342	0.319	0.463	0.33	0.44	0.347	0.42	0.299
4	58	1.83	0.199	0.139	0.146	0.19	0.185	0.181	0.178	0.217	0.321	0.249	0.273	0.232	0.291	0.231
5	58	1.92	0.39	0.201	0.261	0.262	0.34	0.264	0.295	0.325	0.317	0.515	0.352	0.497	0.287	0.479
6	58	2.00	0.35	0.388	0.285	0.313	0.607	0.477	0.428	0.392	0.544	0.698	0.645	0.499	0.488	0.633
7	72	1.58	0.258	0.154	0.14	0.158	0.231	0.199	0.19	0.202	0.36	0.32	0.335	0.253	0.327	0.297
8	72	1.67	0.354	0.263	0.362	0.336	0.385	0.328	0.371	0.373	0.361	0.565	0.393	0.563	0.329	0.522
9	72	1.75	0.231	0.343	0.284	0.307	0.371	0.423	0.425	0.396	0.574	0.41	0.547	0.43	0.522	0.371
10	72	1.83	0.247	0.172	0.181	0.235	0.229	0.224	0.22	0.269	0.399	0.309	0.339	0.288	0.362	0.286
11	72	1.92	0.484	0.25	0.324	0.325	0.422	0.328	0.366	0.404	0.394	0.639	0.436	0.618	0.356	0.594
12	72	2.00	0.435	0.482	0.353	0.388	0.754	0.592	0.532	0.486	0.676	0.866	0.801	0.619	0.606	0.786
13	86	1.58	0.308	0.184	0.167	0.189	0.276	0.238	0.227	0.242	0.43	0.382	0.401	0.302	0.39	0.354
14	86	1.67	0.423	0.315	0.432	0.402	0.46	0.392	0.443	0.445	0.432	0.675	0.469	0.672	0.393	0.624
15	86	1.75	0.276	0.409	0.339	0.366	0.443	0.505	0.507	0.473	0.686	0.489	0.653	0.514	0.623	0.443
16	86	1.83	0.295	0.206	0.216	0.281	0.274	0.268	0.263	0.321	0.476	0.37	0.405	0.344	0.432	0.342
17	86	1.92	0.578	0.298	0.388	0.389	0.505	0.392	0.437	0.482	0.471	0.763	0.521	0.738	0.425	0.71
18	86	2.00	0.519	0.576	0.422	0.464	0.901	0.707	0.635	0.58	0.807	1.035	0.957	0.74	0.724	0.939
VDV,día,wg (16 Hrs)			0.92	0.83	0.75	0.78	1.25	1.03	0.98	0.95	1.25	1.52	1.38	1.28	1.13	1.39

Tabla. D-6. Resultados de VDVwg Modelos 15-28.

Caso	Peso (kg)	fp (hz)	Modelos de Piso #													
			15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	58	1.58	0.254	0.213	0.291	0.216	0.19	0.234	0.228	0.33	0.238	0.261	*0.424	0.318	0.298	0.235
2	58	1.67	0.276	0.446	0.32	0.418	0.411	0.386	0.442	0.445	0.519	0.408	0.392	0.357	0.477	0.445
3	58	1.75	0.372	0.278	0.429	0.357	0.462	0.449	0.453	0.361	0.413	0.513	0.32	0.487	0.335	0.481
4	58	1.83	0.26	0.256	0.297	0.306	0.293	0.294	0.251	0.399	0.269	0.286	0.411	0.322	0.367	0.257
5	58	1.92	0.307	0.467	0.384	0.324	0.353	0.422	0.478	0.472	0.573	0.401	0.579	0.397	0.499	0.487
6	58	2.00	0.525	0.405	0.626	0.498	0.693	0.579	0.641	0.526	0.602	0.718	0.521	0.707	0.492	0.684
7	72	1.58	0.315	0.264	0.361	0.268	0.235	0.291	0.282	0.41	0.295	0.324	*0.527	0.394	0.37	0.291
8	72	1.67	0.343	0.553	0.398	0.519	0.511	0.479	0.548	0.553	0.644	0.506	0.486	0.443	0.592	0.552
9	72	1.75	0.462	0.345	0.532	0.443	0.573	0.557	0.563	0.448	0.513	0.637	0.398	0.605	0.416	0.597
10	72	1.83	0.323	0.318	0.369	0.38	0.363	0.365	0.311	0.495	0.334	0.355	0.511	0.399	0.456	0.319
11	72	1.92	0.381	0.58	0.477	0.402	0.438	0.524	0.594	0.585	0.711	0.498	0.719	0.493	0.619	0.604
12	72	2.00	0.651	0.502	0.777	0.618	0.86	0.719	0.796	0.653	0.747	0.891	0.647	0.878	0.611	0.85
13	86	1.58	0.377	0.316	0.432	0.32	0.281	0.348	0.337	0.49	0.353	0.387	*0.629	0.471	0.442	0.348
14	86	1.67	0.41	0.661	0.475	0.62	0.61	0.572	0.655	0.66	0.769	0.605	0.58	0.529	0.707	0.659
15	86	1.75	0.552	0.413	0.636	0.53	0.685	0.665	0.672	0.535	0.613	0.761	0.475	0.723	0.497	0.713
16	86	1.83	0.386	0.38	0.44	0.454	0.434	0.436	0.372	0.592	0.399	0.424	0.61	0.477	0.545	0.38
17	86	1.92	0.455	0.693	0.569	0.48	0.523	0.626	0.709	0.699	0.85	0.595	0.858	0.588	0.739	0.722
18	86	2.00	0.778	0.6	0.929	0.738	1.027	0.859	0.951	0.781	0.893	1.064	0.773	1.048	0.729	1.015
VDV,día,wg (16 Hrs)			1.15	1.17	1.36	1.17	1.48	1.33	1.46	1.34	1.50	1.55	1.42	1.52	1.32	1.53
*VDV,día, Sin Datos Atípicos													1.44			

Reducción de la luz de apoyo y desempeño vibratorio de los modelos #1,2,3 y4.

Se concluye que las luces de los diseños propuestos por el manual Arauco, no son óptimas para asegurar una adecuada comodidad frente a vibraciones inducidas por el tránsito de personas. Por ende se procedió a disminuir la luz de apoyo de vigas para observar el mejoramiento de la serviciabilidad dinámica de los pisos #1,2,3 y 4.

La reducción de la luz de apoyo de las vigas se realizó sin alterar el eje central del modelo (en la dirección X), tal como se ilustra en la Figura. D-4.

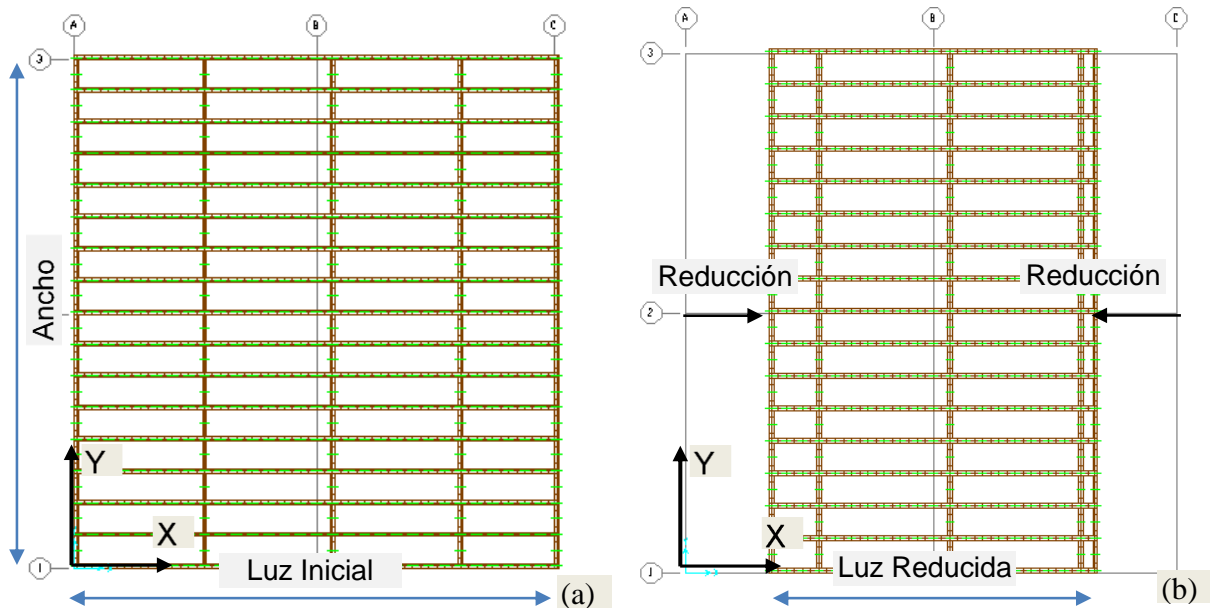
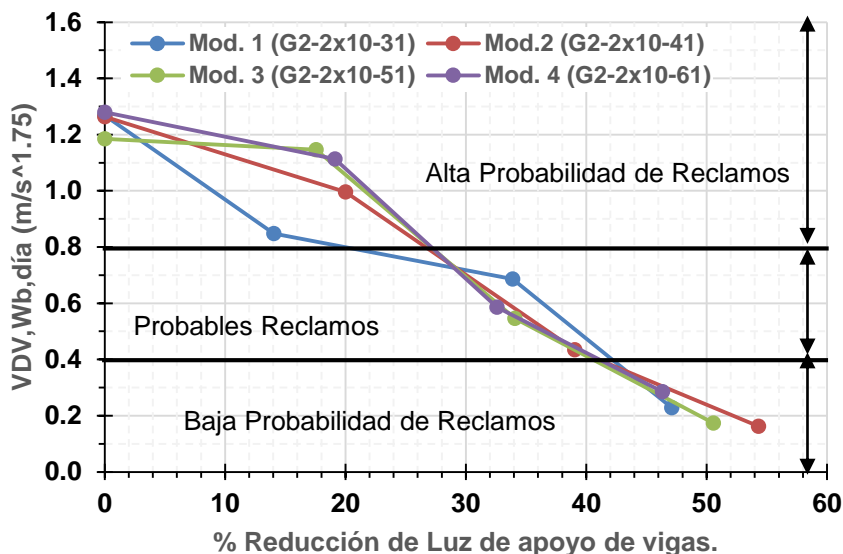
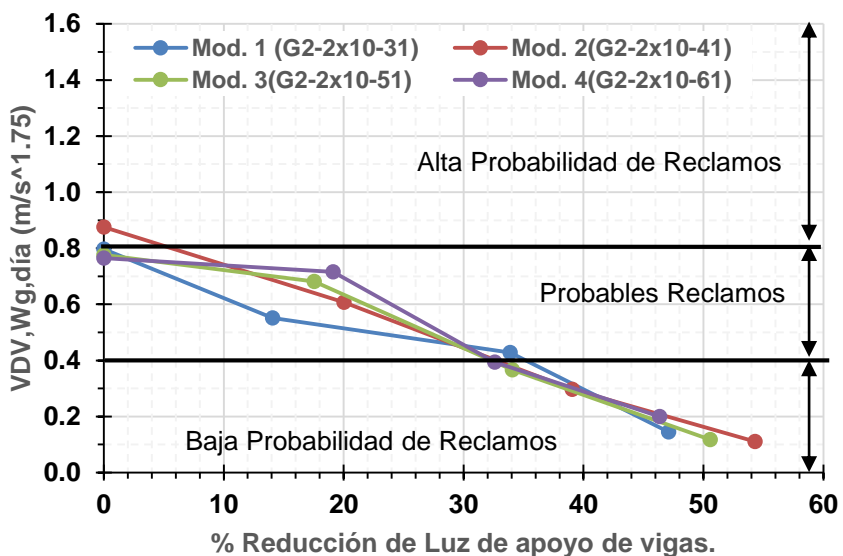


Figura. D-4 Reducción de Luz de Modelo. (a) Modelo Inicial. (b) Modelo Reducido

En las gráficas a y b de la Figura. D-5, se da a conocer los resultados del desempeño dinámico del proceso de reducción de la luz de apoyo de las vigas. Se realizaron tres reducciones correspondientes.



(a)



(b)

Figura. D-5. Reducción de Luz de apoyo de vigas y resultados de VDV,día de modelos 1,2,3 y 4. (a) BS 6472:2008 y (b) ISO 10137:2007 (Elaboración Propia).

Se observa que al reducir la luz de apoyo de las vigas mejora notablemente el desempeño vibratorio de los pisos # 1,2,3 y 4. Reduciéndose la probabilidad de que surgan reclamos o comentarios adversos por parte de los ocupantes.

La reducción de un 33% en la luz de apoyo de vigas, se traduce en una disminución del 54% de los resultados de VDV según la norma BS.6472:2008 e ISO.10137:2007.

A continuación se resumen los resultados de las propiedades dinámicas de los pisos y los resultados de la serviciabilidad dinámica en función a las normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007.

Tabla. D-7. Evaluación del desempeño Modelos Reducidos.

Descripción		Luz Reducida	Ancho	fo	w	VDVwb,día (BS 6472:2008)	*Servicio	VDVwg,día (ISO 10137:2007)	*Servicio
Nº	Modelo	[cm]	[cm]	(Hz)	(mm/KN)	[m/s^1.75]		[m/s^1.75]	
1	G2-2X10-31	406.6	500	14.492	0.393	0.797	PR	1.268	APR
1	G2-2X10-31	312.8	500	22.522	0.241	0.551	PR	0.848	APR
1	G2-2X10-31	250.3	500	33.017	0.161	0.429	PR	0.686	PR
2	G2-2X10-41	329.6	414	19.156	0.372	0.876	APR	0.229	BPR
2	G2-2X10-41	251.2	414	29.779	0.235	0.608	APR	1.263	APR
2	G2-2X10-41	188.3	414	47.659	0.150	0.145	PR	0.996	APR
3	G2-2X10-51	305.14	421	20.227	0.369	0.776	APR	0.435	PR
3	G2-2X10-51	244	421	28.616	0.254	0.297	BPR	0.162	BPR
3	G2-2X10-51	183	421	37.751	0.163	0.111	BPR	1.184	APR
4	G2-2X10-61	274.26	370	22.83	0.336	0.681	APR	1.146	APR
4	G2-2X10-61	228.6	370	29.788	0.246	0.367	BPR	0.546	PR
4	G2-2X10-61	182	370	31.307	0.171	0.118	BPR	0.174	BPR

*Servicio: Respecto de la probabilidad de que surjan reclamos:
Alta Probabilidad de Reclamos (APR), Probables Reclamos (PR), Baja Probabilidad de Reclamos (BPR)

Comparación del resultado de desempeño vibratorio y razón de amortiguamiento.

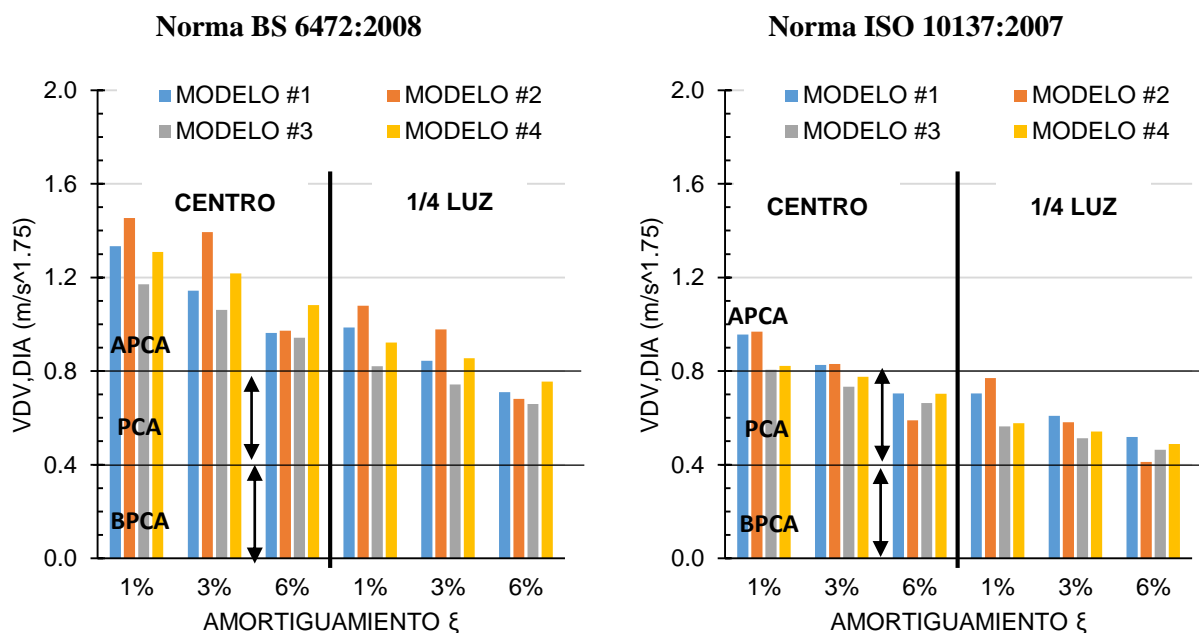


Figura. D-6 Comparación de resultados de VDV,día para diferentes razones de amortiguamiento ξ y punto de medición (Elaboración Propia).

NOTA: APCA: Alta probabilidad de comentarios adversos, PCA: Posibles comentarios adversos, BPCA: baja probabilidad de comentarios adversos

La Figura. D-6 resume los resultados del indicador VDV,día de los modelos #1,2,3 y 4. En base a las normas BS 6472:2008 e ISO 10137:2007 para tres razones de amortiguamiento. También, se comparan los resultados para dos posiciones de medición, al centro y a $\frac{1}{4}$ de la luz de apoyo de vigas. Ambos análisis se realizaron de acuerdo a una ruta de carga central ver Figura. D-7.

Al comparar los resultados del parámetro VDV,día, se observó que al aumentar el amortiguamiento de un 3% a un 6%, se produjeron diferencias de un 20% en promedio en el desempeño vibratorio de los pisos 1,2,3 y 4. Sin embargo la valoración de los resultados pronosticó reclamos con alta probabilidad de acuerdo a la norma BS 6472:2008.

La ubicación de la medición de las aceleraciones influyó en los resultados finales. Se observaron que los valores del centro del modelo fueron 40% mayores a las mediciones a $\frac{1}{4}$ de la luz de apoyo de las vigas, dado que esta última zona es mucho más rígida que en el punto central y la respuesta es menor.

Es decir, una persona ubicada al centro y una persona ubicada a un cuarto de la luz de apoyo de las vigas, percibirán dosis de vibraciones con una diferencia del 40%. Sin embargo, estos niveles vibratorios son altos y es probable que surjan molestias.

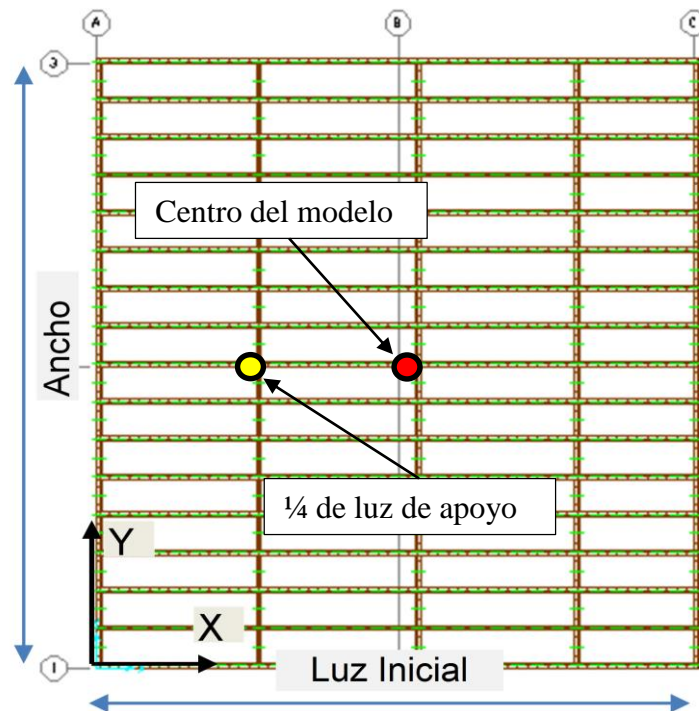


Figura. D-7. Puntos de medición de la respuesta dinámica de los modelos.

En la Figura. D-7 se da a conocer los puntos de medición de las vibraciones verticales. Es decir el punto central y el punto ubicado a $\frac{1}{4}$ de la luz de apoyo de vigas.

Anexo E. Código Matlab para la obtención de dosis de vibración VDV.

```

%Programa para calcular VDV (Alexander Opazo Vega).
tic;
clear
clc
close all
n_aceler=18; %nro de acelerogramas por piso
factor_g=1; %colocar 1 si el acelerograma (m/s2), colocar el valor de "g" si
la medicion esta en fraccion de g
nro_pisos=1;
%1-. LECTURA DE HISTORIAL DE ACELERACIONES VERTICALES DESDE EXCEL.
a_brut_piso=zeros(9501,n_aceler,nro_pisos); %ojo inicialice con dt=0.001 por
9.5 segundos de medicion
a_brut_piso(:, :,1)=factor_g*xlsread('aceleraciones.xls','Hoja1','B10:S9510');
%a_brut_piso(:, :,2)=factor_g*xlsread('aceleraciones.xls','Hoja2','B10:S9510');
.....
%a_brut_piso(:, :,28)=factor_g*xlsread('aceleraciones.xls','Hoja28','B10:S9510'
);

%2-.LECTURA DE FUNCIONES PONDERADORAS WB Y WG DESDE EXCEL.
fw=xlsread('factoresW.xls','W','A3:A41');
wb=xlsread('factoresW.xls','W','D3:D41');
wg=xlsread('factoresW.xls','W','E3:E41');
%plot(fw,[wb wg])
propdin=zeros(2,n_aceler,nro_pisos);
mtvv=zeros(10,n_aceler,nro_pisos);

for piso=1:nro_pisos
a_brut=a_brut_piso(:, :,piso);
fs1=1000;
dt1=1/fs1;
np1=length(a_brut(:,1));
t1=dt1*[0:np1-1]';
N=length(t1)+10;
ff=1/dt1*((-(N-1)/2):(N-1)/2)/N;
if length(ff)/2==ceil(length(ff)/2)
    Numer=ceil(length(ff)/2+1);
    else
    Numer=ceil(length(ff)/2);
end
ff2=ff(Numer:length(ff));
wbtot=zeros(length(ff2),1);
wgtot=zeros(length(ff2),1);
cuenta=1;
%3-.INTERPOLACION DE LOS PONDERADORES PARA DEFINICION DE FUNCIONES.
for ff2int=ff2
    wbtot(cuenta,1)=interp1(fw,wb,ff2int);
    wgtot(cuenta,1)=interp1(fw,wg,ff2int);
    cuenta=cuenta+1;
end
a0=zeros(1,n_aceler);
a_brut_cent=zeros(length(t1),n_aceler);
a_cent_filt=zeros(length(t1),n_aceler);
acel_pon2=zeros(length(t1),n_aceler,3);
% 4-.CALCULO DE VDV Y PONDERACION DE SEÑALES.
for i=1:n_aceler

```

```

%Centrado de señal
a0(i)=mean(a_brut(:,i));%mean es el promedio.
a_brut_cent(:,i)=a_brut(:,i)-a0(i)*ones(np1,1);
% figure
% plot(t,[a_brut(:,i),a_brut_cent(:,i)])

a_cent_filt(:,i)=a_brut_cent(:,i);
%%%-----Determinación aceleración efectiva-----
%TRANSFORMADA DE FOURIER
t=t1'; dt=dt1; a=(a_cent_filt(:,i))';
Amp_acelera=fft(a,N)/length(a);
Amp_aceler=(fftshift(Amp_acelera));%coloca el origen en el centro de la fft
Amp_acelera=2*Amp_aceler(Numer:length(ff));

%Frecuencia natural
ampfft=abs(Amp_acelera);
peakfft=max(ampfft);
fpeak=ff2(find(ampfft==peakfft));
fpeak_red=round(fpeak*100)/100;
propdin(1,i,piso)=fpeak;
%PONDERACION DE LA ACELERACIÓN POR WB Y WG EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.
Amp_acelera_pon(2,:)=Amp_acelera.*wbtot';
Amp_acelera_pon(3,:)=Amp_acelera.*wgtot';

%TRANSFORMACIÓN DE LA ACELERACIÓN(WB Y WG) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.
Amp_a=Amp_acelera_pon;
for w=1:3
    if w==1
        acel_pon2(:,i,w)=a_cent_filt(:,i);
    else
        B=flipdim(Amp_a(w,:),2);
        B1=B(1:length(B)-1);
        Amp_a1=[conj(B1)./2 Amp_a(w,)./2];
        acel_pon=ifft(fftshift(Amp_a1))*length(Amp_a1);
        acel_pon=acel_pon(1:length(t));
        acel_pon2(:,i,w)=acel_pon'; % esta matriz 3d es para 1 piso.
    end
end
cont_fin=length(acel_pon2(:,i,1))-fs1;
for paso=1:cont_fin
    acel_poncito1=acel_pon2(paso:paso+fs1,i,1);
    acel_poncito2=acel_pon2(paso:paso+fs1,i,2);
    acel_poncito3=acel_pon2(paso:paso+fs1,i,3);
end
%CALCULO DE LOS INDICADORES VDV
vdv(1,i,piso)=(sum((acel_poncito1).^4).^^(1/4))*((1./fs1).^^(1/4));
vdv(2,i,piso)=(sum((acel_poncito2).^4).^^(1/4))*((1./fs1).^^(1/4));
vdv(3,i,piso)=(sum((acel_poncito3).^4).^^(1/4))*((1./fs1).^^(1/4));
end
end
tiempo_min = toc;
fprintf('El proceso ha tardado %d minutos', tiempo_min/60);

```