



UNIVERSIDAD DEL BÍO BÍO
FACULTAD DE EDUCACION Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SUS ALGORITMOS EN LOS/LAS ESTUDIANTES DE CUARTO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DE LA COMUNA DE CHILLÁN

INTEGRANTES:

VALERIA CHANDIA MOLINA

CHRISTIAN CONEJEROS GODOY

ALEX FLORES GUZMAN

NATALY ORTIZ

TANIA SILVA RAVANAL

NATALY TAPIA MALVERDE

PROFESOR GUÍA:

DR. MIGUEL CLAUDIO FRIZ CARRILLO

Agradecimientos

Agradecemos primeramente a Dios por ayudarnos y nunca dejarnos solos en el transcurso de esta etapa universitaria, donde ha habido tiempos de alegría y bonanza, como también momentos de dificultad, en los cuales hemos visto su ayuda en todo momento.

A lo largo de este proceso recibimos mucha ayuda de grandes seres humanos que facilitaron nuestras tareas, sobretodo la gratísima ayuda de nuestro profesor guía Doctor Miguel Friz Carrillo, aclarando todas nuestras dudas y guiándonos para poder alcanzar nuestra meta. También a nuestro Jefe de Carrera de Pedagogía en Educación General Básica, Rogelio Navarrete Gahona por brindarnos consejos y ayuda en todo momento.

Mención honrosa merecen nuestras familias por apoyarnos en todo momento y entregarnos su amor y cariños durante todo este proceso, como también su apoyo y entrega absoluta no sólo en esta etapa, sino que durante todas nuestras vidas, sin estos pilares fundamentales, quizás no hubiésemos podido alcanzar nuestro objetivo.

A nuestras parejas por entregarnos amor, alegría, ánimo, apoyo y por sobretodo nunca dejarnos solos en este período.

Sin duda, grandes personas han estado junto a nosotros durante este hermoso lapso, que marca el fin de una era y el comienzo de otra llena de muchos éxitos, dejando atrás muchas cosas buenas y malas, pero todas estas experiencias nos servirán para construir nuestro futuro lleno de éxito y grandes logros.

INDICE

AGRADECIMIENTOS	2
I. INTRODUCCIÓN	6
II.-MARCO TEÓRICO	9
CAPITULO I.....	10
1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SUS ALGORITMOS	
1.1. ¿Qué es un Problema?.....	10
1.1.1. Problema no es lo mismo que ejercicio.....	11
1.1.2. ¿Qué es una Resolución de Problema?.....	12
1.2. ¿Qué es un algoritmo?	14
1.2.1. Algoritmos y nuevas tecnologías.....	14
1.2.2. Algoritmos en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.....	15
1.2.3. La enseñanza de los algoritmos de adición y sustracción.....	16
1.2.4. Los algoritmos de cálculo de la multiplicación y de la división.....	16
1.3. La Metodología de Polya.....	17
1.4. Análisis global del enunciado de un PAEV.....	21
1.4.1. El componente sintáctico.....	21
1.4.2. La estructura lógica.....	22
1.4.3. El componente semántico.....	22
CAPITULO II.....	25
2. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS.....	25
2.1. Competencias básicas en la LOE.....	26
2.1.1. La competencia matemática en la LOE.....	26
2.2. Claves para una nueva formación matemática de calidad.....	27
2.2.1. Propósito fundamental: Formación para la alfabetización matemática.....	27

2.2.2. Concepto de Competencia Básica.....	27
2.3. ¿Qué es el SIMCE y que mide de la Matemáticas?.....	30
2.3.1. Evaluaciones a cargo del SIMCE.....	31
2.3.2. Similitudes y diferencias entre las evaluaciones nacionales e internacionales.....	31
 CAPITULO III.....	 33
3. PLAN Y PROGRAMA DE 4º BÁSICO Y NIVELES DE LOGRO.....	 33
3.1. Objetivos fundamentales verticales NB2.....	33
3.2. Contenidos mínimos obligatorios.....	33
3.3. ¿Qué son los niveles de logro?.....	35
3.3.1. ¿Para qué sirven los Niveles de Logro?.....	37
3.3.2. Especificación de los tres niveles.....	37
3.4. Marco para la Buena Enseñanza.....	40
3.4.1. Los Cuatro Dominios del Marco para la Buena Enseñanza.....	40
 CAPITULO IV.....	 42
4. LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR.....	42
4.1. Sobre la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación...44	
4.2. La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.....	51
 III.-FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	 54
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	55
 IV.- DISEÑO METODOLÓGICO.....	 58
1. DISEÑO METODOLÓGICO DE INVESTIGACIÓN.....	59
2. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	61
3. PREMISAS.....	61

V.- OBJETIVOS	62
1. OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS.....	63
2. CONCEPTUALIZACIÓN DE LAS CATEGORÍAS.....	64
VI.- RESULTADOS	66
1. Estudio de caso N°1: “Escuela Republica de Israel”.....	67
2. Estudio de caso N°2: “Colegio Come Wealth School Anexo”.....	73
3. Resultado de batería de problemas.....	80
4. Representación grafica de los resultados.....	84
4.1. Escuela Republica de Israel.....	84
4.2. Colegio Come Wealth School Anexo.....	86
4.3. Resumen.....	88
VI.-CONCLUSIONES	90
1. Análisis de la información e interpretación de los datos.....	91
VII.- ANEXOS	99
VIII.-BIBLIOGRAFÍA BÁSICA	117

I.-INTRODUCCIÓN

La matemática hoy en día es una de las asignaturas más primordiales y a la que se le da gran importancia, ya que gracias a ella nos desenvolvemos a diario y en todos lados, porque la utilizamos en toda actividad de la vida cotidiana y a veces ni siquiera nos damos cuenta. Por ende, los profesores deben tomar conciencia en saber enseñar y aplicar correctamente las matemáticas, como todo aprendizaje que va de menos a más, ayuda a proporcionar un mejor desarrollo al pensamiento lógico de los estudiantes.

Para que los estudiantes obtengan un aprendizaje significativo, deben sentir el apoyo real de su familia, del profesor y de la comunidad educativa en general, ya que no es solo información o contenidos que se les entrega en el establecimiento, sino valores, conocimientos, reforzar la autoestima, entre otras, para que a futuro se puedan desenvolver sin problema en la sociedad.

Como futuros profesores nos corresponde la tarea de realizar clases motivadoras, participativas, activas y didácticas para que los alumnos aprehendan de forma significativa, en donde sean capaces de aplicar lo aprendido en cualquier lugar.

Para que las matemáticas sean efectivas debemos de tener en cuenta que estas tienen en primer lugar un valor formativo, ya que ayudan en la estructuración del pensamiento lógico y agilizan el razonamiento deductivo, y además tienen un carácter práctico en lo referido a la utilidad que posee en el accionar diario y las tareas específicas del día a día. Por todo lo anteriormente dicho podemos decir que la enseñanza de esta disciplina es vital para el ser humano la cual debe estar en constante equilibrio y retroalimentación.

Dentro de la matemática hay que dar énfasis a la Resolución de Problemas y sus Algoritmos involucrados, debido a que diariamente se nos presentan problemas de diferentes índoles, donde el estudiante debe saber reconocer el problema y buscar una solución donde expresara el resultado o procedimiento del problema. Según el grado de dificultad que presentan los problemas pueden existir variadas soluciones y estas pueden ser asociadas

con cálculos, los cuales se realizan con algoritmos o con operaciones básicas como: adición, sustracción, multiplicación y división la cual el estudiante debe saber seleccionar una operación, ejecutar y señalar los resultados para la resolución de problemas.

Años anteriores durante el proceso de enseñanza – aprendizaje se le daba mayor énfasis a los algoritmos, debido a que muchas veces el estudiante no llegaba a comprender su significado, se enseñaba en forma mecánica, lo cuál producía un rechazo en los y las alumnos/as hacia las matemáticas, y ello a su vez produce bajo rendimiento escolar que se ve reflejado en la prueba SIMCE.

También para lograr una efectiva respuesta en algún problema planteado es muy importante considerar la comprensión de la lectura con que se lee el problema, ya que si el estudiante lee y comprende el problema planteado, va a saber con qué algoritmo desarrollar el problema, en cambio un estudiante que no tiene buena comprensión lectora va a dudar, tendrá que volver a leer y no estará seguro con cual algoritmo resolverlo.

Por ello, en nuestra investigación buscaremos y trataremos de dar respuestas a como los estudiantes resuelven problemas matemáticos y que algoritmos utilizan para resolverlos, además involucramos categorías como proceso de resolución de problemas, el trabajo de docencia en Educación Matemáticas, las competencias de los y las estudiantes y las relaciones afectivas, todas éstas categorías para dar respuesta a nuestra problemática planteada.

II.- MARCO TEÓRICO

CAPITULO I

1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SUS ALGORITMOS

Desde tiempos muy remotos se conoce la palabra “problema” aunque suele usarse para definir algo que al ser humano le impide continuar con su vida cotidiana normal provocándole incomodidades, también se asocia y relaciona con el termino “matemáticas” descubierto por los fenicios , hebreos, árabes, etc. , todos pueblos de Oriente para luego expandirse al Occidente. Desde entonces ambas palabras conllevan a la otra; “La principal razón de existir del matemático es resolver problemas, y por lo tanto en lo que *realmente* consisten las matemáticas es en problemas y soluciones.(Paul R. Halmos)¹.

1.1. ¿Qué es un Problema?

Podemos partir de una definición ya clásica de problema, que lo define como *"una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución"*². Esta definición, con la cual parecen estar de acuerdo la mayoría de los autores, hace referencia a que una situación sólo puede ser concebida como un problema en la medida en que existe un reconocimiento de ella como tal problema, y en la medida en que no dispongamos de procedimientos de tipo automático que nos permitan solucionarla de forma más o menos inmediata, sino que requieren de algún modo un proceso de reflexión o toma de decisiones sobre la secuencia de pasos a seguir.

En la sociedad, un **problema** puede ser algún asunto social particular que, de ser solucionado, daría lugar a beneficios sociales como una mayor productividad o una menor confrontación entre las partes afectadas. Para exponer un problema, y hacer las primeras propuestas para solucionarlo, se debe escuchar al interlocutor para obtener más información, y hacer preguntas,

¹ Halmos, P. R., *The Heart of Mathematics*, American Mathematical Monthly, 87(7), 1980

² Lester 1983

aclarando así cualquier duda.

Según Stanic y Kilpatrick , “ los problemas han ocupado un lugar central en el curriculum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no”³. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial.

Se plantea que la solución de un problema exige una comprensión de la tarea, la concepción de un plan que nos lleve a la meta, la ejecución del mencionado plan y, por último, un análisis que nos lleve a determinar si hemos alcanzado o no la meta, existen variados autores que dan diversas ideas de cómo se debe abordar una solución de problema planteándolos así;

"Casi todos los problemas matemáticos se pueden resolver directamente aplicando reglas, fórmulas y procedimientos mostrados por el profesor o dados en el libro. Por tanto el pensamiento matemático consiste en aprender, memorizar y aplicar reglas, fórmulas y procedimientos" (Garofalo, 1989).

"Sólo hay una manera de responder correctamente a cada problema; normalmente es el método que el profesor acaba de mostrar recientemente en clase" (Schoenfeld, 1992).

"Los problemas de matemáticas son tareas para aplicar reglas aprendidas, por tanto, se pueden resolver fácilmente en pocos pasos"⁴ (Frank, 1988).

1.1.1. Problema no es lo mismo que ejercicio

En los problemas no es evidente el camino a seguir para llegar prontamente a un resultado correcto; incluso puede haber varios; y desde luego no está codificado y enseñado previamente. Hay que apelar a conocimientos

³ Stanic y Kilpatrick (1988) y de página web(<http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>)

⁴ Página web (http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/prob_int.htm)

dispersos, y no siempre de matemáticas; hay que relacionar saberes procedentes de campos diferentes, hay que poner a punto relaciones nuevas.

En los ejercicios se puede decidir con rapidez si se saben resolver o no; se trata de aplicar un algoritmo, que pueden conocer o ignorar. Pero, una vez localizado, se aplica y basta. Justamente, la proliferación de ejercicios en clase de matemáticas ha desarrollado y arraigado en los alumnos un síndrome generalizado; en cuanto se les plantea una tarea a realizar, tras una rápida reflexión, contestan: "lo sé" o "no lo sé", según hayan localizado o no el algoritmo apropiado.

"Los ejercicios de los libros de matemáticas se pueden resolver con los métodos presentados en el libro; además, han de ser resueltos con los métodos presentados en el apartado del libro en el que se proponen" (Garofalo, 1989) ⁵.

1.1.2. ¿Qué es una Resolución de Problema?

Para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución). Pero de ahí no hay que sacar en consecuencia una apreciación ampliamente difundida en la sociedad: la única manera de resolver un problema sea por "ideas luminosas", que se tienen o no se tienen.

*"El proceso de analizar un problema no se trata solo de determinar una o varias soluciones posibles, porque si ponemos atención a este proceso, vemos que desempeña un papel vital en la vida diaria de los/as estudiantes, debido a que se enfrentan a problemas en sus juegos y en los esfuerzos que deben realizar para dominar los retos de su mundo físico, social y educativo"*⁶

⁵ (http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/prob_int.htm)

⁶ Thornton, Stephanie. La Resolución Infantil de Problemas, Ediciones Morata S. L., Madrid- España 1998.

Polya (1945) afirma *«sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento»*; pero que, si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, *«este género de experiencia, a una determinada edad, puede determinar el gusto del trabajo intelectual y dejar, tanto en el espíritu como en el carácter, una huella que durará toda una vida»*.

"La resolución de problemas es una actividad de reconocimiento/aplicación de las técnicas trabajadas en clase y a la vez de acreditación de las técnicas aprendidas" (Vila, 2001)

En la actualidad la resolución de problemas es considerada la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea.

- Señala en su punto quinto que la enseñanza de las Matemáticas debe considerar la *«resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las mismas situaciones de la vida diaria»*.⁷
- En el libro de Hofstadter, Gödel, Escher y Bach, se dice que *«las capacidades básicas de la inteligencia se favorecen desde las Matemáticas a partir de la resolución de problemas, siempre y cuando éstos no sean vistos como situaciones que requieran una respuesta única (conocida previamente por el profesor que encamina hacia ella), sino como un proceso en el que el alumno estima, hace conjeturas y sugiere explicaciones»*.
- Santaló (1985), gran matemático español y además muy interesado en su didáctica, señala que *«enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas»*.
- En una conferencia pronunciada en 1968 George Polya decía: *«Está bien justificado que todos los textos de matemáticas, contengan problemas. Los problemas pueden incluso considerarse como la parte más esencial de la educación matemática»*.

⁷ El párrafo 243 del Informe Cockroft

1.2. ¿Qué es un algoritmo?

La noción de algoritmo se ha manejado a lo largo de la historia de manera totalmente informal e intuitiva. La idea de algoritmo como secuencia de instrucciones elementales ha parecido siempre tan obvia que nadie se había planteado, hasta finales del siglo XIX, dar una definición formal del mismo. Es muy claro cuándo un problema se resuelve algorítmicamente: basta con encontrar un procedimiento mecánico que pueda ser considerado como tal. Sin embargo, para probar que un problema no es resoluble algorítmicamente se necesita saber con rigor qué es un algoritmo. La cuestión de si todo problema es resoluble algorítmicamente está implícita en el programa finitista de Hilbert y, en 1936, A. Turing da una respuesta negativa a la misma a través de un célebre problema conocido como el problema de la parada. Para ello, Turing define la noción de algoritmo a través de un artilugio teórico conocido como máquinas de Turing. Otros insignes matemáticos de la época –estamos hablando de los años 30- (Gödel, Church, Kleene) introducen por distintas vías la noción formal de modelo de computación tratando de capturar la idea intuitiva del concepto de algoritmo. Además se formula una hipótesis no refutada hasta hoy: la hipótesis de Church (o de Church-Turing) que afirma que dichos modelos (todos equivalentes) capturan completamente la noción intuitiva de computación.

1.2.1. Algoritmos y nuevas tecnologías

Todo algoritmo puede traducirse en un programa escrito en un lenguaje de programación y todo programa es un algoritmo. Todo problema resoluble algorítmicamente puede ser resuelto mecánicamente por un ordenador. Si tenemos en cuenta la revolución de las nuevas tecnologías de la información y si éstas han de tener una incidencia en la enseñanza, parece que los algoritmos vuelven a adquirir un papel relevante. Un ejemplo: el lenguaje Logo es una extraordinaria herramienta para la enseñanza de la geometría. Los alumnos han de escribir un programa muy sencillo para obtener como respuesta un dibujo que representa el objeto deseado. Logo fue toda una revolución en el panorama de la enseñanza de mediados de los años 80, pero

muy rápidamente perdió parte de su empuje.

1.2.2. Algoritmos en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas

Las teorías sobre el aprendizaje significativo han de tomarse (al igual que tantas teorías sobre la enseñanza) como una tendencia. Me explico: la enseñanza de determinadas habilidades como la del algoritmo usual de la raíz cuadrada es memorística, no significativa. ¿Quiero ello decir que no debieron enseñarme dicho algoritmo? Yo no estoy de acuerdo y la razón es bien simple: con esa habilidad yo podía resolver de manera efectiva los problemas elementales de áreas, de semejanza cuadrática. A su vez, el manejo de éstos me ayudó a adquirir la noción de raíz cuadrada. Pero hoy, con la poderosa calculadora en nuestras manos, yo defiendo el algoritmo ingenuo, es decir, un aprendizaje enmarcado en una enseñanza significativa.

Kamii asegura que la enseñanza de los algoritmos es perjudicial en sí misma, por tres razones:

- Los algoritmos fuerzan a los niños a renunciar a su propio pensamiento numérico.
- Los algoritmos mal enseñan el valor de la posición e impide que los niños desarrollen el sentido del número.
- Los algoritmos hacen que los niños dependan de la distribución espacial de las cifras (o del papel o el lápiz) y de otras personas.

Si un problema es resoluble algorítmicamente existen distintos algoritmos que lo resuelven (es más, existen infinitos algoritmos). La utilización de ábacos (la yupana incaica, el suan-pan chino, el soroban japonés, etc) condicionan un determinado tratamiento algorítmico de las operaciones elementales alejado (independiente) de la notación numérica. La multiplicación mediante celosías, el ábaco de arena, suponen ya un cálculo vinculado a la notación. La multiplicación rusa se basa en el conocimiento de la suma, del doble y de la mitad (por defecto).

Las regletas de Neper, que reducen la multiplicación a la suma, introducen un elemento más alto de automatización en el cálculo. Las máquinas de Pascal

y Leibnitz son el primer paso hacia la automatización del cálculo de las operaciones elementales. Las actuales calculadoras electrónicas permiten la utilización de “algoritmos ingenuos” (pronto veremos un ejemplo) en lugar de los algoritmos usuales, y las calculadoras gráficas proporcionan una fuerte capacidad de visualización en los problemas de estudio de funciones. Todo ello sea dicho como argumentos para concluir que los algoritmos dependen, entre otros factores, de la tecnología disponible en cada momento cultural. Los algoritmos de lápiz y papel, vinculados además al enorme hallazgo del cero, han supuesto un gran éxito en la historia del cálculo al ser fuertemente automatizados.

1.2.3. La enseñanza de los algoritmos de adición y sustracción

Tradicionalmente el aprendizaje del cálculo aditivo y sustractivo se realiza de manera demasiado separada. Precisamente el considerar la sustracción y la adición como dos operaciones independientes puede ofrecer buenos resultados al principio, sobre todo con algún tipo de problemas. Pero tanto a nivel conceptual como en lo referente al cálculo, esta aparente independencia no reporta ningún beneficio.

Las primeras técnicas para obtener resultados de problemas aditivos y sustractivos son aquellas que están ligadas al conteo, también hablamos de técnicas de sobreconteo que consiste en ir contando a partir de un número tantas veces como indique el otro que queremos sumar; deconteo en el caso de la sustracción es un proceso que consiste en contar hacia atrás; el doble conteo es más complejo y consiste en llevar dos conteos paralelos.⁸

1.2.4. Los algoritmos de cálculo de la multiplicación y de la división

Cálculos Multiplicativos

Muchos autores aseguran que es más sencillo para el niño comenzar la multiplicación a partir de problemas de isomorfismo de medidas, lo que permite

⁸ Chamorro, M^a del Carmen. Didáctica de las matemáticas para primaria, Pág. 151, ediciones Pearson Educación, Madrid – España 2003

conectar esta nueva operación con la adición. Estos primeros problemas pueden ser abordados por los niños mediante la suma iterada que surge como uno de los sentidos posibles de la multiplicación.

La transformación de resultados en una multiplicación se va a realizar mayoritariamente mediante la propiedad distributiva del producto respecto de la suma, lo que permite obtener unos productos a partir de la suma de otros.⁹

Cálculos de División

Por lo que respecta a las técnicas de la división, podemos destacar dos grandes estrategias artesanales: el encuadramiento del dividendo por múltiplos del divisor y las sustracciones repetidas del divisor al dividendo

1.3. La Metodología de Polya

En 1945 el insigne matemático y educador George Polya (1887{1985) publicó un libro que rápidamente se convertiría en un clásico: *How to solve it* . En el mismo propone una metodología en cuatro etapas para resolver problemas. A cada etapa le asocia una serie de preguntas y sugerencias que aplicadas adecuadamente ayudaran a resolver el problema. Las cuatro etapas y las preguntas a ellas asociadas se detallan a continuación:

a) Comprender el problema.

Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Es más, es la tarea más difícil, por ejemplo, cuando se ha de hacer un tratamiento informático: entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes que hablan el demandante y el informático.

⁹ Chamorro, M^a del Carmen. Didáctica de las matemáticas para primaria, Pág. 170, ediciones Pearson Educación, Madrid – España 2003

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)
- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

b) Trazar un plan para resolverlo.

Hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

c) Poner en práctica el plan.

También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo. Y tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

d) Comprobar los resultados

Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.

- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?

- ¿Se puede comprobar la solución?

- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?

- ¿Se puede hallar alguna otra solución?

- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.

- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Hay que pensar que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas: se pueden conocer muchos métodos pero no cuál aplicar en un caso concreto. Por lo tanto hay que enseñar también a los alumnos a utilizar los instrumentos que conozca, con lo que nos encontramos en un nivel meta cognitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien problemas y los demás.

Dentro de las líneas de desarrollo de las ideas de Polya, Schoenfeld da una lista de técnicas heurísticas de uso frecuente, que agrupa en tres fases, y que extractamos:

Análisis:

1. Trazar un diagrama.
2. Examinar casos particulares.
3. Probar a simplificar el problema.

Exploración

1. Examinar problemas esencialmente equivalentes.
2. Examinar problemas ligeramente modificados.
3. Examinar problemas ampliamente modificados.

Comprobación de la solución obtenida

1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
 - a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?

- b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
- c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

- 2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:
 - a) ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?
 - b) ¿Puede quedar concretada en caso particulares?
 - c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
 - d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Finalmente, hacemos una recopilación de las estrategias más frecuentes que se suelen utilizar en la resolución de problemas. Según S. Fernández (1992) serían:

- Ensayo-error.
- Empezar por lo fácil, resolver un problema semejante más sencillo.
- Manipular y experimentar manualmente.
- Descomponer el problema en pequeños problemas (simplificar).
- Experimentar y extraer pautas (inducir).
- Resolver problemas análogos (analogía).
- Seguir un método (organización).
- Hacer esquemas, tablas, dibujos (representación).
- Hacer recuento (conteo).
- Utilizar un método de expresión adecuado: verbal, algebraico, gráfico, numérico (codificar, expresión, comunicación).
- Cambio de estados.
- Sacar partido de la simetría.
- Deducir y sacar conclusiones.
- Conjeturar.
- Principio del palomar.
- Analizar los casos límite.
- Reformular el problema.
- Suponer que no (reducción al absurdo).
- Empezar por el final (dar el problema por resuelto).

La primera hace referencia a que el contexto en el que se sitúen los problemas, que por parte de los profesores se tienden a considerar como irrelevante o, al menos como poco significativo, tiene una gran importancia, tanto para determinar el éxito o fracaso en la resolución de los mismos, como para incidir en el futuro de la relación entre las matemáticas y los alumnos. La segunda, que parece una perogrullada, es que la única manera de aprender a resolver problemas es resolviendo problemas; es muy bueno conocer técnicas y procedimientos, pero vistos en acción, no sólo a nivel teórico, porque si no, es un conocimiento vacío. Luego, hay que hacer cuantos esfuerzos sean precisos para que la resolución de problemas sea el núcleo central de la enseñanza matemática.

Es evidente que hay personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación parecida. Que suelen ser las que aplican (generalmente de una manera inconsciente) toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente indicados para abordar los problemas. Son los, procesos que se llaman "heurísticos": operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismos es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad entrenable, un apartado en el que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada, con método.

1.4. Análisis global del enunciado de un PAEV

Nesher (1982) distingue en su modelo de análisis tres componentes: el componente sintáctico, la estructura lógica y el componente semántico.

1.4.1. El componente sintáctico.

El componente sintáctico forma parte de la estructura superficial del problema y puede ser descrita en función de las variables mencionadas en el capítulo anterior.

Los principales estudios sobre los aspectos sintácticos de los problemas verbales han sido realizados por Jerman y sus colaboradores en el marco de

un programa de instrucción aritmética asistida por ordenador (Jerman, 1974; Jerman & Rees, 1972; Jerman & Mirman, 1974).

1.4.2. La estructura lógica

Un problema de una etapa bien formado, de adición o substracción, contiene, implícita o explícitamente, tres proposiciones: dos en la parte informativa y una tercera en la pregunta del problema.

1.4.3. El componente semántico

El contenido semántico de un PAEV puede ser analizado a trozos atendiendo a los diversos modos de codificar lingüísticamente las relaciones lógicas entre las tres proposiciones básicas del problema, o bien globalmente atendiendo a la naturaleza y el sentido del texto como un todo.

El análisis fragmentado se ha realizado ya parcialmente en el párrafo sobre “análisis verbal del enunciado”, aunque en esa ocasión se prestó atención a las palabras aisladas y no a los diversos modos de poner de manifiesto la dependencia semántica entre las oraciones del texto, dado que no se había hecho el análisis de la estructura lógica.

Nesher (1982) resume dónde reside el corazón de la dependencia semántica entre las tres proposiciones del texto, señalando que ésta puede venir dada por siete tipos de palabras:

1. Argumentos. Dependencia semántica entre los *argumentos* cuantificados numéricamente que aparecen en las proposiciones que subyacen al texto del problema. Por ejemplo: Tres *chicos* y dos *chicas* fueron a la playa. ¿Cuántos *niños* fueron a la playa?

2. Adjetivos. Dependencia semántica debida a *adjetivos* que califican los *argumentos* cuantificados. Por ejemplo, *grande* y *pequeño* califican los *argumentos* en el problema: Hay tres *ventanas grandes* y tres *ventanas pequeñas* en el salón. ¿Cuántas *ventanas* hay en el salón?

3. Agentes. Dependencia semántica debida a los *agentes* a los que se hace referencia en el texto. Por ejemplo: Ruth y Dina son los agentes en: *Ruth* tenía tres manzanas y *Dina* tenía dos manzanas. ¿Cuántas manzanas tenían *Ruth* y *Dina* juntas?

4. Localización. Dependencia semántica debida a la *relación espacial* entre objetos. Por ejemplo, cama, estante y habitación localizan los objetos en: Hay dos libros encima de la *cama* y ocho libros en la *estantería*. ¿Cuántos libros hay en total en la *habitación*?

5. Tiempo. Dependencia semántica debida a la *relación temporal* entre los acontecimientos a los que hace referencia el texto. Por ejemplo, ayer y hoy son referencias temporales en: Dan se comió tres caramelos *ayer* y dos caramelos *hoy*. ¿Cuántos caramelos se ha comido Dan *entre los dos días*?

6. Verbos. Dependencia semántica que se expresa mediante los *verbos* que aparecen en el texto. Por ejemplo, tenía, dio y tiene son los verbos en: Víctor *tenía* cinco sellos y le *dio* dos de ellos a Joe. ¿Cuántos sellos *tiene* Víctor ahora?

7. Términos relacionales. Dependencia semántica debida a términos relacionales que afectan a dos argumentos cuantificados dados. Por ejemplo, *más que* son términos relacionales en: Bill tiene 8 canicas. Tom tiene 5 canicas *más que* Bill. ¿Cuántas canicas tiene Tom?¹⁰

El análisis global del significado del texto del problema ha demostrado ser mucho más importante que el análisis efectuado a trozos al que se acaba de hacer referencia.

Su importancia se ha puesto de manifiesto sobre todo a la hora de comprender los procesos utilizados por los niños para resolver los problemas. De aquí que algunos grupos de investigadores se hayan puesto de acuerdo en

¹⁰ Neshet, 1982, pp. 31-32

clasificar los PAEV desde el punto de vista semántico en cuatro grandes categorías –cambio, combinación, comparación e igualación– que describimos a continuación:

a) Cambio:

Se incluyen en esta categoría los problemas verbales en los que las relaciones lógicas aditivas están embebidas en una secuencia temporal de sucesos; esto es, en estos problemas se pueden distinguir tres momentos diferentes en los que se describe cómo una cantidad inicial es sometida a una acción, directa o sobreentendida, que la modifica.

Las tres cantidades presentes en el problema reciben los nombres de cantidad inicial, final y de cambio o diferencia entre la inicial y la final. Otros autores, como Vergnaud (1982), califican a estos problemas con la etiqueta de ETE: estado-transformación estado.

b) Combinar

Se incluyen en esta categoría los problemas en los que se describe una relación entre conjuntos que responde al esquema parte-parte-todo. La pregunta del problema puede versar acerca del todo o acerca de una de las partes, con lo que hay dos tipos posibles de problemas de combinar.

c) Comparar

Se incluyen en esta categoría los problemas que presentan una relación estática de comparación entre dos cantidades.

d) Igualación

Estos problemas se caracterizan porque hay en ellos una comparación entre las cantidades que aparecen, establecida por medio del comparativo de igualdad ‘tantos como’.

CAPITULO II

2. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

La definición sobre competencia matemática que propone PISA:
Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos(OCDE, 2006).

Esta definición, que rescata el espíritu esencial de competencia, es amplia y general y, además, no alude a cómo se podría desarrollar la competencia.

Hemos acordado utilizarla para referirnos a una noción general de “la competencia matemática”, y que usaremos como sinónimo de Alfabetización Matemática.

En definitiva el significado que se atribuye en la versión inglesa de PISA a las competencias, es la que nosotros coincidimos. Las ocho competencias, y su agrupación en tres niveles de complejidad cognitiva, se pueden interpretar como procesos matemáticos.¹¹

Nos parece más acertado identificar la noción de proceso con competencia matemática específica. De esta manera, es el dominio de los procesos el que permite que la persona se desarrolle competentemente. De esta forma, la alfabetización matemática se logra mediante el desarrollo de competencias matemáticas. Algunos de estos procesos, que se asemejan a las competencias propuestas por Niss, son:

- La capacidad para *resolver problemas* (aplicar conocimientos

¹¹ Instituto Nacional de Evaluación y Calida del Sistema Educativo (INECSE), Ministerio de Educación y Ciencia. Pisa 2003, Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas, Imprime LAVEL Industrias Gráficas S.A., Madrid - España 2005.

matemáticos, utilizar o crear modelos, utilizar diversas destrezas y estrategias, o crear procedimientos no conocidos de antemano).

- La capacidad para representar (evocar representaciones, traducir entre ellas, elegir entre varias según la situación).
- La capacidad para razonar y Argumentar (formular conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos, elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y demostración).

2.1. Competencias básicas en la LOE

- Competencia matemática:

- Aprender a aprender
- Autonomía e iniciativa personal
- Conocimiento e interacción con el mundo físico
- Tratamiento de la información y competencia digital
- Competencia social y ciudadana
- Comunicación lingüística
- Competencia cultural y artística

2.1.1. La competencia matemática en la LOE

Habilidad para utilizar números y operaciones, formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones, conocer aspectos cuantitativos y espaciales y resolver problemas. Asimismo, se incluyen los siguientes aspectos: identificación de situaciones matematizables, selección de técnicas adecuadas y aplicación de estrategias de resolución de problemas.

El énfasis se pone en:

- Elementos matemáticos básicos
- Procesos de razonamiento para: resolución de problemas, obtención de información, valoración de la validez de informaciones y argumentaciones;
- Para lo cual es importante: espíritu crítico fundado, confianza en las propias habilidades, actitudes positivas, espontaneidad,

seguridad, efectividad, habilidad para tomar decisiones.

2.2. Claves para una nueva formación matemática de calidad

- Propuestas generales
- Alfabetización Matemática
- Comprensión de las Matemáticas
- Competencias: tipos y niveles
- Aprender a matematizar
- Situaciones Didácticas. Ejemplos
- Proceso Didáctico
- Objetivos, contenidos, capacidades, competencias y situaciones didácticas
- Diseño de Unidades Didácticas. Ejemplo

2.2.1. Propósito fundamental: Formación para la alfabetización matemática

- **Pensar con ideas matemáticas** empleando un conjunto de **instrumentos y capacidades matemáticas** en las relaciones cotidianas con el entorno, de manera **espontánea y con plena conciencia** de su importancia y necesidad;
- Comprensión, dominio y desarrollo de conceptos, procedimientos y actitudes; técnicas y destrezas; utilidad social; relaciones con los valores de equidad, objetividad y rigor; creatividad, ingenio y belleza de las matemáticas en contextos (aplicación) siempre que sea posible;
- La comprensión y los conocimientos como medios y no como fines o metas del proceso conducen a la alfabetización satisfactoria, y esta se manifiesta en términos de **competencias**.

2.2.2. Concepto de Competencia Básica

- La competencia que deben adquirir los alumnos y que sirven de criterio para evaluar los resultados de los Sistemas Educativos (**PISA**)
- Competencia necesaria para una capacitación mínima de los alumnos

en el sentido de **(LOE y Junta de Andalucía)**.

- Contribuir a obtener resultados de alto valor personal y social, como la inclusión en el mundo laboral o la ciudadanía activa
- Aplicable a un amplio abanico de contextos y ámbitos relevantes
- Permitir superar con éxito exigencias complejas en la sociedad del conocimiento
- Se caracteriza por saber hacer en diversidad de contextos, con un carácter integrador y está constituida por interrelación de saberes de distintos ámbitos educativos

Competencias Básicas (LOE y Junta de Andalucía)

- **Competencia matemática**
- Conocimiento e interacción con el mundo físico
- **Competencia matemática** y competencias básicas en ciencia y tecnología
- Aprender a aprender
- Aprender a aprender
- Autonomía e iniciativa personal
- Competencia social y ciudadana
- Competencias interpersonales, interculturales, sociales y cívicas
- Espíritu de empresa
- Tratamiento de la información y competencia digital
- Competencia digital (TIC)
- Comunicación lingüística
- Comunicación en lengua materna
- Comunicación en lenguas extranjeras
- Competencia cultural y artística
- Expresión cultural

Competencia Matemática (Evaluación de Diagnóstico Junta de Andalucía)

- Habilidad para utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracciones en el cálculo mental escrito con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas.

- El énfasis se sitúa en el proceso y en la actividad, aunque también en los conocimientos
- Capacidad y voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas)
- Habilidad para utilizar números y operaciones, formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones, conocer aspectos cuantitativos y espaciales y resolver problemas, identificación de situaciones matematizables, selección de técnicas adecuadas y aplicación de estrategias de resolución de problemas.
- El énfasis se pone en: elementos matemáticos básicos y procesos de razonamiento para: resolución de problemas, obtención de información, valoración de la validez de informaciones y argumentaciones, etc. para lo cual es importante: espíritu crítico fundado, confianza en las propias habilidades, actitudes positivas, espontaneidad, seguridad, efectividad, habilidad para tomar decisiones, etc. ¹²

Competencias Matemáticas específicas (Niss)

- Pensar matemáticamente
- Razonar matemáticamente
- Modelizar matemáticamente
- Proponer y resolver problemas de matemáticas
- Representar objetos y situaciones matemáticas
- Comunicar en, con y sobre las matemáticas
- Utilizar símbolos y formalismos matemáticos
- Utilizar recursos auxiliares y herramientas

¿Cómo se adquieren, desarrollan y consolidan las competencias matemáticas específicas y su contribución a las competencias básicas?

- Aprendiendo a **matematizar** o “hacer matemáticas”
- Mediante **tareas y situaciones didácticas** adecuadas
- Organizadas en **procesos didácticos** bien planificados.

¹² www.uco.es/~ma1mamaa/Simposio.../10-Murillo_Marcos%5B1%5D.doc.pdf

¿Cómo se aprende a matematizar?

Haciendo matemáticas lo que significa:

- 1.- Identificar y localizar un problema (real o ficticio)
- 2.- Organizar la información de acuerdo con conceptos matemáticos
- 3.- Generalizar, decidir, formalizar y modelizar
- 4.- Resolver el problema (aumentar/mejorar la información inicial de manera relevante)
- 5.- Discutir y dar sentido a la solución

No sería malo recordar lo que sabíamos con anterioridad acerca de procedimientos, actitudes, valores y normas, con el fin de complementar la parte menos evidente de los listados recompetencias. No olvidemos que toda competencia conlleva un SABER, un SABER HACER y un SABER ESTAR.

2.3. ¿Qué es el SIMCE y que mide de la Matemáticas?

El SIMCE es el Sistema Nacional de Evaluación de resultados de aprendizaje del Ministerio de Educación de Chile. Su propósito principal es contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación, informando sobre el desempeño de los estudiantes en diferentes subsectores del currículum nacional, y relacionándolos con el contexto escolar y social en el que ellos aprenden.

Las pruebas SIMCE evalúan el logro de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF-CMO) del Marco Curricular vigente en diferentes subsectores de aprendizaje, a través de una medición que se aplica a nivel nacional, una vez al año, a los estudiantes que cursan un determinado nivel educacional. Hasta el año 2005, la aplicación de las pruebas se alternó entre 4º Básico, 8º Básico y 2º Medio. A partir del año 2006, se evalúa todos los años a 4º Básico y se alternan 8º Básico y 2º Medio.

Además de las pruebas asociadas al currículum, el SIMCE también recoge información sobre docentes, estudiantes y padres y apoderados a través de cuestionarios de contexto. Esta información se utiliza para contextualizar y analizar los resultados de los estudiantes en las pruebas SIMCE.

2.3.1. Evaluaciones a cargo del SIMCE

- Pruebas nacionales SIMCE: Evalúa Lenguaje, Matemática y Ciencias (Naturales y Sociales) en alumnos y alumnas de 4° Básico, 8° Básico y 2° Medio.
- CÍVICA (Civic Education Study). Evalúa educación cívica en alumnos y alumnas de 8° Básico y 4° Medio.
- PISA (Programme for International Student Assessment). Evalúa Lenguaje, Matemática y Ciencias en alumnos y alumnas de 15 años (2° Medio principalmente).
- TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Evalúa Matemática y Ciencias en alumnos y alumnas de 8° Básico y 4° Básico (Chile solo ha participado en 8° Básico).
- LLECE (Laboratorio Latinoamericano de la Calidad de la Educación). Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemática y Factores Asociados. Evalúa Lenguaje y Matemática en alumnos y alumnas de 3° Básico, 4° Básico y 6° Básico de países latinoamericanos.

2.3.2. Similitudes y diferencias entre las evaluaciones nacionales e internacionales

- El SIMCE evalúa a todos los alumnos y alumnas de un curso (es un censo). Las evaluaciones internacionales evalúan a muestras representativas a nivel nacional de alumnos de uno o más cursos.
- Solo el SIMCE entrega resultados a cada una de las escuelas evaluadas. Las evaluaciones internacionales entregan resultados a nivel de país solamente.
- Ninguna de estas evaluaciones entrega resultados individuales para los alumnos.
- En general, las pruebas se toman en el segundo semestre del año escolar; las evaluaciones nacionales en noviembre y las evaluaciones internacionales entre agosto y noviembre.

- Los resultados SIMCE se publican entre cuatro y seis meses después de cada evaluación. Por ejemplo, los resultados de la evaluación SIMCE de noviembre de 2008 se publicaron en mayo de 2009. Los resultados de las evaluaciones internacionales se publican entre uno y dos años después de cada evaluación. Los resultados de PISA 2006 se publicaron en el año 2007.¹³

¹³ Página web: (<http://www.simce.cl/index.php?id=288>)

CAPITULO III

3. PLAN Y PROGRAMA DE 4º BÁSICO Y NIVELES DE LOGRO

Los planes y programas de 3º y 4º básico son similares en objetivos Fundamentales Verticales y transversales, diferenciándose en la complejidad de los contenidos a aplicar, por ello nos enfocamos en el contenido sobre resolución de problemas, que a continuación mencionamos detalladamente lo que se debería pasar en relación a nuestro tema;

3.1. Objetivos fundamentales verticales NB2

Manejar aspectos básicos de la resolución de problemas, tales como: el análisis de los datos del problema, la opción entre procedimientos para su solución, y la anticipación, interpretación, comunicación y evaluación de los resultados obtenidos.

Afianzar la confianza en la propia capacidad de resolver problemas y estar dispuestos a perseverar en la búsqueda de soluciones.

Resolver problemas relativos a la formación y uso de los números en el ámbito correspondiente al nivel; a los conceptos de multiplicación y división, sus posibles representaciones, sus procedimientos de cálculo y campos de aplicación; a las relaciones y uso combinado de las cuatro operaciones estudiadas; al análisis, trazado y transformación de figuras planas, al armado y a la representación bidimensional de cuerpos geométricos; y al empleo de dibujos y planos para comunicar ubicaciones y trayectorias.

Resolver problemas, abordables a partir de los contenidos del nivel, con el propósito de profundizar y ampliar el conocimiento del entorno natural, social y cultural.¹⁴

3.2. Contenidos mínimos obligatorios

Habilidad para resolver problemas:

Representación mental de la situación, comprensión del problema, identificación de preguntas a responder y anticipación de resultados.

¹⁴ Planes y programas de NB2

Distinción y búsqueda de relaciones entre la información disponible (datos) y la información que se desea conocer.

Toma de decisiones respecto de un camino de resolución, su realización y modificación si muestra no ser adecuado.

Revisión de la pertinencia del resultado obtenido en relación al contexto.

Comunicación de los procedimientos utilizados para resolver el problema y los resultados obtenidos.

Formulación de otras preguntas a partir de los resultados obtenidos.

Tipos de problemas atingentes a los contenidos del nivel:

Problemas relativos a la formación de números de 4, 5, 6 y más cifras, a la transformación de números por cambio de posición de sus dígitos, a la observación de regularidades en secuencias numéricas, a la localización de números en tramos de la recta numérica.

Problemas de estimación y comparación de cantidades y medidas, que contribuyan a ampliar el conocimiento del entorno, en particular utilizando dinero y las unidades de medida de uso habitual.

Problemas de Fracciones:

Comparación de fracciones unitarias.

Ubicación de fracciones mayores que la unidad en la recta numérica.

Uso de fracciones para precisar la descripción de la realidad.

Problemas de Multiplicación y División:

En los que la incógnita ocupa distintos lugares;

Que implican una combinación de ambas operaciones;

Que permiten diferentes respuestas;

Que consisten en inventar situaciones a partir de una multiplicación o división dada;

Que implican la evaluación de procedimientos de cálculo;

Que contribuyen al conocimiento del entorno.

Problemas variados, relativos a combinaciones de las 4 operaciones conocidas, que dan cuenta de los sentidos, de los procedimientos de cálculo y de las diferentes aplicaciones de estas operaciones y que permiten ampliar el conocimiento de la realidad.

Problemas de formas y espacio:

Manipulación y trazado de figuras planas;

Armado de cuerpos con condiciones dadas;

Anticipación de características de formas que se obtienen luego de traslaciones, reflexiones y rotaciones;

Identificación de cuerpos geométricos en base a representaciones planas.

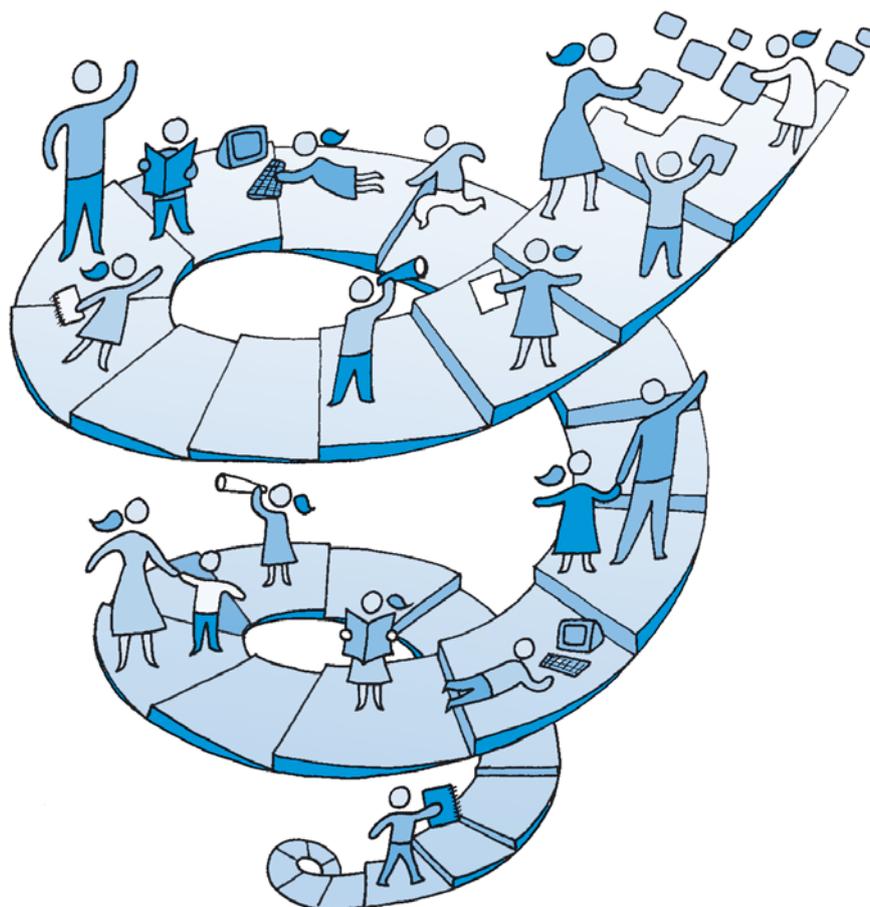
Selección de caminos a partir de información representada en un plano, de acuerdo a determinadas condiciones.¹⁵

3.3. ¿Qué son los niveles de logro?

Los Niveles de Logro son descripciones de los conocimientos y habilidades que deben demostrar alumnos y alumnas al responder las pruebas SIMCE para que su desempeño sea ubicado en una de estas tres categorías:

Avanzado, Intermedio o Inicial.

¹⁵ Planes y programas de NB2



A medida que alumnos y alumnas progresan hacia el Nivel Avanzado, van ampliando y profundizando sus conocimientos y habilidades. Esto implica que un alumno o alumna que ha alcanzado el Nivel Avanzado, además de ser capaz de demostrar los desempeños propios de este nivel, ha debido consolidar los aprendizajes del Nivel Intermedio. De este modo, el aprendizaje puede ser representado como un espiral donde los estudiantes, junto ser capaces de enfrentar nuevos desafíos, profundizan y amplían conocimientos y habilidades anteriormente adquiridos.¹⁶

Finalmente, cada categoría de los Niveles de Logro está asociada a un determinado rango de puntajes de las pruebas SIMCE, lo que permite clasificar el desempeño de cada estudiante según su puntaje obtenido.

¹⁶ www.simce.cl/...y.../Niveles_de_logro/NL_Matematica_2008.pdf

3.3.1. ¿Para qué sirven los Niveles de Logro?

Los Niveles de Logro facilitan el uso de la información del SIMCE por parte de los establecimientos para diagnosticar los resultados de aprendizaje y definir compromisos y estrategias orientados a mejorar estos resultados.

Más específicamente, los Niveles de Logro permiten:

- Complementar el diagnóstico sobre los resultados de aprendizaje de alumnos y alumnas a partir de criterios nacionalmente compartidos.
- Retroalimentar decisiones y estrategias a partir de evidencia del aprendizaje de los alumnos y alumnas.
- Establecer metas o compromisos de gestión en relación al porcentaje de alumnos y alumnas en cada Nivel de Logro.
- Comunicar resultados de aprendizaje con mayor significado para la comunidad escolar.

3.3.2. Especificación de los tres niveles

Nivel Inicial **(menos de 233 puntos)**

Estos alumnos y alumnas aún no han consolidado los aprendizajes del Nivel Intermedio, ya que en ocasiones demuestran logros en algunos de los aprendizajes descritos en ese nivel, pero con una menor frecuencia y de manera poco consistente.

Aquí se agrupan desde estudiantes que recién están iniciando la comprensión de los números naturales, la realización de los cálculos simples, el estudio de las formas geométricas y el manejo de aspectos básicos de la resolución de problemas, junto con estudiantes que, con un poco de ayuda podrían demostrar los aprendizajes del Nivel intermedio.

Nivel Intermedio
(entre 233 y 285 puntos)

Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel demuestran un conocimiento básico de los números naturales, usándolos para identificar, ordenar y cuantificar. Reconocen fracciones. Comprenden información cuantitativa presentada en formatos simples.

Demuestran un conocimiento básico de las formas geométricas y ubican posiciones en un plano. Realizan cálculos simples con números naturales. Resuelven problemas sencillos cuyo procedimiento de resolución se desprende directamente de la información disponible.

Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel son capaces, entre otras cosas, de:

Ordenar números naturales.

Determinar un número que falta en una secuencia, en la que debe reconocer una regla de formación que consiste en sumar (o restar) una misma cantidad a cada número para obtener el siguiente.

Asociar una fracción¹ con una de sus representaciones gráficas.

Leer y comparar datos presentados en tablas o gráficos de barra (por ejemplo, identificar el dato mayor en una tabla).

Identificar cuerpos geométricos (por ejemplo, pirámides o cilindros) y asociarlos con objetos del entorno.

Ubicar posiciones en un plano esquemático o en un cuadrículado.

Calcular sumas con reserva, restas sin reserva y determinar productos correspondientes a combinaciones multiplicativas básicas.

Resolver problemas numéricos sencillos en los que se requiere determinar las operaciones que se deben realizar y calcularlas usando los datos presentados.

Nivel Avanzado
(más de 285 puntos)

Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel demuestran un conocimiento básico del sistema de numeración decimal, al comprender el

valor posicional de los dígitos que forman un número natural. Utilizan fracciones¹ para cuantificar partes de una unidad. Organizan información en formatos simples y elaboran nueva información a partir de datos dados. Caracterizan y relacionan formas geométricas a partir de sus elementos y reconocen movimientos en el plano. Realizan cálculos con números naturales, utilizando los algoritmos convencionales. Resuelven problemas sencillos³ que requieren idear un procedimiento de resolución.

Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel son capaces, entre otras cosas, de:

Determinar el efecto de modificar el valor o la posición de los dígitos que forman un número natural.

Determinar un número que falta en una secuencia, en la que debe reconocer una regla de formación que consiste en multiplicar (o dividir) por una misma cantidad cada número para obtener el siguiente.

Relacionar una fracción con las partes que forman una unidad, en un contexto dado.

Elaborar nueva información a partir de datos presentados en tablas o gráficos de barra (por ejemplo, calcular un total a partir de los datos de una tabla).

Reconocer características de cuerpos y figuras geométricas (por ejemplo, lados paralelos en un cuadrilátero o número de vértices en un cubo).

Seguir trayectorias breves en un plano esquemático o en un cuadrículado.

Calcular restas usando reserva, así como productos y cuocientes por un número menor o igual a 10.

Resolver problemas numéricos sencillos en los que se requiere seleccionar y reorganizar los datos presentados.¹⁷

¹⁷ www.simce.cl/...y.../Niveles_de_logro/NL_Matematica_2008.pdf

3.4. Marco para la Buena Enseñanza

El Marco para la Buena Enseñanza supone que los profesionales que se desempeñan en las aulas, antes que nada, son educadores comprometidos con la formación de sus estudiantes. Supone que para lograr la buena enseñanza, los docentes se involucran como personas en la tarea, con todas sus capacidades y sus valores. De otra manera, no lograrían la interrelación empática con sus alumnos, que hace insustituible la tarea docente.

El Marco busca representar todas las responsabilidades de un profesor en el desarrollo de su trabajo diario, tanto las que asume en el aula como en la escuela y su comunidad, que contribuyen significativamente al éxito de un profesor con sus alumnos.

3.4.1. Los Cuatro Dominios del Marco para la Buena Enseñanza

Cada uno de los siguientes cuatro dominios del marco hace referencia a un aspecto distinto de la enseñanza, siguiendo el ciclo total del proceso educativo, desde la planificación y preparación de la enseñanza, la creación de ambientes propicios para el aprendizaje, la enseñanza propiamente tal, hasta la evaluación y la reflexión sobre la propia práctica docente, necesaria para retroalimentar y enriquecer el proceso.

DOMINIO A:

Preparación de la enseñanza

Es la disciplina que enseña el profesor o profesora, como a los principios y competencias pedagógicas necesarios para organizar el proceso de enseñanza.

DOMINIO B

Creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.

Este dominio se refiere al entorno del aprendizaje en su sentido más amplio; es decir al ambiente y clima que genera el docente, en el cual tienen

lugar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Este dominio adquiere relevancia, en cuanto se sabe que la calidad de los aprendizajes de los alumnos depende en gran medida de los componentes sociales, afectivos y materiales del aprendizaje.

DOMINIO C

Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.

En este dominio se ponen en juego todos los aspectos involucrados en el proceso de enseñanza que posibilitan el compromiso real de los alumnos/as con sus aprendizajes. Su importancia radica en el hecho de que los criterios que lo componen apuntan a la misión primaria de la escuela: generar oportunidades de aprendizaje y desarrollo para todos sus estudiantes.

DOMINIO D

Responsabilidades profesionales.

Los elementos que componen este dominio están asociados a las responsabilidades profesionales del profesor en cuanto su principal propósito y compromiso es contribuir a que todos los alumnos aprendan. Para ello, él reflexiona consciente y sistemáticamente sobre su práctica y la reformula, contribuyendo a garantizar una educación de calidad para todos los estudiantes.¹⁸

¹⁸ Marco para la buena enseñanza, Mineduc.

CAPITULO IV

4. LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR

El profesor, el **sujeto** que enseña, tiene a su cargo la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, en tanto debe planificar, organizar, regular, controlar y corregir el aprendizaje del alumno y su propia actividad (Tristá, 1985; Reyes, 1999). El profesor debe estar en constante interacción y comunicación con sus alumnos, con sus colegas y con el resto de la comunidad de la institución donde labora. Se debe concebir como una personalidad integra, relacionada con el contexto social en que se desempeña como tal.

Lo que diferencia al proceso de enseñanza aprendizaje de otros procesos, su peculiaridad, es que lo que se transforma no es un objeto material inanimado, sino un ser humano, una persona que se modifica a sí misma con la ayuda de otras personas más capaces, especialmente con la guía, orientación y mediación del profesor. Es por ello que el **objeto** de la actividad del profesor no es exactamente el alumno, sino la dirección de su aprendizaje; pero para que dicha dirección sea eficiente, el profesor debe concebir al alumno como una personalidad plena que con su ayuda construye y reconstruye sus conocimientos, habilidades, hábitos, afectos, actitudes, formas de comportamiento y sus valores, en constante interacción con el medio socio cultural donde se desenvuelve (González, 1996).

Los **motivos** que mueven al profesor a desarrollar su actividad pueden ser de diversa índole y son también de extraordinaria importancia. Cuando el profesor ama la labor que desempeña, siente la necesidad interna de elevar la efectividad del proceso de enseñanza aprendizaje, de motivar a sus alumnos por el aprendizaje de la materia que imparte y, al unísono, de contribuir al crecimiento personal de cada uno de ellos. Sin embargo, si los motivos son extrínsecos, ajenos a la esencia del proceso que dirige, con frecuencia el profesor limita su labor fundamentalmente a la simple transmisión de los contenidos de la materia, estableciendo el “facilismo pedagógico”. Las

insuficiencias en la personalidad del estudiante en gran medida están condicionadas dicho "facilismo pedagógico", que consiste en una disminución de las exigencias docentes, como la selección de tareas o ejercicios tipos que no requieren estrategias intelectuales complejas; dar al alumno facilidades adicionales excesivas para que apruebe las materias; la enseñanza que sólo persigue la reproducción de los contenidos por el alumno, que no le plantea situaciones que hagan necesaria su iniciativa y creatividad. Estas cuestiones alientan el facilismo en el aprendizaje, generando en el estudiante un rechazo hacia todo aquello que entraña dificultad y esfuerzo, por lo que a su vez atentan contra el desarrollo de sus cualidades volitivas y de valores, tales como el sentido de la responsabilidad, la perseverancia y la tenacidad ante las tareas (González, 1995).

Los **objetivos** de la enseñanza deben estar en correspondencia con los objetivos de aprendizaje, es decir, con las finalidades que pretenden lograr los estudiantes; así como con la demanda social. Los objetivos llegan a constituir verdaderamente el elemento rector del proceso de enseñanza aprendizaje, cuando tanto los alumnos como los profesores los asumen conscientemente como suyos.

La **base de orientación** del profesor comprende su preparación en los contenidos de la materia que imparte y en la teoría y la práctica pedagógica; su conocimiento psicopedagógico sobre las características generales del sujeto a la edad correspondiente a su grupo de alumnos; su conocimiento previo no estereotipado sobre las peculiaridades de dicho grupo y las características personales de cada uno de sus integrantes, especialmente acerca del nivel de desarrollo que poseen los alumnos al inicio del proceso. Todo lo anterior, así como la conciencia de los objetivos a lograr y de las condiciones ambientales, psicológicas y sociales en que tendrá lugar el proceso de enseñanza aprendizaje, le permitirán seleccionar los procedimientos, las tareas y los medios más apropiados para alcanzar la efectividad del proceso que dirige.

Los **procedimientos** de la enseñanza son los métodos, técnicas y estrategias pedagógicas que planifica, organiza e introduce el profesor en el proceso para propiciar el aprendizaje de sus alumnos, regularlo y corregirlo. Deben estar en correspondencia con los contenidos, la actividad del alumno, los medios disponibles, y las condiciones en que se verifica el aprendizaje. Aunque los procedimientos utilizados en el aprendizaje dependen de las características del alumno, estos generalmente asumen en la actividad docente que se desarrolla en el salón de clases los propuestos por el profesor. Los **medios pedagógicos** son los recursos materiales, informativos, lingüísticos y psicológicos que emplea el profesor para facilitar una comunicación educativa eficaz con sus alumnos y, con ello, el proceso de interiorización de los contenidos de un plano social a un plano individual.¹⁹

4.1. Sobre la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación

Conforme a los planteamientos expuestos en el apartado anterior, la enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos mediante los cuales el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo –y en particular situaciones problema– para sus alumnos y así permite que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros, profesores y materiales para reconstruir y validar personal y colectivamente el saber matemático.

Las **condiciones** en que tiene lugar la enseñanza están en íntima relación con las del aprendizaje, con la salvedad de que la primera ocurre fundamentalmente en el espacio físico y social de una institución educativa, mientras que el aprendizaje trasciende los marcos de la misma. Para el logro de un buen nivel de calidad del proceso de enseñanza aprendizaje el profesor debe procurar que el mismo se desarrolle en condiciones ambientales adecuadas y debe orientar a sus alumnos en este sentido para la realización del estudio individual o colectivo fuera de los marcos de la escuela. La creación de un clima psicológico favorable es también responsabilidad del profesor,

¹⁹ www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003

especialmente estimulando la seguridad de los estudiantes en sí mismos, la autoestima y el sentido de pertenencia al grupo. Para ello, las condiciones sociales en que tiene lugar el proceso son de suma importancia, en tanto que la conjugación apropiada del trabajo individual y en grupos facilita la interiorización por el alumno de los contenidos específicos y no específicos.

Los **productos** del proceso de enseñanza aprendizaje son las transformaciones logradas tanto en la personalidad del estudiante y en la actividad del profesor, como en el proceso mismo.

La actividad del profesor, como cualquier otra actividad humana, puede ser descrita a través de cuatro momentos fundamentales: **orientación, ejecución, control y corrección.**

La orientación del profesor para el futuro desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje comienza con la elaboración de la base orientadora de su actividad y de la actividad del alumno, que le permita **planificar y organizar** las acciones que ambos deberán ejecutar.

Según la teoría de la dirección, la planificación consiste en la determinación de una situación ideal o deseada que orienta el trabajo de una institución, un colectivo o una persona en un período dado. En este sentido, la planificación del proceso de enseñanza aprendizaje debe contemplar la delimitación de los objetivos, la selección y estructuración de los contenidos, las tareas del estudiante, los recursos pedagógicos, los procedimientos necesarios y las formas de control para asegurar el cumplimiento de los objetivos.²⁰

La organización del proceso de enseñanza aprendizaje debe comprender la organización espacio temporal, la organización del trabajo y la organización de su dirección. La primera se refiere a la partición del proceso en

²⁰ • Callejo, María y Vila, Antoni. Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas, Ediciones Narcea, Madrid- España 2004.

subprocesos, por ejemplo, la división de una asignatura en temas o unidades, y éstos en actividades docentes, considerando la carga horaria de cada uno de ellos y la elaboración de los horarios de clases. La segunda trata de la distribución más conveniente del trabajo de los alumnos y del establecimiento de las medidas para asegurar la eficaz interacción entre ellos; así como la creación de condiciones ambientales, psicológicas y sociales adecuadas para el buen desenvolvimiento del proceso. La tercera consiste en la creación de la red de relaciones entre los profesores y, entre estos, y los estudiantes (Tristá, 1985).

El momento de **orientación** en la actividad del profesor según la teoría de la actividad, momento para la planificación y organización de acuerdo con la teoría de la dirección, se corresponde con el primer momento del procedimiento básico de la gestión de la calidad total, la planeación, del denominado Ciclo de Deming o de mejoramiento continuo: Planear, hacer, verificar y actuar.

La planeación es entonces un momento imprescindible para el logro de una educación de calidad. Planear, desde esta perspectiva, significa establecer qué debe hacerse durante el proceso de enseñanza aprendizaje, cómo debe éste desarrollarse, mediante qué acciones concretas y sus responsables, atendiendo a las metas y a la misión de la institución educativa, es decir, a las necesidades del alumno, de la familia del alumno, del proceso educativo que recibirá al alumno en un siguiente nivel escolar y de la sociedad en general (Reyes, 1999).

Durante **la ejecución**, la tarea del profesor es la de llevar a cabo lo planificado y organizado en el momento de la orientación, de manera flexible y en acción mancomunada con sus alumnos. En este momento, su **función principal es la regulación** basada en el control sistemático del proceso en su totalidad, es decir, tanto del aprendizaje del alumno como de su propia actividad.

En la teoría de la dirección, la regulación es una fase necesaria debido a que los sistemas de dirección se encuentran bajo el efecto de dos tendencias contradictorias: la tendencia a la organización por la acción del sujeto de la dirección y la tendencia a la desorganización, condicionada principalmente por factores exteriores. Dados los constantes efectos perturbadores sobre el sistema, la misión del sujeto de la dirección (profesor) consiste en valerse de la regulación para asegurar la adaptación de las influencias externas, es decir, la asimilación de éstas dentro del marco de la organización vigente. De esa manera, a través de la regulación se mantiene el funcionamiento normal del objeto de dirección (el alumno) en el sentido de cumplir con los objetivos establecidos.

De acuerdo con el ciclo de Deming de la calidad total, este es el **momento de hacer**, de llevar a cabo lo planeado. En este momento es de suma importancia la persistencia en el propósito, ya que la actitud de las personas que participen en el proceso es el factor más importante en la calidad del mismo. Por ello, en esta etapa la comunicación educativa juega un papel preponderante, porque permite crear una red de relaciones interpersonales afectivas que facilitan el compromiso de los participantes con el logro de lo planificado (Reyes, 1999).

Por lo antes expresado, es en esta etapa en la que toma mayor importancia el estilo de dirección del profesor, ya que él es el líder que dirige el proceso de enseñanza aprendizaje. De su estilo dependen en gran medida las características de la actividad docente, el aprendizaje de los alumnos; así como el sistema de interacción que se produce en dicho proceso. En ese sentido es importante que el profesor mantenga una actitud positiva hacia los estudiantes y la capacidad de comprensión del otro, para lo que debe plantearse una estrategia y una táctica de comunicación en el salón de clases (Díaz, 1997), que le permita asumir un estilo de dirección democrático y comunicativo (Ojalvo, 1999), caracterizado por:

- Tener en cuenta las particularidades individuales, la experiencia personal, las necesidades y la actividad del alumno.

- Trabajar con el grupo como un todo, sin abandonar el enfoque personal en el tratamiento de los estudiantes.
- No ser estereotipado ni en la conducta, ni en los juicios.
- No ser selectivo en los contactos, ni subjetivo en las valoraciones.
- No ser agresivo en las relaciones.
- Estimular la participación activa de los estudiantes en la manifestación de criterios tanto de temas docentes como de otra índole.
- Preocuparse por los problemas y dificultades de los estudiantes, tanto en el área docente como en lo personal y familiar.
- Ser sensible y tener tacto en el trato.
- Destacar más los logros que las insuficiencias.
- Encaminar su actividad a la formación integral de la personalidad del alumno.

Una metodología de enseñanza deficiente seguida por el profesor no sólo es producto de una deficiente formación pedagógica, ya que existen profesores sin preparación pedagógica que con su entusiasmo logran contagiar a sus alumnos con el amor a su disciplina, encontrando maneras propias de comunicar y enseñar. La metodología seguida por el profesor refleja sobretodo una “mentalidad”, un sistema de creencias y valores, una “cosmovisión”, integrada por el concepto que se tiene del hombre y de su capacidad de crecimiento; así como por el concepto que se tiene de la sociedad y de la necesidad o no de su transformación (Díaz, 1997).

El control final del proceso de enseñanza aprendizaje consiste en la comprobación de la calidad del aprendizaje lograda por el alumno, contrastando lo alcanzado con los objetivos que se perseguían, a la vez que se comprueba la acción educativa del profesor.

En la teoría de la dirección, controlar es comparar el comportamiento real con el previsto y realizar las acciones pertinentes para garantizar el logro de los objetivos. El control cumple dos importantes funciones: En primer lugar revela la efectividad del trabajo realizado durante la planificación, la

organización y la regulación, con lo que permite corregir las decisiones erróneas, total o parcialmente, que se hayan tomado en este sentido y, en segundo lugar, posibilita responder a tiempo y con eficacia a las desviaciones sufridas en el cumplimiento de los objetivos.

Se denomina control interno al que ejerce el propio profesor sobre el proceso de enseñanza aprendizaje que lleva a cabo. En este caso el control se expresa como el control sobre el aprendizaje de los alumnos y como autocontrol del profesor sobre su propia actividad. El control externo es el que realizan agentes externos al profesor y debe contener todos aquellos aspectos que reflejan de una u otra forma, la efectividad del proceso de enseñanza aprendizaje. Tanto el control sistemático como el final deben servir de base para la evaluación.

De acuerdo con el ciclo de Deming esta es la etapa de la verificación, de identificar y de comprender las diferencias entre los resultados logrados y los esperados. En otras palabras, este es el momento de constatar el nivel de calidad alcanzado durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

La calidad de la educación está determinada por el conjunto de relaciones de coherencia entre aspectos tales como: las demandas de la sociedad; los objetivos de la educación; la entrada al sistema; el proceso de enseñanza aprendizaje y el producto obtenido.

El **concepto de calidad** de la educación incluye varias dimensiones: **la eficacia, la relevancia, la equidad y la eficiencia** (Organización de Estados Iberoamericanos, 2000).

La **eficacia** presupone que una educación de calidad es la que logra que los alumnos verdaderamente aprendan aquello que se supone deban aprender, es decir, lo que está establecido en los planes y programas de estudio, después de un determinado ciclo educativo. Esta primera dimensión se refiere a la calidad del aprendizaje y, en nuestra opinión, depende de la calidad con la

que el profesor haya planificado, organizado, ejecutado y regulado el proceso de enseñanza aprendizaje.

La **educación es relevante** cuando los contenidos responden a las necesidades del alumno para desarrollarse como persona, intelectual, afectiva, moral y físicamente; así como para desempeñarse en la sociedad en que vive. La relevancia se refiere entonces al nivel de correspondencia de los contenidos con los objetivos educativos, en la medida que éstos orienten la selección de contenidos que contribuyan a la preparación de los alumnos para su desempeño en todos los órdenes de la vida en un contexto socio cultural determinado, la educación será más relevante.

La **equidad** consiste en dar más apoyo a aquellos alumnos que más lo necesiten, a partir del reconocimiento de que al sistema educativo acceden diferentes tipos de alumnos con diferentes puntos de partida. La equidad se verá reflejada en la eficacia.

La **eficiencia** se refiere a que un sistema educativo será más eficiente en la medida en que con menos recursos consiga resultados similares a los de otro sistema que posee más recursos.

La **corrección final**, es el momento de reflexión y de toma de decisiones sobre proceso de enseñanza aprendizaje que ha finalizado. En este momento el profesor adopta las acciones correctoras necesarias para eliminar los comportamientos indeseados y que han limitado el cumplimiento de los objetivos trazados.

Para desarrollar su actividad con calidad a los profesores les concierne también el imperativo de actualizar sus conocimientos y competencias a lo largo de la vida. Deben perfeccionar su arte y aprovechar las experiencias realizadas en las distintas esferas de la vida económica, social y cultural; así como trabajar en equipo a fin de adaptar la educación a las características particulares de los grupos de alumnos (Delors, 1997).

El razonamiento

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.

Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas. En esas situaciones pueden aprovecharse diversas ocasiones de reconocer y aplicar tanto el razonamiento lógico inductivo y abductivo, al formular hipótesis o conjeturas, como el deductivo, al intentar comprobar la coherencia de una proposición con otras aceptadas previamente como teoremas, axiomas, postulados o principios, o al intentar refutarla por su contradicción con otras o por la construcción de contraejemplos.

4.2. La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos

Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones

nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras.

Para analizar la contribución de la ejecución de procedimientos rutinarios en el desarrollo significativo y comprensivo del conocimiento matemático es conveniente considerar los mecanismos cognitivos involucrados en dichos algoritmos. Uno de estos mecanismos es la alternación de momentos en los que prima el conocimiento conceptual y otros en los que prima el procedimental, lo cual requiere atención, control, planeación, ejecución, verificación e interpretación intermitente de resultados parciales.

Otro mecanismo cognitivo clave es la automatización, que requiere de la práctica repetida para lograr una rápida, segura y efectiva ejecución de los procedimientos; esta automatización no contribuye directamente al desarrollo significativo y comprensivo del conocimiento, pero sí contribuye a adquirir destrezas en la ejecución fácil y rápida de cierto tipo de tareas. Estas destrezas dan seguridad al alumno y pueden afianzar y profundizar el dominio de dichos conocimientos, pero también pueden perder utilidad en la medida en que se disponga de ayudas tecnológicas que ejecuten dichas tareas más rápida y confiablemente.

Otro mecanismo cognitivo involucrado es la reflexión sobre qué procedimientos y algoritmos conducen al reconocimiento de patrones y regularidades en el interior de determinado sistema simbólico y en qué contribuyen a su conceptualización. Esta reflexión exige al estudiante poder explicar y entender los conceptos sobre los cuales un procedimiento o algoritmo se apoya, seguir la lógica que lo sustenta y saber cuándo aplicarlo de manera fiable y eficaz, cuándo basta utilizar una técnica particular para obtener más rápidamente el resultado.

Por ello, así el docente decida practicar y automatizar un solo algoritmo para cada una de las operaciones aritméticas usuales, es conveniente describir y ensayar otros algoritmos para cada una de ellas, compararlos con el que se practica en clase y apreciar sus ventajas y desventajas. Esta comparación

permite distinguir claramente la operación conceptual de las distintas formas algorítmicas de ejecutarla y el resultado de dicha operación conceptual del símbolo producido al final de la ejecución de uno u otro algoritmo. Todo ello estimula a los estudiantes a inventar otros procedimientos para obtener resultados en casos particulares. Esto los prepara también para el manejo de calculadoras, el uso de hojas de cálculo, la elaboración de macroinstrucciones y aun para la programación de computadores.

III.- FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En Chile la educación es un sistema comandado por diferentes entes, los cuales pueden ser privados, corporaciones o municipalizados los cuales están supervisados por el MINUDUC, el cual se encarga de medir la calidad de la educación mediante el SIMCE o evaluando a los docentes de los establecimientos cada cuatro años, es por ello que los profesores de educación general básica se han visto en la necesidad de ampliar su currículum para desarrollar mejores competencias realizando menciones o postítulos, en esta área uno de los postítulos más requeridos es el ámbito de la matemáticas debido a que es una de las asignaturas con resultados insatisfactorios para el sistema, donde se presenta la mayor dificultad en el desarrollo de resolución de problemas, que está muy asociado a la poca comprensión de lectura que presentan los estudiantes ya que no leen bien los enunciados y también porque al momento de aplicar sus conocimientos se confunden en qué operación deben resolver primero; suma, resta, multiplicación o división.

Es aquí donde aparece el término “Resolución de Problemas” donde el estudiante debe reconocer la dificultad para tratar de solucionarla y que no le afecte en su vida diaria. La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea, las soluciones para resolver un problema pueden ser variadas las cuales son relacionadas con cálculos, que se realizan con algoritmos o con operaciones mentales, de acuerdo al grado de complejidad que presenten estos.

La resolución de problemas no es un tema actual, se puede encontrar bibliografías del año 1950 con autores como Polya, tomando mayor auge por estos días debido a la inclusión e importancia que se le ha dado en el currículum de Educación General Básica, porque en años anteriores se le daba énfasis a los algoritmos los cuales muchas veces el/la estudiante no llegaba a comprender su significado, se enseñaba en forma mecánica, lo cual producía

un rechazo en los y las alumnos/as hacia las matemáticas, y ello a su vez producía bajo rendimiento escolar que se ve reflejado en pruebas nacionales como es el SIMCE.

Los algoritmos también son un tema importante por que el/la estudiante debido a que puede comprender bien el enunciado del problema pero no es capaz de realizar correctamente el algoritmo de la adición, sustracción, multiplicación y división, es por ello que se unen estos temas por su significativa relación en matemáticas. En este proceso el profesor, es el que guía al estudiante para que busque estrategias o métodos para que desarrolle competencias las cuales les ayudarán no solo en las matemáticas si no que en su vida diaria.

En la vida cotidiana se emplean algoritmos en multitud de ocasiones para resolver problemas. Algunos ejemplos son los manuales de usuario, que muestran algoritmos para usar un aparato, o las instrucciones que recibe un trabajador por parte de su empleador. Algunos ejemplos en matemáticas son el algoritmo de la división para calcular el cociente de dos números.

El problema de nuestra investigación surge principalmente de fuentes documentales y de fuentes empíricas indirectas las cuales nos indican de la importancia y dificultad que poseen los estudiantes en la Resolución de Problemas para lograr aprendizajes significativos lo cual permite que ellos desarrollen competencias para enfrentar la vida cotidiana, contrastándolos con fuentes empíricas directas para darle un mejor sentido y validez a esta investigación.

Para aplicar la investigación se seleccionaron dos establecimientos educacionales de educación Básica de la comuna de Chillan, para comprobar y verificar nuestras premisas. Estos centros educativos fueron seleccionados para hacer una comparación entre los aprendizajes que tienen los estudiantes sobre los algoritmos y la resolución de problemas, y como los desarrollan.

Estos establecimientos corresponden a diferentes dependencias los

cuales son Colegio Come Wealth School Anexo, Escuela Republica de Israel **HUAMBALI 165**), fueron centros de prácticas de algunos compañeros tesistas, lo cual facilita realizar parte de nuestra investigación allí, y también los elegimos porque presenta alta vulnerabilidad por el sector donde se encuentran ubicadas sus dependencias. La Escuela Republica de Israel pertenece a la categoría de municipal pero presenta las mismas características socioeconómicas.

El SIMCE durante varios años a arrojado resultados deficientes en los sectores de matemáticas y de lenguaje, debido a que ambas asignaturas requieren de una buena comprensión para analizarlas y luego desarrollarlas, por lo general los niños en el ramo de matemáticas empiezan bien el desarrollo de un ejercicio pero luego se confunden en que operación realizar a continuación para finalizar el problema, y terminan dado como resultado uno erróneo.

Como practicantes, hemos presenciado la mala calidad de lectura en los dos primeros niveles de Educación Básica, y si esto no es bien aprendido a los estudiantes se les dificultara mas en el área de las matemáticas, donde opera la lógica. La primordial es fomentar una educación de calidad e integral para todos, teniendo un interés común como docentes por buscar y desarrollar buenos métodos y recursos didácticos en el área de matemáticas para luego poder seguir desarrollándola en todos los sectores y así lograr una educación de excelencia como país, para ello nos es necesario y de gran ayuda el investigar que pasa con alumnos de 4º Básico en el área de matemáticas por eso nos planteamos las siguientes interrogantes, las cuales serán nuestro desafío para clarificarlas:

- 1.- ¿Cuáles son los métodos y procesos utilizados por los alumnos de 4º año de Educación General Básica al realizar algoritmos en las cuatro operaciones básicas?
- 2.- ¿En cuál de las cuatro operaciones básicas los alumnos presentan mayor dificultad para resolver los problemas planteados?

IV.-DISEÑO METODOLÓGICO

3. DISEÑO METODOLÓGICO DE INVESTIGACIÓN

El Diseño Metodológico a realizar en nuestra investigación será abordado en un tipo de investigación mixta, llamada complementariedad metodológica, vale decir una articulación entre lo cualitativo y cuantitativo al momento de recoger y analizar los datos de la investigación.

Será cuantitativa porque se hará un relevamiento estadístico utilizando como instrumento encuestas estructuradas, y cualitativa porque se harán las encuestas en profundidad las cuales se analizarán con un análisis de contenidos.

La línea de nuestra investigación centrará sus esfuerzos en describir, caracterizar, comprender y analizar las situaciones en la ejecución de los Procesos de Resolución de Problemas y los algoritmos asociados, en el Subsector de Educación Matemática para alumnos de 4º año de Educación Básica, a través de la aplicación de instrumentos que recogerán respuestas las cuales nos servirán para corroborar nuestro planteamiento.

La finalidad y el propósito de esta investigación es causar un efecto que reforme y a la vez transforme un fenómeno, por lo que la denominamos a esta investigación como aplicada.

Nuestro diseño metodológico de investigación quiere apuntar a una visión longitudinal y prospectiva ya que pretendemos abordar, indagar y analizar el desarrollo de las diversas etapas del proceso educativo (antes, durante y después) en el subsector de Educación matemática, enfocándonos principalmente en la resolución de Problemas y algoritmos asociados, realizando nuestro trabajo en establecimientos educacionales pertenecientes a la comuna de Chillán.

Nuestra investigación será de corte exploratoria, debido a que nos es relativamente desconocido el tema y tiene como propósito generar nuevos conocimientos, encontrando relaciones y antecedentes que puedan aportar

nuevas luces al entendimiento del fenómeno de la Resolución de Problemas y sus algoritmos en nuestros sujetos de estudio, los alumnos de cuarto año de Educación General Básica y a partir de los datos recolectados, adquiriremos el suficiente conocimiento como para saber qué factores son relevantes a la investigación y cuáles no.

En nuestra investigación utilizaremos fuentes mixtas:

- Las Primarias, porque recabaremos datos en nuestro trabajo mediante encuestas:
- Las Secundarias, ya que tendremos en cuenta datos de investigaciones realizadas en un área específica como es la matemática esencialmente la resolución de problemas y algoritmos.
- Las Terciarias debido a que se interrelacionara lo investigado con una fuente externa.

Las diferencias marcadas de cada fuente es que en las primarias, constituyen el objetivo de la investigación bibliográfica o revisión de la literatura y proporcionan datos de primera mano, las secundarias, consisten en compilaciones, resúmenes y listados de referencias publicadas en un área de conocimiento particular.

La naturaleza va a ser empírica (en cuanto a la recolección de datos y en cuanto al rescate de información relevante). Debido a que trabajaremos y analizaremos al sujeto de forma directa, pero a la vez sin intervenir en su desarrollo normal en su sitio de estudio como es el aula.

2. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

4.1.1.- ¿Cuáles son los métodos y procesos utilizados por los alumnos de 4º año de Educación General Básica al realizar algoritmos en las cuatro operaciones básicas?

4.1.2.- ¿En cuál de las cuatro operaciones básicas los alumnos presentan mayor dificultad para resolver los problemas planteados?

3. PREMISAS

P.1. Las deficiencias y dificultades que presentan los alumnos de 4º año Básico para elegir el Método mas adecuado para realizar algoritmos en las cuatro operaciones básicas están relacionadas con la comprensión Lectora, falta de vocabulario básico, con el docente y directamente con el alumno en sí.

P.2. Los alumnos confunden el algoritmo para continuar con el adecuado desarrollo de las operaciones básicas debido a que ese aprendizaje entregado por el docente no fue significativo al momento de enseñarlo.

V.-OBJETIVOS

1. OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS

OBJETIVOS GENERALES	OBJETIVOS ESPECÍFICOS
<p>1.- Describir los métodos y procesos que utilizan los alumnos de cuarto año de Educación General Básica al realizar algoritmos en las cuatro operaciones básicas.</p>	<p>1.1.- Analizar los métodos y procesos utilizados en la Resolución de Problemas Aritméticos Elementales, trabajados con los/as estudiantes de 4° de Educación General Básica.</p> <p>1.2.- Identificar cuales son los algoritmos utilizados por los y las estudiantes de Cuarto Año Básico.</p>
<p>2.- Distinguir en cual de la cuatro operaciones básicas los alumnos presentan mayor dificultad en la resolución de problemas.</p>	<p>2.1.- Identificar cuáles son las dificultades en la realización de las cuatro operaciones básicas utilizadas por los y las estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Básica en la Resolución de Problemas.</p> <p>2.2.- Comparar los resultados obtenidos en relación a la resolución de problemas y algoritmos en los diferentes establecimientos, según su dependencia.</p>

2. CONCEPTUALIZACIÓN DE LAS CATEGORÍAS

Categoría 1: Proceso de Resolución de Problemas y Uso de Algoritmos.

Organización de Datos: Es aquella en la cual los/las estudiantes ordenan los problemas de la forma en que más les favorezca para una posterior resolución de estos.

Selección de Operaciones: Es aquella operación que los/las alumnos seleccionan para desarrollar los problemas.

Utilización de Representaciones y Material de Apoyo: observaremos que los/las estudiantes utilizan representaciones como dibujos, gráficos, tablas u otros elementos para la resolución de problemas planteados en clases.

Categoría 2: Trabajo de Docencia en Educación Matemática.

Enseñanza de Algoritmos: se investigara sobre el proceso de instrucción que ha llevado a cabo el/la profesor para enseñar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división, observar cuan significativos son para el/la estudiante.

Enseñanza de la Resolución de Problemas: se investigara sobre el proceso instrucción que ha realizado el/la docente para enseñar la resolución de problemas y ver cuán significativos e importantes son para el/la estudiante.

Categoría 3: Competencias de los y las Estudiantes.

Competencias Básicas: son las estrategias, capacidades y habilidades que los alumnos desarrollan en el transcurso del proceso de aprendizaje en el momento de resolver problemas aritméticos.

Competencias Matemáticas: son las estrategias, las capacidades y habilidades que los alumnos desarrollan en el momento de resolver problemas aritméticos elementales integrados en el área de Matemática.

Categoría 4: **Relaciones Afectivas.**

Relación Profesor/a – Alumno/a: Esta relación se observara tanto afectiva, cognitiva y emocionalmente, porque es un factor de suma importancia para el éxito en el ámbito académico de los alumnos. El profesor debe ser un apoyo fundamental para todos y debe ser el guía de ellos.

Relación entre Pares: esta relación se observara tanto afectiva, cognitiva y emocionalmente, porque es un factor importante para el éxito académico dejando de lado las peleas y las demás actividades de corte agresivo.

V.-RESULTADOS

Estudio de caso N° 1

Escuela Republica de Israel

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
<p>Proceso Resolución de problemas y uso de algoritmos</p>	<p>Se percibe que los y las estudiantes no presentan mayores dificultades, declaran en un 74% que sigue el orden de los ejercicios no dejándose llevar por la dificultad que este podía presentar, además un 58% reconoce que utiliza material concreto, o realiza algún tipo de representación para el desarrollo de los ejercicios.</p>	<p>Para la resolución de problemas los alumnos deben seguir los siguientes cuatro pasos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificación de Datos - Selección del algoritmo - Resolución del algoritmo - Respuesta a las interrogantes planteadas en el ejercicio. <p>Para esto el alumno puede optar al uso de técnicas concretas o representacionales, con las cuales deben llegar a la respuesta correcta.</p>	<p>Se puede observar que los y las estudiantes durante el proceso de aplicación de la batería presentan varias dudas, frente a las cuales consultaban al investigador para poder realizar los ejercicios; a pesar de ello realizaban el algoritmo incorrecto. En cuanto a las fases de la resolución de problemas se aprecia que no cumplen dichas partes, ya que sólo se identifican las respuestas o el algoritmo. En relación a la identificación del uso de material concreto o la representación se observa a varios alumnos el hecho de apoyarse en sus dedos para la obtención de resultados y un par la utilización de una hoja para graficar y la resolución de los ejercicios.</p>

Interpretación: En esta categoría logramos identificar que existe una notoria diferencia entre el discurso declarativo y prescriptivo, vale decir lo que se hace está lejos de lo que se debe hacer; los y las estudiantes desarrollan el ejercicio solo con el objetivo de encontrar un resultado sin preocuparse siquiera de que dicho resultado este correcto, no se siguen fases de resolución de problemas, sólo se logra divisar la utilización de representación para la obtención de resultados a pesar de ello los resultados no son óptimos.

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
Trabajo de Docencia en Educación Matemáticas	<p>La profesora reconoce que cada clase realiza una retroalimentación, que permite retomar los contenidos y las materias vistas en las clases anteriores. Comenta que clase a clase realiza reforzamiento de las áreas en los distintos subsectores. Lo único dificultoso en dicho curso es que dejan de lado algunos subsectores para el reforzamiento de Matemáticas y Lenguaje.</p>	<p>Debe detectar los aprendizajes previos de los/as alumnos/as para organizar y coordinar las actividades a realizar. Debe ser una mediadora en el proceso de enseñanza - aprendizaje, respetando el ritmo y estilos de aprendizajes propios de los y las estudiantes. Además debe generar aprendizajes nuevos y significativos, evitando caer en la rutina</p>	<p>Se explica paso a paso lo que deben hacer, respondiendo a las dudas. La dificultad que se observo, es que utilizan los problema de cambio (explicita el uso de la suma o resta), lo cual provoca que ellos estén condicionados a realizar dicho ejercicios, provocando los errores en los problemas de igualación, comparación y cambio, que no especifican sumar ni restar.</p>

Interpretación: Podemos apreciar que existe una concordancia entre los distintos discursos, para el fortalecimiento de los aprendizajes, es lo que se aprecia en las distintas clases. Lo que se aleja del discurso prescriptivo es que esta invita a generar diversos aprendizajes, y que estos sean significativos, pero la docente siempre trabaja el mismo tipo de aprendizaje provocando el condicionamiento de los/as estudiantes a resolver problemas siempre de la misma forma.

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
Competencias de los y las estudiantes.	Los y las estudiantes reconocen que para poder realizar el ejercicio correctamente debían primero leerlo para su comprensión (competencia lingüística) de esta manera el 79% de ellos/as reconoció que debían utilizar la suma y la resta (competencia matemática)	Deben integrar competencias de carácter matemático y de comunicación lingüística, es decir, comprensión del enunciado del ejercicio para reconocer el o los algoritmo a utilizar y poder resolver correctamente el ejercicio correspondiente porque gracias a la comprensión lectora puede identificar las ideas centrales de lo que se le pide.	Se logra apreciar que los y las estudiantes al momento de resolver la batería de problemas utilizan correctamente la competencia lingüística y de forma errónea la competencia matemática, es decir, el uso del algoritmo. Ya que se puede apreciar que no utilizan de buena forma la suma, no utilizan la reserva, solo aparece el resultado en la prueba sin un desarrollo de por medio.

Interpretación: Con respecto a las competencias y habilidades que deben tener los y las estudiantes de Cuarto Año Básico se observa que están muy por debajo de lo esperado ya que solo han desarrollado las competencias lingüísticas, y las competencias matemáticas no, no logran analizar ni razonar el enunciado propuesto provocando errores en la ejecución de la batería de problemas aplicada impidiendo correctos resultados, ya que solo aparecen resultados y no proponen desarrollo alguno.

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
<p>Relaciones Afectivas</p>	<p>La profesora entrevistada, menciona que su relación es buena, los alumnos y alumnas se sienten apoyados por la profesora durante su aprendizaje y ella cuida y entrega su experiencia sin dejar de lado y siempre haciendo hincapié el tema de la disciplina porque gracias a ello ha logrado objetivos significativos. En cuanto a la relación afectiva entre pares declaran que existen problemas dentro del curso, existen un par de alumnos que son demasiado vulnerables lo que nos conlleva a identificar graves problemas de convivencia. Según la declaración de los estudiantes la relación entre pares se desarrolla de buena manera entre grupos. Y</p>	<p>Este debe generar un clima de confianza, respeto y participación dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje; promoviendo que los y las estudiantes expresen dudas, temores y errores a partir de estos generar nuevos aprendizajes.. La relaciones interpersonales entre docente y estudiante debe generarse con respeto, ella dice que es lo primordial ya que gracias a ello más la disciplina se logran muchos objetivos no desconoce que los alumnos son parte importante dentro de su aprendizaje, pero gracias a lo anterior, todo marcha de mejor forma.</p>	<p>Basados en las observaciones de clases se puede afirmar lo planteado por la profesora, vale decir en el aula hay un clima de respeto, confianza, ayuda, amistad, colaboración, solidaridad y disciplina, provocando que los y las estudiantes planteen dudas, sin temer a las dudas que planteen o al rechazo de los compañeros. En cuanto a la relación entre pares se observa poco compañerismo, discuten por los materiales de trabajo, se molestan, pero la profesora como dijo promueve la solución de problemas evitando mayores conflictos, los y las estudiantes lo</p>

	<p>la relación entre profesora y alumnos/a es muy buena porque sienten apoyados por ella en todo sentido no solo en lo que respecta a la parte académica.</p>	<p>En cuanto a las relaciones interpersonales entre compañeros/as, esta debe basarse en el respeto y el aprendizaje grupal el apoyo que deben brindar los más aventajados a los demás. Logrando orientar a los más desorientados.</p>	<p>aprecian y mejoran su actitud, pero aún así en cada clase se debe recordar el compañerismo, la amistad.</p>
--	---	---	--

Interpretación: Existe relación entre los discursos declarativos y prescriptivos respecto a la relaciones afectivas, es decir la profesora, los y las estudiantes reconocen que entre ellos hay una relación buena que motiva el apoyo mutuo, lo cual permite generar éxitos académicos. Pero estos discursos se alejan del discurso de acción, es decir existen buenas relaciones afectivas entre el alumno/a-profesora pero entre pares solamente hay una relación positiva entre amigos y las personas del grupo, impidiendo un buen desarrollo de las clases, esta situación debe mejorar con el hecho de lo que la profesora menciona con respecto al tema de la disciplina que ella quiere mejorar.

Estudio de caso N° 2
Colegio Come Wealth School

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
Proceso de Resolución de problemas y uso de algoritmos	Para resolver los y las estudiantes leen el ejercicio para identificar el proceso algoritmo a realizar para poder llegar a la solución. El 31% de los y las estudiantes reconoce que en ocasiones utiliza algún material concreto o representaciones para apoyar el desarrollo de los ejercicios.	Para la resolución de problemas los alumnos deben seguir los siguientes cuatro pasos: <ul style="list-style-type: none"> - Identificación de Datos - Selección del algoritmo - Resolución del algoritmo - Respuesta a las interrogantes planteadas en el ejercicio. Para esto el alumno puede optar al uso de técnicas concretas o representacionales, con las cuales deben llegar a la respuesta correcta.	Se puede observar que durante la resolución de la batería algunos alumnos/as presentaron dudas, frente a las cuales consultaban, para poder realizar los ejercicios; pero a pesar de ello realizaban el algoritmo incorrecto. En relación a las fases de resolución de problemas no las cumplen, solo hacían el algoritmo y las respuestas. En cuanto a material se aprecia a muy pocos alumnos que utilizan material concreto o representan a través de sus dedos realizar la operación.

Interpretación: Lo que los alumnos dicen hacer se contradice con lo plasmado en las actividades del desarrollo de los ejercicios. En cierta medida también dicta en el aspecto prescriptivo, ya que en estos casos que se mencionan sólo aparece el resultado. Los errores más frecuentes observados en la batería de problemas mala utilización de los algoritmos y el hecho de obviar los pasos mencionados en el discurso prescriptivo.

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
Trabajo de Docencia en Educación Matemáticas	<p>Informa que motiva al curso a través de clases creativas y entretenidas, incentivando, motivando durante toda la clases el uso de los pasos para la correcta resolución de problemas.</p> <p>Tiende a promover la participación de los y las estudiantes generando discusiones, análisis y evaluando acontecimientos, lo que es muy positivo, porque los alumnos aprenden a diferenciar desde pequeños estos acontecimientos.</p>	<p>Debe detectar los aprendizajes previos de los/as alumnos/as para organizar y coordinar las actividades a realizar.</p> <p>Debe ser un mediador en el proceso de enseñanza - aprendizaje, respetando el ritmo y estilos de aprendizajes propios de los y las estudiantes.</p> <p>Además debe generar aprendizajes nuevos y significativos, evitando caer en la rutina</p>	<p>Utiliza un lenguaje formal y adecuado al nivel cognitivo de los y las estudiantes, además de formular preguntas que provoquen la curiosidad y el interés de cada uno.</p> <p>Es un ente motivador que ayuda al aprendizaje significativo de los estudiantes.</p>

Interpretación 2: Existe concordancia entre lo extraído de la entrevista y lo que se aprecia en la sala de clases es un gran motivador, que permite que los alumnos aclaren sus dudas sin miedo al rechazo logrando un gran avance para el hecho de los aprendizajes significativos. Además los invita a reflexionar y analizar una serie de situaciones en la cual se produce lo anteriormente menciona.

Interpretación 3: En esta categoría el discurso Prescriptivo esta en semejanza con el declarativo y el de acción, es decir los y las estudiantes aplican las competencias adquiridas para resolver problemas, obteniendo buenos resultados en la batería de problemas. En ocasiones un pequeño porcentaje de las baterías aplicadas cometieron errores en la elección y uso de algoritmo llevándolos a cometer errores, es decir, estos/as estudiantes no están utilizando las competencias tanto lingüísticas como matemáticas para la correcta resolución del ejercicio.

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
Competencias de los y las estudiantes	Los y las estudiantes reconocen que para resolver problemas deben leerlos para su comprensión (competencia lingüística) para luego realizar el ejercicio propiamente tal (competencia matemática y uso de algoritmo).	Deben integrar competencias de carácter de comunicativo lingüística, es decir, comprensión del enunciado del ejercicio para reconocer el o los algoritmo a utilizar y poder resolverlo correctamente.	Se observa que al momento de resolver problemas los y las estudiantes leen tratando de comprender el enunciado, identificando el algoritmo a realizar para llegar a una solución correcta. Respetan las fases de la resolución de problemas, muchos de ellos sin llegar a la respuesta correcta

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula
<p>Relaciones Afectivas</p>	<p>Profesor El profesor declara dar un apoyo a sus estudiantes. Además establece una relación de paternidad pero con disciplina (reglas), para generar la confianza necesaria para que los y las estudiantes den a entender sus dudas. En cuanto a las relaciones interpersonales que se establecen entre los y las estudiantes, reconoce que hay una relación de respeto, a pesar de ser un lugar con muchas complicaciones</p>	<p>Este debe generar un clima de confianza, respeto y participación dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje; promoviendo que los y las estudiantes expresen dudas, temores y errores a partir de estos generar nuevos aprendizajes, ya que nadie maneja el cien por ciento de los contenidos y los alumnos/as al realizar esta actividad sacan a flote su personalidad y seguridad logrando establecer nuevos aprendizajes significativos,</p>	<p>Se observa una buena relación lo cual conlleva a una buena disciplina y a un clima de aula favorable para el aprendizaje de los y las estudiantes. Además se puede ver el constante apoyo de este a sus estudiantes, respondiendo a dudas y mejorando los errores; utilizando estos como una forma de enseñanza. Se aprecia una buena relación entre los y las estudiantes y el docente, pero por sobre todo prima el respeto en el aula y en el proceso de</p>

	<p>de relaciones interpersonales.</p> <p>Estudiantes</p> <p>Estos/as cuentan tener una relación de respeto con el docente, mientras que con sus compañeros demuestran tener una buena relación solo con sus más cercanos lo que provoca la división del curso a muy corta edad, y no ayuda a la convivencia normal de los alumnos.</p>	<p>junto con esto debe promover el grado de compañerismo para una sana convivencia entre los alumnos.</p> <p>Estudiantes</p> <p>La relaciones interpersonales entre docente y estudiante debe generarse con respeto, es decir, los y las estudiantes deben saber exponer sus ideas, dudas y aciertos con confianza pero siempre respetando al docente.</p> <p>En cuanto a las relaciones interpersonales entre compañeros/as, esta debe basarse en el</p>	<p>enseñanza y aprendizaje.</p> <p>En tanto en las relaciones entre pares se nota que existe la diferencia de grupos dentro del curso, existiendo un aprendizaje colaborativo solo entre ellos/as y no interactuando con el resto del grupo curso</p>
--	---	--	---

		<p>respeto y el aprendizaje colaborativo, es decir apoyarse en el proceso de aprendizaje al presentar dudas en las distintas asignaturas permitiendo que ellos/as pueden orientarse y aprender juntos. Por que lamentablemente nuestra sociedad actualmente presenta mucha individualidad, egoísmo, que no aportan al aprendizaje colaborativo donde el alumno más aventajado logre ayudar al más desvalido.</p>	
--	--	--	--

Resultados de Batería de Problemas

#Centros Educativos	Nº Problemas Estudiantes	1	2	3	4	5
Escuela Republica de Israel	1. Yuliana Campos	✓	X	✓	✓	X
	2.-Naum Taque	X	X	X	X	X
	3. Jayson Lorca	✓	✓	✓	✓	✓
	4.Francisco Maldonado	✓	X	✓	✓	✓
	5. Fernando Guajardo	✓	✓	✓	✓	X
	6. Nicolás Anabalón	✓	✓	X	✓	✓
	7. Francisca Jara	✓	X	✓	✓	X
	8. Cesar Escobar	✓	X	✓	✓	✓
	9. Andree Navarrete	✓	X	✓	✓	✓
	10. Martín Rivas	✓	X	✓	X	X
	11. Luis Espinoza	X	X	✓	✓	X
	12. Paola Figueroa	✓	X	X	X	X
	13. Matías Vega	✓	X	X	✓	✓
	14. Raúl Sepúlveda	X	X	✓	X	X
	15. Wladimir Defaur	X	X	✓	X	X

	16. Natalie Fuentes	✓	✓	✓	✓	X
	17. María Agurto	✓	X	✓	✓	✓
	18. Daniel Riquelme	✓	✓	✓	✓	✓
	19. Javiera Llano	X	X	X	X	✓

Centros Educativos	Nº Problemas Estudiantes	1	2	3	4	5
Colegio Come Wealth School Anexo	1. Jonathan Sanhueza	X	✓	X	X	✓
	2. Anais Vergara	✓	X	✓	✓	X
	3. Guadalupe Villablanca	X	X	X	✓	X
	4. Sebastián Contreras	✓	✓	✓	✓	✓
	5. Krishna Uribe	✓	✓	✓	✓	✓
	6. Vanesa Cerda	✓	X	✓	✓	✓
	7. Claudia Medina	✓	X	✓	✓	X
	8. Uriel Cortés	✓	X	X	✓	✓
	9. Indira Amuyao	X	X	✓	✓	X
	10. Valentina Vilchez	✓	X	✓	✓	✓
	11. Fernanda Sandoval	X	X	X		✓

	12. Álvaro Prado	X	X	X	X	X
	13. José Mills	✓	✓	✓	✓	✓
	14. Rocío Troncoso	✓	X	✓	✓	✓
	15. Millaray Quilodrán	✓	X	X	✓	✓
	16. Juan Pino	X	✓	✓	✓	X
	17. Karla Eades	✓	X	✓	✓	✓
	18. Sebastián Sepúlveda	✓	✓	✓	✓	X
	19. Isamar Salazar	✓	X	✓	✓	✓
	20. Víctor Garrido	✓	✓	✓	✓	✓

21. Paula Troncoso	✓	X	✓	✓	✓
22. Kevin Astudillo	✓	✓	✓	✓	✓
23. Denisse Pérez	X	✓	✓	X	✓
24. Patricio Gaete	✓	X	X	✓	✓
25. Camila Almonacid	✓	X	✓	✓	✓
26. Alonso González	X	X	✓	✓	✓
27. Paz Padilla	X	X	X	✓	✓
28. Flavio Méndez	✓	✓	✓	✓	✓
29. Estefany Marín	✓	✓	✓	✓	✓
30. Leonardo Aguilera	✓	✓	✓	✓	✓

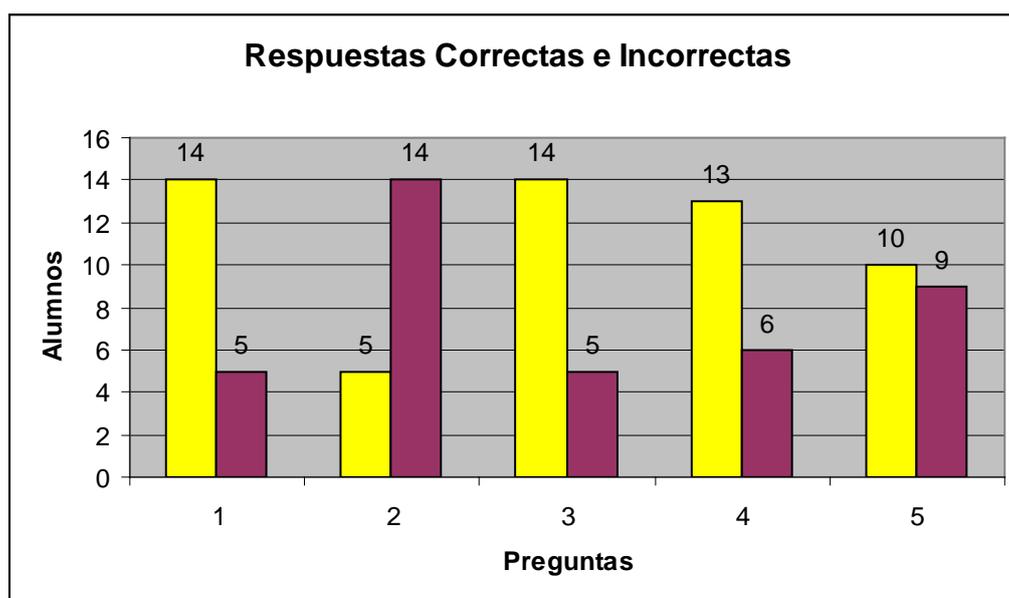
31. Bianka	✓	X	X	X	✓
32. Mariel Arriagada	X	X	X	X	X

Representación Gráfica de los Resultados

Escuela Republica de Israel

- Respuestas a la Batería de Problemas

Número de problema	Preguntas correctas	Respuestas incorrectas
Igualación	14	5
Combinación 1	5	14
Combinación 2	14	5
Comparación	13	6
Cambio	10	9



Interpretación:

Del total los ejercicios realizados en la batería de problemas, podemos obtener los siguientes resultados : el 73,68% de los/as estudiantes no cometen errores en los ejercicios de igualación, el 26,32% de los/as estudiantes acierta en los ejercicios de combinación 1, mientras que el 73,68% de los/as estudiantes dan con el resultado correcto en los ejercicios de combinación 2; Además existe un 68,42% que no comete errores en los ejercicios de comparación y el 52,63% de los/as estudiantes da con el resultado correcto en los ejercicios de cambio.

Al mirar desde la perspectiva de los errores observamos que existe un 26,32% de estos/as que cometen errores en la resolución de ejercicios de igualación, un 73,68% de los/as estudiantes no dan con el resultado en los ejercicios de combinación 1, el 26,32% de los/as alumnos/as no acierta a la respuesta indicada en los ejercicios de combinación 2. También un 31,58% de los/as estudiantes comete desaciertos en ejercicios de comparación y el 47,37% de ellos/as cae en el error en los ejercicios de cambio.

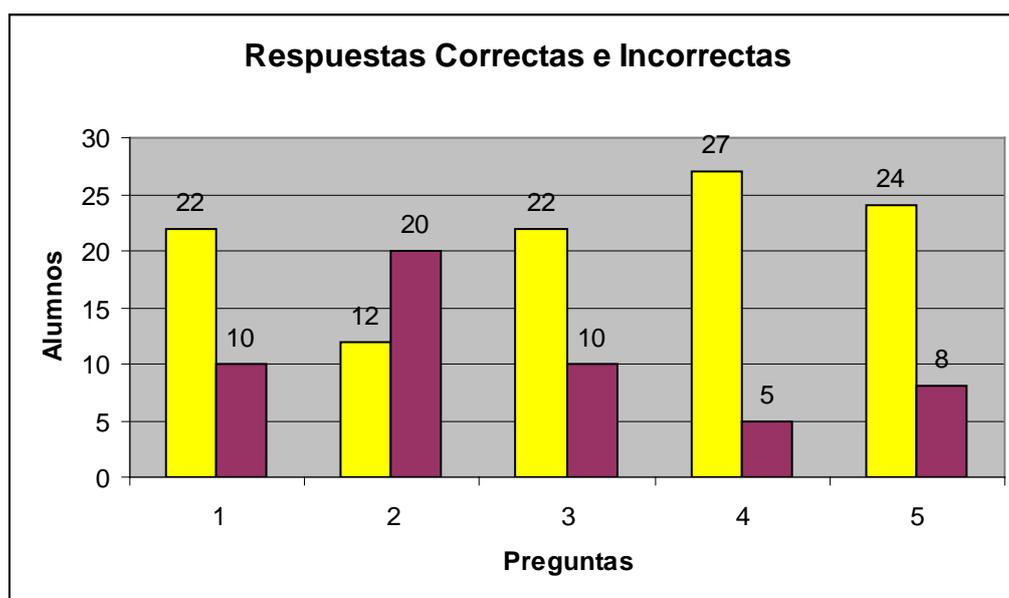
Podemos interpretar que los alumnos/as cometen errores tanto en la ejecución del ejercicio, como en la elección del algoritmo; por lo tanto esto los/as lleva a no acertar en las soluciones de los ejercicios.

Representación Grafica de los Resultados

Colegio Come Wealth School

- **Respuestas a la Batería de Problemas**

Número de problema	Preguntas correctas	Respuestas incorrectas
Igualación	22	10
Combinación 1	12	20
Combinación 2	22	10
Comparación	27	5
Cambio	24	8



Interpretación:

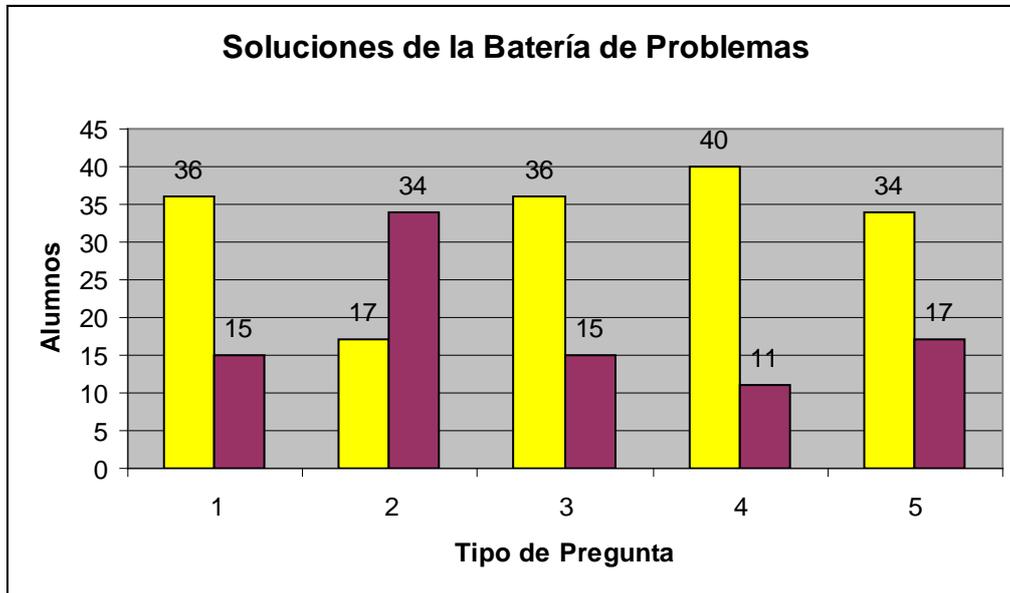
Del total los ejercicios realizados en la batería de problemas, podemos obtener los siguientes resultados : el 68,75% de los/as estudiantes no cometen errores en los ejercicios de igualación, el 37,5% de los/as estudiantes acierta en los ejercicios de combinación 1, mientras que el 68,75% de los/as estudiantes dan con el resultado correcto en los ejercicios de combinación 2; Además existe un 84,375% que no comete errores en los ejercicios de comparación y el 75% de los/as estudiantes da con el resultado correcto en los ejercicios de cambio.

Al mirar desde la perspectiva de los errores observamos que existe un 31,25% de estos/as que cometen errores en la resolución de ejercicios de igualación, un 62,5% de los/as estudiantes no dan con el resultado en los ejercicios de combinación 1, el 31,25% de los/as alumnos/as no acierta a la respuesta indicada en los ejercicios de combinación 2. También un 15,625% de los/as estudiantes comete desaciertos en ejercicios de comparación y el 25% de ellos/as cae en el error en los ejercicios de cambio.

Podemos interpretar que los alumnos/as cometen errores tanto en la ejecución del ejercicio, como en la elección del algoritmo; por lo tanto esto los/as lleva a no acertar en las soluciones de los ejercicios.

Representación Gráfica

Resumen



Preguntas de igualación (señaladas con el número 1 en el gráfico)

Preguntas de combinación 1 (señaladas con el número 2 en el gráfico)

Preguntas de combinación 2 (señaladas con el número 3 en el gráfico)

Preguntas de comparación (señaladas con el número 4 en el gráfico)

Preguntas de cambio (señaladas con el número 5 en el gráfico)

Interpretación Gráfico:

En el siguiente gráfico se observa el total de las baterías aplicadas a los/as estudiantes. Podemos apreciar que el 70,59% de éstos estudiantes aciertan en los ejercicios de igualación, mientras que hay un 29,41% que cometen faltas de los ejercicios, el 33,3 % de los y las estudiantes no se equivocan en los ejercicios de combinación 1, pero hay un 66,7% restante que comete equivocaciones en estos ejercicios, el 70,59% de los y las estudiantes no cometen errores en éstos ejercicios de comparación 2, aunque existe un 29,41% que comete desaciertos en la resolución en este tipo de ejercicios. También un 78,4% responde correctamente a las preguntas de comparación, mientras que un 21,6% no logra responder positivamente. Para finalizar el

66,7% de los y las estudiantes no cometen errores en los ejercicios de cambio, más el 33,3% comete errores importantes tanto en la realización como en la elección del algoritmo, por tanto los lleva a caer en el error en las respuestas de los ejercicios realizados.

VI.- CONCLUSIONES

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN E INTERTRETACIÓN DE LOS DATOS

Después de haber aplicado una batería de problemas matemáticos como instrumento de estudio a alumnos/as que cursan cuarto año básico en dos establecimientos pertenecientes a la comuna de Chillán, la Escuela República de Israel de dependencia municipal y en el Colegio Come Wealth de dependencia particular subvencionado, se desglosan una serie de datos que fueron objeto de estudio y que serán analizados a continuación.

Para llevar a cabo esta investigación, se establecieron dos categorías de estudio: Docente de Educación Matemática y estudiantes de cuarto año básico. Por otro lado para recopilar información se utilizaron los siguientes instrumentos de investigación: Batería de problemas (Vergnaud), Entrevista a estudiantes, Entrevistas a docentes y Pauta de Observación de aula. Utilizando la información recopilada se procederá a realizar un análisis por cada categoría y sub categorías, para su posterior interpretación.

Categoría 1: Proceso de Resolución de Problemas y Uso de Algoritmos

- **Organización de Datos:** Podemos deducir que existe una contradicción entre lo que realiza el/la docente en las clases y lo que realiza el/la estudiante en la Resolución de Problemas, vale decir, los y las estudiantes no aplican lo trabajado durante las clases, lo cual se expresa en la falta de organización de los datos con los cuales se cuenta para resolver un problema, esta ausencia de procedimientos provoca que cometan errores al desarrollar la Batería de Problemas según Vergnaud.

- **Selección de Operaciones:** En cuanto a esta selección los y las estudiantes tal como se observan en los gráficos, la gran mayoría de las elecciones fueron correctas en ambos establecimientos, la confusión se provocaba por la no comprensión del enunciado del problema, como por ejemplo algunos alumnos/as en el problema de cambio sumaron en vez de multiplicar,

obtuvieron el mismo resultado pero no aplican el proceso más fácil y rápido que es la multiplicación.

- **Utilización de Representaciones y Material de Apoyo:** Logramos la siguiente conclusión de la observación de clases y la aplicación de los instrumentos, se puede inferir que este tipo de apoyo metodológico como utilizar material concreto (uso de lápices, fichas, palitos, etc.), hacer representaciones, entre otros, se utiliza para enseñar los algoritmos bases durante el primer nivel de Educación General Básica (NB1), pero al estar en cuarto año de Enseñanza Básica la gran mayoría de los/as estudiantes ya no los utiliza pensando que es un apoyo innecesario, motivando a los y las estudiantes a utilizar el cálculo mental, que en algunas ocasiones aciertan en los resultados. En ocasiones que el/la docente utiliza este material concreto y representaciones es para hacer más atrayente la enseñanza de contenidos, pero no como parte importante al momento de desarrollar los problemas. Esto provoca que se produzcan errores en la comprensión del enunciado y el proceso del algoritmo.

Categoría 2: Trabajo de Docencia en Educación Matemática.

- **Enseñanza de Algoritmos:** Al analizar este Proceso de enseñanza de los/as estudiantes de ambos establecimientos, basándose en las observaciones de aula y las entrevistas, se encuentra una concordancia significativa entre las didácticas, metodologías de el y la docente, es decir ambos profesores enseñan el algoritmo del más fácil que es la suma, luego a restar, sigue la multiplicación y el más complejo para ellos/as es la división. Los docentes comienzan a enseñarles con materiales concretos como lápiz, palitos de helado, porotos, bolitas, etc. o representaciones como puntos, rayas, círculos, etc.; luego cuando comprenden y aprenden cuando aplicar el algoritmo pasan a ejecutarlo en forma directa.

- **Enseñanza de la Resolución de Problemas:** Referente a este Proceso de enseñanza observado, podemos deducir que cada docente posee su propia

metodología para enseñarle a sus alumnos/as, cada docente organiza los aprendizajes conforme al tipo de estudiante que tiene en el aula. La semejanza que se observada en el trabajo de docencia es que cada ejercicio propuesto, guías de aprendizaje son basadas en la realidad, en la cotidianeidad, lo cual permite que los y las estudiantes se desarrollen mejor en su entorno social no solamente educativo, permitiéndoles enfrentarse al mundo cotidiano.

Categoría 3: Competencias de los y las Estudiantes.

- **Competencias Básicas:** Al relacionar los instrumentos aplicados con las competencias básicas utilizadas al resolver problemas aritméticos, se desprende lo siguiente: la competencia que se desarrolla es la lingüística, la cual es necesaria para comprender el enunciado del problema y así poder aplicar el algoritmo correcto para obtener el resultado correcto. Esta competencia se observa al utilizar de la batería.

- **Competencias Matemáticas:** Respecto a estas competencias, logramos observar en las clases y en el desarrollo de la batería, en casi todos los y las estudiantes. Se observa el análisis del enunciado, la comprensión del proceso del algoritmo en la adiciones principalmente, en las sustracciones no hay una aplicación de las competencias, es donde obtuvieron varios errores, ya que la reserva se olvida o ubican las cifras en posiciones incorrectas, en la multiplicación los/as estudiantes que comprendieron lograron de inmediata el producto correcto y el que no comprendió aplicó otro algoritmo el cual no lo llevó a buenos resultados, así mismo ocurrió con la división.

Categoría 4: Relaciones Afectivas.

- **Relación Profesor/a – Alumno/a:** Al observar este tipo de relación se puede decir que los docentes de ambos establecimientos son cercanos afectiva, cognitiva y emocionalmente para con sus alumnos/as, ya que el 100% de los/as alumnos/as cuenta con el apoyo de los docentes. Éstos apoyan de la mejor manera a cada uno/a de sus estudiantes, tanto en el área de la

educación como en el área social, afectiva y emocional, ya que están pendientes de lo que les ocurre fuera del establecimiento. Esto permite que los y las estudiantes se esfuercen por aprender, planteen dudas sin temor, expresen lo que sienten, etc. los/as docentes pasan a ser padre y madre para ellos mientras estén los/as niños/as en los establecimientos.

• **Relación entre Pares:** En esta relación entre pares o compañeros se observa que los y las estudiantes tienen relaciones positivas, pero solamente con sus amigos o compañeros más cercanos y por ello que se observan dificultades vale decir, eso impide que en el grupo-curso apoyen sus aprendizajes. En las clases se observa que al tener dudas se dirigen a la docente, no confiando en el aprendizaje de sus compañeros.

Apoyándonos en las premisas propuestas en esta investigación, las cuales corresponden a las deficiencias y dificultades que presentan los alumnos de 4º año Básico para elegir el procedimiento más adecuado para realizar algoritmos en las cuatro operaciones básicas, éstos son relacionados principalmente con comprensión lectora, falta de vocabulario básico, con el docente y directamente con el alumno en sí, y los alumnos confunden el algoritmo para continuar con el adecuado desarrollo de las operaciones básicas debido a que ese aprendizaje entregado por el docente no fue significativo al momento de enseñarlo, ello unido a la investigación realizada: tanto la documental y la social explorativa, permite realizar una contrastación de los datos recogidos.

Utilizando la información recopilada en el marco teórico y las aplicaciones de instrumentos investigativos se puede contrastar de acuerdo al Proceso de Resolución de Problemas y uso de algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división, lo siguiente:

Los resultados que obtuvimos de la entrevista aplicada a la y el docente, de la batería y entrevista utilizada a los y las estudiantes y lo observado en el aula están en directa relación por lo expresado en el marco teórico, debido a que la finalidad de un problema es alcanzar un objetivo o llegar al resultado, el cual se logra por el orden de las acciones que debe realizar el y la estudiante,

estas acciones pueden ser diversas pero llegan a una misma conclusión, tal como lo expresa J. Brun. Este proceso lo realizan los y las estudiantes en el trabajo de aula, el cual es dirigido por la y el docente, el que le enseña diversas maneras de aplicar algún algoritmo, pero al final en el resultado obtendrán el mismo resultado. Además la resolución de problemas es utilizada para acercar las matemáticas a la vida cotidiana, y ejemplificar los problemas con acciones cotidianas las cuales para los estudiantes son más significativas y las clases se hacen más creativas o dinámicas.

Se puede observar en la resolución de la batería aplicada, que los y las estudiantes transforman la solución de Problemas a una simple respuesta que en ocasiones es relacionada con un algoritmo, en lo cual generalmente no utilizan material de apoyo y una minoría del curso realiza representaciones. Esto permite decir que el Proceso de Resolución de Problemas y uso de algoritmos presenta dificultades por que los y las estudiantes no han adquirido un aprendizaje significativo.

Para identificar este proceso se aplica una batería de Problemas basados en la clasificación de problemas aritméticos expresados desde el punto de vista semántico como problemas de cambio, de igualación, comparación y combinación, estudiados por Vergnaud, estos indican cuales son de mayor complejidad, lo cual efectivamente se identifica en las respuestas, es decir la mayor complejidad la obtiene el problema de combinación 1 con 66,7% de los y las estudiantes no lograron buenos resultados y el de menor dificultad es el problema de comparación, en el cual el 21,6% de los y las estudiantes investigados obtuvieron resultados erróneos.

En este análisis se sigue afirmando que los y las estudiantes no siguen el correcto proceso de resolución de Problemas, solamente dan respuestas y/o algoritmos, y en otras ocasiones solo escriben el resultado o producto del problema planteado, sin saber cómo llegó al resultado o cuales pasos siguieron para obtenerlo, los cuales presentan dificultades frente a nosotros al no saber concretamente lo que hizo el o la estudiante en el proceso de resolución de Problemas. En esta batería se pueden identificar los errores que cometen los y

las estudiantes al realiza la Resolución de Problemas y uso de algoritmos., esto son: una comprensión equivocada del enunciado y/o el desconocimiento de estrategias aritméticas, es decir no comprenden lo que leen y/o no conocen como realizar el o los algoritmos, estos errores son identificados por Kintsch.

Si se analizan los errores cometidos en el proceso del algoritmo que se encontraron principalmente son: en cuanto a la adición el error es cuando hay reservas la cual se olvida o ubican las cifras en posiciones incorrectas; en la sustracción las reservas no se toman en cuenta o el cero es olvidado, en la multiplicación olvidan la reserva o ubican las cifras en posiciones incorrectas y en la división hicieron reparto equitativo con representaciones gráficas y no aplicaron el algoritmo en sí. Estos errores son expresados en el marco teórico y cómo podemos darnos cuenta se reiteran habitualmente los mismos errores en las cuatro operaciones básicas.

Para analizar la categoría de la profesión docente se relaciona la observación de clases, la entrevista de la y el docente y lo expresado en la teoría. De esto se desprende lo siguiente:

Los docente deben dirigir a los y las estudiantes para que sean capaces de tomar decisiones pertinentes en diferentes situaciones de la vida cotidiana, para ello se utiliza la Resolución de Problemas aritméticos, lo que invita a los y las estudiantes a buscar diversas formas de resolver una situación problemática utilizando los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división. Para ello la y el docente avalan su labor pedagógico con planificaciones y diversos materiales didácticos, todo ello de acuerdo al tipo de estudiantes que educan. Esto observado en el aula incentiva el trabajo y el aprendizaje de los y las estudiantes, proponiendo situaciones problemáticas pretendiendo que los/as estudiantes construyan ideas, símbolos, conocimientos, técnicas, modelos y/o procesos matemáticos necesarios para resolver ejercicios. De acuerdo a la enseñanza que poseen los y las estudiantes de algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división, se observa que él y la docente integran diversas técnicas y recursos para el

proceso de la enseñanza, pero son recursos rutinarios, lo cual provoca que los y las estudiantes identifique y ejecuten procesos mecánicos en el uso de algoritmos impidiendo que se transformen en aprendizajes significativos, siguiendo con la creencia que el algoritmo es un proceso mecánico y que se puede suplir con el uso de la calculadora, esto hace poco motivadoras las clases de educación matemáticas.

De acuerdo a las competencias y habilidades utilizadas por los y las estudiantes durante las clases y en la ejecución de la Batería de Problemas se puede deducir que las más usadas por estos/as son las competencia lingüísticas y matemáticas. La competencia lingüística se refiere a la comprensión del enunciado cuando lee el problema y la comunicación de la solución del problema, cuando el o la estudiante comunica la respuesta del problema después de haber ejecutado el algoritmo correspondiente, esto quiere decir que el y la docente en el aula no lo ponen en práctica dedicándose solamente en el ámbito matemático, lo cual el y la estudiante al resolver la batería de problemas tampoco lo ejecutan llevándolos a cometer errores en la identificación de datos, algoritmos y finalmente obteniendo un error en el resultado. La competencia matemática se refiere a la comprensión, análisis, razonamiento y comunicación eficaz de un problema aritmético planteado, basándose en las clases observadas se puede decir que el y la docente motivan el uso y el desarrollo de esta competencia por que reconocen que es parte importante para los aprendizajes matemáticos. Pero cuando los y las estudiantes se enfrentan a la batería de problemas no aplican acabadamente este tipo de competencia, pero si se debe decir que son capaces de analizar y comunicar resultados sobre aquellos tipos de problemas con menor dificultad, los cuales están acostumbrados (mecanizados) a realizar.

Finalmente hay que mencionar las relaciones afectivas entre docente estudiante y entre pares que están presentes en el proceso educativo. Estas relaciones se observan en el aula, lo cual coincide con las entrevistas de la y el docente y estudiantes. Estas relaciones son parte importante en el Proceso Educativo, ya que permiten que se genere un clima de aula vital y afectivo para

que los y las estudiantes puedan plantear dudas, aciertos, temores y errores sin temor a ser ridiculizados o rechazados. Si estas relaciones afectivas son positivas provocan éxito académico y escolar, en donde los/as estudiantes logran aprehender significativamente. Esto está en concordancia con lo expresado y observado por los investigadores, en consecuencia en ambos cursos existen relaciones afectivas favorables entre el/la estudiante y el/la docente, lo que provoca tener buen clima para trabajar en el aula y obtener buenos resultados. En cuanto a las relaciones positivas afectivas ente pares solamente están presentes entre sus más cercanos (amigos/as), lo cual no permite que se provoque un aprendizaje colaborativo entre todos/as ni la buena convivencia entre el grupo-curso, lo que produce temor por plantear dudas a mano alzada, dirigiéndose directamente a la y el docente o que en muchos casos no expresan esas dudas impidiendo aprendizaje.

Todo este análisis nos permite dar respuestas a las premisas planteadas siendo:

P1: Las dificultades de los/as estudiantes que presenta en la Resolución de Problemas están relacionados con la comprensión lectora, con el trabajo del profesor, del propio alumno/a y con sus pares.

P2: Los procesos utilizados por los/as estudiantes para desarrollar un algoritmo no son significativos por lo cual no los comprenden, llevando al estudiante a cometer errores en su desarrollo impidiéndoles una Resolución de Problemas exitosa.

Estas premisas están en directa relación con lo investigado, lo cual se puede evidenciar en los análisis antes realizados. A partir de ello se reconocen que las dificultades cometidas por los y las estudiantes al momento de resolver problemas o al realizar algoritmos, es causado por no desarrollar o no adquirir las competencias y/o habilidades necesarias, lo que no es incentivado al cien por ciento por el/la docente. El rol de los docentes debe ser dinámico, didáctico, motivador y principalmente significativo para los/as estudiantes, incluyendo diferentes metodologías y estrategias de enseñanza, preocupándose siempre de los aprendizajes del alumnado.

VII.- ANEXOS

Entrevistas para Estudiantes de cuarto año básico

Datos del establecimiento del entrevistado: _____ Identificación del entrevistado: <u>Marisel</u> Rol que cumple en el centro escolar: _____ materia: _____ Hora y fecha: _____		
Sub-categoría	Preguntas	Respuestas
Selección e identificación de operaciones	¿Cuáles fueron las operaciones aritméticas que utilizaron para resolver los problemas planteados?	con números
Selección de operaciones	¿resuelves los problemas aritméticos del mas fácil al mas difícil o sigues el orden de los ejercicios?	nunca
Utilización de representaciones o material de apoyo	¿graficas o dibujas para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿ qué dibujas?	algunas
Utilización de representaciones y material de apoyo	¿Utilizas material concreto de apoyo como porotos, lápices, fósforos, dedos etc. para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿son mas fáciles o prácticos?	no nunca
Relación padres/establecimiento	¿tus padres te ayudan con las tareas del colegio? Si la respuesta es si ¿Cuántas horas designas para estudiar?	si me ayudan
Relación profesor/a- alumno/a	¿el/la docente te apoya para aprender mas y mejor en los ejercicios?	si me ayuda
Relación entre pares	¿Cómo es la relación con tus compañeros/as?	bien con ellos
Relación entre pares	¿Tus compañeros/as te ayudan a realizar tareas o resolver dudas, etc.?	si me ayudan
Categorías emergentes en la entrevista que son oportunas y relevantes de consignar.		



BATERIA DE PROBLEMAS

NOMBRE: Jayron Sores Stuardo **ESTABLECIMIENTO:** Escuela Rep. de Israel

1.- Ana quiere repartir equitativamente 20 pastillas en 5 bolsas. ¿Cuántas pastillas alcanzan en cada bolsa?(igualar) 4 pastillas

$$\begin{array}{r} 20 : 5 = 4 \\ - 20 \\ \hline 00 \end{array}$$



2.- A la función del circo asistieron 800 personas entre niños y adultos. Si 267 eran adultos. ¿Cuántos eran niños?(combinación)

$$\begin{array}{r} 800 \\ - 267 \\ \hline 533 \end{array}$$



3.- Sebastián tenía guardado 5 monedas de \$100, 3 monedas de \$50 y 4 monedas de \$10. ¿Cuánto dinero tenía en total Sebastián? (combinación) 690 pesos.

$$\begin{array}{r} 500 \\ + 150 \\ + 40 \\ \hline 690 \end{array}$$



4.- Daniel tiene 11 años, su hermano Gabriel tiene 5 años menos que él. ¿Qué edad tiene Gabriel?(comparación) 6 años tiene Gabriel.

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline 06 \end{array}$$



5.- Un edificio tiene 28 pisos y le van a agregar el doble de pisos ¿Cuántos pisos tendrá el edificio?(cambio) 56 pisos tendrá el edificio.

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 2 \\ \hline 56 \end{array}$$



Entrevistas para Estudiantes de cuarto año básico

Datos del establecimiento del entrevistado: <u>Escuela Rep. de Israel</u> Identificación del entrevistado: <u>Jayson Alejandro Lara Suardo</u> Rol que cumple en el centro escolar: <u>Estudiante</u> materia: <u>matemática</u> Hora y fecha: <u>2009 02/11/2010</u>		
Sub-categoría	Preguntas	Respuestas
Selección e identificación de operaciones	¿Cuáles fueron las operaciones aritméticas que utilizaron para resolver los problemas planteados?	yo ocupo la multiplicación, la suma, la resta y la división.
Selección de operaciones	¿Resuelves los problemas aritméticos del más fácil al más difícil o sigues el orden de los ejercicios?	Sigo el orden de los ejercicios.
Utilización de representaciones o material de apoyo	¿Graficas o dibujas para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿Qué dibujas?	No dibujo nada lo hago con operaciones o mentalmente.
Utilización de representaciones y material de apoyo	¿Utilizas material concreto de apoyo como porotos, lápices, fósforos, dedos etc. para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿Son más fáciles o prácticos?	No hago ejercicios y algunos los hago mentalmente.
Relación padres/establecimiento	¿Tus padres te ayudan con las tareas del colegio? Si la respuesta es si ¿Cuántas horas designas para estudiar?	Si me ayudan y me dedico como una hora, hora y media para estudiar.
Relación profesor/a-alumno/a	¿El/la docente te apoya para aprender mas y mejor en los ejercicios?	Si me ayuda en los ejercicios
Relación entre pares	¿Cómo es la relación con tus compañeros/as?	Buena nos tratamos bien han que a veces no.
Relación entre pares	¿Tus compañeros/as te ayudan a realizar tareas o resolver dudas, etc.?	Si siempre me ayudan.
Categorías emergentes en la entrevista que son oportunas y relevantes de consignar.		



BATERIA DE PROBLEMAS

NOMBRE: Juliana Campos Martinez **ESTABLECIMIENTO:** República de Israel

1.- Ana quiere repartir equitativamente 20 pastillas en 5 bolsas. ¿Cuántas pastillas alcanzan en cada bolsa? (igualar)

hacía 4 pastillas en cada bolsa

$20 : 5 = 4$

2.- A la función del circo asistieron 800 personas entre niños y adultos. Si 267 eran adultos. ¿Cuántos eran niños? (combinación)

$$\begin{array}{r} 800 \\ - 267 \\ \hline 533 \end{array}$$



3.- Sebastián tenía guardado 5 monedas de \$100, 3 monedas de \$50 y 4 monedas de \$10. ¿Cuánto dinero tenía en total Sebastián? (combinación)

son 690 pesos

$$5 \times 100 + 3 \times 50 + 4 \times 10 = 690$$



4.- Daniel tiene 11 años, su hermano Gabriel tiene 5 años menos que él. ¿Qué edad tiene Gabriel? (comparación)

tiene 6 años mas que gabriel

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline 06 \end{array}$$



5.- Un edificio tiene 28 pisos y le van a agregar el doble de pisos. ¿Cuántos pisos tendrá el edificio? (cambio)

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 28 \\ \hline 56 \end{array}$$



Entrevistas para Estudiantes de cuarto año básico

Datos del establecimiento del entrevistado: <u>Un. Liceo de Jascau</u> Identificación del entrevistado: <u>Paulina Campos Martínez</u> Rol que cumple en el centro escolar: <u>Alumna</u> materia: <u>matemática</u> Hora y fecha: <u>22/2010, 2:55 hrs</u>		
Sub-categoría	Preguntas	Respuestas
Selección e identificación de operaciones	¿Cuáles fueron las operaciones aritméticas que utilizaron para resolver los problemas planteados?	sumo todo como por 8° 4 + 3 = 7
Selección de operaciones	¿Resuelves los problemas aritméticos del más fácil al más difícil o sigues el orden de los ejercicios?	yo sigo el orden
Utilización de representaciones o material de apoyo	¿Graficas o dibujas para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿Qué dibujas?	si dibuyo lo que me piden
Utilización de representaciones y material de apoyo	¿Utilizas material concreto de apoyo como porotos, lápices, fósforos, dedos etc. para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿Son más fáciles o prácticos?	si son muchos mas facil
Relación padres/establecimiento	¿Tus padres te ayudan con las tareas del colegio? Si la respuesta es si ¿Cuántas horas designas para estudiar?	si como 3 horas
Relación profesor/a-alumno/a	¿El/la docente te apoya para aprender mas y mejor en los ejercicios?	si porque entiendo mas
Relación entre pares	¿Cómo es la relación con tus compañeros/as?	Muy bien
Relación entre pares	¿Tus compañeros/as te ayudan a realizar tareas o resolver dudas, etc.?	si muchos
Categorías emergentes en la entrevista que son oportunas y relevantes de consignar.		



BATERIA DE PROBLEMAS

NOMBRE: *Marín Taquí Escamilla* **ESTABLECIMIENTO:** *República de Uruguay*

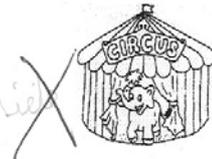
1.- Ana quiere repartir equitativamente 20 pastillas en 5 bolsas. ¿Cuántas pastillas alcanzan en cada bolsa?(igualar)

Respuesta: $\frac{20}{5}$
 operación: *divisiones*



2.- A la función del circo asistieron 800 personas entre niños y adultos. Si 267 eran adultos. ¿Cuántos eran niños?(combinación)

Respuesta: $800 - 267$
 operación en total: *restas y sumas*



3.- Sebastián tenía guardado 5 monedas de \$100, 3 monedas de \$50 y 4 monedas de \$10. ¿Cuánto dinero tenía en total Sebastián? (combinación)

Respuesta: $100 \times 5 + 50 \times 3 + 10 \times 4$
 operación: *sumas*



4.- Daniel tiene 11 años, su hermano Gabriel tiene 5 años menos que él. ¿Qué edad tiene Gabriel?(comparación)

$11 - 5$
 operación: *restas*



5.- Un edificio tiene 28 pisos y le van a agregar el doble de pisos ¿Cuántos pisos tendrá el edificio?(cambio)

$28 + 28$
 operación: *sumas*



Entrevistas para Estudiantes de cuarto año básico

Datos del establecimiento del entrevistado: <u>República de Chile</u> Identificación del entrevistado: <u>Mauro Joaquín</u> Rol que cumple en el centro escolar: <u>Estudiante</u> materia: <u>matemática</u> Hora y fecha: <u>02/11/2010</u>		
Sub-categoría	Preguntas	Respuestas
Selección e identificación de operaciones	¿Cuáles fueron las operaciones aritméticas que utilizaron para resolver los problemas planteados?	sumando y Resto mulo
Selección de operaciones	¿Resuelves los problemas aritméticos del más fácil al más difícil o sigues el orden de los ejercicios?	si sigo lo orden de mayor de a menor
Utilización de representaciones o material de apoyo	¿Graficas o dibujas para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿Qué dibujas?	Si dibujo para saber mis Resto todos
Utilización de representaciones y material de apoyo	¿Utilizas material concreto de apoyo como porotos, lápices, fósforos, dedos etc. para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿Son más fáciles o prácticos?	Si me acuerdo tanto con mis dedos y y los lapices
Relación padres/establecimiento	¿Tus padres te ayudan con las tareas del colegio? Si la respuesta es si ¿Cuántas horas designas para estudiar?	Si mis padre me ayuda a ser mis tareas y hacer para
Relación profesor/a-alumno/a	¿El/la docente te apoya para aprender mas y mejor en los ejercicios?	Si me ayuda a ser mis tareas
Relación entre pares	¿Cómo es la relación con tus compañeros/as?	Si me acord todos bien
Relación entre pares	¿Tus compañeros/as te ayudan a realizar tareas o resolver dudas, etc.?	me ayuda es ser
Categorías emergentes en la entrevista que son oportunas y relevantes de consignar.		

Entrevista para docentes de Educación Matemática

Datos de la situación de la entrevista: _____

Identificación del sujeto entrevistado: Myma Espinosa E. -

Rol que cumple en el centro escolar: Profesor jefe 4to año Básico. Coord. U.T.P.

Disciplina o materia que se enseña: Todas las asignaturas menos Inglés, religión

Identificación del entrevistador: Cristian Cuevas Hora: 14:30 Fecha: 02-11-2010.

Sub- categoría	Preguntas	Respuestas (Resumido)
Enseñanza de algoritmos	¿Cómo distribuye el tiempo para enseñar los algoritmos?	- Se planifica la unidad para enseñar sumas, restas, multiplicación y div. 70 - 30 min. c/u.
Enseñanza de algoritmos	¿De qué manera aclara las dudas planteadas por los/as alumnos/as?	- Ejemplificando en la pizarra en forma individual y grupal, rescatando y poniendo de nuevo a buscar sus propias respuestas.
Enseñanza de resolución de problemas	¿De qué manera trabaja la resolución de problemas?	- En cada algoritmo se genera resolución de problemas, identifican, resuelven, comprueban.
Enseñanza de resolución de problemas	¿Utiliza algún material apoyo en sus clases referidas a resolución de problemas?, ¿Cuáles?	- Material concreto, observación y resolución de problemas a través del data.
Relación Profesor/a - alumno/a	¿Cómo es la relación laboral y afectiva con los y las estudiantes?	- Buenos/as, cariñosos y respetuosos.
Relación Profesor/a - alumno/a	¿De qué manera apoya a los/as alumnos/as que presentan dificultades en el aprendizaje?	- En forma individual con elaboración de guías; y apoyo pedagógico individual.
Relación entre pares	¿Cómo es el ambiente de trabajo en el aula?	- Tranquila con disciplina y respeto.
Relación entre pares	¿Se observa apoyo entre compañeros/as?	- Si, solidarios, atentos y respetuosos.

Aer. S. en la
Entrevista



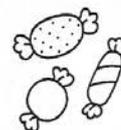
BATERIA DE PROBLEMAS

NOMBRE: Juan Pino

ESTABLECIMIENTO:

1.- Ana quiere repartir equitativamente 20 pastillas en 5 bolsas. ¿Cuántas pastillas alcanzan en cada bolsa?(igualar)

$$20 : 5 = 4$$



2.- A la función del circo asistieron 800 personas entre niños y adultos. Si 267 eran adultos. ¿Cuántos eran niños?(combinación)

$$\begin{array}{r} 800 \\ - 267 \\ \hline 533 \end{array}$$



3.- Sebastián tenía guardado 5 monedas de \$100, 3 monedas de \$50 y 4 monedas de \$10. ¿Cuánto dinero tenía en total Sebastián? (combinación)

$$\begin{array}{r} 500 \\ 150 \\ + 40 \\ \hline 690 \end{array}$$



4.- Daniel tiene 11 años, su hermano Gabriel tiene 5 años menos que él. ¿Qué edad tiene Gabriel?(comparación)

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline 6 \end{array}$$



5.- Un edificio tiene 28 pisos y le van a agregar el doble de pisos ¿Cuántos pisos tendrá el edificio?(cambio)

$$28 \cdot 2 = 56$$



Entrevistas para Estudiantes de cuarto año básico

Datos del establecimiento del entrevistado: _____ Identificación del entrevistado: <u>Juan Pino</u> Rol que cumple en el centro escolar: _____ materia: _____ Hora y fecha: _____		
Sub-categoría	Preguntas	Respuestas
Selección e identificación de operaciones	¿Cuáles fueron las operaciones aritméticas que utilizaron para resolver los problemas planteados?	multiplicación, resta y suma
Selección de operaciones	¿resuelves los problemas aritméticos del mas fácil al mas difícil o sigues el orden de los ejercicios?	sigo el orden
Utilización de representaciones o material de apoyo	¿graficas o dibujas para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿qué dibujas?	no
Utilización de representaciones y material de apoyo	¿Utilizas material concreto de apoyo como porotos, lápices, fósforos, dedos etc. para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿son mas fáciles o prácticos?	si es mas facil
Relación padres/establecimiento	¿tus padres te ayudan con las tareas del colegio? Si la respuesta es si ¿Cuántas horas designas para estudiar?	si como una hora
Relación profesor/a-alumno/a	¿el/la docente te apoya para aprender mas y mejor en los ejercicios?	si
Relación entre pares	¿Cómo es la relación con tus compañeros/as?	muy buena
Relación entre pares	¿Tus compañeros/as te ayudan a realizar tareas o resolver dudas, etc.?	si me ayudan
Categorías emergentes en la entrevista que son oportunas y relevantes de consignar.		

*Almuerzo en
Sofocorina*

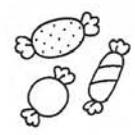


BATERIA DE PROBLEMAS

NOMBRE: *Sebastián Sepúlveda* **ESTABLECIMIENTO:**

1.- Ana quiere repartir equitativamente 20 pastillas en 5 bolsas. ¿Cuántas pastillas alcanzan en cada bolsa?(igualar)

$$\begin{array}{r} 20 : 5 = 4 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$



2.- A la función del circo asistieron 800 personas entre niños y adultos. Si 267 eran adultos. ¿Cuántos eran niños?(combinación)

$$\begin{array}{r} 800 \\ -267 \\ \hline 533 \end{array}$$



3.- Sebastián tenía guardado 5 monedas de \$100, 3 monedas de \$50 y 4 monedas de \$10. ¿Cuánto dinero tenía en total Sebastián? (combinación)

$$\begin{array}{r} 500 \\ 150 \\ + 40 \\ \hline 690 \end{array}$$



4.- Daniel tiene 11 años, su hermano Gabriel tiene 5 años menos que él. ¿Qué edad tiene Gabriel?(comparación)

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline 6 \end{array}$$



5.- Un edificio tiene 28 pisos y le van a agregar el doble de pisos ¿Cuántos pisos tendrá el edificio?(cambio)

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 28 \\ \hline 56 \end{array}$$



Entrevistas para Estudiantes de cuarto año básico

Datos del establecimiento del entrevistado: _____ Identificación del entrevistado: <u>Matías</u> Rol que cumple en el centro escolar: _____ materia: _____ Hora y fecha: _____		
Sub-categoría	Preguntas	Respuestas
Selección e identificación de operaciones	¿Cuáles fueron las operaciones aritméticas que utilizaron para resolver los problemas planteados?	sumas, restas, multiplicaciones y divisiones
Selección de operaciones	¿resuelves los problemas aritméticos del mas fácil al mas difícil o sigues el orden de los ejercicios?	sigo el orden
Utilización de representaciones o material de apoyo	¿graficas o dibujas para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿ qué dibujas?	escribo (grafico)
Utilización de representaciones y material de apoyo	¿Utilizas material concreto de apoyo como porotos, lápices, fósforos, dedos etc. para resolver problemas aritméticos? Si la respuesta es sí. ¿son mas fáciles o prácticos?	si, es más facil
Relación padres/establecimiento	¿tus padres te ayudan con las tareas del colegio? Si la respuesta es si ¿Cuántas horas designas para estudiar?	no, a la 5,0 6 hago los tareas
Relación profesor/a-alumno/a	¿el/la docente te apoya para aprender mas y mejor en los ejercicios?	si.
Relación entre pares	¿Cómo es la relación con tus compañeros/as?	mos o amigos
Relación entre pares	¿Tus compañeros/as te ayudan a realizar tareas o resolver dudas, etc.?	si, algunos..
Categorías emergentes en la entrevista que son oportunas y relevantes de consignar.		

*Nov. 2014
Sobowina*



BATERIA DE PROBLEMAS

NOMBRE: *marisel arriagada* ESTABLECIMIENTO:

1.- Ana quiere repartir equitativamente 20 pastillas en 5 bolsas. ¿Cuántas pastillas alcanzan en cada bolsa?(igualar)

$$\begin{array}{r} 20 : 5 = 70 \\ - 20 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$



2.- A la función del circo asistieron 800 personas entre niños y adultos. Si 267 eran adultos. ¿Cuántos eran niños?(combinación)

$$\begin{array}{r} 800 \\ - 267 \\ \hline 533 \end{array}$$



3.- Sebastián tenía guardado 5 monedas de \$100, 3 monedas de \$50 y 4 monedas de \$10. ¿Cuánto dinero tenía en total Sebastián? (combinación)

$$\begin{array}{r} 500 \\ + 150 \\ + 40 \\ \hline 690 \end{array}$$



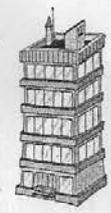
4.- Daniel tiene 11 años, su hermano Gabriel tiene 5 años menos que él. ¿Qué edad tiene Gabriel?(comparación)

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline 6 \end{array}$$



5.- Un edificio tiene 28 pisos y le van a agregar el doble de pisos ¿Cuántos pisos tendrá el edificio?(cambio)

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 56 \\ \hline 84 \end{array}$$



Estudio de caso N° 1
Escuela Republica de Israel

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula

Interpretación:

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula

Interpretación:

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula

Interpretación:

Categorías	Discurso Declarativo	Discurso Prescriptivo	Discurso de Acción Aula

Interpretación:

VIII.- BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

- Callejo, María y Vila, Antoni. Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas, Ediciones Narcea, Madrid- España 2004.
- Chamorro, M^a del Carmen. Didáctica de las matemáticas para primaria, ediciones Pearson Educación, Madrid – España 2003
- Halmos, P. R., *The Heart of Mathematics*, American Mathematical Monthly, 87(7), 1980.
- Instituto Nacional de Evaluación y Calida del Sistema Educativo (INECSE), Ministerio de Educación y Ciencia. Pisa 2003, Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas, Imprime LAVEL Industrias Gráficas S.A., Madrid - España 2005.
- Lester198;
www4.ujaen.es/~cparedes/Documentos/T1Pens_08_09_al.pdf)
- Página web (http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/prob_int.htm)
- Página web (http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/prob_int.htm)
- Página web (<http://www.simce.cl/index.php?id=288>)
- Página web; (www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003)
- Stanic y Kilpatrick (1988) y de página web (<http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>)
- *Tesis 2008*, Caro Valdés Leslie Alejandra, Hernández Lagos Jacqueline Alejandra, Lagos Rivas Daniela Patricia, *Resolución de problemas...*

- Thornton, Stephanie. La Resolución Infantil de Problemas, Ediciones Morata S. L, Madrid- España 1998.
- www.uco.es/~ma1mamaa/Simposio.../10Murillo_Marcos%5B1%5D.doc.pdf.