UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA. UNA EXPERIENCIA EN FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

Seminario para optar al título de Profesor de Educación Media en Educación Matemática

Autores:
Álvaro Alexis Cartes Fica
Magdalena Alejandra Ramos Morales

Profesor Guía: Erich Leighton Vallejos

Chillán, Chile

-2013-

AGRADECIMIENTOS…

En primer lugar agradecer a las personas más importantes en mi vida, mis padres Flor y José, sin ellos nada de lo que soy y he logrado hasta ahora hubiera sido posible, ellos siempre tuvieron confianza en mí y tenían las palabras indicadas para apoyarme a seguir adelante siempre con mis sueños…. Son un ejemplo a seguir. Los amo demasiado!

Luego a mis hermanos Claudia, Luis, Cristina, Carolina y también a mi sobrina Ignacia los cuales siempre han sido un pilar fundamental para mí y han sabido apoyarme en mis decisiones… Los amo! Además a toda la familia que siempre estuvo atenta a mi desempeño y con palabras de apoyo para mí… se les quiere.

También a los/as amigos/as que siempre han estado presentes, Francisca, Marcelino y Lorena, el paso por la universidad no habría sido lo mismo si no los hubiera conocido. Convivir tantos años con alguien no es fácil y lo comprobé, pero también comprobé que la amistad debe perseverar por sobre todo gracias a ti mi Panchis. Gracias por la amistad, los quiero mucho!

Por último agradecer a aquel amigo loco con el cual realicé la presente investigación, Álvaro Cartes (Osito), gracias por hacer de las horas de trabajo una instancia de risas y momentos demasiado agradables, serás lejos la persona más loca que podré conocer… te quiero mucho.

Un agradecimiento muy especial al Profesor Erich por el apoyo constante en esta investigación, gracias por la paciencia y la buena onda y también a los profesores Miguel Friz, Rodrigo Panes, Ivo Basso y Luis Friz por su buena disposición…

MAGDALENA RAMOS MORALES….

AGRADECIMIENTOS

Para comenzar quiero agradecer a mi familia y familiares pero especialmente a dos personas; comenzando por mi madre Mercedes, quien es un pilar fundamental en mi vida y a la cual le debo todo, por su esfuerzo como madre soltera y quien siempre me supo apoyar con las palabras necesarias para luchar ante la adversidad. Te amo mamita.

Luego a mi hermano Pablo, quien me da la fuerza para luchar y haber sacado mi carrera adelante, e intentar ser cada día mejor. Hermano mío, sos un grande, te admiro y sé que llegaras donde te lo propongas. Te amo hijo.

Quiero hacer mención especial a dos personas que a la distancia supieron apoyarme; primero a Valeria Q. quien supo alentarme cuando más estresado me sentía y animarme cuando lo necesitaba, te quiero; y también a Giselle R. pues a pesar de la poca comunicación jamás olvidare que gracias a tus buenas vibras supiste animarme en momentos de dificultad, simplemente gracias.

Durante los 5 años de universidad conocí mucha gente que hizo que el paso por esta etapa de mi vida se hiciera de manera más alegre y amena; a la vez conocí gente que logro ganarse mi amistad, gracias a su apoyo en los momentos más difíciles, incluso cuando me quise rendir y salirme de la carrera… a pesar que la vida no me mantenga en una comunicación constante con ustedes, o independiente a los problemas, quiero que recuerden que siempre los llevare en mi mente y mi corazón; fundamentalmente quiero mencionar a Marcelino (Kapo), Mellita (Coto), Karen (Negris), Francisca (Pekitas), Esteban (Pollo), Ricardo (Riky), Pablo (Mota) y Marcelo (Motorola) … Los quiero mucho y ya los extraño…

También agradecer a mi compañera de tesis y amiga Magdalena (Chiqui), con quien a través de las horas de trabajo logramos fortalecer nuestra amistad y a quien siempre agradeceré cada consejo, su paciencia y alegría. Te quiero mucho.

Un agradecimiento final al Profesor Erich, quien siempre estuvo atento a ayudarnos y sin él esta investigación jamás se hubiese logrado.

Por último al Flaquito o Diosito como se le conoce, gracias por tu amor infinito.

ÁLVARO ALEXIS CARTES FICA…

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Determinar el concepto de modelización matemática puede ser un tanto complejo, pero para definirlo de manera simple podríamos decir que es el proceso mediante el cual un conjunto de símbolos (que se definen de acuerdo al contexto en el que está situado el caso de estudio) y relaciones matemáticas traducen un fenómeno o problema de una situación real.

La modelización matemática se guía básicamente por tres fases:

-La construcción, proceso en el que se convierte el objeto a lenguaje matemático.

-El análisis o estudio del modelo confeccionado.

-La interpretación de dicho análisis, donde se aplican los resultados del estudio al objeto del cual se partió

La presente investigación está enfocada en la enseñanza de funciones a través del método de modelización, en donde se mostrarán los progresos alcanzados por los estudiantes de la universidad San Sebastián de primero año de Pedagogía Media en Matemática, que fueron la muestra de la investigación. Dicha muestra fue sometida a una prueba inicial para medir el nivel de dominio respecto a funciones. Luego, se les impartieron clases de funciones mediante modelización, enfocadas en tres tipos de funciones, las cuales fueron: Función Lineal, función cuadrática y función exponencial. Finalmente los estudiantes rindieron otra evaluación con la finalidad de poder cumplir con el objetivo final de nuestra investigación, que correspondía a la comparación entre el perfil inicial y el perfil de progreso de estos individuos.

Toda la información contenida en las dos pruebas realizadas es la base del análisis realizado en la presente investigación, ya que a través de estas podemos realizar la comparación antes mencionada.

CAPÍTULO 1:

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Didáctica como disciplina significa la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal materia. Los didactas son organizadores, desarrolladores de educación, autores de libros de texto, profesores de toda clase, incluso los estudiantes que organizan su propio aprendizaje individual o grupal (Freudenthal, 1991). Mientras que para Brousseau, la didáctica es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento. Saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza es el objetivo de la didáctica (Kieran, 1998).

Steiner considera que la didáctica de la matemática debe tender hacia lo que Piaget denominó transdisciplinariedad lo que situaría a las investigaciones e innovaciones en didáctica dentro de las interacciones entre las múltiples disciplinas, (psicología, pedagogía, sociología entre otras sin olvidar a la propia matemática como disciplina científica) que permiten avanzar en el conocimiento de los problemas planteados (Steiner, 1987).

Uno de los problemas más complejos que enfrenta la educación secundaria chilena en el ámbito de la enseñanza de la matemática tiene relación con la forma de articular los temas con las otras áreas del conocimiento e incluso con la propia matemática. Esto es, la mayoría de los temas están desconectados del mundo real y de las ciencias, lo que tiene como consecuencia que los estudiantes no conciben la utilidad que tienen las matemáticas en su formación. Esto claramente es inadecuado para la formación de los estudiantes en un mundo cada vez más matematizado (Aravena, 2001; Gómez, 2002).

En efecto, las investigaciones reportan que una de las principales dificultades en la enseñanza de la matemática se debe, en general, a la no existencia de la integración entre la matemática y las otras áreas del conocimiento, impidiendo a los estudiantes que puedan desarrollar los algoritmos algebraicos requeridos en función del objetivo final perseguido (Hitt, 1998; Caamaño, 2001).

En Chile, salvo contadas excepciones, se ha generado una tradición en la forma de articular el contenido matemático, reduciéndose la enseñanza a un trabajo basado en algoritmos que no permite a los estudiantes comprender el rol de la matemática en la sociedad (Aravena, 2001). Esta forma de enseñanza se guía por los sistemas de medición que tiene nuestro país (SIMCE, PSU), las cuales sólo miden la capacidad de cálculo de los estudiantes y no la capacidad de entendimiento de conceptos o modelos matemáticos y la relación que pueden tener estos con la vida cotidiana. Además esto explica muchas veces el fracaso de los estudiantes y la poca capacidad de lograr el interés de estos hacia dicha disciplina.

En los últimos años, las investigaciones en Didáctica de la Matemática dan cuenta que uno de los temas que ha concitado la atención es el diseño de actividades basado en la modelización de situaciones reales y de las ciencias, “transformándose en una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos” (Aravena, 2002). Por ejemplo, un estudio realizado en Chile enfocado al modelamiento matemático incorporó de manera integrada los tipos de representaciones (algebraico-geométrico-analítico) de tal manera de analizar el fenómeno desde diversas perspectivas (Font, 2001) y tipos de situaciones, que conectan la matemática con diferentes campos de conocimiento y de la realidad (Aravena, 2001).

Por la importancia del tema de las funciones, en el sentido que se encuentran en una variedad de fenómenos del mundo real y de las ciencias y que constituyen un excelente recurso para formular un modelo matemático en una variedad de situaciones, se consideró importante colocar énfasis en la forma que se ha visto este contenido a través de la historia de la matemática (De Guzmán, 1974; Boyer, 1996).

Dado lo anteriormente expuesto, esta investigación pretende introducir el modelaje como medio para enseñar funciones reales a estudiantes de la carrera de Pedagogía Media en Matemática de la Universidad San Sebastián, de la ciudad de Concepción y analizar el perfil inicial con el perfil adquirido luego de introducir dicho método, con el motivo de mejorar la interpretación de problemas, que es el área más deficiente en las pruebas de medición (PSU, SIMCE). Realizando así un contraste con los aprendizajes previos y el aprendizaje al término del proceso de estudio con modelamiento matemático.

Para ello se realizará un trabajo que contenga secuencias didácticas enfocadas al trabajo de funciones reales con modelamiento matemático. Se realizará un pre test al inicio del proceso y un post test al finalizar el estudio.

Objetivo General:

Analizar las competencias que desarrollan los alumnos de primer año de Pedagogía Media en Matemática de la Universidad San Sebastián sede Concepción, específicamente en la asignatura de Álgebra de Funciones, mediante una propuesta integradora que incorpora como central la modelización de situaciones matemáticas en contextos de aplicación.

Objetivos Específicos:

1.- Elaborar una propuesta de aula que incorpore la modelización de problemas como eje principal de la actividad matemática.

2.- Aplicar dicha propuesta en la asignatura de Álgebra de Funciones, correspondiente a primer año de Pedagogía Media en Matemática.

3.- Comparar el perfil inicial y el perfil de progreso cuando enfrentan trabajos matemáticos basados en modelización de situaciones. Esto de manera cuantitativa mediante la utilización de categorías.

CAPÍTULO 2:

MARCO TEÓRICO

MARCO TEÓRICO

En este capítulo definimos los conceptos más transcendentes que guiarán la investigación, de los cuales nos fundamentaremos a la hora de evaluar los aprendizajes de los y las estudiantes.

1.- El Desarrollo histórico de las Matemáticas y las funciones.

Según el texto de Wilson Gomez Bello (2011), respecto al concepto de función, algunos investigadores como Youschkevitch (1976) afirman que en la antigüedad no aparecen nociones generales sobre cantidades variables y funciones a pesar de que se conocen estudios sobre casos particulares de dependencia entre dos cantidades; otros investigadores como Ruiz Higueras (1998) consideran que sí hay evidencias sobre un concepto inicial de función en la edad antigua.

Respecto a los matemáticos babilónicos, Ruiz (1998) plantea "aunque investigadores como Youschkevitch (1976) aseguran que no hubo ninguna idea general de función en la matemática antigua hay otros que opinan que estos sí poseían un auténtico instinto de funcionalidad, ya que una función no solo es una fórmula sino una relación más general que asocia elementos de dos conjuntos, y esto sí está presente en las numerosas tablas de los cálculos babilónicos".

Por otra parte para los griegos las ideas de cambio y variable no eran extrañas, ya que tal como Ruiz (1998) afirma "en el pensamiento griego existía una idea primitiva de función contenida en las nociones de cambio y relación entre magnitudes variables. Sin embargo, los filósofos griegos consideraban el cambio y el movimiento como algo externo a las matemáticas". En el pensamiento griego, la matemática era considerada una filosofía estática, mientras que la física era la filosofía del cambio y el movimiento. Esta filosofía de la matemática fue la razón por la que, a lo largo de mucho tiempo, los matemáticos griegos pensaron y hablaron en términos de incógnitas más que en términos de variables, lo cual condujo a las proporciones y ecuaciones, y no a las funciones (Gomez, 2011).

Durante la edad media (476-1453), la principal preocupación fue el análisis de los fenómenos naturales sujetos al cambio y su explicación racional, así la matemática empezó a ocupar un lugar cada vez más importante en las ciencias de la naturaleza, lo que puso en duda la demarcación entre la física y la matemática establecida en la matemática griega por Aristóteles, en esta época la matemática fue el principal instrumento para estudiar los fenómenos naturales. Al respecto, Ruiz (1998) afirma "Los fenómenos naturales sujetos al cambio son estudiados planteándose no solo por qué suceden los cambios sino fundamentalmente cómo suceden".

Así, la idea de relación funcional fue desarrollándose en conexión con los nuevos métodos de la física matemática: "existía una conexión sistemática de las variaciones concomitantes entre causa y efecto; expresando el fenómeno que debía ser explicado (la variable dependiente como la llamamos ahora) como una función de las condiciones necesarias y suficientes de la producción (las variables independientes), se puede mostrar exactamente cómo están relacionados los cambios de la primera con los de la segunda" (Ruiz, 1998).

Uno de los principales aportes a la noción de función en la edad moderna fueron hechas por:

- Galileo (1564-1642), quien consideró la parábola como un punto en movimiento, esto permitió posteriormente describir las cónicas como el resultado de la trayectoria de un cuerpo que se mueve de acuerdo a una ley, patrón o causa, de allí surgen los modelos que pretenden explicar los fenómenos presentados. Esta afirmación acerca de la parábola deja ver el movimiento como una fase del proceso de modelización matemática del fenómeno, quedando claro que la gráfica se construye de acuerdo con la relación de la variación entre las cantidades (Gomez, 2011).

- Fermat (1601-1665), expone los principios fundamentales del método de las coordenadas y además formula de manera más explícita la ecuación de la recta.
- Descartes (1596-1650), una de sus principales ideas que sirvió como base para la construcción del concepto de función es el hecho de que una ecuación en x e y es una forma para expresar una dependencia entre dos cantidades variables, de tal manera que, es posible calcular los valores de una variable a partir de los valores que toma la otra (Gomez, 2011).
- Newton (1643-1727),sus aportes al desarrollo del concepto de función se pueden resumir en la interpretación geométrica-cinemática de los conceptos fundamentales del análisis matemático, donde toma el tiempo como argumento para analizar las variables dependientes como cantidades continuas que poseen una determinada velocidad de cambio (Gomez, 2011).
- Leibniz (1646-1716): En uno de sus manuscritos aparece por primera vez el término función, con un significado muy particular relacionado con propiedades de las tangentes, más adelante Leibniz utilizó la palabra función en un sentido más general relacionado con la geometría diferencial (Gomez, 2011).
- Euler (1707-1783), propone una noción más abstracta del concepto de función, "Si ciertas cantidades dependen de otras cantidades de tal manera que si las otras cambian, estas cantidades cambian también, entonces, tenemos, la costumbre de nombrar estas cantidades funciones de estas últimas; esta denominación es la más extensa y contiene en ella misma todas las formas por las cuales una cantidad puede ser determinada por otras (Gomez, 2011).

  Por consiguiente, si x designa una cantidad variable, entonces todas las otras cantidades que dependen de x, no importa de qué manera, son llamadas funciones de x." (Ruiz, 1998).

  Además Euler fue el primero en escribir f(x) para hacer referencia a la función.

- Dirichlet (1805-1859), propuso una definición mucho más general que las anteriores en los siguientes términos: “si una variable Y está relacionada con otra variable X de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a X hay una regla según la cual queda determinado un único valor de Y, entonces se dice que Y es una función de la variable independiente X”. (Ruiz, 1998).

2.- La Educación Matemática.

(Steiner, 1985) Considera que la Educación Matemática es un sistema social, heterogéneo y complejo en el que es necesario distinguir al menos tres componentes o campos:

a) La acción práctica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

b) La tecnología didáctica, que se propone desarrollar materiales y recursos, usando los conocimientos científicos disponibles.

c) La investigación científica, que trata de comprender el funcionamiento de la enseñanza de las matemáticas en su conjunto, así como el de los sistemas didácticos específicos (profesor, estudiantes y conocimiento matemático).

El objetivo de esta área debe ser que los alumnos adquieran los conocimientos considerados imprescindibles para satisfacer las necesidades matemáticas habituales de un ciudadano adulto en la sociedad actual y futura. Se debe reconocer, al mismo tiempo, que la cultura científica es un logro humano y que forma parte de la herencia cultural, con lo cual debe estar al alcance de todos, en particular de los estudiantes más desfavorecidos socioculturalmente (D’Ambrosio, 1998; Aravena, 2001).

Podemos concluir que la Educación Matemática como disciplina científica se ha ido consolidando progresivamente, en la escena internacional, en los últimos 30 años. Pero su desarrollo ha sido desigual en las distintas facetas que la componen, y de manera particular en la articulación entre las mismas (Godino, 2003).

3.- Educación matemática y su rol en el aprendizaje de funciones.

En lo que respecta al concepto de función y en particular al de función lineal y sus diferentes formas de representación, se evidencian múltiples dificultades, referidas a, reconocimiento de propiedades, diferenciación entre función lineal y afín, análisis de la gráfica e interpretación de los puntos de corte, significado de la pendiente y modelación de situaciones problema en contextos cotidianos y de otras disciplinas. Estas dificultades se pueden asociar, entre otros, a obstáculos epistemológicos o cognitivos relacionados con conceptos previos, como por ejemplo, el paso de la aritmética al álgebra, el significado de la variable, el uso de las propiedades y la estructura de los sistemas numéricos. Pero desde luego, en estas dificultades, incide de manera especial, el enfoque y los énfasis que proponen algunos docentes en sus prácticas de aula, reducido a listar aspectos formales, poco profundos, sin proponer situaciones y preguntas interesantes, ni analizar aplicaciones significativas; enfoques que usualmente provienen, del planteamiento de los textos, que se limita a presentar una definición, algunas veces incorrecta, acompañada de ejemplos puntuales y de ejercicios rutinarios completamente similares a los ejemplos (Gomez, 2011).

La problemática anterior plantea la necesidad de buscar acercamientos diferentes a estos conceptos, en los que se den algunas herramientas que permitan a los estudiantes aproximarse a la comprensión del concepto de función lineal a través de su aplicación en diferentes contextos. Contextos, que les permitan modelar y solucionar situaciones problema, referidas a otras disciplinas, pues este tipo de trabajo, no se ha tenido en cuenta en las aulas a pesar de que desde hace ya más de una década, el MEN (Ministerio de Educación Nacional, Colombia) en diferentes documentos (lineamientos, estándares,etc.) ha insistido en la necesidad de dar significado a los conceptos de la matemática escolar a través de contextos diversos y procesos de modelación (Gomez, 2011).

4.- Modelización matemática como método de enseñanza.

La modelización matemática, puede ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje, y esto es relevante para cualquier nivel de enseñanza. Las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al aprendiz a establecer raíces cognitivas sobre las cuáles construir importantes conceptos matemáticos (Blomhøj, 2004).

En los últimos años, las investigaciones en Didáctica de la Matemática dan cuenta que uno de los temas que ha concitado la atención es el diseño de actividades basado en la modelización de situaciones reales y de las ciencias, "transformándose en una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos" (Aravena, 2002). En diferentes países y condiciones, su inclusión en el currículo ha permitido desarrollar capacidades de tipo cognitivas, metacognitivas y de formación transversal que ayudan a comprender el rol de la matemática en una sociedad moderna (Niss, 1993; Keitel, 1993; Abrantes, 1994; William & Ahmed, 1997; Alsina, 1998; Blomhoj, 2000; Aravena, 2001; Gómez, 2002).

"En una sociedad en la que los ciudadanos van a ser enfrentados a resolver problemas, hacer estimaciones, tomar decisiones, el modelaje favorece la comprensión de los conceptos y métodos matemáticos y permite una visión global de la matemática" (Aravena, 2002).

Durante muchos años, la "modelización y las aplicaciones" han estado limitadas, en las instituciones escolares, a la aplicación de un conocimiento matemático previamente aprendido por los alumnos a determinadas situaciones más o menos reales, con la doble finalidad de mostrar su utilidad y servir de motivación al aprendiz; aún hoy este uso perdura en los sistemas de enseñanza. Sin embargo, en el ámbito de la investigación en Educación Matemática, la “modelización y las aplicaciones” constituye un dominio de investigación que no ha dejado de crecer intensamente en los últimos años (Fonseca, C.; Casas, J.M.; Bosch, M.; Gascón, J., 2009).

Los REI (Recorrido de Estudio e Investigación) se presentan como unos nuevos dispositivos didácticos muy flexibles que pueden ayudar a superar algunas de las restricciones transpositivas que dificultan enormemente y casi impiden la enseñanza de la modelización matemática en los actuales sistemas de enseñanza (Fonseca, C.; Casas, J.M.; Bosch, M.; Gascón, J., 2009).

Un estudio realizado con estudiantes de secundaria en la comuna de Talca, habla acerca de la interpretación y significado de conceptos en procesos de modelización: El ajuste de datos es un elemento clave de la modelización, puesto que no siempre es posible encontrar de manera exacta una función matemática que dé respuesta al fenómeno en estudio. En este sentido, las producciones de los alumnos en el pre-test nos muestran las concepciones que subyacen sobre su significado, donde menos de un 10% maneja una idea adecuada sobre la necesidad de ajustar los datos de acuerdo al comportamiento de la gráfica y entregan una interpretación errada de éste sobre un 20%. Lo anterior ratifica el hecho de que los estudiantes no manejan este tipo de terminología, ni su aplicación en contextos. Sobre los resultados del pos-test se muestra un progreso significativo, donde sobre el 60% de los estudiantes maneja una idea correcta de su significado. (Aravena y Caamaño, 2007).

CAPÍTULO 3:

METODOLOGÍA

METODOLOGÍA

Tipo de Investigación: Se trata de una investigación cuantitativa de tipo cuasi-experimental, que está centrada en el modelamiento matemático, clasifica metodologías de enseñanza de funciones.

Unidad de estudio: La investigación se llevó a cabo en la Universidad San Sebastián, Campus Las Tres Pascualas, Concepción.

Población: Se trabajó con los alumnos de la carrera de Pedagogía Media en Matemática de la Universidad antes mencionada.

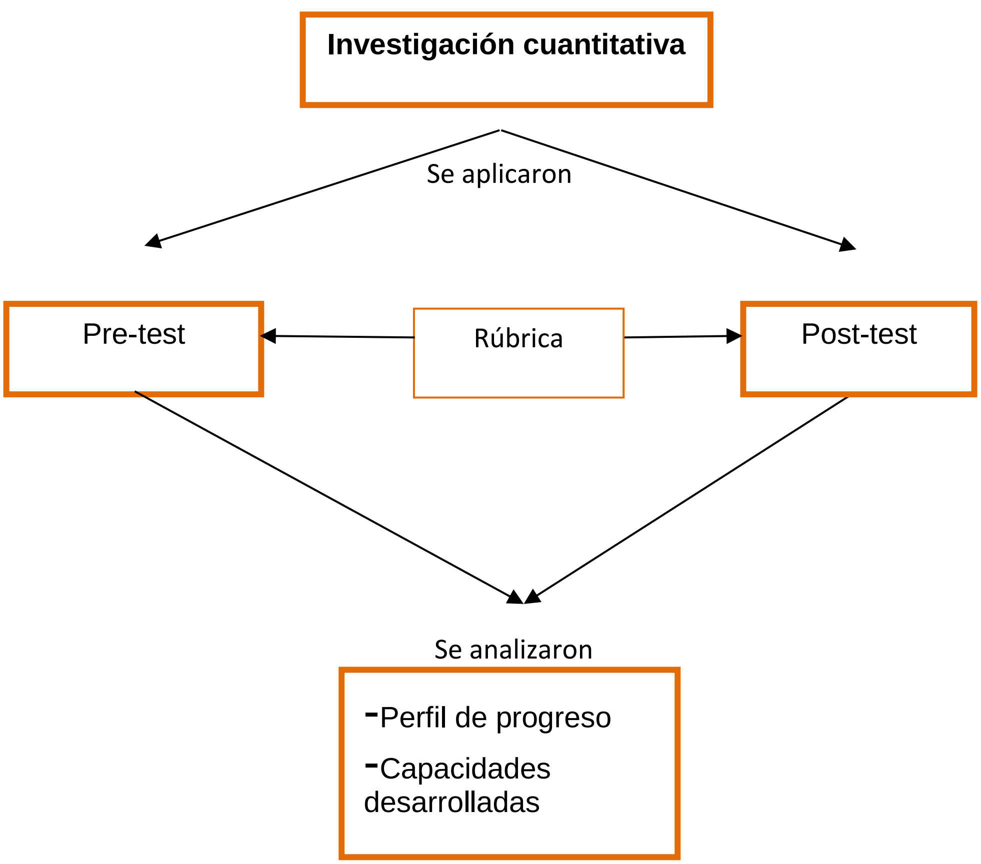
Muestra: La investigación se centró en aquellos alumnos que se encontraban cursando la asignatura de Álgebra de Funciones correspondiente al segundo semestre de primer año de carrera. La muestra para la investigación fue de 6 estudiantes, quienes rindieron las dos pruebas aplicadas.

Instrumentos de recolección de la información: Se hizo uso de las siguientes herramientas:

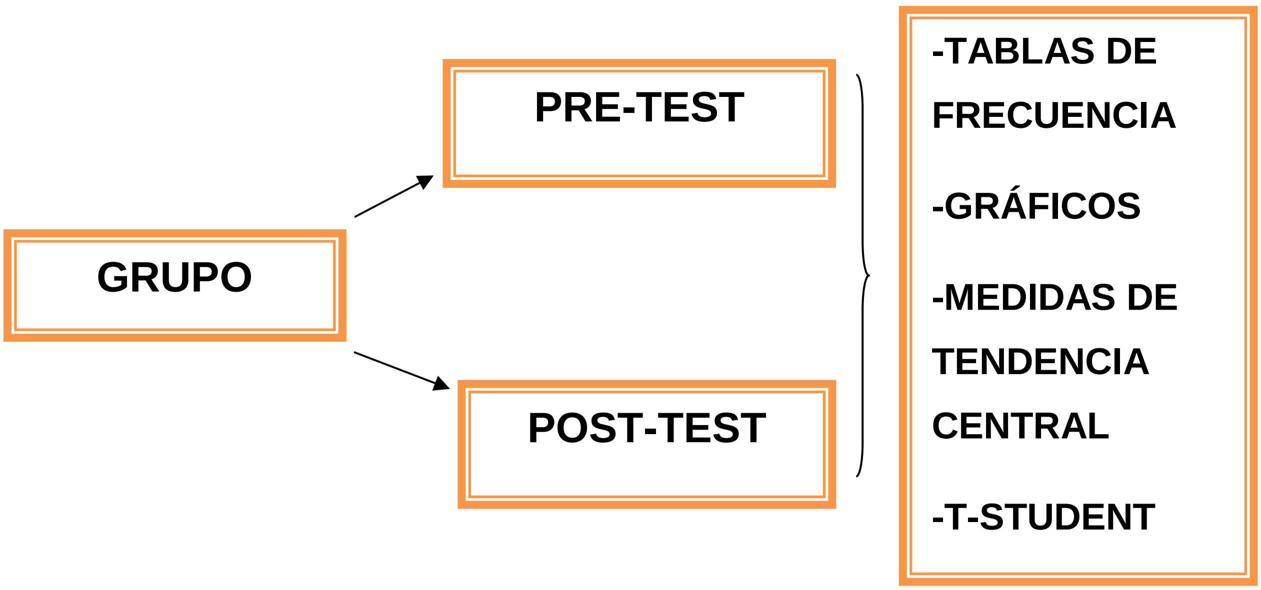
- Secuencias didácticas.
- Pre test.
- Post test.

Plan General de recolección de información: Se trabajó alrededor de dos meses la unidad de funciones, para lo cual fue necesario planificar con anterioridad dichas clases (secuencias didácticas). Antes de comenzar la unidad se aplicó un test para evaluar el dominio que tenían los estudiantes respecto al contenido (pre test), posteriormente se dio paso al eje central del proyecto que fue la enseñanza de funciones mediante modelización, finalmente se aplicó otro test al grupo estudiando (post test) para llevar a cabo un análisis comparativo entre los resultados de ambos test.

Procedimiento para el procesamiento de datos: Se hizo uso de variadas técnicas como medio para estudiar la información recabada; relacionando lo indagado con cada una de las fuentes de información y el marco teórico.



<u>Técnicas para el análisis de datos:</u> Las técnicas utilizadas fueron: tablas de frecuencias, gráficos, medidas de tendencia central y T-Student.



<u>Fiabilidad y validez:</u>

1. Fiabilidad:

Para efectos de medición de la confiabilidad de los instrumentos de evaluación del pre test y post test se realizó el cálculo del coeficiente Alfa de Cronbach, el cual arrojó los siguientes resultados:

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
0,950	78

El Alfa de Cronbach nos indica si los instrumentos de evaluación utilizados son o no confiables, cuando son confiables el valor de esta debe ser mayor a 0,8; en este caso, el cuadro nos indica que el Alfa de Cronbach calculado es 0,950 lo que señala que la fiabilidad es buena.

2. Validez:

Tanto la unidad basada en problemas de modelización, como el pre test y post test se validó bajo los siguientes métodos:

2.1. Validez de contenido: Dado que la importancia de la investigación tiene relación con los conocimientos de la muestra, las pruebas se enviaron a expertos del área y se estableció la triangulación de sus aportes.

Las pautas de validación de los expertos se pueden encontrar en los Anexos de la presente investigación.

<u>Análisis de los datos:</u>

Para el análisis de los resultados se realizó una serie de actividades:

a) Recogida de datos: A través de pruebas (pre test y post test).
b) Reducción de datos: Se hizo uso de la transcripción, selección, simplificación y transformación de la información recopilada a través de rúbricas.
c) Exposición de los datos: Mediante tablas, matrices, gráficos y diagramas con el uso de los programas SPSS (Statistical Package for the Social Sciences o Statistical Product and Service Solutions) y EXCEL.
   Para una mejor síntesis de la recolección de datos, hemos estimado conveniente realizar un análisis mediante el uso de gráficos comparativos, los cuales reflejan los resultados obtenidos tanto en el pre test como en el post test aplicados, dichos gráficos fueron extraídos de programas computacionales estadísticos tales como SPSS y Excel.
   El paquete estadístico SPSS facilita la obtención de información para realizar un análisis e interpretar los datos, una forma muy sencilla de representar gráficamente estos resultados es mediante gráficos de barras.

El contenido de ambas pruebas está centrado en el tema de nuestra investigación, que es la modelización de funciones. Es posible comparar los resultados de estas evaluaciones debido a que el enfoque que ambas presentan apunta a tres tipos de funciones, las cuales son: función lineal, función cuadrática y función exponencial.

Para obtener un buen análisis es necesario llevar a cabo un proceso de inspeccionar, limpiar y transformar datos con el objetivo de resaltar información útil, válida y confiable de manera que ésta pueda ser visualizada de manera sistemática y resumida.

El análisis de las pruebas antes mencionadas fue guiado por las categorías y subcategorías que se detallan a continuación, extraídos del libro “Resolución de Problemas en Contextos de Aplicación” de María Aravena Díaz (2011).

d) Conclusión y verificación de los resultados

CAPÍTULO 4:

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación se procederá a presentar un análisis de los gráficos que reflejan los resultados obtenidos luego de la revisión de las pruebas aplicadas (pre test y post test). Cada criterio planteado continúa con el análisis realizado a los tres tipos de funciones en los cuales se enfocó nuestro estudio; lineal, cuadrática y exponencial.

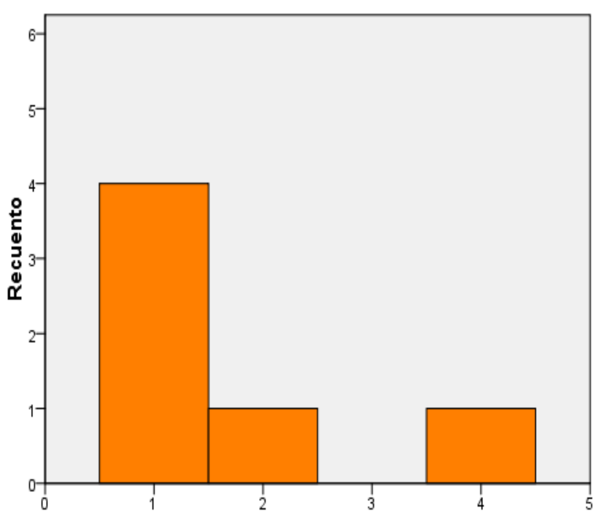
CRITERIO 1

El primer criterio hace referencia al ***significado de variable*** que dan los alumnos frente a un problema dado. Para esto es fundamental la comprensión del contexto en el que se desarrolla el problema planteado.

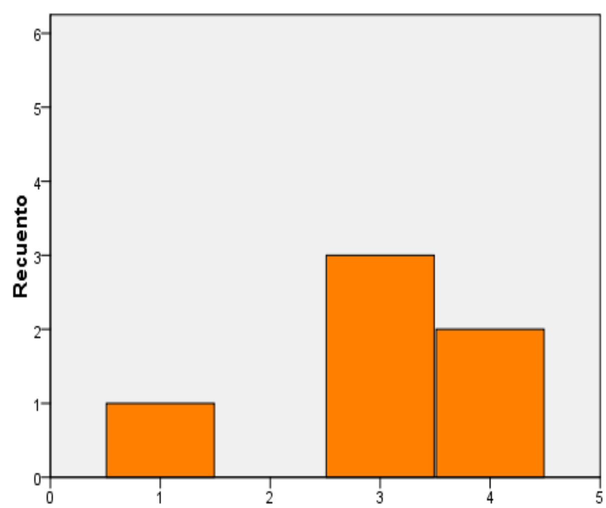
La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No da significado a las variables.
2	Da significado erróneo a las variables.
3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.
4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.

FUNCIÓN LINEAL:



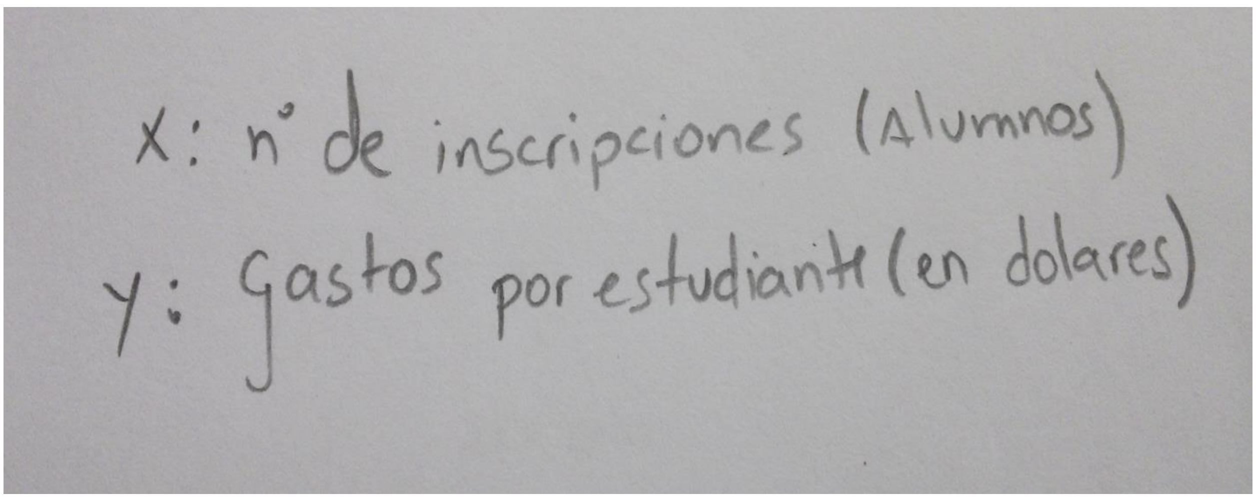
Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 1. Prueba Inicial



Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 1. Prueba Final.

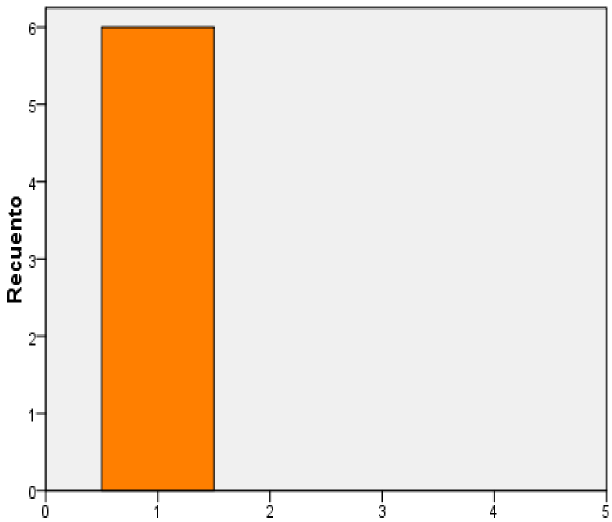
En este criterio se espera que los/as estudiantes sean capaces de inducir en un problema determinado que representa tanto la variable independiente como la variable dependiente.

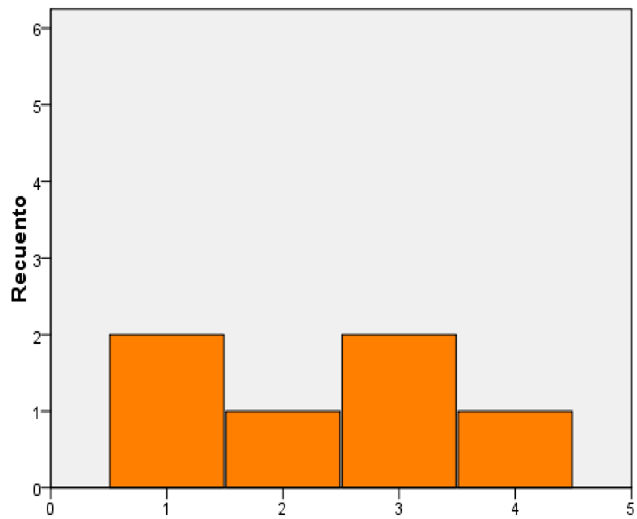
Observando los gráficos, se puede inferir que en el pre test (gráfico de la izquierda) la mayoría de los/as estudiantes se ubican en el nivel 1, el cual indica que no dan significado a las variables, mientras que al analizar el gráfico correspondiente al post test (gráfico de la derecha) se ve claramente que la cantidad de alumnos ubicados en el nivel 1 baja considerablemente y los niveles 3 y 4 aumentan, esto indica que, posterior a las clases de modelización de funciones, los alumnos son capaces de dar significado a las variables y además especificar magnitudes dentro del contexto del problema.



La imagen anterior corresponde a parte de una respuesta dada en el post test, que muestra a uno de los alumnos que alcanzó el cuarto nivel en el primer criterio en cuanto a función lineal, indicando adecuadamente el significado de cada variable y además asignó las magnitudes correspondientes.

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

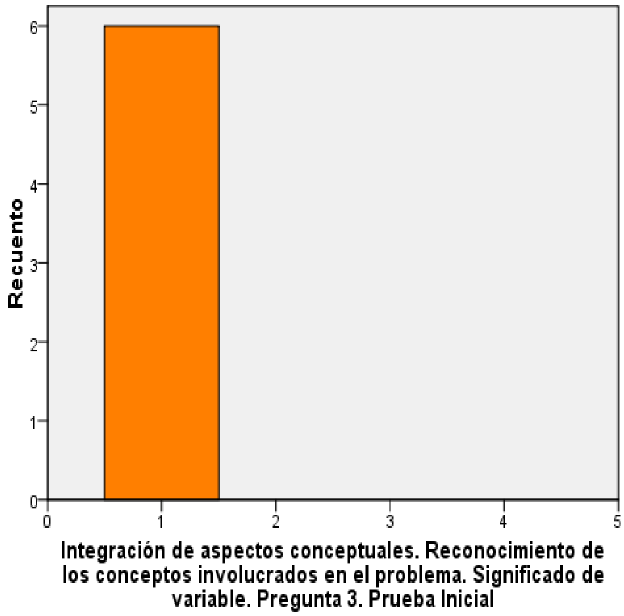


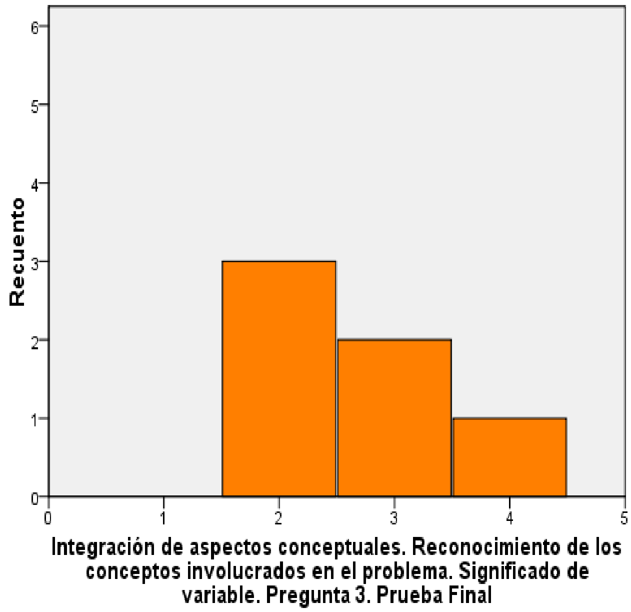


Podemos observar que en el gráfico correspondiente al pre test (gráfico de la izquierda), la totalidad de los/as estudiantes se ubica en el nivel 1, por ende podemos concluir que no fueron capaces de dar significado a las variables. Esto correspondería a una obstáculo importante, pues da a conocer que los/as estudiantes no logran entender el enunciado del problema, lo que pasaría ser una dificultad de comprensión de información, lo cual les impide generar una relación y dar significado a las variables involucradas.

Mientras que al analizar los datos que nos entrega el gráfico del post test (gráfico de la derecha) la cantidad de estudiantes que no logra dar significado a las variables se reduce drásticamente, y se alcanzan resultados en donde los estudiantes tienen la habilidad de dar significado a las variables y además asignar una magnitud a estas. Sin embargo, los resultados del post test en esta categoría dan cuenta que es necesario seguir reforzando esta habilidad que es necesaria para un futuro profesor de matemática.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:





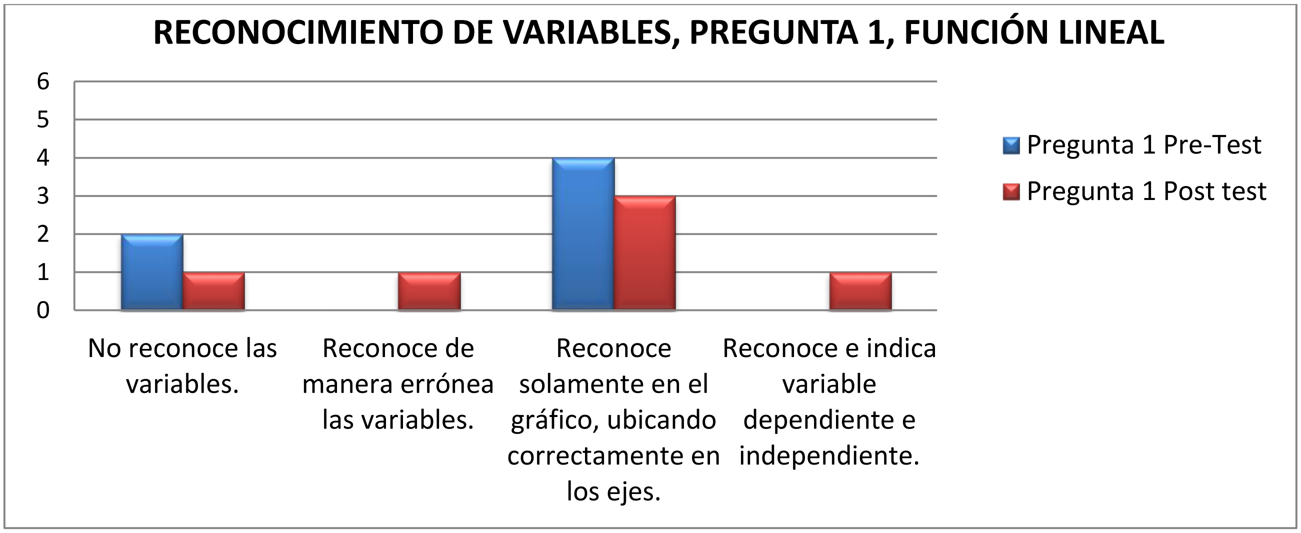
Se puede visualizar claramente en el gráfico correspondiente al pre test (gráfico de la izquierda) que todos los estudiantes se ubican en el nivel 1, en donde se deduce que estos no lograron dar significado a las variables, puesto que no fueron capaces de dar respuesta a las interrogantes que se plantearon.

En contraste con los resultados del pre test, en el post test, esta pregunta otorga resultados que dan cuenta que los estudiantes son capaces de dar significado a las variables, sin embargo, aún algunos estudiantes (el 50% de ellos) no logran desarrollar completamente esta habilidad.

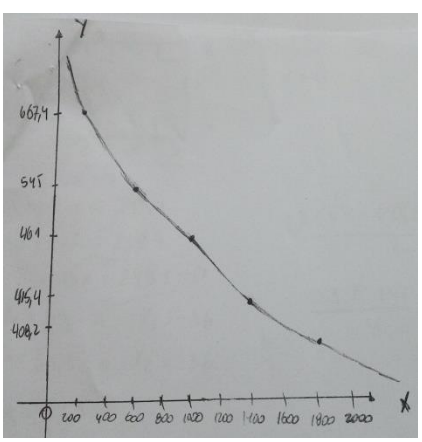
CRITERIO 2

El segundo criterio hace referencia al ***reconocimiento de variables***, se espera que los/as alumnos/as sean capaces de deducir que variables del problema deben considerar y cuáles no, además de identificar a la variable independiente y a la dependiente en el contexto del problema.

FUNCIÓN LINEAL:

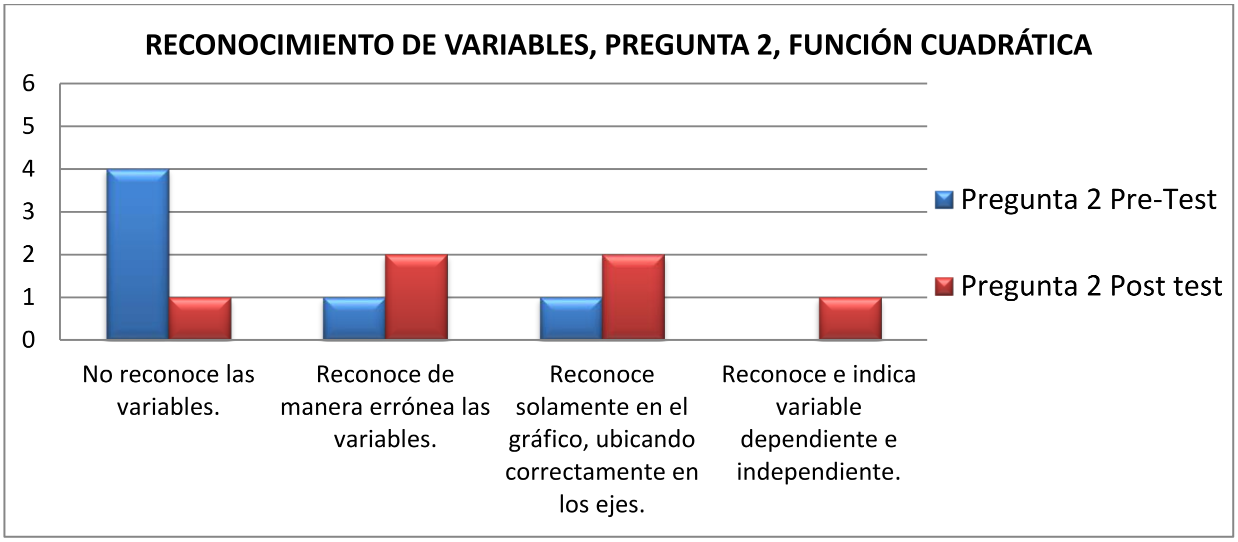


Si observamos el gráfico podemos concluir que en el nivel 1 (no reconoce las variables) la barra azul es superior a la roja, lo que indica que en el pre test habían más estudiantes que no tenían esta capacidad, en el nivel 2 (reconoce de manera errónea las variables) sólo en el post test se vio este fenómeno.



La costumbre de trabajar en los ejes coordenados con las variables x e y hace que los/as estudiantes no usen las variables en el contexto del problema, como se aprecia en la imagen de la izquierda, quedando así este tipo de respuestas en el nivel 3, donde se encuentran más alumnos del pre test que del post test; pero el nivel 4 es alcanzado sólo después de haber introducido la modelización de funciones, lo cual indica que sí es posible avanzar con dicho método.

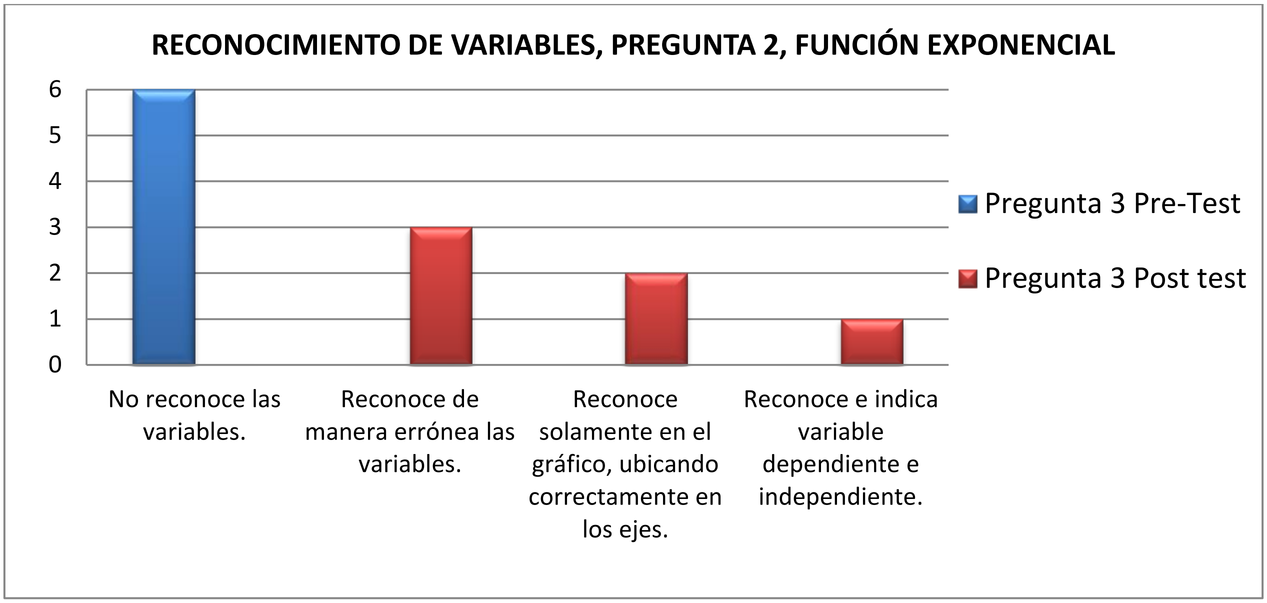
FUNCIÓN CUADRÁTICA:



En lo que respecta a función cuadrática, los resultados del pre test (barras azules) reflejan que casi la totalidad de los/as estudiantes no reconocen las variables mientras que el resto de estudiantes sólo reconoce de manera errónea o sólo en el gráfico (en el caso de este tipo de función nos referimos al esquema realizado para la representación del problema planteado).

Una vez impartidas las clases de funciones por medio de modelización, en los resultados del post test (barras rojas), también encontramos alumnos/as en los tres primeros niveles pero mejores que en la primera prueba mencionada, ya que el recuento en el nivel 1 (no reconoce las variables) baja considerablemente. La diferencia en la segunda prueba está en que se alcanzó el nivel 4, el cual nos indica que ya está la capacidad de reconocer e indicar la variable dependiente y la independiente más allá de hacerlo sólo en el gráfico.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:



Como se puede observar en el gráfico de arriba, los resultados del pre test (barras azules) determina que la totalidad de los/as estudiantes se sitúa en el primer nivel, en base a esto podemos concluir que al inicio de las clases de modelización de funciones ningún individuo fue capaz de reconocer las variables involucradas en el problema planteado.

Analizando los resultados obtenidos en el post test (barras rojas) se aprecia que nadie se ubica en el nivel 1, mientras que en el nivel 2 se sitúa la mitad de los estudiantes lo que nos indica que hay severos problemas en la comprensión y/o entendimiento del enunciado planteado. En tanto la otra mitad de los/as estudiantes se distribuyen entre los niveles 3 y 4, pudiendo concluir que se hace notorio el avance después de finalizar las clases de modelización de funciones, puesto que son capaces de indicar de algún modo cuál es la variable independiente y dependiente en el contexto del problema dado.

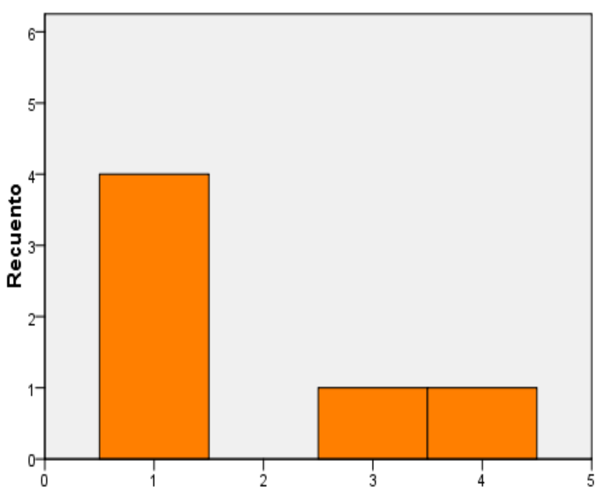
CRITERIO 3

El tercer criterio asociado es la ***comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento***, el cual apunta a un análisis de los datos presentes en problema, además puede ser deducido del gráfico que representa la situación planteada.

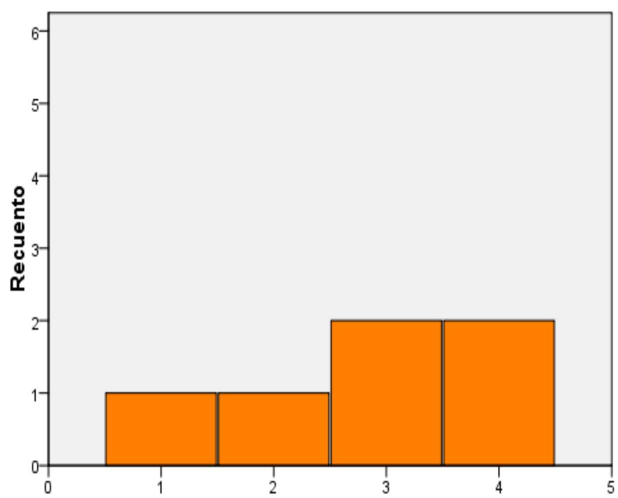
La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.
2	Comprende erróneamente los conceptos.
3	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.
4	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera concreta.

FUNCIÓN LINEAL:



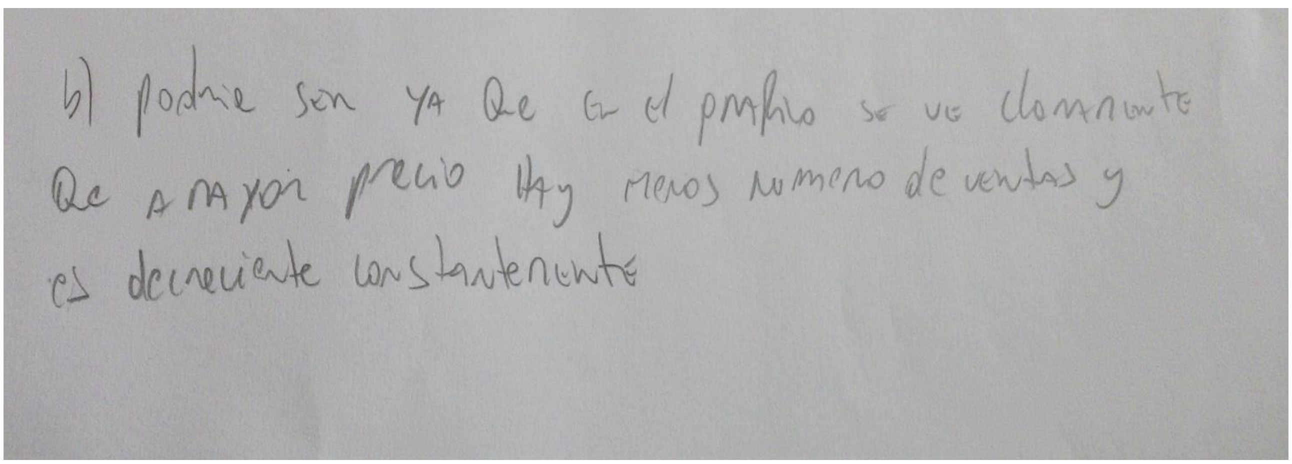
Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 1. Prueba Inicial.



Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 1. Prueba Final.

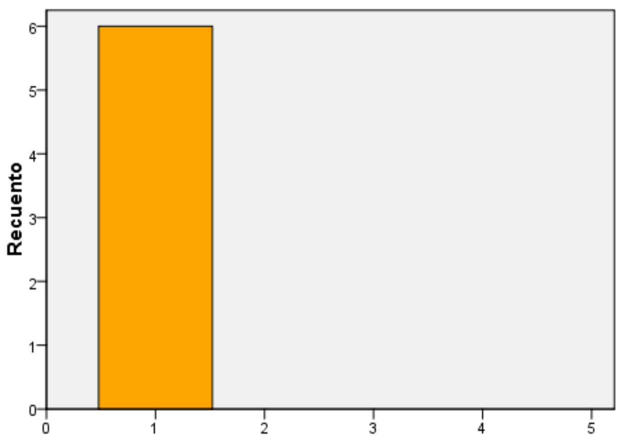
Observando el gráfico del pre test (gráfico de la izquierda) se aprecia que la mayoría de los/as estudiantes se ubica en el nivel 1, el cual indica que no mencionan los conceptos evaluados en este criterio, mientras que en los niveles 3 y 4 sólo se ubica 1 alumno por nivel. Luego si analizamos el gráfico referente al post test (gráfico de la derecha) se deduce que los niveles 3 y 4 ya cuentan con mayor cantidad de alumnos/as, es decir, luego de las clases de modelización de funciones los alumnos ya son capaces de identificar e indicar si la función presentada en creciente o decreciente, fundamentando el porqué de su respuesta.

En la imagen que se muestra a continuación se aprecia una de las respuestas obtenidas en este criterio, donde se ve claramente que el/la alumno/a comprende el concepto de decreciente, justificando muy bien el porqué de su respuesta.

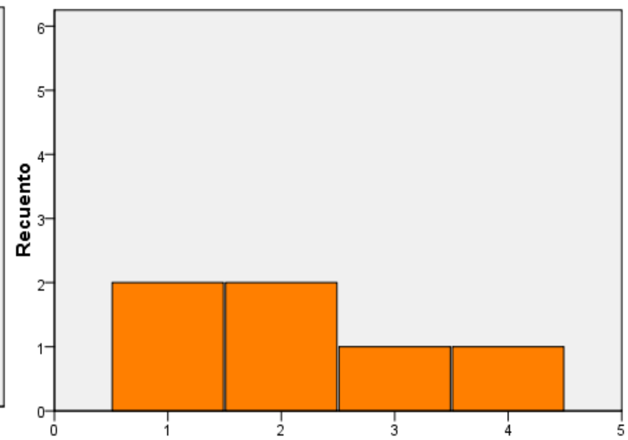

b) podria ser ya Qe en el grafico se ve claramente
Qe a mayor precio Hay menos numero de ventas y
es decreciente constantemente

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

En el caso particular de este tipo de función, lo que se busca a través del presente criterio es analizar si el problema planteado presenta punto mínimo o máximo, lo cual puede ser deducido observando el valor de los coeficientes presentes en la ecuación, siempre y cuando ésta haya sido encontrada.



Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 2. Prueba Inicial.



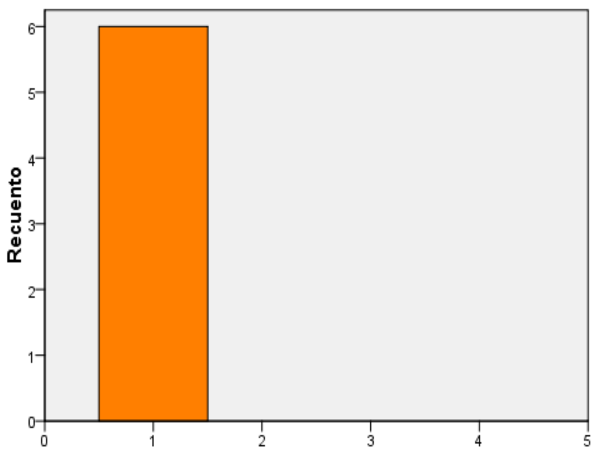
Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 2. Prueba Final.

Referente al gráfico que refleja los resultados obtenidos en el pre test (gráfico de la izquierda) podemos decir que el cien por ciento de los/as estudiantes no logra indicar si la situación planteada tendrá punto mínimo o máximo, situándose así en el primer nivel.

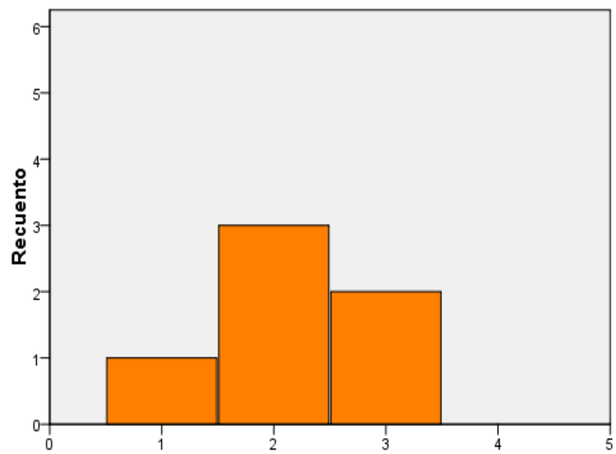
Centrándose en los resultados del post test (gráfico de la derecha) la cantidad de estudiantes ubicados en el nivel 1 disminuye a la tercera parte, mientras que los otros dos tercios de la muestra se comparten en el resto de los niveles, siendo evidente el avance logrado por los/as alumnos/as al momento de indicar si estamos en presencia de una función cuadrática con punto mínimo o máximo.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:

A pesar de que la función exponencial es considerada de más difícil comprensión, en los problemas plateados las conclusiones que respectan a este criterio pueden ser deducidas fácilmente si se analizan y comprenden correctamente los datos entregados en su enunciado.



Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 3. Prueba Inicial.



Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 3. Prueba Final.

Los resultados de la prueba aplicada a los/as estudiantes antes de comenzar la enseñanza de función mediante modelización (pre test-gráfico de la izquierda), dan cuenta que no muestran noción alguna de los conceptos de crecimiento y decrecimiento en lo que respecta a función exponencial.

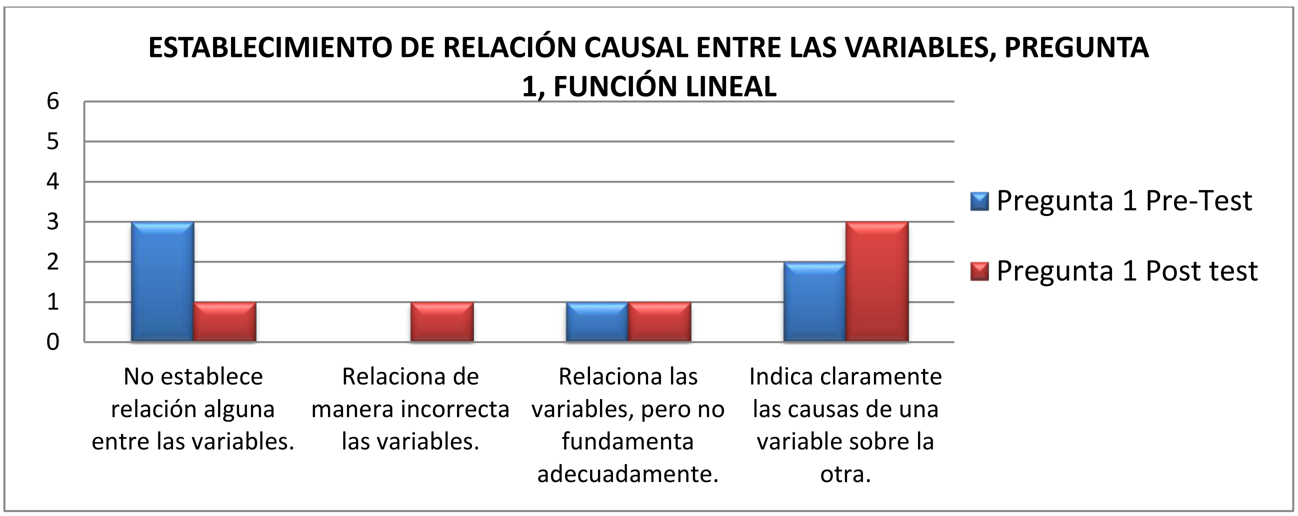
A pesar de que se ve un avance en los resultados del post test (gráfico de la derecha), en este criterio ningún/a estudiante logró alcanzar el nivel 4, es decir, nadie logró fundamentar concretamente su elección. Apoyándose de lo anterior podemos concluir que este criterio es de los que presenta menor progreso por parte de los/as estudiantes.

CRITERIO 4

El cuarto criterio apunta a la ***relación causal entre las variables***, a través de este criterio se espera que los/as alumnos/as sean capaces de establecer la relación existente entre las variables, indicar qué causa tiene una variable sobre la otra.

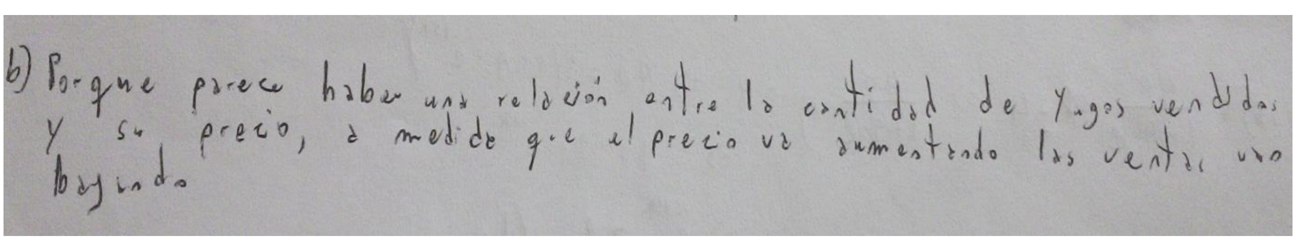
Se entiende por relación la conexión de una cosa con otra, de una acción con un efecto, de una variable con otra variable, es verificar qué cambios en una variable (la dependiente) están asociados a cambios en la otra variable (la independiente).

FUNCIÓN LINEAL:

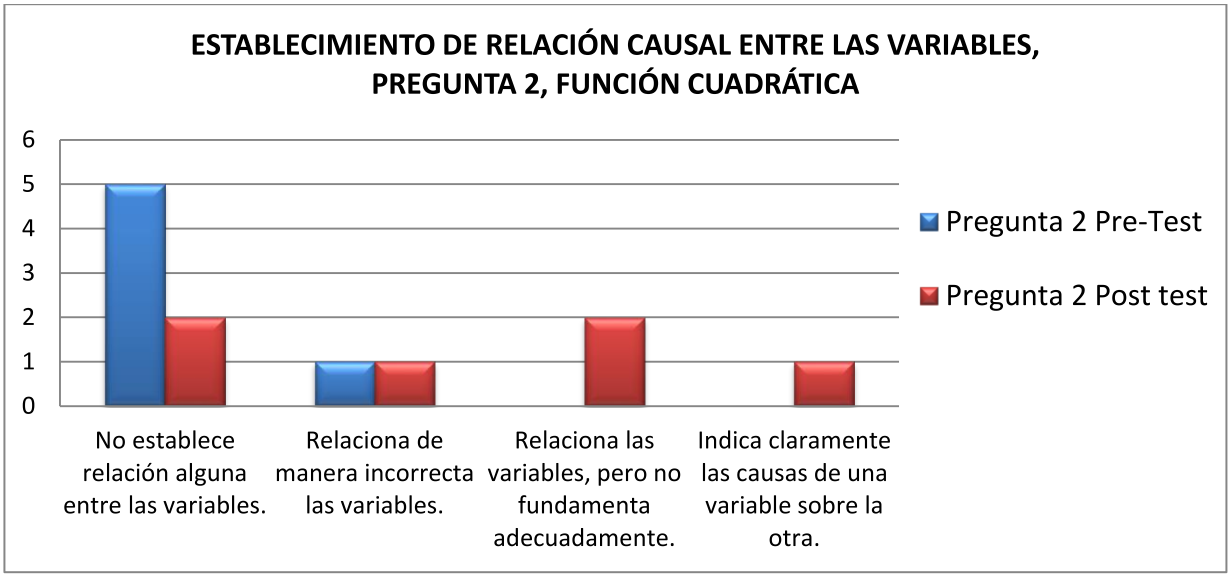


El gráfico refleja el avance desde el pre test hasta el post test, si observamos el primer nivel, vemos que la cantidad de alumnos que no relaciona las variables disminuye considerablemente, mientras que en el nivel 4, que es el más completo, aumenta, esto indica que los alumnos a la hora del post test están mejor preparados para señalar con claridad las causas de una variable sobre la otra.

A continuación se muestra una de las respuestas obtenidas en este criterio, donde el/la alumno/a relaciona las variables involucradas en el problema.



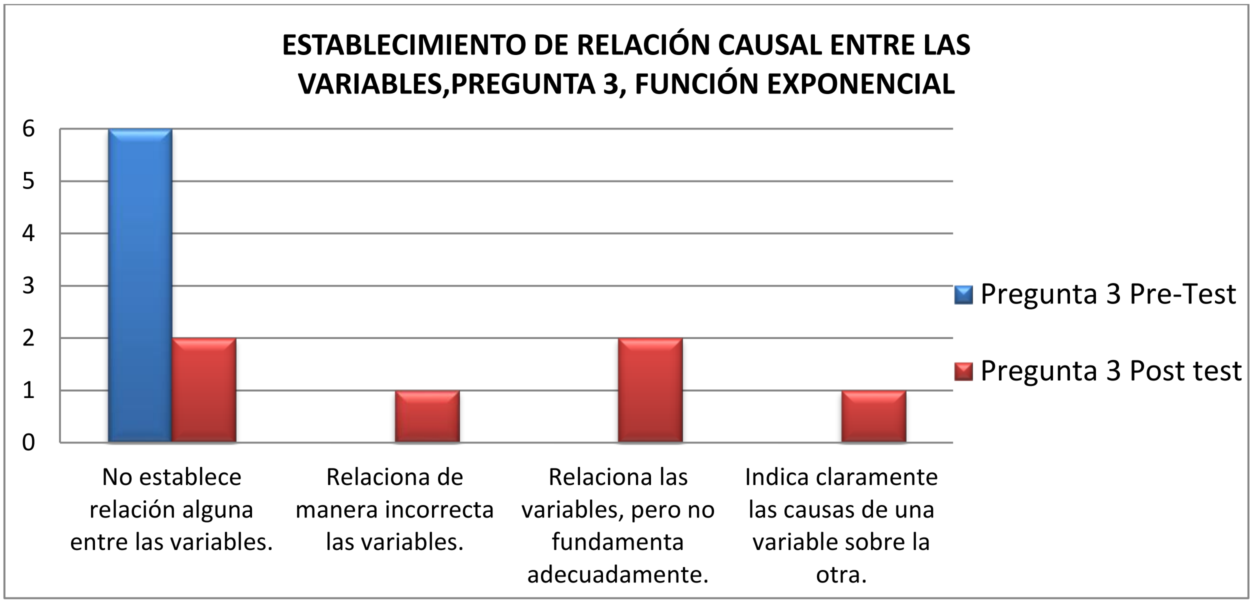
FUNCIÓN CUADRÁTICA:



Al analizar el gráfico expuesto arriba podemos notar diferencias importantes entre los resultados obtenidos en el pre test y en el post test aplicados, por ejemplo, si nos enfocamos en observar el primer nivel (no establece relación alguna entre las variables) la cantidad de alumnos/as que se ubica allí es bastante mayor en el pre test (barra azul) que en el post test (barra roja), mientras que en el segundo nivel la cantidad de estudiantes que relaciona de manera incorrecta las variables se mantiene.

Es indiscutible que sólo después de las clases de modelización de funciones existen alumnos/as que alcanzaron los niveles 3 y 4, los cuales indican que desarrollaron la habilidad de establecer algún tipo de relación entre las variables, llegando incluso a fundamentar claramente las causas de una variable sobre la otra.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:



En el caso de la función exponencial los resultados son aún más notorios en cuanto a la adquisición de la habilidad de relacionar las variables.

En la prueba aplicada al principio del curso (pre test-barra azul) todos los/as estudiantes se encuentran en el nivel 1, es decir, absolutamente ninguno relacionó las variables involucradas en el problema planteado.

Por otro lado, observando los resultados de la prueba realizada al final de curso de funciones mediante modelización (post test -barras rojas) la distribución de los/as estudiantes ya es a través de todos los niveles, encontrándose la mitad de ellos entre los niveles 3 y 4, indicando que establecen relación causal entre las variables, y/o argumentando con claridad dicha relación.

CRITERIO 5

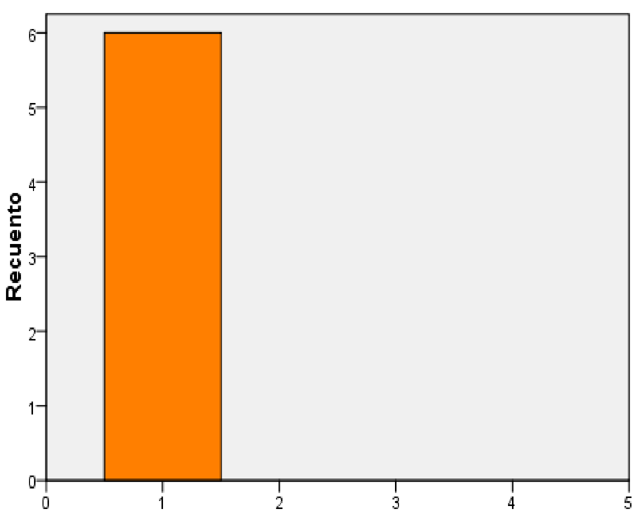
El quinto criterio se enfoca al ***reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema***, el cual busca que los alumnos primeramente sepan entender el contexto del problema para así posteriormente poder reconocer cuál de las variables presentes es la independiente.

Se denomina variable independiente a aquella que es manipulada en un experimento con el fin de estudiar u observar cómo incide sobre otra u otras variables, dicho en otras palabras, que puede cambiar libremente su valor, sin que este se vea afectado por alguna otra(s) variable(s).

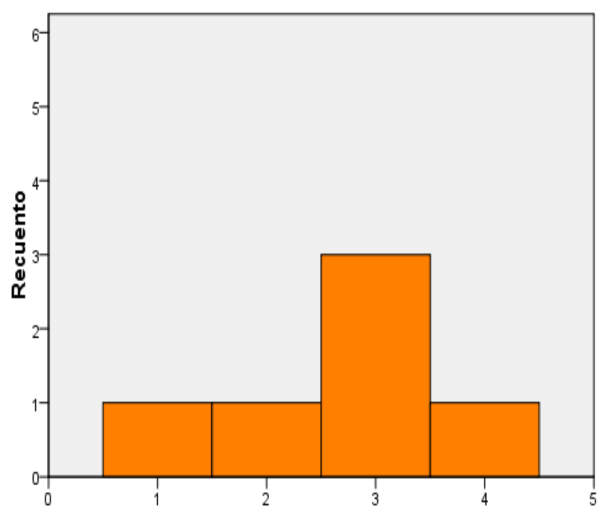
La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No reconoce la variable independiente.
2	Se equivoca al indicar cuál es la variable independiente.
3	Reconoce cual es la variable independiente.
4	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.

FUNCIÓN LINEAL:



Integración de aspectos conceptuales.Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 1. Prueba Inicial.

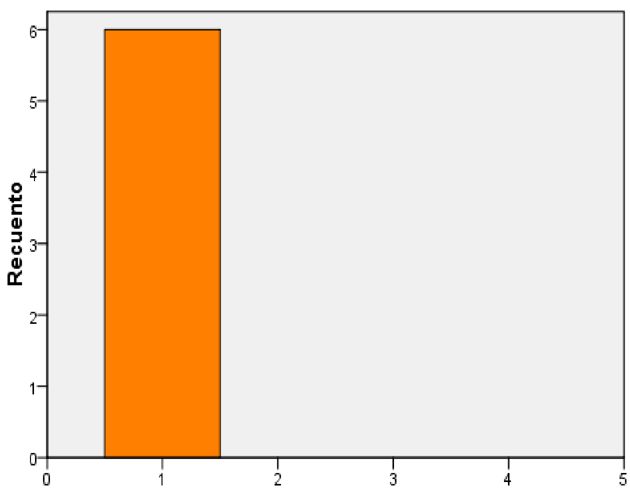


Integración de aspectos conceptuales.Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 1. Prueba Final.

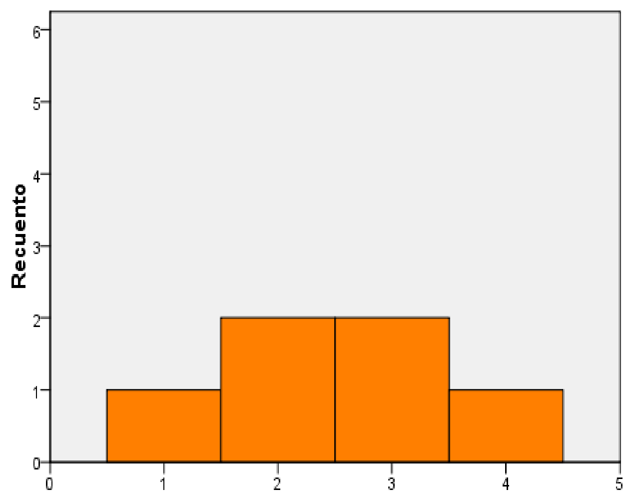
Visualizando ambos gráficos se aprecia notoriamente el avance logrado por los/as estudiantes respecto de este criterio, si nos centramos en el gráfico referente al pre test (gráfico de la izquierda), todos los alumnos se posicionan en el primer nivel, el cual se asocia a que no indican cuál es la variable independiente del problema planteado, en cambio en el gráfico del post test (gráfico de la derecha) se observa que son capaces de alcanzar niveles más altos, concentrándose gran parte en los dos niveles más altos, los que señalan que los alumnos/as indican cuál es la variable independiente y además en el nivel 4 argumentan su elección de dicha variable.

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Este criterio en este tipo de función apunta a que los/as estudiantes sean capaces de darse cuenta que el área o perímetro (dependiendo de la prueba analizada) van a estar determinados por la variable independiente, según corresponda en el contexto del problema (lado de la ventana o de la caja de pizza).



Integración de aspectos conceptuales.Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 2. Prueba Inicial.

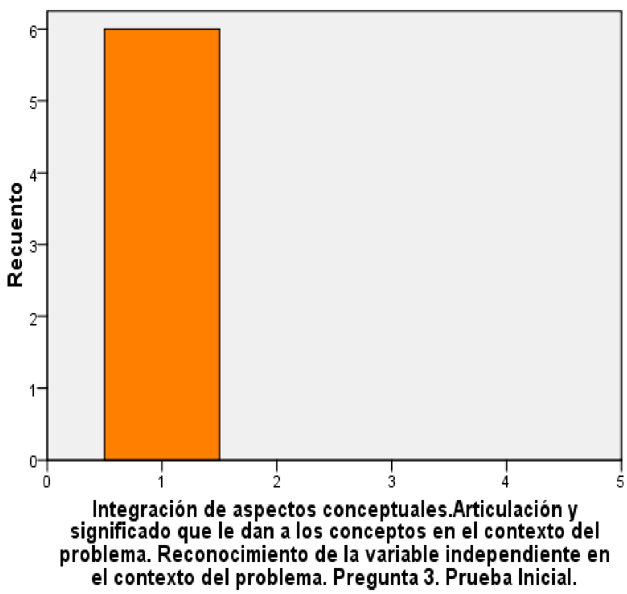


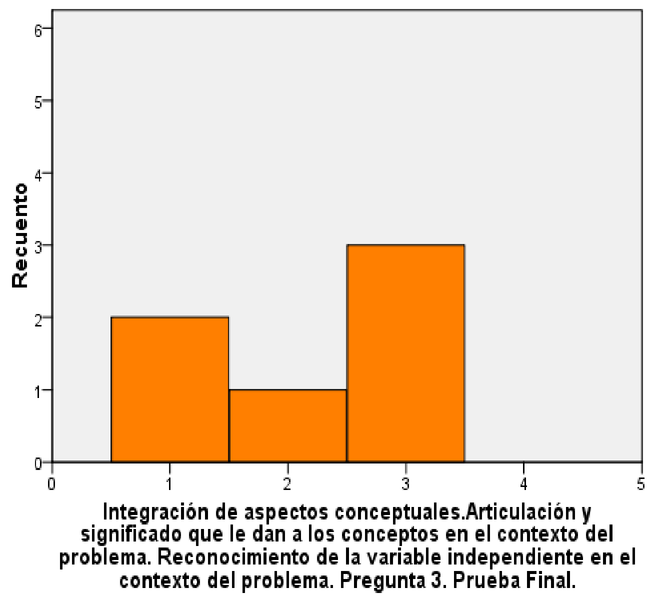
Integración de aspectos conceptuales.Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 2. Prueba Final.

Centrándonos en el gráfico de la izquierda, que es el que representa los resultados obtenidos en la prueba aplicada antes de las clases de modelización de funciones (pre test) podemos concluir que ningún alumno reconoció la variable independiente del problema expuesto, situándose así todos en el primer nivel.

Pero si observamos el gráfico ubicado a la derecha, correspondiente a los resultados de la prueba aplicada al finalizar las clases de modelización de funciones (post test), podemos sacar conclusiones bastante más alentadoras, puesto que en el primer nivel se encuentra sólo un/a estudiante y el resto se encuentra en los niveles siguientes. Los alumnos/as que se ubican en los niveles 3 y 4 son aquellos que reconocen correctamente la variable independiente, y/o incluso son capaces de argumentar su elección (nivel 4).

FUNCIÓN EXPONENCIAL:





Los resultados obtenidos en el pre test (gráfico de la izquierda) son los mismos que obtuvimos en este criterio en los otros dos tipos de funciones analizadas, el cien por ciento de los/as alumnos/as se ubican en nivel 1, esto debido a que no son capaces de reconocer la variable independiente en el contexto del problema.

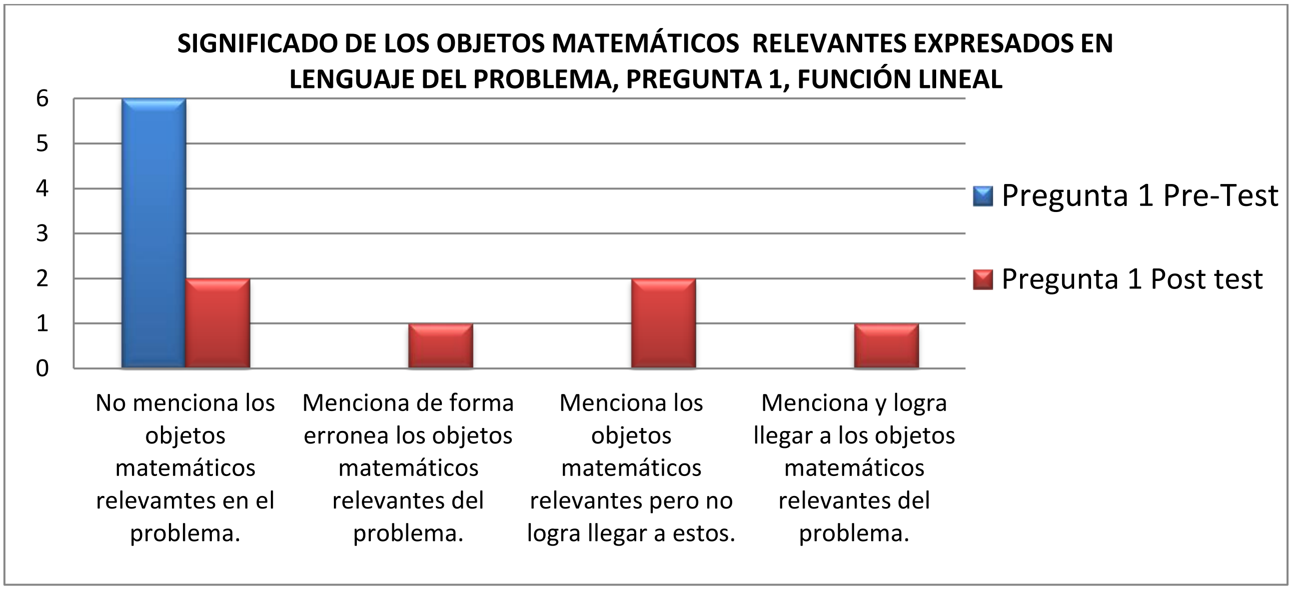
Por otro lado como producto de los post test (gráfico de la derecha) tenemos que la cantidad de alumnos/as del primer nivel disminuyó notablemente, pero sólo la mitad de la muestra reconoció y señaló cuál era la variable independiente del problema. Una observación final y muy importante de mencionar es que nadie alcanzó el cuarto nivel con la función exponencial, es decir, ningún/a estudiante justificó o argumentó su elección de variable independiente.

CRITERIO 6

El sexto criterio está centrado en el ***uso o mención de los objetos matemáticos relevantes para el desarrollo del problema***, donde se espera que los alumnos/as identifiquen y utilicen aquellos conocimientos previos necesarios para el entendimiento y/o resolución del problema planteado.

FUNCIÓN LINEAL:

Primero es necesario mencionar los objetos matemáticos relevantes en el contexto del problema, en este caso correspondiente a función lineal, tales como; pendiente, coeficiente de posición e intersección con los ejes coordenados.

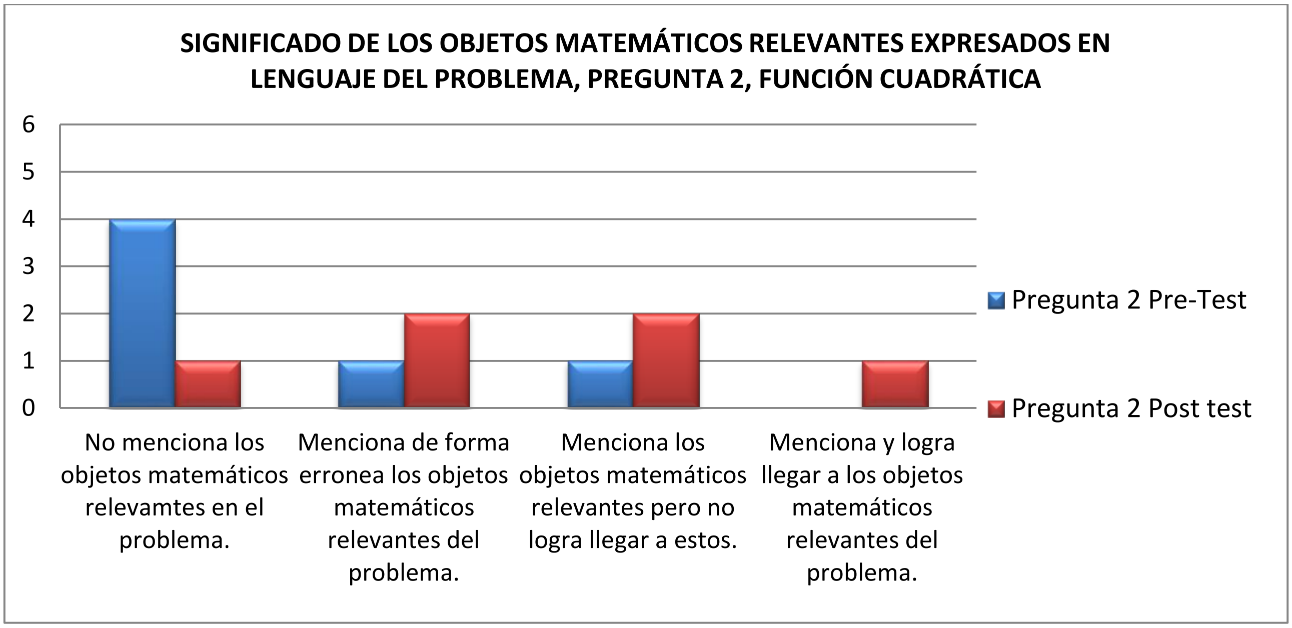


Se puede apreciar claramente que los resultados obtenidos de la prueba inicial (pre test – barra azul) indican que todos los/as estudiantes se encuentran en el nivel 1, el cual hace referencia a que no mencionan ninguno de los objetos matemáticos considerados relevantes para el problema planteado.

Por otro lado, analizando los resultados del post test se visualiza que la cantidad de estudiantes del nivel 1 disminuyen considerablemente, distribuyéndose en los niveles más altos, logrando llegar incluso al nivel 4, que encierra a aquellos/as estudiantes que logran mencionar los objetos matemáticos y concretar resultados (se entiende como aquellos que llegan a encontrar el valor de estos objetos matemáticos).

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Los objetos matemáticos relevantes en el contexto del problema, en el caso de función cuadrática serían; encontrar puntos de intersección con los ejes coordenados, vértice de la parábola y reconocer los coeficientes de la ecuación y que nos indican estos, tanto para el pre test como en el post test.

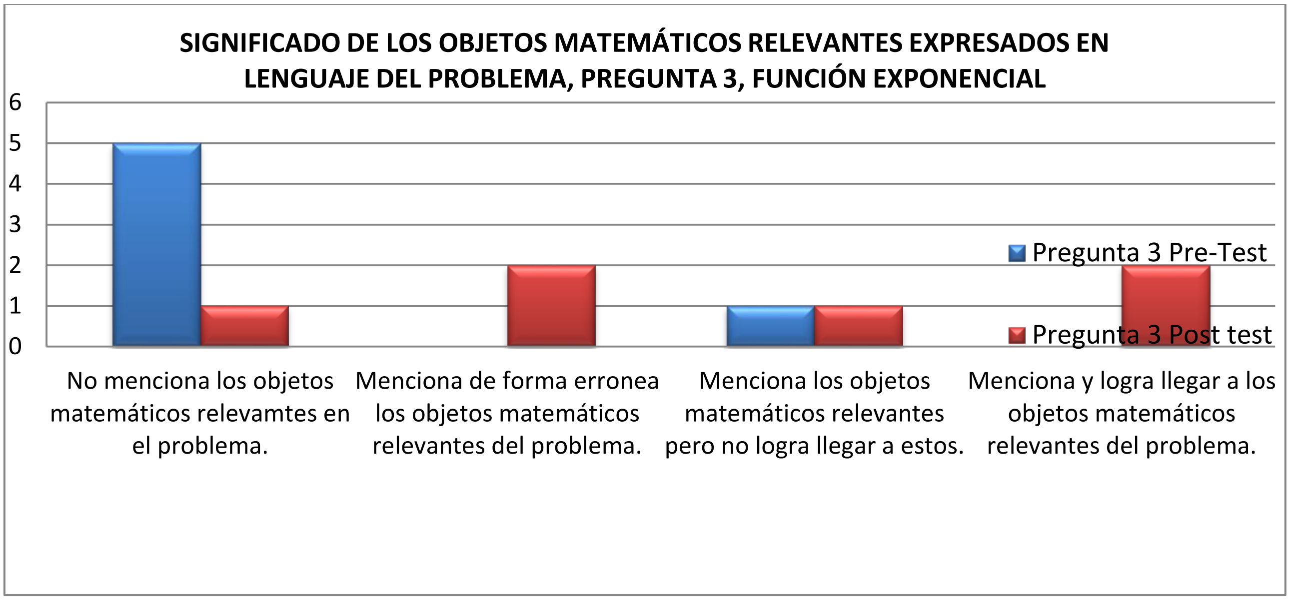


En el nivel 1, que indica que los/as estudiantes no mencionan los objetos matemáticos relevantes del problema, se encuentra una mayor cantidad de alumnos/as para el pre test (barra azul) que para el post test (barra roja), lo cual es un cambio notorio por parte de los estudiantes pues al menos intentaron mencionar los objetos matemáticos. En el segundo nivel ya se logra apreciar un pequeño avance, puesto que los sujetos ya intentan utilizar objetos matemáticos aunque no logran hacerlo de correctamente.

En el nivel 3 también se aprecia la superación de los alumnos en lo que respecta a la utilización de objetos matemáticos necesarios para la resolución de los problemas planteados, ya que se logró que dos estudiantes fuesen capaces de mencionarlos (lo que significa que tenía nociones de lo que debía hacer), aunque no fuesen capaces de llegar al resultado. El cuarto nivel es sólo alcanzado en el post test, por un sólo alumno, esto refleja que se puede llegar a un nivel máximo a través de modelización

FUNCIÓN EXPONENCIAL:

Para la función exponencial los objetos matemáticos relevantes serían; la forma general que representa dicha función en el caso de no ser dada en el enunciado y las constantes presentes en esta.



Analizando los resultados obtenidos en el pre test (barras azules) se puede concluir que casi la totalidad de los/as estudiantes no menciona ningún objeto matemático relevante para la resolución del problema planteado, mientras que sólo un/a sí los menciona pero no logra concretar sus resultados.

Por otro lado poseemos los resultados del post test (barras rojas) de los cuales podemos deducir que la mitad de nuestra muestra se ubica en los dos niveles más bajos, lo cual significa que no mencionan los objetos matemáticos o los mencionan de manera errónea.

Mientras que la otra mitad se ubica en los otros dos niveles, esto indica que mencionan los objetos matemáticos que son necesarios para la resolución del problema dado y en el último nivel además logran concretar resultados, es decir, llegan a los objetos mencionados.

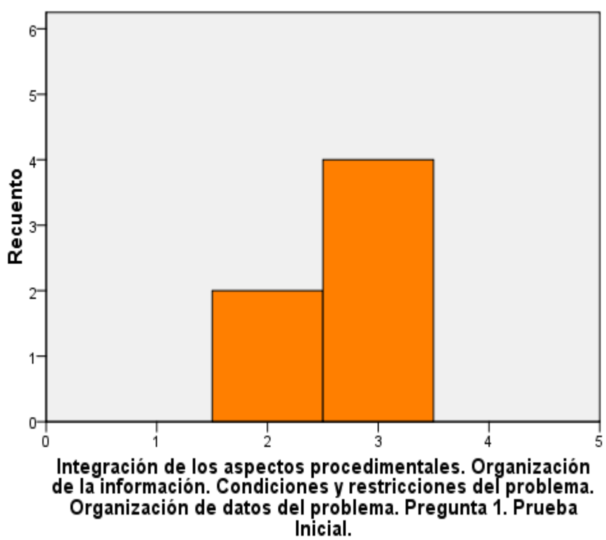
CRITERIO 7

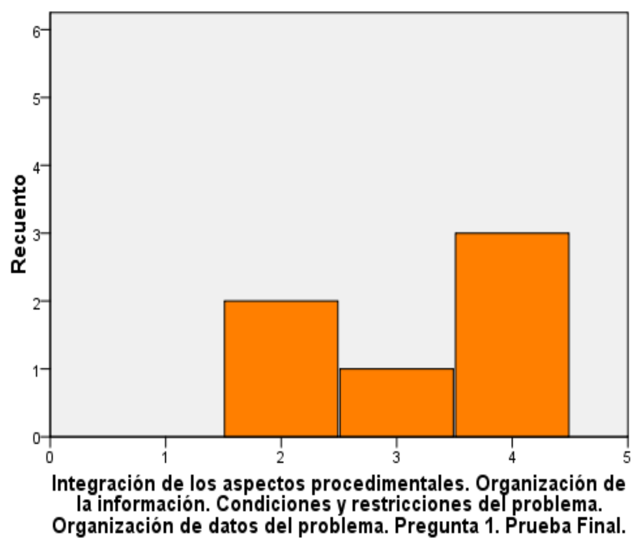
El séptimo criterio se refiere a la ***organización de los datos del problema***. Este criterio busca evaluar de qué manera los/as estudiantes organizan y utilizan los datos entregados en el enunciado del problema planteado, es decir, usa correctamente toda la información dada.

La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No logra organizar los datos del problema.
2	Organiza mal los datos del problema.
3	Organiza los datos del problema.
4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.

FUNCIÓN LINEAL:

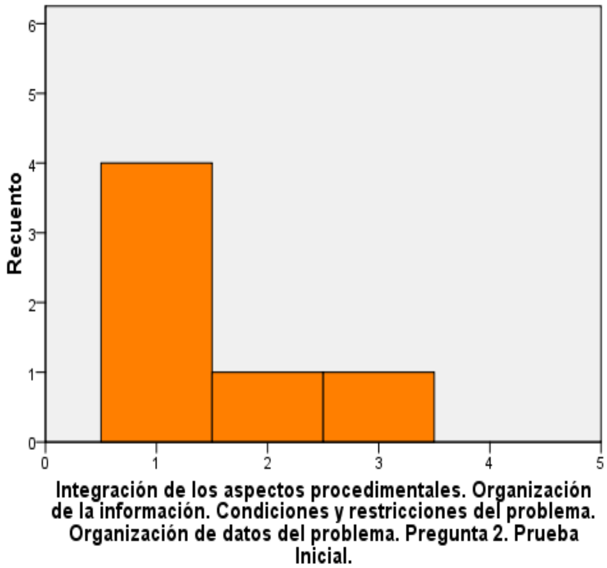


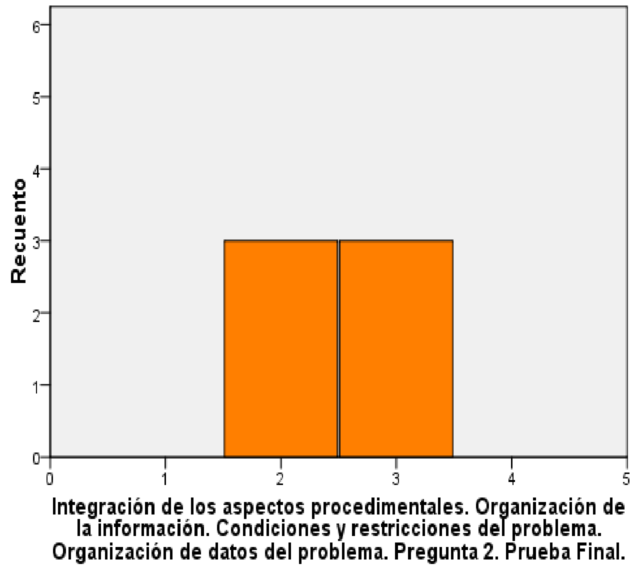


Observando el gráfico correspondiente al pre test (gráfico de la izquierda) podemos deducir que la mayoría de los/as estudiantes sí logra organizar los datos, pero también hay algunos que los organizan de manera incorrecta.

Si nos centramos en el gráfico referente a los resultados obtenidos en el post test (gráfico de la derecha), podemos concluir que una vez realizadas las clases de modelización hay alumnos/as que logran alcanzar el nivel 4, logrando organizar y utilizar correctamente cada dato entregado en el enunciado del problema.

FUNCIÓN CUADRÁTICA:



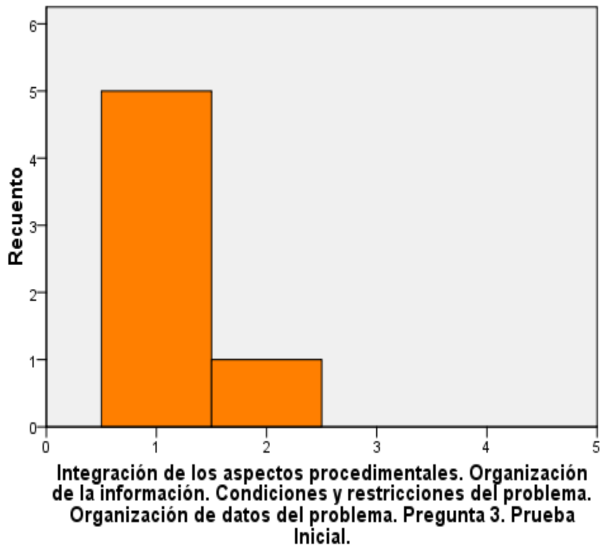


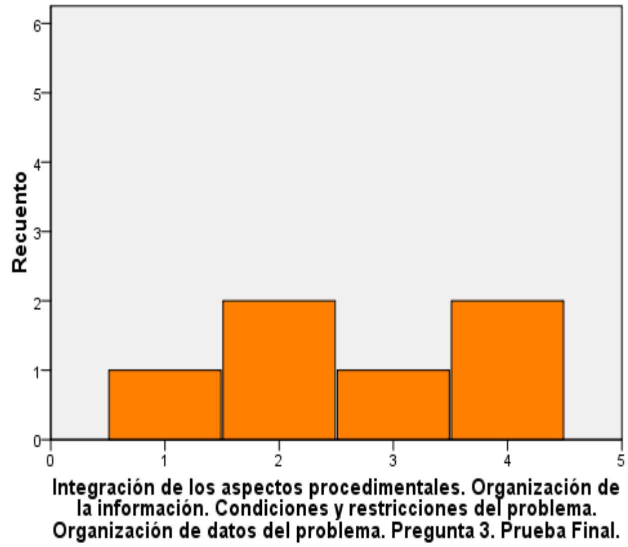
En el gráfico ubicado a la izquierda que representa los resultados obtenidos en el pre test, se puede apreciar que un conjunto representativo de los/as estudiantes se posicionan en el primer nivel, lo cual nos lleva a concluir que estos no logran organizar de ninguna manera la información o los datos proporcionados en el enunciado del problema planteado. También se puede observar que dicho gráfico presenta estudiantes que se ubican en el nivel 2, indicando que organizó de manera incorrecta los datos entregados aunque quizás sí logró recopilar datos importantes, y por último en el nivel 3 podemos apreciar que se ubicó un estudiante, el cual sí organizó los datos del problema pudiendo haber olvidado utilizarlos todos, es por esto que no alcanzó el cuarto nivel.

Por otra parte, analizando el gráfico que refleja los resultados del pos test (gráfico de la derecha) se aprecia claramente que la universalidad de los/as estudiantes se ubica entre los niveles 2 y 3, esto conlleva a concluir que los estudiantes no lograron organizar los datos correctamente o los organizaron pero sin utilizar toda la información entregada.

En el criterio presente no se lograron obtener el progreso esperado en los/as alumnos/as, ya que no fueron capaces de alcanzar el nivel 4, dejando inconclusa esta habilidad que es de suma importancia en la formación de futuros docentes.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:





En lo que respecta a función exponencial, el gráfico que recopila los datos recogidos en el pre test (gráfico de la izquierda) nos señala que la mayoría de la muestra se sitúa en el primer nivel ya que no fueron capaces de lograr una organización de los datos otorgados en el enunciado del problema, mientras que sólo un/a estudiante se encuentra en el segundo nivel, el cual indica que, a pesar de que recopiló información, no la organizó de manera correcta.

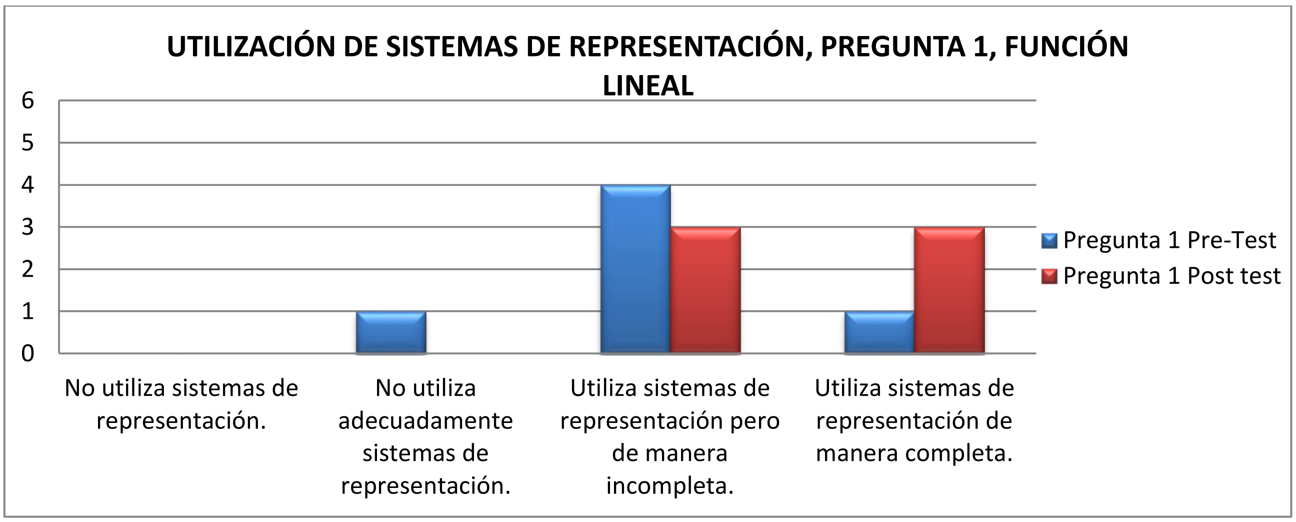
En contraste con los resultados del pre test, en el post test (gráfico de la derecha), se aprecia un aumento notorio en cuanto a la habilidad de organizar los datos proporcionados, disminuyendo taxativamente el recuento del primer nivel. Además se puede observar que la mitad de la muestra alcanzó los dos niveles más altos, situándose la mayoría en el nivel 4, lo cual nos indica que los/as estudiantes lograron desarrollar la capacidad de organizar y utilizar correctamente la información concedida en el enunciado del problema.

CRITERIO 8

El octavo criterio apunta a la ***utilización de sistemas de representación***, en este caso en particular a elaborar el gráfico que represente los datos entregados a través de tablas o mediante la extracción de información mencionada en el enunciado del problema.

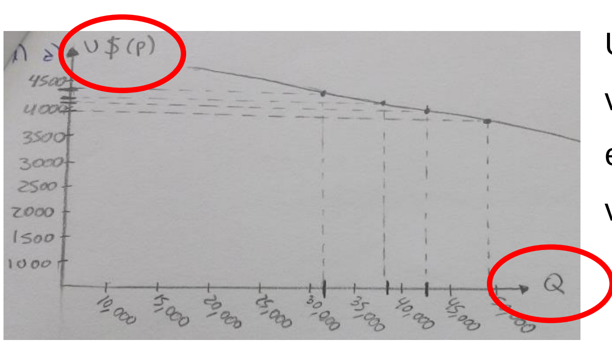
FUNCIÓN LINEAL:

En cuanto a la función lineal, al momento de graficar se consideran variados aspectos de los cuales cabe mencionar, ubicación correcta de las variables en los ejes coordenados, trazado de la recta y orden en la distancia entre un número y otro sobre los ejes.



El gráfico muestra que todos utilizaron de alguna u otra manera un gráfico para la representación de los datos, esto tanto en el pre test como en el post test.

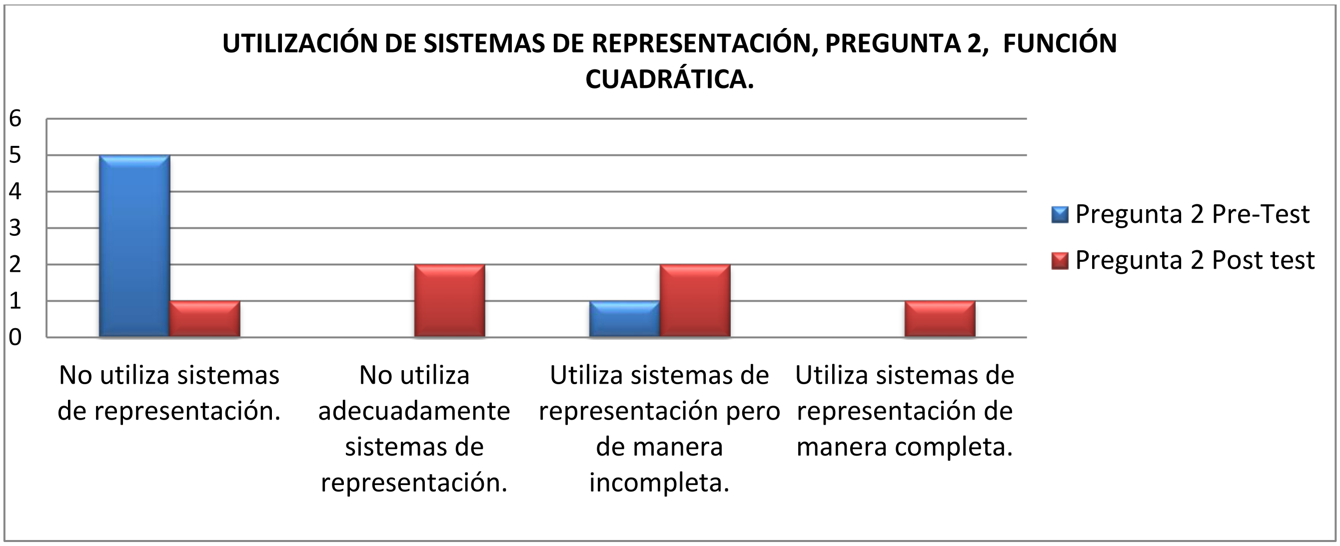
El avance después de la enseñanza con modelización se ve principalmente en que los/as estudiantes lograron generar una construcción de sus gráficos de manera más completa.



Uno de los errores presentes en el pre test se ve reflejado en la imagen de la izquierda, donde el estudiante ubicó de manera errónea las variables en los ejes coordenados.

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

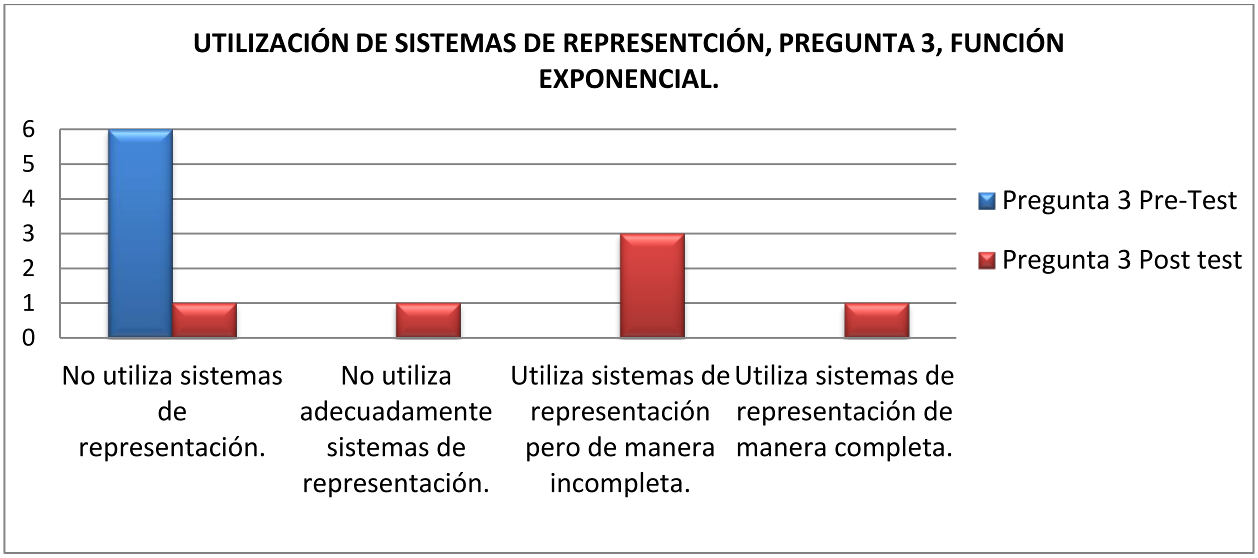
En el caso particular de función cuadrática, el sistema de representación que se esperaba que fuese utilizado era un esquema, imagen o bosquejo que representara la situación propuesta en el enunciado del problema.



Se puede apreciar en el gráfico, que al examinar el nivel 1, la cantidad de estudiantes del pre test (barra azul) es excesivamente mayor que la cantidad de estudiantes del post test (barra roja), por lo que podemos decir que luego de las clases de modelización de funciones casi la totalidad de los/as estudiantes logró representar de alguna manera la situación planteada. Se observa que en el nivel 2 sólo fue alcanzado en el post test (barra roja); mientras que el nivel tres mostró mayor concurrencia en el post test (barra roja) que para el pre test (barra azul). El nivel 4 solo fue alcanzado en el post test, por lo que podemos decir que a través de las clases de modelización se desarrolla esta habilidad, lo que demuestra la potencialidad de esta metodología.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:

En cuanto a la función exponencial, al momento de graficar se consideran variados aspectos de los cuales cabe mencionar: ubicación correcta de las variables en los ejes coordenados, trazado de la curva y orden en la distancia entre un número y otro sobre los ejes.



Al observar las barras que representan los resultados obtenidos en el pre test (barra azul) se ve claramente que la universalidad de los/as estudiantes no utilizó sistemas de representación para la situación planteada, por tal motivo se sitúan en el primer nivel.

Mientras que al apreciar las barras que representan los datos extraídos del post test (barras rojas) se observa que gran parte de los estudiantes logró llegar a niveles superiores, ubicando a la mayoría de los/as estudiantes en el nivel 3 y 4, en donde fueron capaces de utilizar sistemas de representación de manera incompleta o completa.

La representación gráfica es fundamental en el aprendizaje de funciones, puesto que permite a los/as alumnos visualizar la situación planteada en el problema.

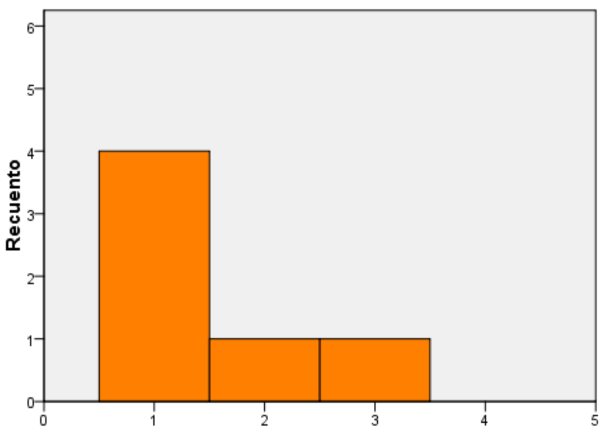
CRITERIO 9

El noveno criterio busca evaluar la ***asignación de unidades de medida de acuerdo al problema***. Se espera que los alumnos tengan la capacidad de utilizar las unidades de medida correspondientes a las variables del problema cada vez que estas sean mencionadas.

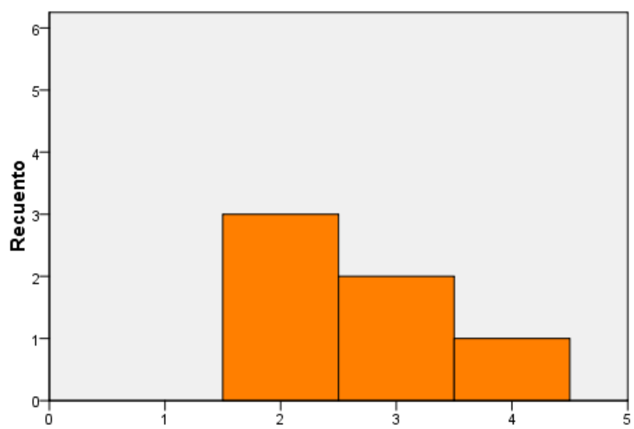
La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No asigna unidades de medida.
2	Asigna unidades de medida de manera errónea.
3	Asigna unidades de medida sólo en el gráfico.
4	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.

FUNCIÓN LINEAL:



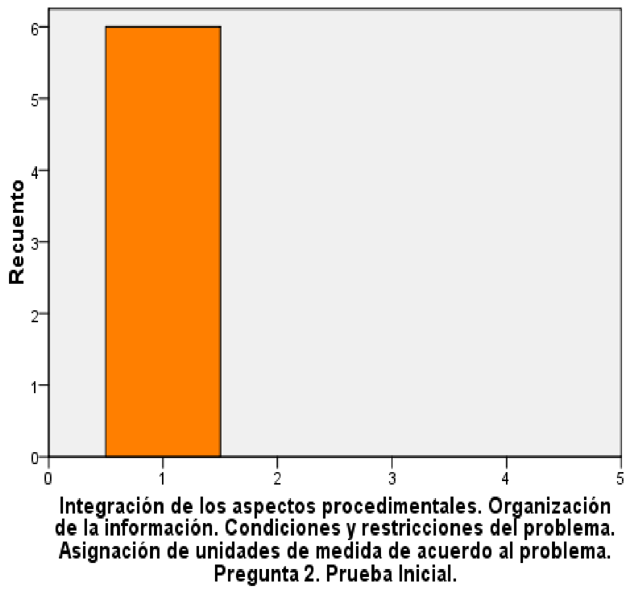
Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 1. Prueba Inicial.

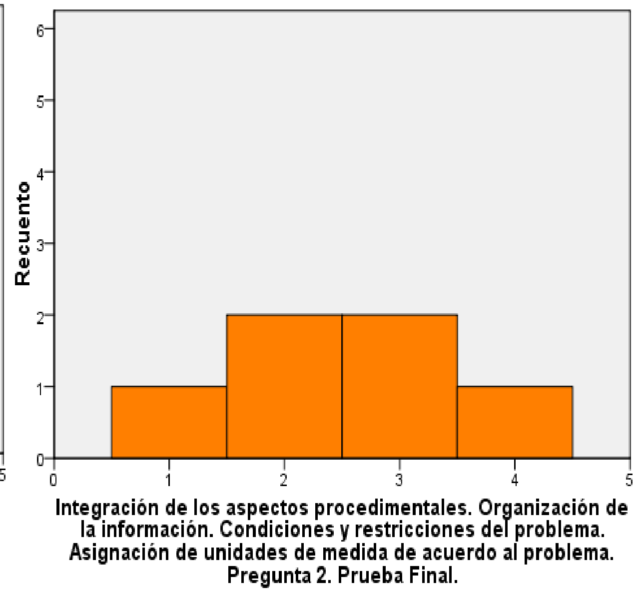


Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 1. Prueba Final.

Considerando el gráfico que resume los resultados del pre test (gráfico de la izquierda) se aprecia que gran parte de los/as alumnos/as se sitúan en el primer nivel, esto indica que no asignan unidades de medida en ningún momento. Mientras que en el post test (gráfico de la derecha) todos asignan unidades de medida, incluso alcanzando el cuarto nivel asignándolas cada vez que fue necesario. También cabe mencionar que no todos lograron hacerlo de manera correcta pero al menos las consideran

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

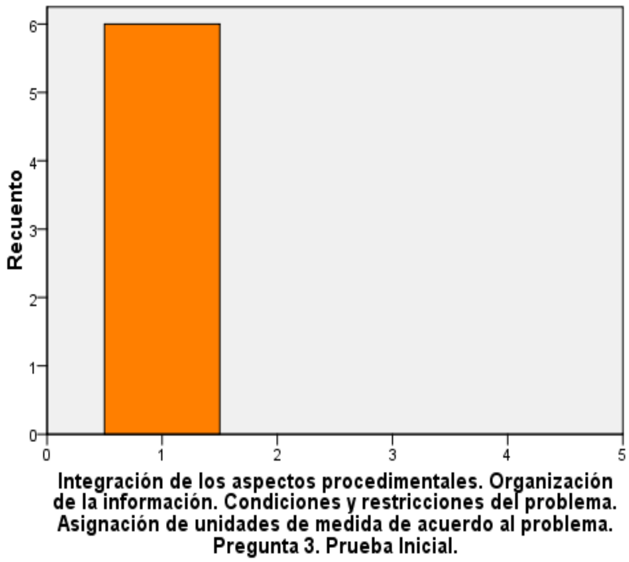


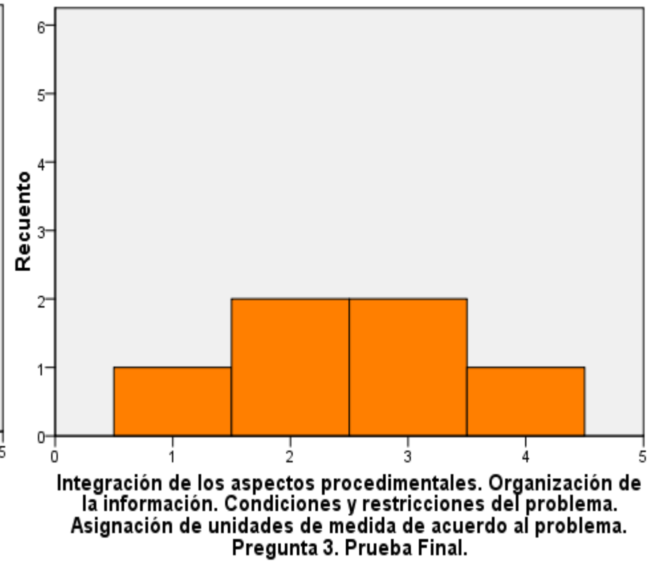


Al observar los datos recogidos del pre test (gráfico de la izquierda) se aprecia que la totalidad de los/as estudiantes se ubica en el nivel 1, por lo que podemos decir que estos no son capaces de asignar unidades de medida según el contexto del problema.

En el caso de los resultados obtenidos en el post test (gráfico de la derecha) el recuento es bastante alentador, ya que los/as alumnos/as situados en el primer nivel disminuyeron taxativamente, lo cual señala que ya casi todos utilizan unidades de medida. Entre los niveles 3 y 4 obtenemos la mitad de los/as estudiantes los cuales tuvieron la capacidad de asignar unidades de medida según el contexto del problema y las variables involucradas.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:





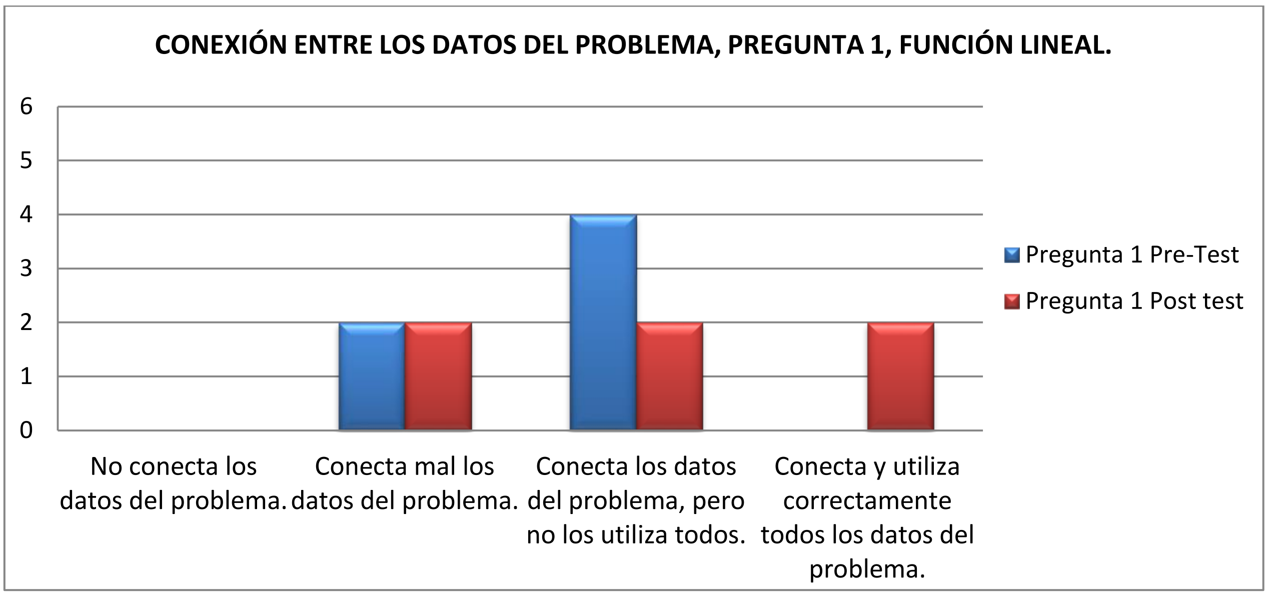
Si observamos el gráfico de la izquierda encontramos los resultados del pre test, la situación es clara, absolutamente todos los/as estudiantes se concentran en el primer nivel, es decir, nadie asignó unidades de medida según el contexto del problema planteado.

Opuesto a los comentarios anteriores, tenemos en el gráfico de la derecha los resultados del post test, de los cuales podemos sacar conclusiones más alentadoras. La cantidad de alumnos/as situadas en el primer nivel se redujo drásticamente, mientras que los niveles 3 y 4 fueron alcanzados por la mitad de la muestra, esto nos indica que una vez realizadas las clases de modelización de funciones los/as estudiantes desarrollaron la capacidad de asignar unidades de medida dependiendo del contexto del problema planteado.

CRITERIO 10

El décimo criterio corresponde a la ***conexión entre los datos del problema***. A través de este criterio buscamos evaluar la capacidad de los/as estudiantes de lograr conectar la información entregada, ya sea en el enunciado o a través de tablas, de forma clara y ordenada, para así lograr responder a lo solicitado.

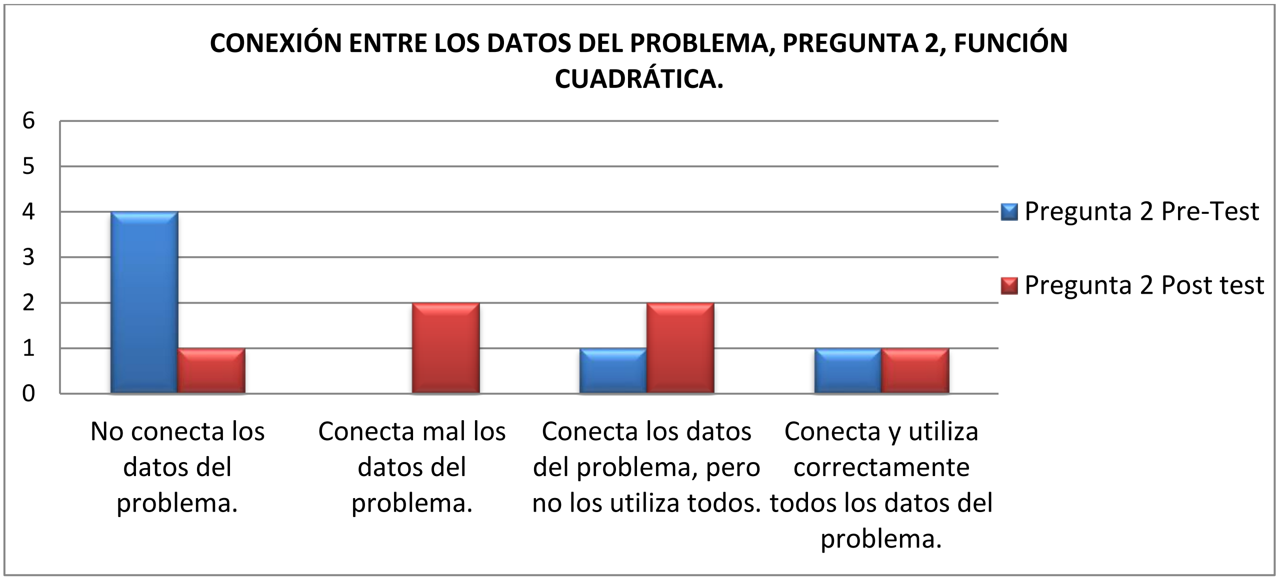
FUNCIÓN LINEAL:



Según el gráfico anterior todos los/as estudiantes conectan los datos del problema, aunque en ambos casos, pre test y post test, la cantidad de alumnos/as que conectan mal los datos se mantiene, pero la diferencia se hace notar en los niveles 3 y 4.

Se puede apreciar que los/as estudiantes del pre test (barra azul) ubicados en el nivel 3, luego de las clases de modelización presentaron mejores resultados, así al rendir el post test (barra roja) la mitad de estos logra avanzar al nivel 4, es decir, son capaces de conectar correctamente los datos entregados en el problema, además de utilizarlos todos.

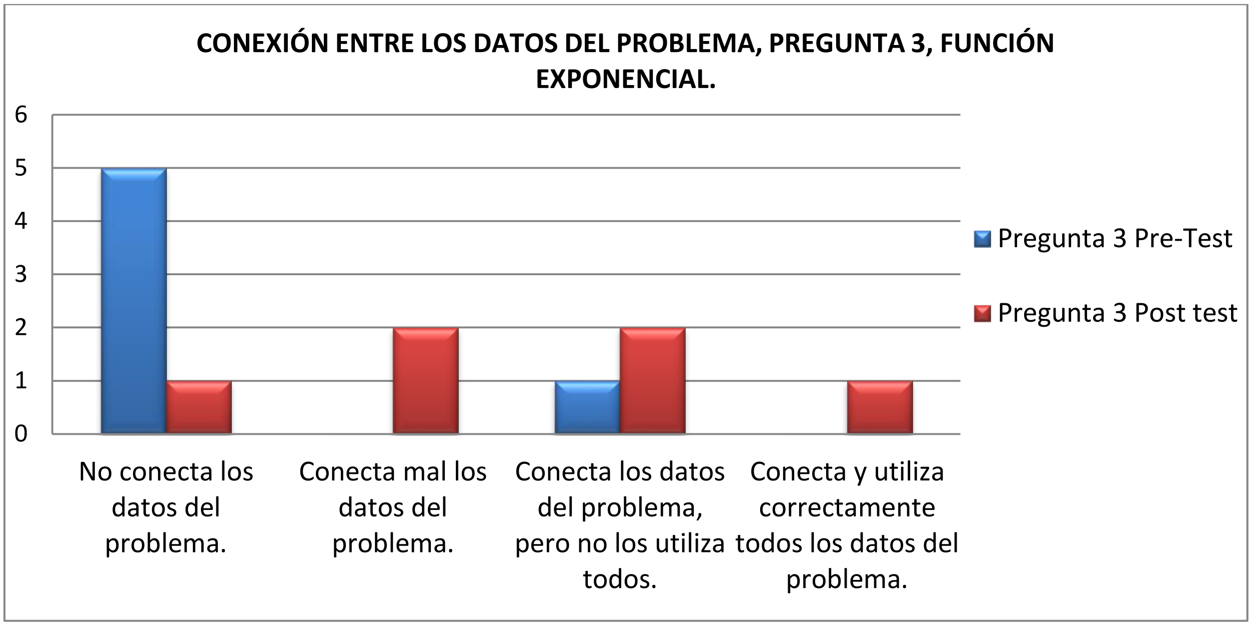
FUNCIÓN CUADRÁTICA:



Analizando la información que arroja el gráfico situado arriba, podemos inferir que en el primer nivel la cantidad de estudiantes en el pre test (barra azul) en comparación con la cantidad de estudiantes del post test (barra roja) disminuyen a un 25%, esto señala que la cantidad de estudiantes que no conecta los datos del problema disminuyó luego de las clases de modelización de funciones. Por otra parte el nivel 2 indica que los datos son mal conectados por los/as estudiantes y fue alcanzado sólo en el post test.

El nivel 3 muestra un progreso en el post test, pero a pesar de que logran conectar los datos los/as alumnos/as aun no logran utilizarlos todos. En el cuarto nivel se ve una situación atípica en nuestra investigación, puesto que fue alcanzado tanto en el pre test como en el post test (situación que pasó en otros criterios) pero lo que marca la diferencia es que la cantidad de estudiantes en dicho nivel se mantuvo. Es por esto que podemos concluir que no se logró el progreso esperado de esta habilidad.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:



Casi la totalidad de los/as estudiantes en el pre test (barras azules) se sitúa en el primer nivel, lo que indica que no son capaces de conectar los datos del problema, mientras que sólo un/a alcanza el nivel 3 ya que fue capaz de conectar los datos proporcionados en el enunciado del problema, pero no los utilizó todos.

Respecto al post test (barras rojas) podemos decir que la cantidad de estudiantes ubicados en el nivel 1 disminuyó considerablemente, ubicando al resto de estos en los niveles superiores. Entre los niveles 3 y 4 sumamos el 50% de la muestra, esto señala que se desarrolló la capacidad y habilidad de conectar los datos y utilizarlos todos correctamente.

Estos resultados reflejan la eficacia de este método de enseñanza de funciones en el desarrollo de la habilidad planteada en este criterio correspondiente a conectar y utilizar los datos del problema, ya que se logró un progreso significativo.

CRITERIO 11

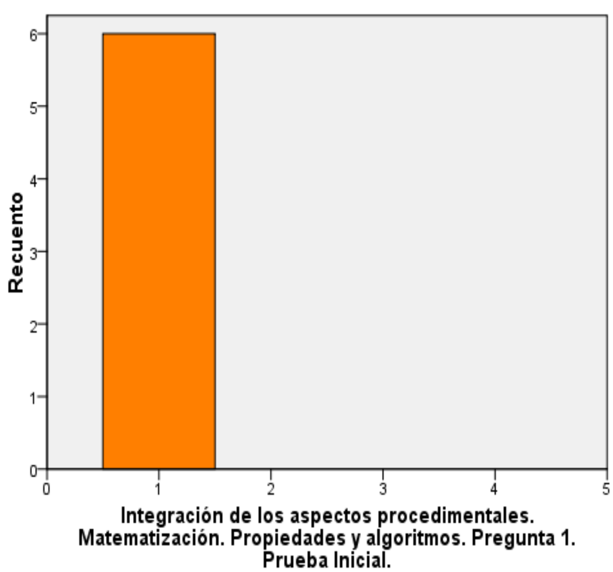
El décimo primer criterio se refiere a la ***utilización de propiedades y algoritmos***, con este criterio se pretende evaluar la habilidad de los/as alumnos/as a la hora de seleccionar y utilizar aquellas propiedades y algoritmos necesarios para la resolución de los problemas planteados.

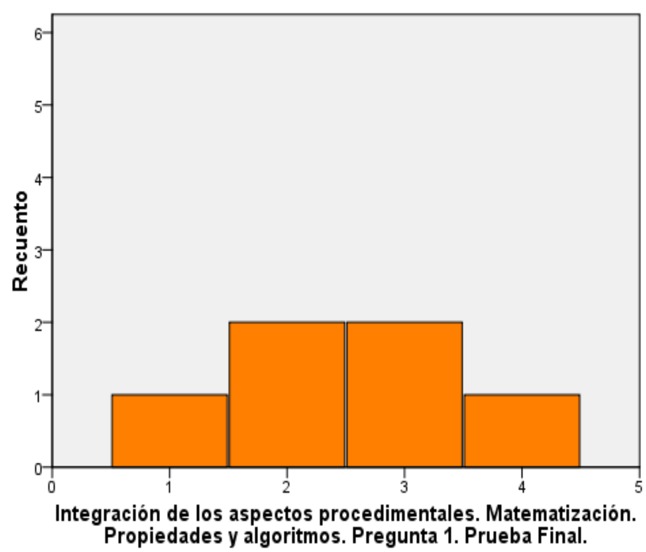
La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No utiliza propiedades ni algoritmos.
2	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.
3	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.
4	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.

FUNCIÓN LINEAL:

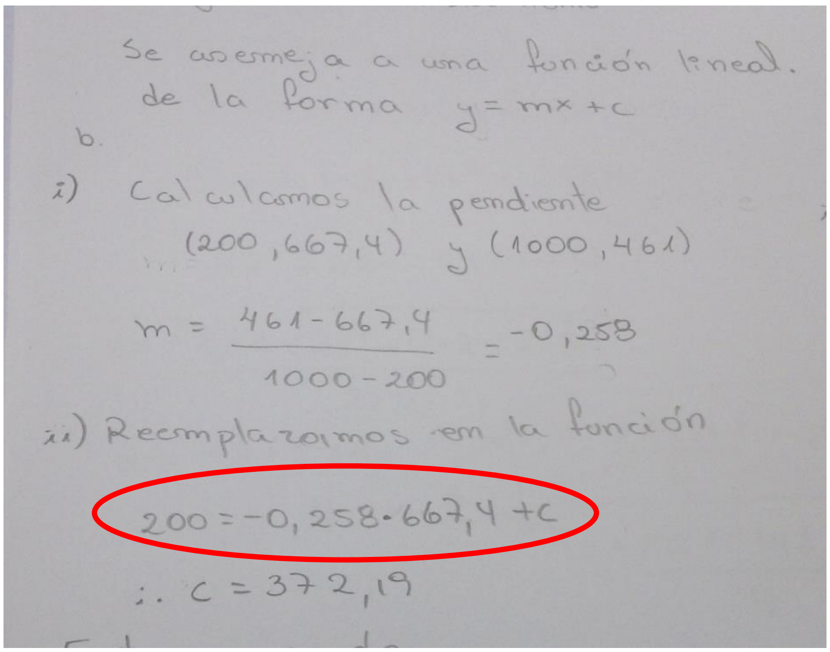
En el caso de los problemas referidos a función lineal, cuando hablamos de propiedades y algoritmos nos referimos a que el/la estudiante sea capaz de recordar contenidos tales como; la ecuación de la recta, como calcular la pendiente o como despejar alguna incógnita.





El gráfico correspondiente a los resultados obtenidos en el pre test (gráfico de la izquierda) arroja que la totalidad de los estudiantes no utilizó propiedades ni algoritmos para el desarrollo de los problemas planteados, situándose así en el nivel 1.

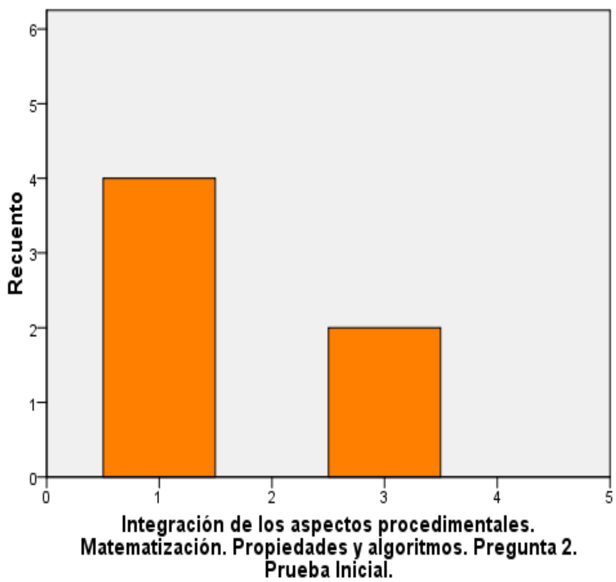
Los resultados del post test (gráfico de la derecha) son concluyentes en que gran parte de los/as estudiantes muestran un progreso muy significativo, incluso algunos además de utilizar las propiedades y algoritmos necesarios logran concretar satisfactoriamente sus resultados.

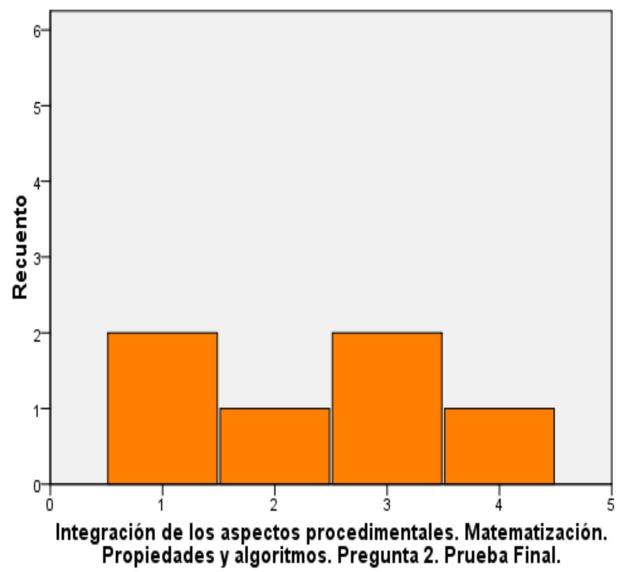


La imagen anterior muestra un error en el uso de propiedades y algoritmos encontrado en un post test. Dentro del círculo rojo se ve el error cometido por el/la estudiante, en donde al reemplazar en la forma principal de la función lineal reemplaza de forma errónea los valores de las variables x e y, llegando de este modo a una ecuación incorrecta.

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

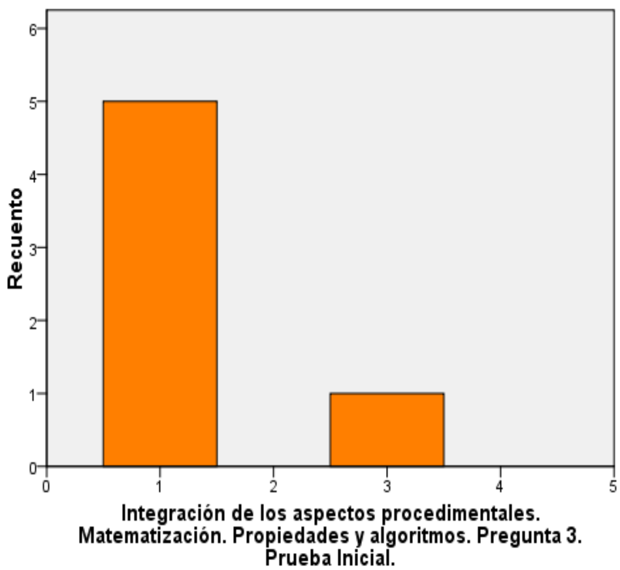
En este caso enfocado a función cuadrática, cuando hablamos de propiedades y algoritmos nos referimos a que el/la estudiante sea capaz de recordar contenidos tales como; la ecuación general de segundo grado, como calcular el vértice, como despejar alguna incógnita, pertinencia de las soluciones y métodos de resolución para la ecuación cuadrática.

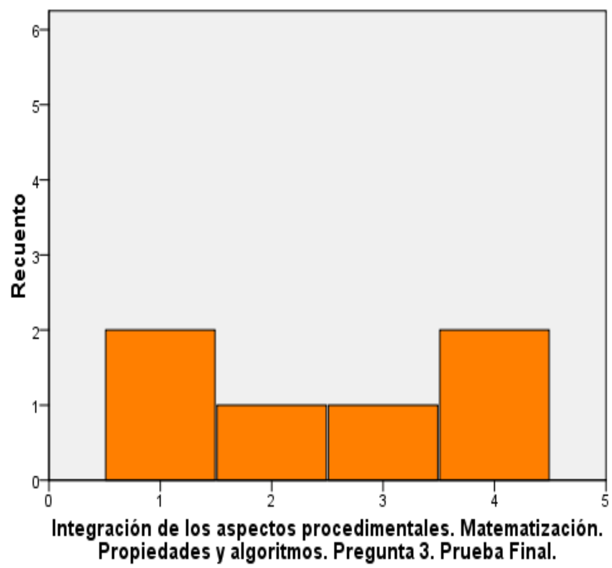




En el pre test (gráfico de la izquierda) podemos apreciar que sólo dos alumnos/as se escapan del nivel 1, situándose en el tercer nivel el cual señala que utilizan propiedad y algoritmos para lograr dar solución al problema entregado. En contraste a esto, en el post test (gráfico de la derecha) los alumnos se distribuyen en todos los niveles, siendo importante señalar que el nivel uno se redujo en cantidad y a pesar de que la cantidad de estudiantes del nivel 3 se mantiene, en este criterio se logra alcanzar el nivel 4, el cual indica que además de utilizar las propiedades y algoritmos necesarios logran concretar resultados.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:





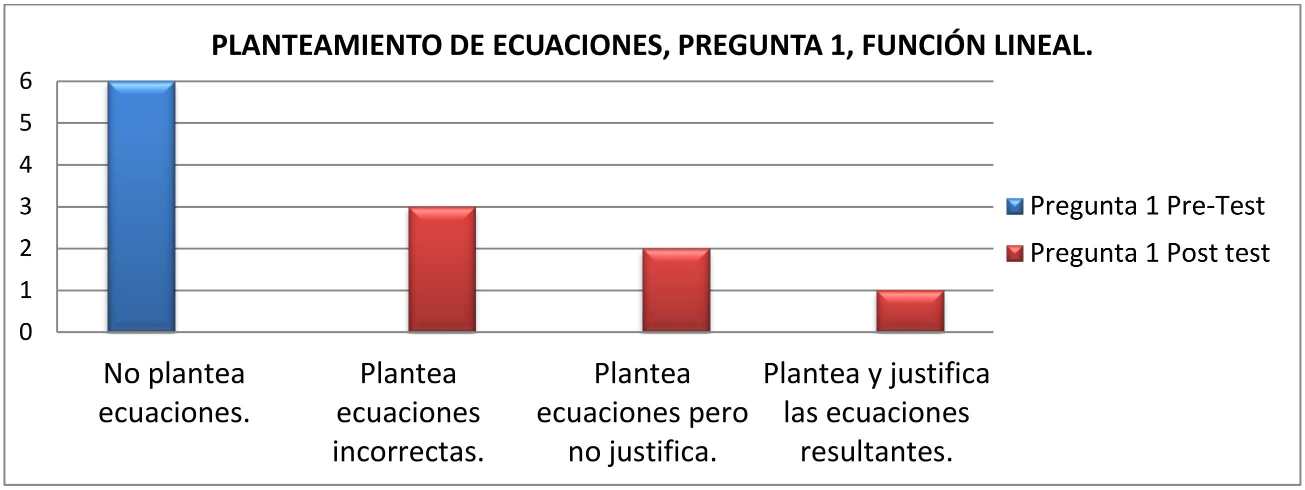
Al analizar el gráfico referente a los datos extraídos del pre test (gráfico de la izquierda), se puede mencionar que casi la totalidad de los/as estudiantes se ubican en el nivel uno donde se indica que no son capaces de utilizar propiedades y algoritmos necesarios para la resolución del problema, a excepción de un estudiante que logra posicionarse en el nivel tres logrando trabajar de forma correcta propiedades y algoritmos pero sin poder concretar resultados.

Mientras que al enfocarnos en los resultados del post test (gráfico de la derecha), se puede decir que la cantidad de estudiantes que se sitúa en el nivel 1 se reduce considerablemente, esto trae como consecuencia que el resto de la muestra se divida en los siguientes niveles, incluso donde el 50% de esta se encuentra en los niveles 3 y 4, estando la mayoría en este último.

CRITERIO 12

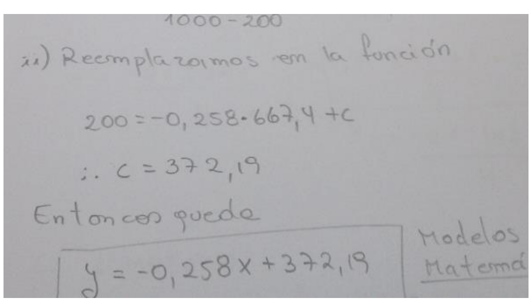
El décimo segundo criterio busca evaluar resultados un poco más concretos, en este caso el ***planteamiento de ecuaciones***, el cual tiene relación con la escritura de las expresiones en términos algebraicos.

FUNCIÓN LINEAL:



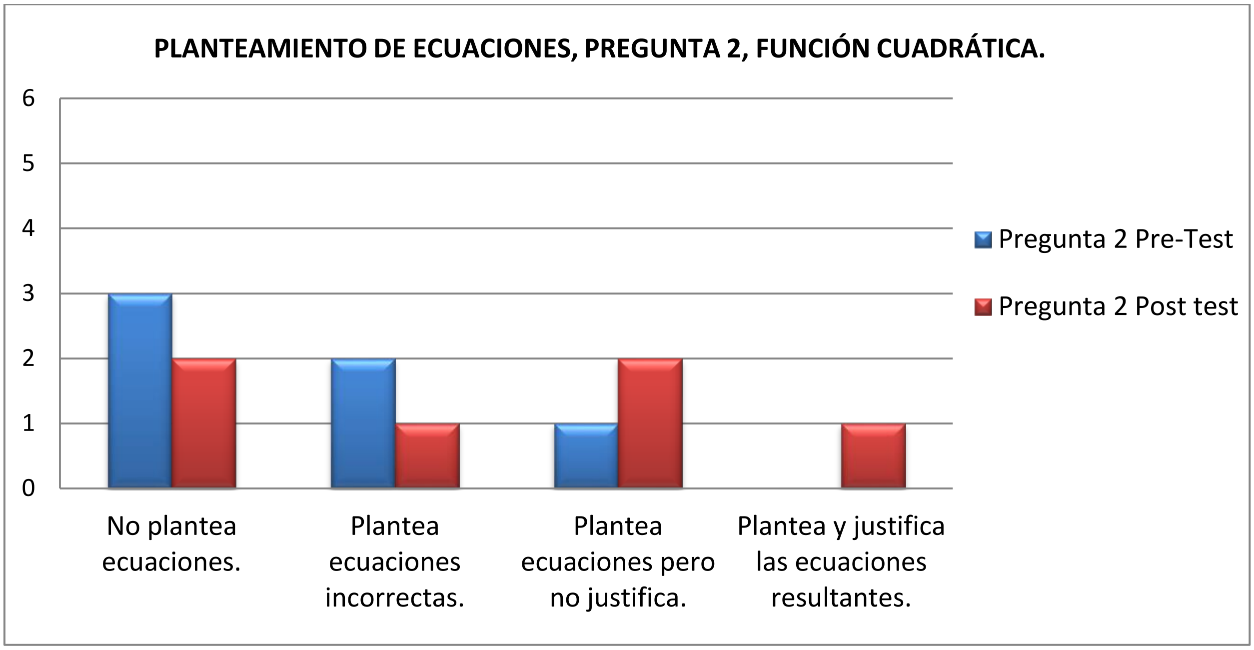
Analizando el gráfico se aprecian claramente las diferencias entre los resultados del pre test (barra azul) y los obtenidos en el post test (barras rojas).

En la primera prueba mencionada, todos los/as alumnos/as se sitúan en el primer nivel, lo que indica que nadie fue capaz de plantear alguna ecuación para representar o intentar desarrollar el problema planteado, estos resultados se ven mejorados una vez realizadas las clases de funciones a través de modelización, podemos apreciar que en el post test todos ya son capaces de plantear ecuaciones, algunos de manera incorrecta, pero al menos ya identifican la necesidad de utilizarlas para dar solución a las interrogantes planteadas.



A la izquierda se muestra el planteamiento de una ecuación incorrecta por parte de un alumno, esto producto del mal uso de un algoritmo (mencionado en el criterio anterior).

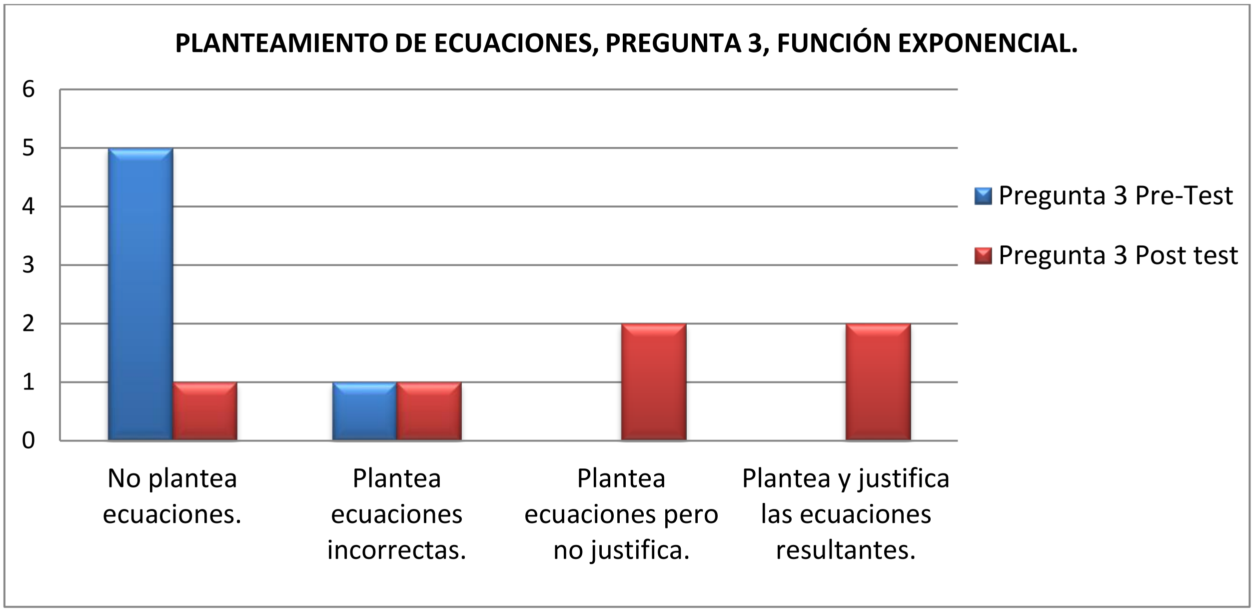
FUNCIÓN CUADRÁTICA:



Observando las barras azules del gráfico expuesto podemos conocer los resultados obtenidos en el pre test, los cuales indican que el 50% de los/as estudiantes no planteó ecuaciones y el otro 50% de la muestra se distribuyó entre los niveles 2 y 3, los cuales indican, respectivamente, que platearon ecuaciones incorrectas y plantearon ecuaciones pero no justificaron de donde provenían.

Por otro lado tenemos las barras rojas que reflejan los resultados obtenidos en el post test, estas nos indican que la mitad de los/as estudiantes se encentra en los dos niveles más bajos, es decir, o no plantea ecuaciones o las plantea de manera errónea. Mientras que la otra mitad está en los otros dos nivel (3 y 4) siendo capaces de llegar a plantear ecuaciones correctas e incluso uno de ellos justifica sus resultados.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:



En el caso particular de la función exponencial, los resultados del pre test (barras azules) son bastante mediocres, ya que casi la totalidad de los/as estudiantes se ubica en el primer nivel, es decir, no plantea ecuaciones y el único individuo que no se encuentra en dicho nivel apenas alcanza el segundo planteando ecuaciones que son incorrectas.

En cambio los resultados del post test (barras rojas) son bastante más alentadores, ya que una minoría se ubica en los dos primeros niveles y el resto de la muestra se sitúa entre los niveles 3 y 4, cumpliendo con la capacidad de plantear ecuaciones y en el último nivel mencionado además se justifica la aparición de las ecuaciones resultantes.

En la temática de funciones, las ecuaciones son de mucha utilidad para poder dar solución a los problemas planteados, puesto que son una herramienta que ya se sabe manejar correctamente.

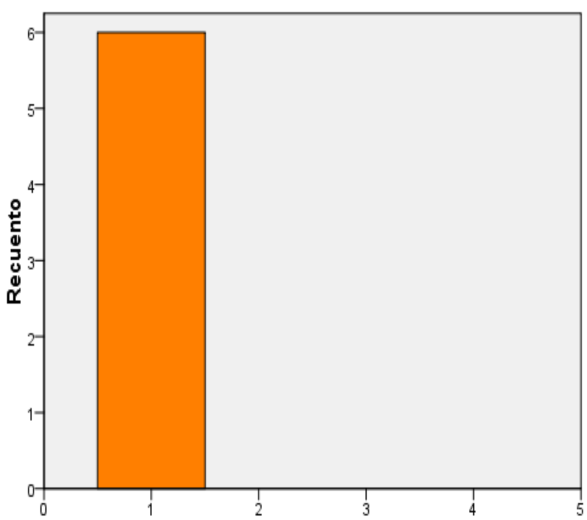
CRITERIO 13

El décimo tercer criterio evalúa la ***explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos***, en este criterio se espera que los/as estudiantes le den un sentido más generalizado a las ecuaciones planteadas anteriormente, es decir, que sean capaces de expresarlas como funciones.

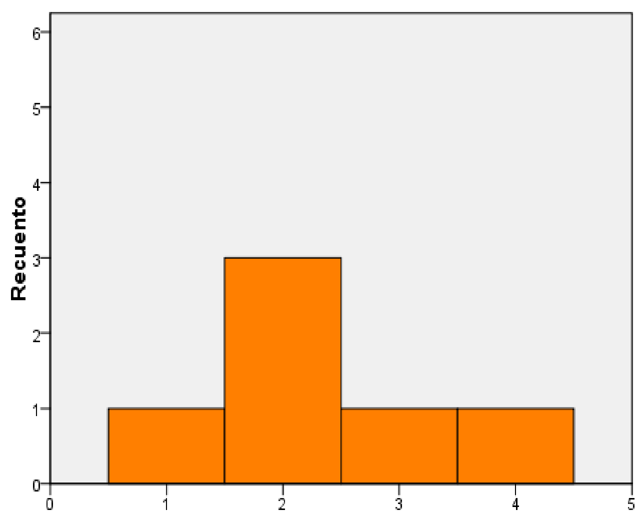
La rúbrica utilizada para evaluar este criterio se señala a continuación:

Nivel asociado	Rúbrica
1	No presenta modelo matemático.
2	Presenta un modelo matemático incorrecto.
3	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
4	Formula un modelo matemático y genera conclusiones respecto a él.

FUNCIÓN LINEAL:



Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 1. Prueba Inicial.



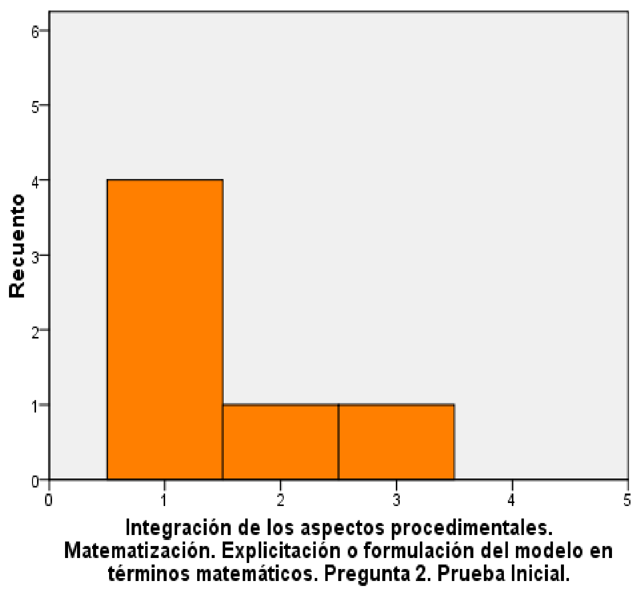
Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 1. Prueba Final.

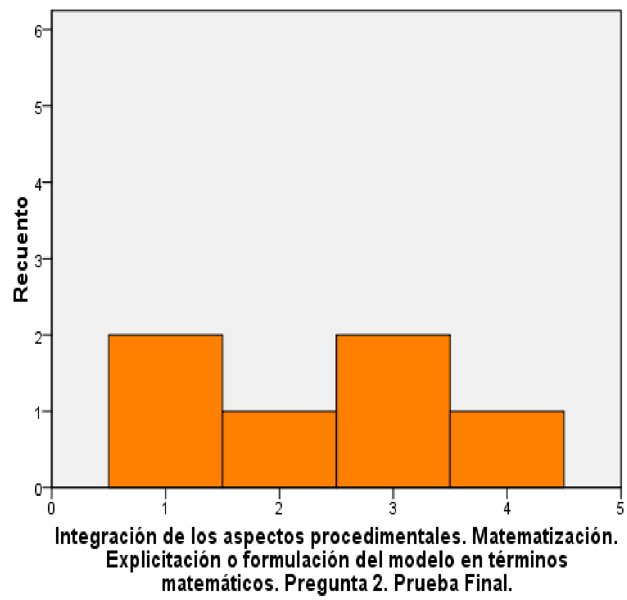
Como consecuencia de los resultados obtenidos en el criterio anterior, tenemos que en el pre test (gráfico de la izquierda) ninguno de los/as alumnos/as presentó un modelo en términos matemáticos que pudiera representar la situación planteada.

Pero los resultados obtenidos en el post test (gráfico de la derecha), prueba aplicada después de haber dictado las clases de funciones a través de modelización, muestran un avance en la formulación de modelos matemáticos, logrando incluso desarrollar en el/la alumno/a la capacidad de justificar resultados y/o sacar conclusiones más generalizadas de estos.

Es importante mencionar, que una cantidad representativa de la muestra, a pesar de las clases centradas en modelización, no logró obtener modelos matemáticos correctos o adecuados en el contexto del problema, situándose así sólo en el nivel 2.

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

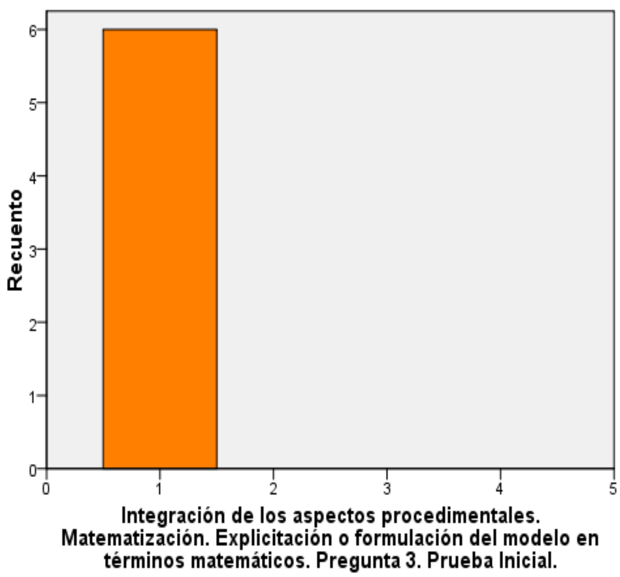


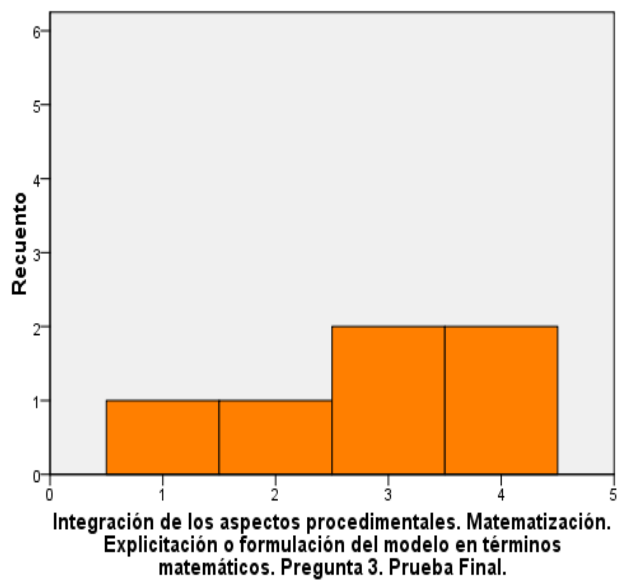


Como consecuencia de los resultados arrojados en el gráfico referente al pre test (gráfico de la izquierda) podemos concluir que la mayoría de los/as estudiantes se posiciona en el nivel 1, esto se esperaba puesto que en el criterio anterior los resultados tampoco fueron muy alentadores y la relación entre ambos criterios es estrecha. Además se extrae del gráfico que un/a estudiante presenta un modelo matemático incorrecta mientras que otro/a logra plantear un modelo correcto pero no saca conclusiones.

En cuanto a los resultados obtenidos en el post test (gráfico de la derecha) la distribución de la muestra es más estimuladora, en el primer nivel la cantidad de alumnos/as disminuye a la mitad, mientras que la cantidad de estudiantes en el nivel 2 se mantiene. El nivel 3 cuenta con un/a estudiante más que en el pre test, esto refleja que lograron formular un modelo matemático pero sin sacar conclusiones de este, por último en el cuarto y último nivel encontramos a un/a estudiante que logra posicionarse en este nivel, planteando un modelo matemático correcto y generando opiniones acerca de este.

FUNCIÓN EXPONENCIAL:





Examinando el gráfico ubicado a la izquierda, que refleja los resultados del pre test aplicado, podemos observar claramente que todos/as los/as estudiantes se concentran en el nivel más bajo, donde no son capaces de presentar algún modelo matemático.

Por otra parte tenemos el gráfico referente a los datos extraídos del post test (gráfico de la derecha) podemos apreciar que, después de las clases de modelización de funciones, la cantidad de alumnos/as situados en el nivel 1 bajan taxativamente, logrando que exista mayor concentración de estudiantes en los dos niveles más altos, es decir, una cantidad considerable de estudiantes ya logra explicitar un modelo matemático e incluso algunos realizan conclusiones del modelo resultante.

T STUDENT PARA MUESTRAS RELACIONADAS

Es una prueba paramétrica de comparación de dos muestras relacionadas. Su función es comparar dos mediciones de puntuaciones (medias aritméticas) y determinar que la diferencia no se deba al azar (que la diferencia sea estadísticamente significativa).

Las decisiones necesarias para realizar el análisis son las siguientes:
Nuestro problema es de comparación, lo que se desea saber es si las clases de modelización son efectivas para mejorar el nivel de aprendizaje de funciones, para ello se evalúa el manejo del tema antes de iniciar las clases de modelización y al finalizar el proceso.

Método: Clases de modelización de Funciones, dos mediciones relacionadas en cada criterio (manejo del tema antes y después de las clases).
Datos: Nivel alcanzado por los/as alumnas en cada uno de los criterios asociados en los dos momentos que fueron evaluados.

Nuestra hipótesis nula (H_0) será "no hay diferencia en el nivel alcanzado entre la medición realizada al inicio ($\bar{x}_1$) y la medición hecha al finalizar las clases ($\overline{x}_2$) en cada uno de los criterios evaluados ($\bar{x}_1 = \overline{x}_2$)".
Mientras que la hipótesis alternativa será "hay diferencia en el nivel alcanzado entre la medición realizada al inicio ($\bar{x}_1$) y la medición hecha al finalizar las clases ($\overline{x}_2$) en cada uno de los criterios evaluados ($\bar{x}_1 \neq \overline{x}_2$)".

Prueba estadística: Prueba t para muestras relacionadas

Regla de decisión: Si p ≤ 0,05 se rechaza H_0 ***(NOTA: "p" en la tabla aparece como "Sig. (bilateral)").***

A continuación se muestra la tabla arrojada por el programa SPSS para el análisis de la T Student correspondiente a los criterios evaluados en la muestra:

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 1. Prueba Inicial - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,333	1,211	,494	-2,604	-,062	-2,697	5	,043
Par 2	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Reconocimiento de variables. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Reconocimiento de variables. Pregunta 1. Prueba Final.	-,333	1,033	,422	-1,417	,751	-,791	5	,465

Par 3	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,000	1,414	,577	-2,484	,484	-1,732	5	,144
Par 4	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Establecimiento de relación causal entre las variables. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Establecimiento de relación causal entre las variables. Pregunta 1. Prueba Final.	-,667	2,338	,955	-3,120	1,787	-,698	5	,516
Par 5	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,667	1,033	,422	-2,751	-,583	-3,953	5	,011

Par 6	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,333	1,211	,494	-2,604	-,062	-2,697	5	,043
Par 7	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Organización de datos del problema. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Organización de datos del problema. Pregunta 1. Prueba Final.	-,500	1,378	,563	-1,947	,947	-,889	5	,415
Par 8	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Utilización de sistemas de representación. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Utilización de sistemas de representación. Pregunta 1. Prueba Final.	-,500	,837	,342	-1,378	,378	-1,464	5	,203

Par 9	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,167	,408	,167	-1,595	-,738	-7,000	5	,001
Par 10	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Conexión entre los datos del problema. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Conexión entre los datos del problema. Pregunta 1. Prueba Final.	-,333	1,211	,494	-1,604	,938	-,674	5	,530
Par 11	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Propiedades y algoritmos. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Propiedades y algoritmos. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,500	1,049	,428	-2,601	-,399	-3,503	5	,017

Par 12	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Planteamiento de ecuaciones. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Planteamiento de ecuaciones. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,667	,816	,333	-2,524	-,810	-5,000	5	,004
Par 13	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 1. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 1. Prueba Final.	-1,333	1,033	,422	-2,417	-,249	-3,162	5	,025
Par 14	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 2. Prueba Inicial - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 2. Prueba Final	-1,333	1,211	,494	-2,604	-,062	-2,697	5	,043

Par 15	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Reconocimiento de variables. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Reconocimiento de variables. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,000	,894	,365	-1,939	-,061	-2,739	5	,041
Par 16	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,167	1,169	,477	-2,394	,060	-2,445	5	,058
Par 17	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Establecimiento de relación causal entre las variables. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Establecimiento de relación causal entre las variables. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,167	1,169	,477	-2,394	,060	-2,445	5	,058

Par 18	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,500	1,049	,428	-2,601	-,399	-3,503	5	,017
Par 19	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,000	,894	,365	-1,939	-,061	-2,739	5	,041

Par 20	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Organización de datos del problema. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Organización de datos del problema. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,000	,632	,258	-1,664	-,336	-3,873	5	,012
Par 21	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Utilización de sistemas de representación. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Utilización de sistemas de representación. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,167	1,169	,477	-2,394	,060	-2,445	5	,058
Par 22	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 2. Prueba Final.	-1,500	1,049	,428	-2,601	-,399	-3,503	5	,017

Par 23	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Conexión entre los datos del problema. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Conexión entre los datos del problema. Pregunta 2. Prueba Final.	-,667	1,033	,422	-1,751	,417	-1,581	5	,175
Par 24	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Propiedades y algoritmos. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Propiedades y algoritmos. Pregunta 2. Prueba Final.	-,667	,816	,333	-1,524	,190	-2,000	5	,102
Par 25	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Planteamiento de ecuaciones. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Planteamiento de ecuaciones. Pregunta 2. Prueba Final.	-,667	1,211	,494	-1,938	,604	-1,348	5	,235

Par 26	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 2. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 2. Prueba Final.	-,833	,983	,401	-1,865	,198	-2,076	5	,093
Par 27	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 3. Prueba Inicial - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Significado de variable. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,667	,816	,333	-2,524	-,810	-5,000	5	,004
Par 28	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Reconocimiento de variables. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Reconocimiento de variables. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,667	,816	,333	-2,524	-,810	-5,000	5	,004

Par 29	Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema. Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,167	,753	,307	-1,957	-,377	-3,796	5	,013
Par 30	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Establecimiento de relación causal entre las variables. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Establecimiento de relación causal entre las variables. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,333	1,211	,494	-2,604	-,062	-2,697	5	,043
Par 31	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,167	,983	,401	-2,198	-,135	-2,907	5	,034

Par 32	Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de aspectos conceptuales. Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema. Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,333	1,033	,422	-2,417	-,249	-3,162	5	,025
Par 33	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Organización de datos del problema. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Organización de datos del problema. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,500	1,049	,428	-2,601	-,399	-3,503	5	,017
Par 34	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Utilización de sistemas de representación. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Utilización de sistemas de representación. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,667	1,033	,422	-2,751	-,583	-3,953	5	,011

Par 35	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,500	1,049	,428	-2,601	-,399	-3,503	5	,017
Par 36	Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Conexión entre los datos del problema. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema. Conexión entre los datos del problema. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,167	1,169	,477	-2,394	,060	-2,445	5	,058
Par 37	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Propiedades y algoritmos. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Propiedades y algoritmos. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,167	1,169	,477	-2,394	,060	-2,445	5	,058

Par 38	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Planteamiento de ecuaciones. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Planteamiento de ecuaciones. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,667	1,033	,422	-2,751	-,583	-3,953	5	,011
Par 39	Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 3. Prueba Inicial. - Integración de los aspectos procedimentales. Matematización. Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos. Pregunta 3. Prueba Final.	-1,833	1,169	,477	-3,060	-,606	-3,841	5	,012

Al analizar la última columna de la derecha podemos apreciar que de los 39 pares de criterios que fueron analizados, 24 de ellos poseen un valor de p menor a 0,05 ($p \leq 0,05$), como consecuencia de lo explicitado anteriormente respecto a la regla de nuestra decisión podemos asumir que en estos 24 casos se rechaza nuestra hipótesis nula (H_0). Entonces podemos afirmar que para la mayoría de los criterios evaluados, este método de modelización de funciones, es estadísticamente significativo para modificar el manejo del tema por parte de los/as estudiantes, habiendo un incremento en el nivel alcanzado entre las mediciones efectuadas antes y después de asistir a las clases de modelización de funciones, aceptando así la hipótesis alternativa planteada.

CAPÍTULO 5:

CONCLUSIONES FINALES

CONCLUSIÓN

Diariamente nos enfrentamos a situaciones donde los resultados no son siempre los deseados, ante esta perspectiva se encaminan acciones en busca de alternativas que ayuden a elegir de entre ellas a la óptima, "¿Cómo podemos explicar que las matemáticas, un producto de la mente humana independiente de la experiencia, encajen tan bien en los objetos y elementos de la realidad?" (Einstein, 1938).

La modelización matemática es una nueva herramienta que permite enfrentar variadas temáticas, enfocándonos en esta investigación en el concepto de funciones. Este método permite no sólo centrarnos en el cálculo, sino que en un análisis más profundo, que también admite la comprensión en base a problemas, puesto que está basado en situaciones de la vida cotidiana, en las que se puede formular un modelo que explique dicha situación, logrando así una relación estrecha entre el mundo real y la matemática, centrada en la enseñanza y el aprendizaje.

La enseñanza de funciones a través de modelización y sus actividades pueden motivar el proceso de aprendizaje, debido a que es un nuevo método y mucho más cercano a la realidad de los/as estudiantes, pudiendo ser más significativo para estos.

Es importante mencionar la aplicación de este método en cursos iniciales de la formación docente con la finalidad de que los estudiantes, una vez egresados, puedan replicarlo en su labor como docentes a las futuras generaciones.

Finalmente podemos decir que los objetivos puestos en esta investigación fueron alcanzados, puesto que elaboramos una propuesta de aula que incorporó la modelización de problemas como eje principal de la actividad matemática, aplicamos dicha propuesta en la asignatura de álgebra de funciones, correspondiente a primer año de Pedagogía Media en Matemática y posteriormente comparamos el perfil inicial y el perfil de progreso de los/as alumnos/as de manera cuantitativa cuando enfrentan trabajos matemáticos basados en modelización de situaciones.

En general las expectativas puestas en nuestra investigación se cumplieron satisfactoriamente, puesto que los estudiantes lograron desarrollar las competencias que se consideraron para la evaluación del proceso.

Al comparar el perfil inicial con el perfil final de los/as estudiantes los resultados son concluyentes. El progreso que presentó la muestra superó taxativamente nuestras expectativas, ya que el nivel de las respuestas entregadas luego de las clases de modelización fue bastante mejor casi en la totalidad de los criterios evaluados. Dicho progreso no sólo se ve reflejado mediante el análisis de los gráficos, sino que también estadísticamente podemos concluir esto, mediante el análisis realizado en SPSS, donde la T-Student arrojó productos favorables en cuanto al avance logrado a través del método empleado.

Sin contemplar algunos casos aislados, la enseñanza de funciones a través de modelización presentó que los/as estudiantes lograron avances significativos en la mayoría de los criterios evaluados y sin importar el tipo de función a trabajar. A pesar de que no en la totalidad de los criterios se logró alcanzar el nivel más alto, todos mostraron progreso alcanzando el penúltimo nivel.

Los casos aislados mencionados anteriormente, están asociados a la categoría 1: Integración de aspectos conceptuales y los criterios asociados son los siguientes:

-Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento.

-Reconocimiento de la variable independiente.

Ambos criterios no lograron el progreso esperado cuando eran medidos en la función exponencial.

Otro de los casos aislados está asociado a la categoría 2: Integración de aspectos procedimentales en el criterio de Organización de los datos del problema respecto a la función cuadrática.

Sería pertinente que estudios posteriores estuvieran centrados en estos casos aislados antes mencionados, para intentar entender por qué no se logró cumplir con las expectativas como sucedió en los demás criterios.

Una vez finalizada nuestra investigación, creemos que sería pertinente recomendar para futuras investigaciones de la misma temática, utilizar una muestra más numerosa, con la finalidad de obtener conclusiones más profundas y representativas para reflejar de mejor manera el progreso obtenido.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

Abrantes, P. (1994). Teses o Trabalho de Projecto e a Relação dos Alunos com a Matemática a experiência do Projecto. MAT789. Lisboa.

Alsina, C. (1998). Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope. Proceed. ICTMA-1997.

Aravena, M. (2001). Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica. Tesis Doctoral. Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals. Universitat de Barcelona, España.

Aravena, M. y Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Universidad Católica del Maule*,(2), 7-25.

Aravena, M.; Caamaño, C.; González, J.; Cabezas, C.; Córdova, F. (2011). Resolución de problemas en contextos de aplicación. (Primera edición). Talca, Chile: Colección Tabor.

Blomhøj, M. (2000). Developing modelling competence: The different roles of modelling and problem solving. Roskilde University, Denmark.

Blomhøj, M. (2004) Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. National Center for Mathematics Education. Suecia, p. 145-159.

Boyer, C. B. (1996). Historia de la matemática. Madrid: Alianza.

Caamaño, C. (2001). Tesis Doctoral: Bases para una formación integrada de álgebra y geometría en ingeniería. El caso de las cuádricas. Departament de Didáctica de la Matemàtica i de les Ciéncies Experimetals. Universitat de Barcelona. España.

Connally E.; Hughes-Hallett, D.; Gleason, A. (2003). Functions Modeling Change: A Preparation for Calculus.(3d ed.). Australia: John Wiley & Sons Australia.

Crauder, B.; Evans, B.; Noell, A. (2006). Functions and Change: A Modeling Approach to College Algebra (3rd ed.).Hardcover: Houghton Mifflin Harcourt (HMH)

D'ambrosio, U. (1998). Conferencia: Matemáticas de ontem ou de hoje na educaçao para o amanhã. Epsilon 42: 551-560. España.

De Guzmán, M. (1974). Matemáticas en un mundo moderno. Madrid: Editorial Bluna. Estrategias de Desarrollo Sector Educación. Período 1994-2000. Informe Final. Secretaría Regional Ministerial de Educación. Región del Maule Chile, 1994.

Fonseca, C.; Casas, J.M.; Bosch, M.; Gascón, J. (2009). Diseño de un recorrido de estudio e investigación en los problemas de modelización. En González, M. J .; González, M. T.; Murillo, J . (Eds.). Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación. XIII Simposio de la SEIEM. Santander.

Freudenthal, H.(1991). *Revisiting Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.

Godino, J. (Comp.) (2003). Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática, [en línea]. Granada, España. Recuperado el 12 de diciembre de 2007, de http://www.ugr.es/local/jdodino/

Gomez, B. (2011). Algunas herramientas de la interdisciplinariedad para la comprensión del concepto e función lineal. Bogotá, Universidad Nacional de Colombia.

Gómez, J. (2002). De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas. Barcelona: Paidós.

Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. En: Educación Matemática. Vol. 10: 23-45. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Keitel, C. (1993). Implicit Mathematical Models in Social Practice and Explicit Mathematics Teaching by Aplications. En: De Lange, J. and Keitel, C. Hunthey, I. Niss, M. ed, 1993. Innovations in Maths Education by Medelling an Aplications. Chichister, Ellis Horwood Limited.

Kieran, C. (1998). Complexity and Insight. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 29, 5, pp 595-601.

Ruiz, L. (1998). La noción de función: análisis epistemológico y didáctico, Jaén: Universidad de Jaén. Recuperado de http://uno.grao.com/revistas/uno/019-coeducacion-en-clase-de-matematicas/libros-la-nocion-de-funcion-analisis-epistomologicos-y-didactico

Steiner, H.G. (1987). Theory of Mathematics Education: an introduction*. For the learning of mathematics*, 5 (2), pp. 11-17.

Williams, H. & Ahmed, A. (1997). Applications, modelling and communication in secondary school mathematics. Chichester Institute of Higher Education, Upper Bognor Road, Bognor Regis, PO21 1HR, UK.

ANEXOS

PAUTAS DE VALIDACIÓN PRE TEST

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática
Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	Miguel Friz Carrillo
Título / Grado Académico	Doctor
Institución a la que pertenece	UBB
Línea de Investigación	Formación Inicial

Item I	Pertinente	No pertinente	Observaciones
a	X		
b	X		
c	X		
d	X		
e	X		
f	X		

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Item II	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Venta de Yugos	X		
2. Luz de una ventana	X		
3. El peso de la tierra.	X		

Firma profesor

Chillán, 20 de Agosto de 2013.

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	Rodrigo E. Panes M.
Título / Grado Académico	Magister DD.MM / Profesor Ed. Mat.
Institución a la que pertenece	Universidad del Bío Bío
Línea de Investigación	Formación inicial - Enseñanza de la Mat.

Item I	Pertinente	No pertinente	Observaciones
a	X		Sería pertinente
b	X		incluir otros marcos
c	X		para determinar si existe o
d	X		no funciones como pares ordenados,
e	X		tablas de valores o "fórmula".
f	X		

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Item II	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Venta de Yugos	X		
2. Luz de una ventana	X		Observación en documento
3. El peso de la tierra.	X		

Firma profesor

Chillán, 12 de Agosto de 2013.

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	LUIS FRIZ ROA
Título / Grado Académico	Doctor Cs. de la Ingeniería, Mención Mat.
Institución a la que pertenece	U. del Bío-Bío
Línea de Investigación	Ecuaciones Diferenciales Parciales

Item I	Pertinente	No pertinente	Observaciones
a	✓		
b	✓		
c	✓		
d	✓		
e	✓		
f	✓		Si bien es pertinente, yo agregaría una pequeña dificultad: colocaría la mitad superior de la elipse.

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Item II	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Venta de Yugos	/		
2. Luz de una ventana	/		
3. El peso de la tierra.	/		

Firma profesor

Chillán, 14 de Agosto de 2013.

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento

Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	Ivo Basso
Título / Grado Académico	Magister.
Institución a la que pertenece	U. del Bío Bío
Línea de Investigación	Algebras no-asociativas

Item I	Pertinente	No pertinente	Observaciones
a	✓		
b	✓		
c		✓	HAY QUE ESPECIFICAR SI SE REFIERE AL DOMINIO $\mathbb{R}-\{0\}$
d	✓		
e	✓		
f	✓		

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Item II	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Venta de Yugos	✓		La pregunta debe ser si Q es una función lineal de p; no corresponde "podría"
2. Luz de una ventana	✓		a) Quizá especificar: ¿El área en función de qué?
3. El peso de la tierra.	✓		La pregunta no es "encuentre el modelo" sino que encuentre las constantes del modelo.

Firma profesor

Chillán, 13 de Agosto de 2013.

Diagnóstico.

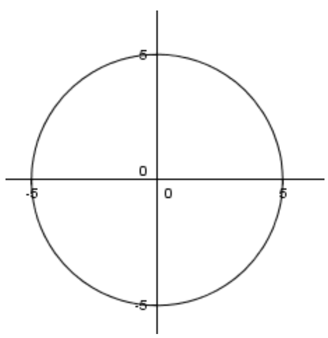
Nombre:______________________________Rut:____________Fecha:__________

<u>INSTRUCCIONES:</u>

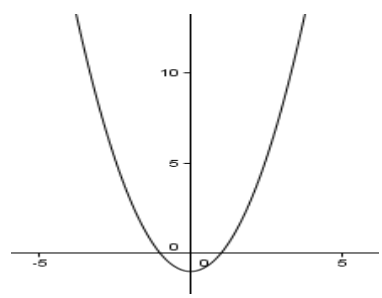
- El test debe ser desarrollado de manera INDIVIDUAL.
- Cuenta con 60 minutos para desarrollar el test.
- Conteste con letra legible y evite borrones.
- Cada ejercicio debe ir acompañado de su respectivo desarrollo y resultado.
- Se permite el uso de calculadora (el uso de celulares y otros aparatos tecnológicos está estrictamente prohibido).

I. ANALICE SI LOS SIGUIENTES GRÁFICOS REPRESENTAN O NO UNA FUNCIÓN. JUSTIFIQUE.

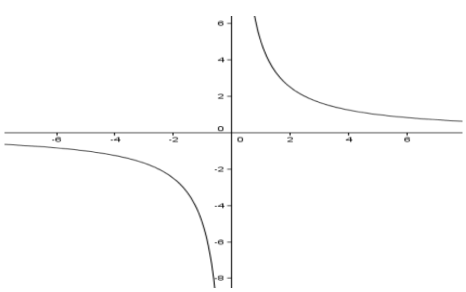
a)



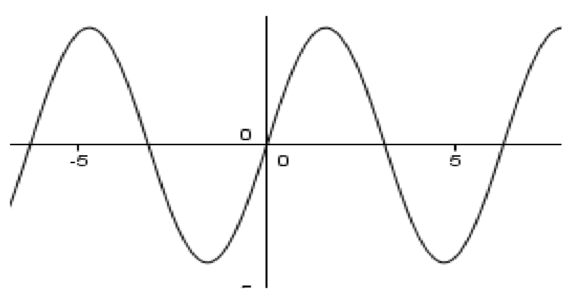
b)



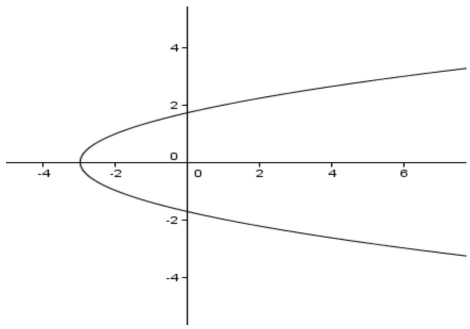
c)



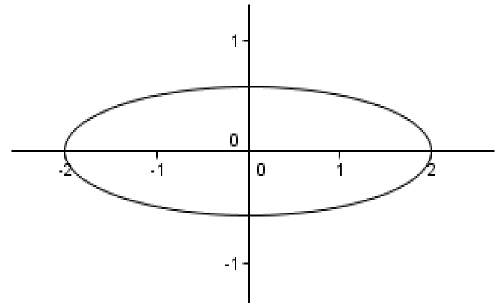
d)



e)



f)



II. DESARROLLE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1.) Venta de Yugos

La primera República de Yugoslavia comenzó a exportar automóviles llamados Yugos en 1985.

La tabla proporciona la cantidad de Yugos vendidos (Q) y el precio (p) para cada año desde 1985 hasta 1988.

Tabla: Ventas y precios de Yugos.

Año	Precio en $, p	Número vendido, Q
1985	3990	49,000
1986	4110	43,000
1987	4200	38,500
1988	4330	32,000

a) Usando la tabla, grafique los datos de Q en función de p.

b) Usando la tabla y el gráfico, explique por qué Q podría ser una función lineal de p.

c) ¿Cuál es la tasa de cambio de la función de Yugos?

2.) Luz de una ventana

Una ventana Normanda tiene la forma de un rectángulo rematado con un semicírculo como se muestra en la figura. Se construirá una ventana Normanda con perímetro de 30 pies.

a) Encuentre una función que modele el área de una ventana.

b) Determine las dimensiones de la ventana que admite la mayor cantidad de luz.

3.) El peso de la tierra

Según un modelo logístico basado en el supuesto de que la Tierra no puede soportar más de 40.000 millones de personas, la población mundial (en miles de millones) t años después de 1960 está dada por una función de la forma:

$$P(t) = \frac{40}{1 + Ce^{-kt}}$$

Donde C y k, son constantes positivas.

a) Encuentre el modelo de manera que concuerde con los datos, si se sabe que la población mundial era aproximadamente 3.000 millones de personas en 1960 y de 4.000 millones en 1975.

b) ¿Qué predice el modelo con respecto a la población mundial para el año 2011 y 2020?

c) Grafique la función y analice qué sucede con el paso del tiempo, si las condiciones se mantienen.

Pauta Diagnóstico.

Nombre:________________________Rut:___________Fecha:_____________

INSTRUCCIONES:

- El test debe ser desarrollado de manera INDIVIDUAL.
- Cuenta con 60 minutos para desarrollar el test.
- Conteste con letra legible y evite borrones.
- Cada ejercicio debe ir acompañado de su respectivo desarrollo y resultado.
- Se permite el uso de calculadora (el uso de celulares y otros aparatos tecnológicos está estrictamente prohibido).

I. ANALICE SI LOS SIGUIENTES GRÁFICOS REPRESENTAN O NO UNA FUNCIÓN. JUSTIFIQUE.

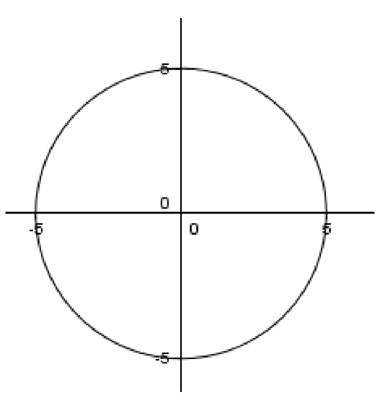
Desarrollo:

Para ver si las gráficas representan o no una función, basta con trazar rectas paralelas al eje y, observando si dichas rectas cortan en uno o más puntos a la gráfica dada.

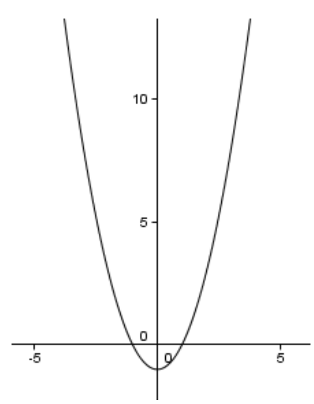
Si sólo hay un punto de intersección, el gráfico sí representa una función, en caso contrario, es decir, si hay más de un punto de intersección, no representa una función.

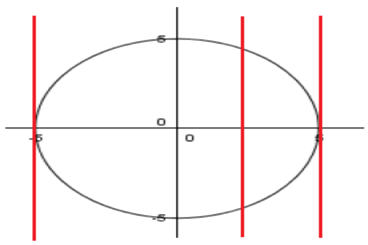
Esto ocurre porque la definición de función nos dice que cada variable independiente (x) le corresponde una única imagen (y).

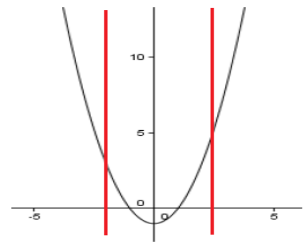
a)



b)

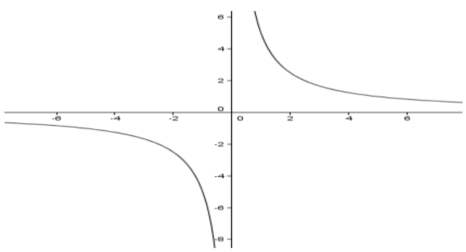




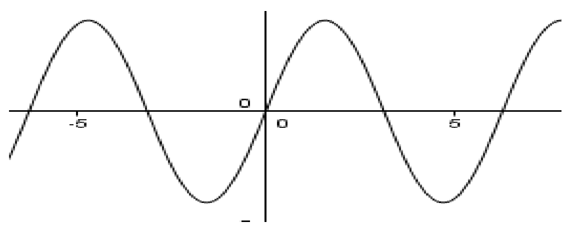


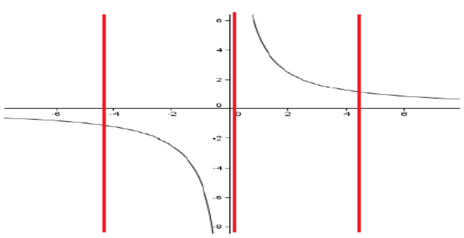
El gráfico a) no representa una función, mientras que el gráfico b) sí lo hace.

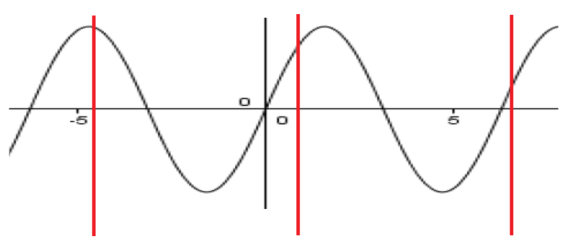
c)



d)

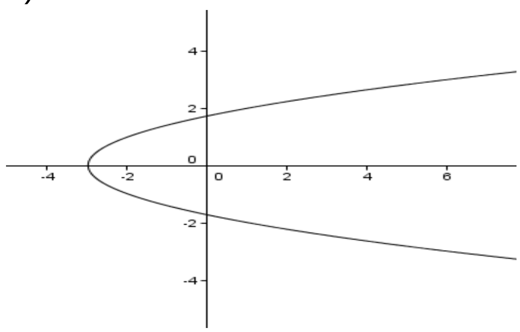




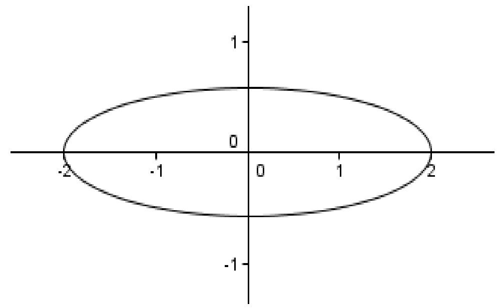


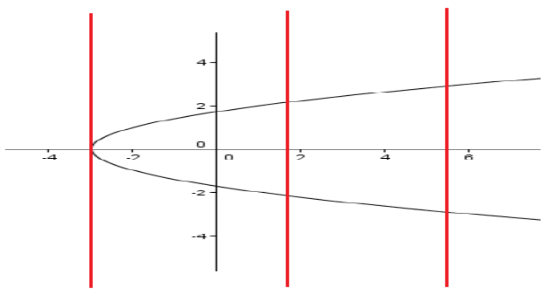
En ambos casos c) y d) las gráficas representan una función.

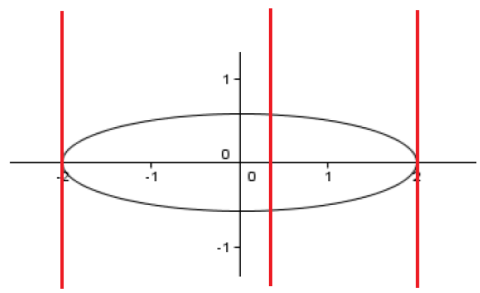
e)



f)







En los casos e) y f) las gráficas no representan funciones.

II. DESARROLLE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1.) Venta de Yugos

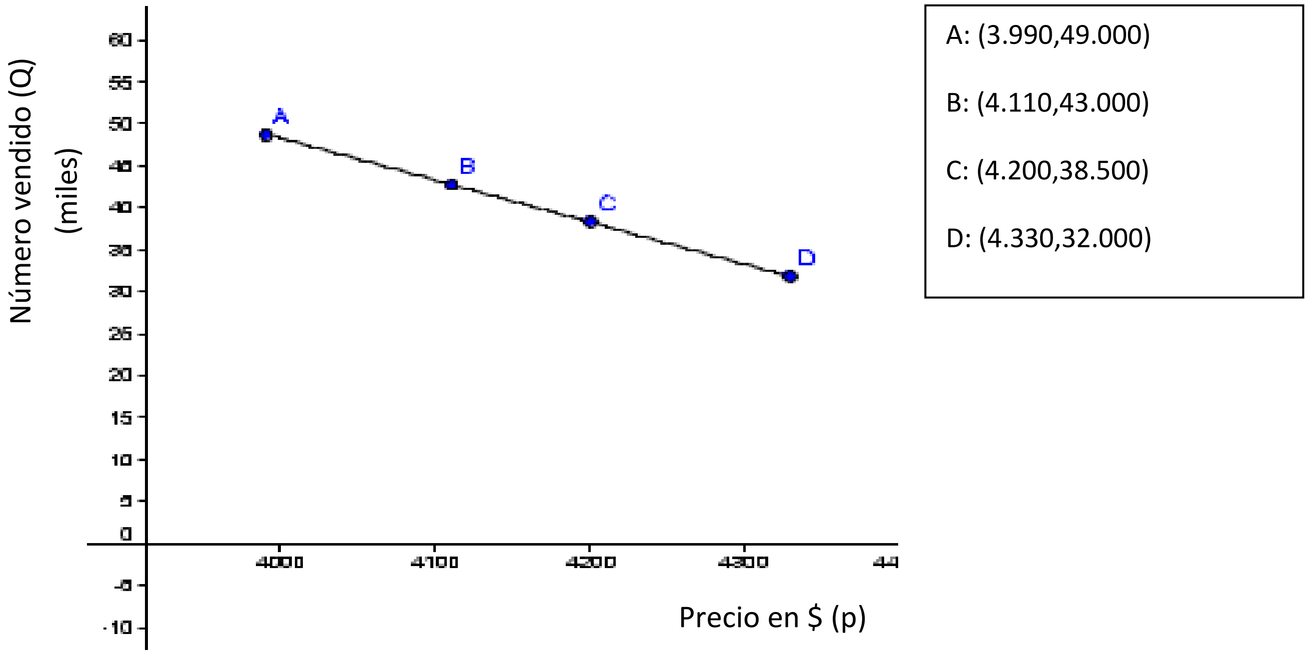
La primera República de Yugoslavia comenzó a exportar automóviles llamados Yugos en 1985.

La tabla proporciona la cantidad de Yugos vendidos (Q) y el precio (p) para cada año desde 1985 hasta 1988.

Tabla: Ventas y precios de Yugos.

Año	Precio en $, p	Número vendido, Q
1985	3990	49,000
1986	4110	43,000
1987	4200	38,500
1988	4330	32,000

a) Usando la tabla, grafique los datos de Q en función de p.



Variable independiente: Precio en $ (p)

Variable dependiente: Número vendido en miles (Q)

b) Usando la tabla y el gráfico, explique por qué Q podría ser una función lineal de p.

Observando la gráfica, podemos apreciar que los datos reflejan una línea recta, la cual es decreciente, en la tabla esto se ve porque mientras mayor es el precio de los Yugos, el número vendido disminuye.

Entonces Q depende de p, es decir, que el número vendido depende del costo de los Yugos.

c) ¿Cuál es la tasa de cambio de la función de Yugos?

La tasa de cambio hace referencia a la pendiente de la función, para esto solo basta tener dos puntos de la gráfica:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$m = \frac{49.000 - 43.000}{3.990 - 4.110}$$

$$m = \frac{6000}{-120}$$

$$m = -50$$

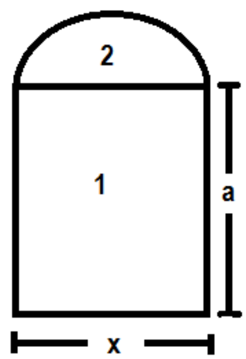
El signo de la pendiente nos indica que a medida que aumenta el valor de los Yugos, las ventas van disminuyendo, es decir, la función es decreciente. El número 50 indica que por cada unidad que se aumenta el precio, la cantidad vendida disminuye en 50 Yugos.

2.) Luz de una ventana

Una ventana Normanda tiene la forma de un rectángulo rematado con un semicírculo como se muestra en la figura. Se construirá una ventana Normanda con perímetro de 30 pies.

a) Encuentre una función que modele el área de una ventana.

$$\boldsymbol{P_1 = x + 2a} \qquad \boldsymbol{P_2 = \frac{\pi x}{2}} \qquad \boldsymbol{P_T = 30}$$



Para dejar "a" en función de "x":

$$P_T = P_1 + P_2$$

$$30 = x + 2a + \frac{\pi x}{2}$$

$$30 - x - \frac{\pi x}{2} = 2a$$

$$a = \frac{60 - x(2+\pi)}{4}$$

$$A_1 = x \cdot a$$

$$A_1 = x \cdot \left(\frac{60 - x(2+\pi)}{4}\right)$$

$$A_1 = \frac{60x - x^2(2+\pi)}{4}$$

$$A_2 = \frac{\pi r^2}{2} \qquad \boxed{r = \frac{x}{2}}$$

$$A_2 = \frac{\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2}$$

$$A_2 = \frac{\pi x^2}{8}$$

$$A_T = A_1 + A_2$$

$$A_T = \frac{60x - x^2(2+\pi)}{4} + \frac{\pi x^2}{8}$$

$$A_T = \frac{120x - 2x^2(2+\pi) + \pi x^2}{8}$$

$$A_T = \frac{120x - x^2(4 + 2\pi - \pi)}{8}$$

$$A_T = \frac{120x - x^2(4 + \pi)}{8}$$

$$A_T = \frac{-x^2(4 + \pi) + 120x}{8}$$

$$A(x) = \frac{-x^2(4+\pi)+120x}{8}$$

Claramente el valor que tome el área va a depender del valor de x (base de la ventana), siendo esta entonces la variable independiente.

b) Determine las dimensiones de la ventana que admite la mayor cantidad de luz.

Como x^2 está negativa, la parábola tendrá punto máximo, donde bastará encontrar el valor de x del vértice, para conocer la dimensión máxima de la ventana.

$$X_v = \frac{-b}{2a}$$

$$X_v = \frac{-120}{-2\cdot(4+\pi)}$$

$$X_v = \frac{120}{8+2\pi}$$

$$X_v = 8.4015$$

$$X_v \approx 8.4$$

El valor máximo que se le asignara a la variable “X” entonces será de 8.4, para que pueda tomar la máxima área. Al remplazar los valores en la formula general entonces obtendremos:

$$A(x) = \frac{-x^2(4+\pi)+120x}{8}$$

$$A(8.4) = \frac{-(8.4)^2(4+3.14)+120(8.4)}{8}$$

$$A(8.4) = \frac{-(70.56)(7.14)+(1008)}{8}$$

$$A(8.4) = \frac{-503.8+1008}{8}$$

$$A(8.4) = \frac{504.2}{8} = 63.0252$$

$$A(8.4) = 63.0252\ pies^2$$

Cuando la base de la ventana sea de 8.4 pies (valor de x) el área será máxima alcanzando el valor de $63.0252\ pies^2$, admitiendo así la mayor cantidad de luz.

3.) El peso de la tierra

Según un modelo logístico basado en el supuesto de que la Tierra no puede soportar más de 40.000 millones de personas, la población mundial (en miles de millones) t años después de 1960 está dada por una función de la forma:

$$P(t) = \frac{40}{1 + Ce^{-kt}}$$

Donde C y k, son constantes positivas.

a) **Encuentre el modelo de manera que concuerde con los datos, si se sabe que la población mundial era aproximadamente 3.000 millones de personas en 1960 y de 4.000 millones en 1975.**

Año	t	Población (en miles de millones)
1960	0	3
1975	15	4

Variable independiente: Años transcurridos después de 1960 (t)

Variable dependiente: Población (en miles de millones)

Para poder analizar el modelo que nos concuerde con los datos que manejamos es necesario calcular las constantes C y k.

Para calcular la constante "C" es necesario trabajar con el año 1960, puesto que en ese momento el valor "t" es igual a cero y dejará la exponencial "e^{-kt}" con valor igual a "1".

$P(t) = \frac{40}{1+Ce^{-kt}}$; es el modelo inicial

Si analizamos el momento t=0, $P(0) = 3$ (mil millones)

$$3 = \frac{40}{1 + Ce^{-k \cdot 0}}$$

$$3 = \frac{40}{1+Ce^{0}}$$

$$3 = \frac{40}{1 + C}$$

$$3 + 3C = 40$$

$$3C = 37$$

$$C = 12{,}3 \approx 12$$

Ahora que ya manejamos el valor de la constante "C", analizaremos el modelo para el año 1975, ya que así el valor que tomara "t" será igual a 15 y el valor de la constante "k" no se nos eliminara, quedándonos:

$P(15) = 4$ (mil millones)

$$4 = \frac{40}{1+12e^{-k \cdot 15}}$$

$$4 + 48e^{-15k} = 40$$

$48e^{-15k} = 36$

$e^{-15k} = 0{,}75$

$-15k = -0{,}29$

$k = 0{,}02$

b) ¿Qué predice el modelo con respecto a la población mundial para el año 2011 y 2020?

Como ya tenemos el valor de las constantes C y k, sólo basta saber el tiempo (años) que han trascurrido desde 1960 hasta el año pedido y reemplazar dicho valor:

-Para el año 2011 habrán transcurrido 51 años, por lo tanto tenemos que $\mathrm{t} = 51$.

$$P(t) = \frac{40}{1 + Ce^{-kt}}$$

Con $\mathrm{C} = 12$ y $\mathrm{k} = 0{,}02$ obtenemos lo siguiente:

$$\mathrm{P}(51) = \frac{40}{1 + 12 \cdot e^{-0{,}02 \cdot 51}}$$

$\mathrm{P}(51) = 7{,}51$ (mil millones)

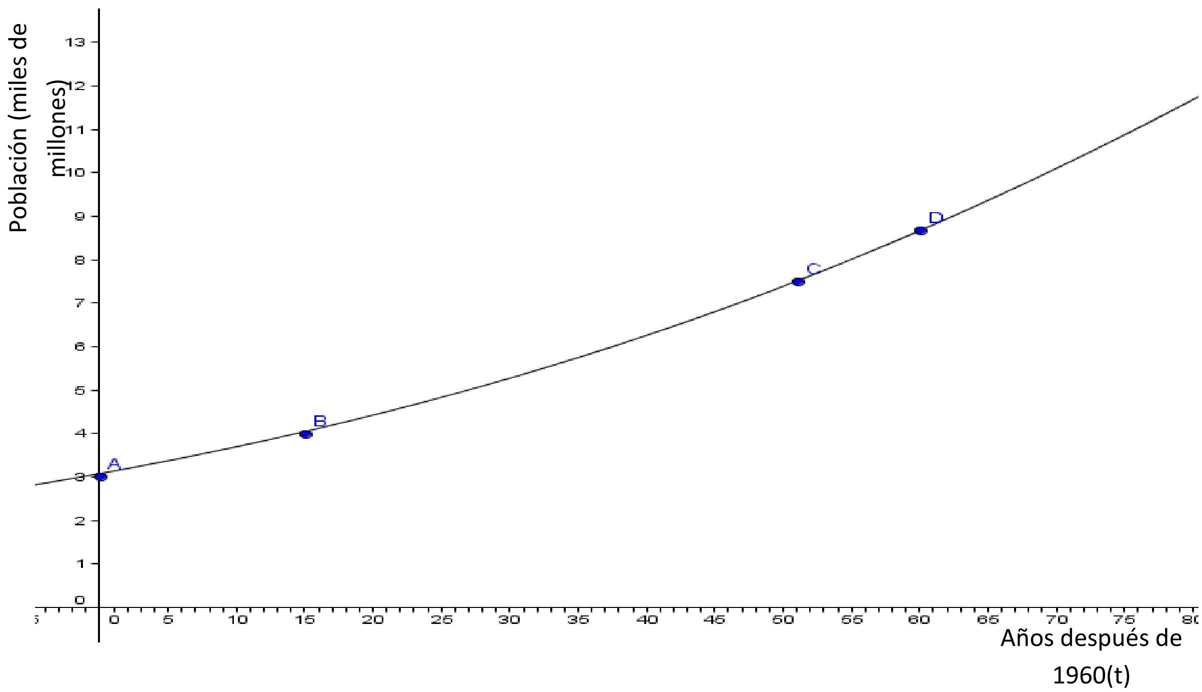
-Para el año 2020, $t = 60$:

$$P(60) = \frac{40}{1 + 12 \cdot e^{-0{,}02 \cdot 60}}$$

$P(60) = 8{,}67$ (mil millones)

c) Grafique la función y analice qué sucede con el paso del tiempo, si las condiciones se mantienen.

Año	t	Población (miles de millones)
1960	0	3
1975	15	4
2011	51	7,51
2020	60	8,67



Según la gráfica de nuestro modelo, estamos frente a una función exponencial (creciente), por lo tanto, si las condiciones se mantienen la población irá creciendo exponencialmente con el paso de los años.

PAUTAS DE VALIDACIÓN POST TEST

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática
Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	Miguel Friz
Título / Grado Académico	Doctor
Institución a la que pertenece	UBB
Línea de Investigación	Formación de Profesores

Item	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Las economías de escala en la operación de la escuela secundaria	X		
2. Construyendo cajas para repartir pizzas.	X		
3. Predicción del número de infectados.	X		

Firma profesor

Chillán, 22 de Octubre de 2013.

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento

Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	RODRIGO E. PANES Ch.
Título / Grado Académico	MG. DD. MM.
Institución a la que pertenece	UBB
Línea de Investigación	DIDACTICA DE LA MATEMATICA

Item	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Las economías de escala en la operación de la escuela secundaria	✓		Los descritos en el instrumento
2. Construyendo cajas para repartir pizzas.	✓		
3. Predicción del número de infectados.	✓		

Firma profesor

Chillán, 23 de Octubre de 2013.

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

Facultad de Educación y Humanidades

Departamento de Ciencias de la Educación

Escuela de Pedagogía en Educación Matemática

Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	Luis Alberto Friz Roa
Título / Grado Académico	Doctor Cs. de la Ingeniería, Mención Matemática
Institución a la que pertenece	U. del Bío-Bío
Línea de Investigación	Ecuaciones Diferenciales Parciales

Item	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. ***Economies of scale in high school operation***	X		
2. **Construyendo cajas para repartir pizzas.**	X		
3. **Predicción del número de infectados.**	X		

Firma profesor

Chillán, 23 de Octubre de 2013.

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento
Facultad de Educación y Humanidades
Departamento de Ciencias de la Educación
Escuela de Pedagogía en Educación Matemática
Planilla de Valoración

Estimado profesor, rogamos completar la siguiente planilla con sus datos y luego marcando con una X si el ejercicio planteado es pertinente o no y posteriormente, si fuese necesario, anotar alguna observación.

Nombre	Ivo Basso B.
Título / Grado Académico	Prof. de Mat. / Mg. en Matem.
Institución a la que pertenece	Universidad del Bío-Bío
Línea de Investigación	Algebras No-Asociativas

Item	Pertinente	No pertinente	Observaciones
1. Las economías de escala en la operación de la escuela secundaria	✓		
2. Construyendo cajas para repartir pizzas.	✓		El enunciado "secciones medias" puede resultar confuso.
3. Predicción del número de infectados.	✓		

Firma profesor

Chillán, 24 de Octubre de 2013.

TEST

Nombre:______________________________ **Rut:**___________ **Fecha:**_______

INSTRUCCIONES:

- El test debe ser desarrollado de manera INDIVIDUAL.
- Cuenta con 80 minutos para desarrollar el test.
- Conteste con letra legible y evite borrones.
- Cada ejercicio debe ir acompañado de su respectivo desarrollo y resultado.
- Se permite el uso de calculadora (el uso de celulares y otros aparatos tecnológicos está estrictamente prohibido).

1.) *En la investigación ¨Economies of scale in high school operation¨ de J. Rew, el autor estudió datos desde los años 60 en los gastos para los establecimientos educacionales que van desde las 150 a los 2400 inscripciones. Los datos que él observó fueron los que se plantean en la siguiente tabla:*

Inscripciones	200	600	1000	1400	1800
Costo por estudiante (en dólares)	667,4	545	461	415,4	408,2

a) Elabore un gráfico que presente los datos. ¿A qué función se asemeja? (5 puntos)

b) Elabore un modelo matemático que permita relacionar los datos anteriormente expuestos. (15 puntos)

c) Acorde al modelo que elaboró anteriormente, ¿qué cantidad de estudiantes es la que produce el mínimo costo por estudiante? (5 puntos)

2.) Construyendo cajas para repartir pizzas.

Se desea construir una caja para pizzas, de base cuadrada y 3 cm. de altura. Para esto se utilizará una lámina rectangular de cartón de 2484 cm2, a la que sólo se le cortará cuadrados iguales en las esquinas y en sus secciones medias, doblando las partes restantes.

a) Diseña un esquema de la caja sin armar. (3 puntos)

b) Determina la longitud del lado de la base de la caja. (5 puntos)

c) Explica dos métodos para encontrar el valor de la base y justifica. (10 puntos)

3.) Predicción del número de infectados.

Martes 21 de Julio de 2009 19:01
Defunciones por influenza humana en Chile llegan a 68 y contagios a 11.293 casos.
En tanto, el último informe del Minsal indica que 709 personas contagiadas permanece en estado de gravedad. (Extracto de una noticia)

De acuerdo a la información dada responde las siguientes preguntas:

a) Identifica las variables en juego en el problema inicial, haciendo referencia a cuál es la dependiente y la independiente. (3 puntos)

b) Dada la siguiente tabla de valores que hace referencia al número de infectados con la Influenza Humana (N1H1), esbozar la gráfica. De acuerdo a lo estudiado, ¿a qué tipo de función se asemeja? (2 puntos)

c) Predecir la cantidad de contagiados. Para ello determina un modelo matemático que se ajuste a los datos de la tabla. (10 puntos)

Día	Contagiados
0	2
6	4
15	13
68	11.293
70	14518

PAUTA POST-TEST

Nombre:____________________________ **Rut:**______________ **Fecha:**________

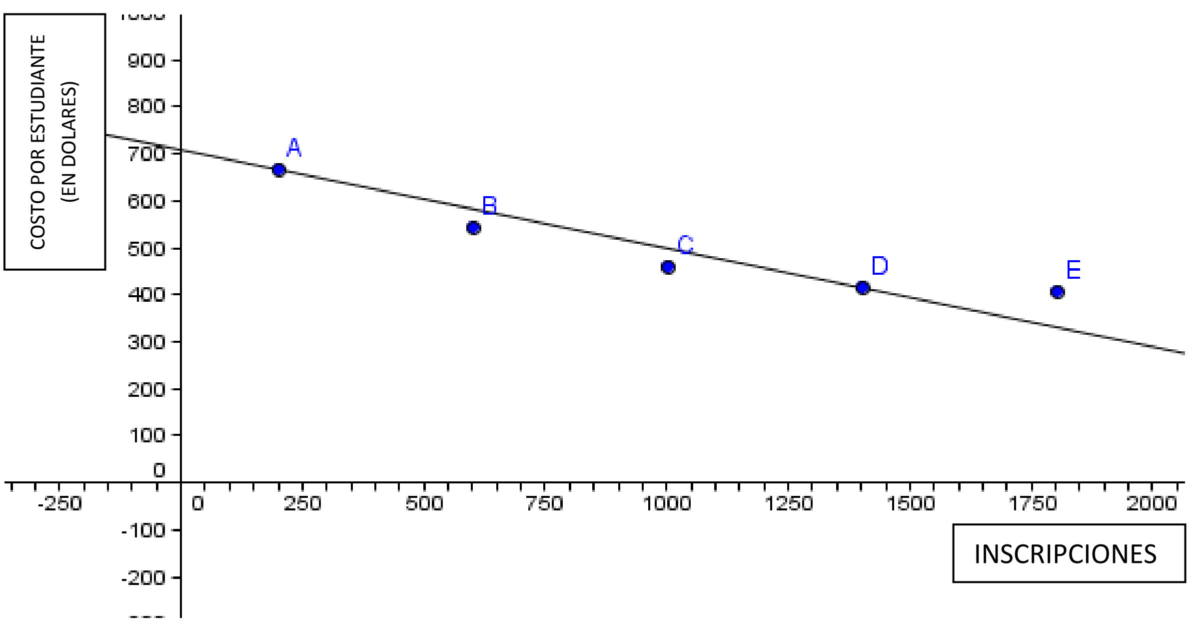
INSTRUCCIONES:

- El test debe ser desarrollado de manera INDIVIDUAL.
- Cuenta con 80 minutos para desarrollar el test.
- Conteste con letra legible y evite borrones.
- Cada ejercicio debe ir acompañado de su respectivo desarrollo y resultado.
- Se permite el uso de calculadora (el uso de celulares y otros aparatos tecnológicos está estrictamente prohibido).

1.) En la investigación ¨Economies of scale in high school operation¨ de J. Rew, el autor estudió datos desde los años 60 en los gastos para los establecimientos educacionales que van desde las 150 a los 2400 inscripciones. Los datos que él observó fueron los que se plantean en la siguiente tabla:

Inscripciones	200	600	1000	1400	1800
Costo por estudiante (en dólares)	667,4	545	461	415,4	408,2

a) Elabore un gráfico que presente los datos. ¿A qué función se asemeja? (5 puntos)



Se asemeja a una función lineal, pero es necesario realizar un ajuste lineal, considerando que la variable independiente (x) será la cantidad de inscripciones y la variable dependiente (y) será el costo por estudiante en dólares. Del gráfico podemos inferir que a medida que aumentan las inscripciones el costo por estudiante va disminuyendo.

b) Elabore un modelo matemático que permita relacionar los datos anteriormente expuestos. (15 puntos)

Para elaborar un modelo matemático realizaremos un ajuste lineal:

Una función lineal es de la forma $y = mx + n$

Para calcular la pendiente (m) tomaremos los puntos $A: (200, 667.4)$ y $D: (1400, 415.4)$ del gráfico anterior.

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{667.4 - 415.4}{200 - 1400} = \frac{252}{-1200} = -0.21$$

Luego el valor del coeficiente de posición (n) estará dado por:

$$667.4 = -0.21 \cdot 200 + n$$

$$667.4 = -42 + n$$

$$709.4 = n$$

Una vez encontrados m y n, el modelo será el siguiente: $y = -0.21x + 709.4$

c) Acorde al modelo que elaboró anteriormente, ¿qué cantidad de estudiantes es la que produce el mínimo costo por estudiante? (5 puntos)

Para calcular el costo mínimo por estudiante sólo debemos considerar que el costo sea igual a cero, es decir, $y = 0$:

$$0 = -0.21x + 709.4$$

$$0.21x = 709.4$$

$$x = \frac{709.4}{0.21}$$

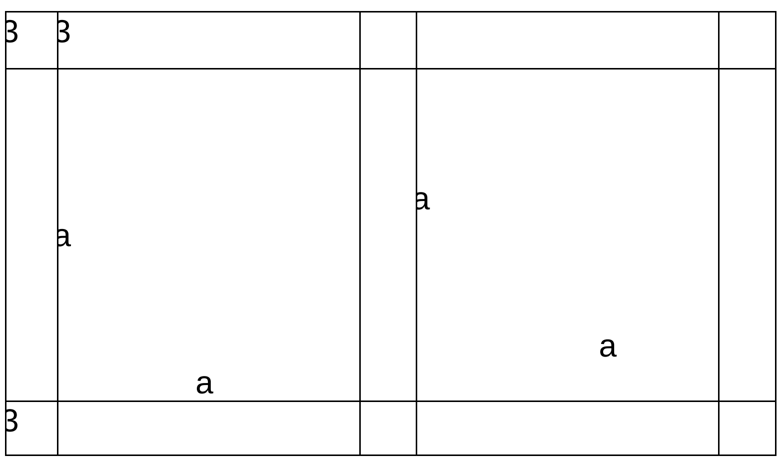
$$x \approx 3378$$

La cantidad de inscripciones debe ser aproximadamente de 3378 estudiantes para que el costo sea mínimo.

2.) Construyendo cajas para repartir pizzas.

Se desea construir una caja para pizzas, de base cuadrada y 3 cm. de altura. Para esto se utilizará una lámina rectangular de cartón de 2484 cm2, a la que sólo se le cortará cuadrados iguales en las esquinas y en sus secciones medias, doblando las partes restantes.

a) Diseña un esquema de la caja sin armar.



b) Determina la longitud del lado de la base de la caja.

Área total: 2484 cm^2

Bases: 2(a^2 cm^2)

Lados: 7(3a) cm^2

Esquinas: 6(9) cm^2

Por lo tanto:

$2a^2 + 21a + 54 = 2484$

$2a^2 + 21a - 2430 = 0$

Según la fórmula general de segundo grado:

$$a = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 4(2)(-2430)}}{4}$$

$$a = \frac{-21 \pm \sqrt{441 + 19440}}{4}$$

$$a = \frac{-21 \pm \sqrt{19881}}{4}$$

$$a = \frac{-21 \pm 141}{4}$$

$$a_1 = \frac{-21 + 141}{4}$$

$$a_1 = 30$$

$$a_2 = \frac{-21 - 141}{4}$$

$$a_2 = -40{,}5$$

Al considerar ambos valores la longitud de la caja, esta al ser distancia solo puede ser positiva, por lo tanto tomaremos $a_1 = 30$.

Entonces la longitud del lado de la base de la caja es 30 cm.

c) Explica dos métodos para encontrar el valor de la base y justifica.

<u>**Método uno:**</u>

El explicado anteriormente para encontrar la base de la caja de pizza.

Método dos:

Fijándonos en la lámina rectangular de cartón y según las indicaciones dadas, podemos deducir que:

$\text{Largo: } 2x + 9$

$\text{Ancho: } x + 6$

Por lo que su área estará dada por:

$$\text{Largo x Ancho} = (2x + 9) \cdot (x + 6)$$

$$= 2x^2 + 12x + 9x + 54$$

$$= 2x^2 + 21x + 54$$

Sabiendo que el área total del rectángulo es $2484\ \text{cm}^2$, podemos representar todo por:

$$2x^2 + 21x + 54 = 2484$$

$$2x^2 + 21x - 2430 = 0$$

Ahora asignaremos valores a “x” de manera de encontrar el valor que corresponda a la ecuación, y nos cumpla con la igualdad a cero.

$$2x^2 + 21x - 2430 = 0$$

Analizando el discriminante de la ecuación de segundo grado, nos quedaría:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (21)^2 - 4(2)(-2430)$$

$$\Delta = 441 + 19440$$

$$\Delta = 19881$$

Al tener discriminante positivo corresponderá tener dos raíces reales distintas.

Valor de "x"	Valor de la ecuación	Cumple/no cumple
1	-2407	No cumple
2	-2380	No cumple
3	-2349	No cumple
4	-2314	No cumple
5	-2275	No cumple
6	-2232	No cumple
7	-2185	No cumple
8	-2134	No cumple
9	-2079	No cumple
10	-2020	No cumple
11	-1957	No cumple
12	-1890	No cumple
13	-1819	No cumple
14	-1744	No cumple
15	-1665	No cumple

Valor de "x"	Valor de la ecuación	Cumple/no cumple
16	-1582	No cumple
17	-1495	No cumple
18	-1404	No cumple
19	-1309	No cumple
20	-1210	No cumple
21	-1107	No cumple
22	-1000	No cumple
23	-889	No cumple
24	-774	No cumple
25	-655	No cumple
26	-532	No cumple
27	-405	No cumple
28	-274	No cumple
29	-139	No cumple
30	0	Cumple

Al saber que $x = 30$, corresponde a una de las soluciones de la ecuación, la utilizaremos para hallar la otra solución de la ecuación.

Utilizando división de polinomios (Ruffini)

	2	21	-2430
30		60	2430
	2	81	0

Por lo tanto podemos decir que la otra solución está dada por $2x + 81 = 0$

Entonces $x = -40.5$

Finalmente podemos concluir que las dos soluciones de la ecuación serán:

$X_1 = 30$

$X_2 = -40.5$

Deduciendo que de ambos métodos trabajados llegamos a las mismas soluciones, pero el valor correcto según el contexto del problema sería que la base de la caja mide 30 cm.

3.) Predicción del número de infectados.

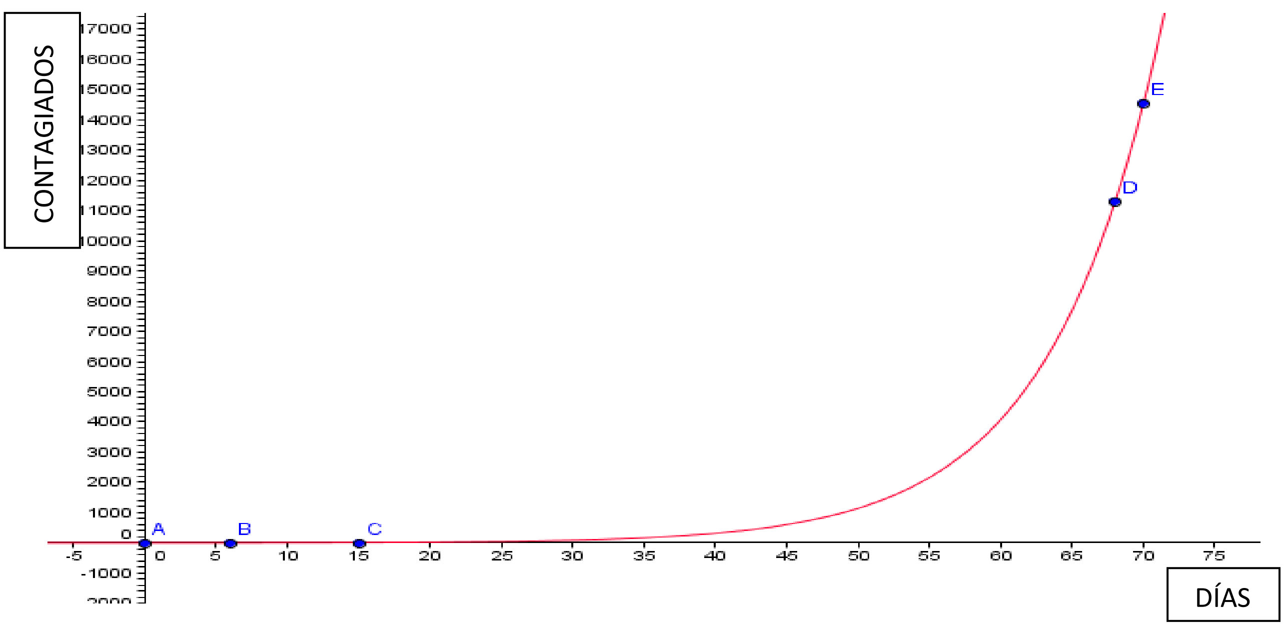
Martes 21 de Julio de 2009 19:01

Defunciones por influenza humana en Chile llegan a 68 y contagios a 11.293 casos.
En tanto, el último informe del Minsal indica que 709 personas contagiadas permanece en estado de gravedad. (Extracto de una noticia)
De acuerdo a la información dada responde las siguientes preguntas:

a) Identifica las variables en juego en el problema inicial, haciendo referencia a cuál es la dependiente y la independiente. (3 puntos)

Las variables en juego son la cantidad de días y el número de contagiados, de las cuales podemos identificar que la primera sería la variable independiente y la segunda la variable dependiente respectivamente.

b) Dada la siguiente tabla de valores que hace referencia al número de infectados con la Influenza Humana (N1H1), esbozar la gráfica. De acuerdo a lo estudiado, ¿a qué tipo de función se asemeja? (2 puntos)



La gráfica refleja una función exponencial, ya que claramente a medida que transcurren los días la cantidad de contagiados aumenta de manera muy acelerada, por lo tanto la función es creciente.

c) Predecir la cantidad de contagiados para 90 días. Para ello determina un modelo matemático que se ajuste a los datos de la tabla. (10 puntos)

Día	Contagiados
0	2
6	4
15	13
68	11.293
70	14.518

Como la gráfica indica que estamos en presencia de una función exponencial, nuestro modelo debería ser de la siguiente forma:

$$y = C \cdot e^{-kt}$$

Donde y representa la cantidad de contagiados después de t días, C y k son constantes.

Para calcular la constante C tomamos $t = 0$, por lo tanto $y = 2$.

$$2 = C \cdot e^{-k \cdot 0}$$

$$2 = C \cdot e^{0}$$

$$2 = C \cdot 1$$

$$2 = C$$

Luego calculamos la constante k, para esto tomaremos $t = 68$, lo que implica que $y = 11.293$:

$$11.293 = 2 \cdot e^{-k \cdot 68}$$

$$5.646{,}5 = e^{-68k} \quad /ln$$

$$\ln 5.646{,}5 = -68k$$

$$k = \frac{\ln 5.646{,}5}{-68}$$

$$k = -0{,}12704104 \ldots.$$

$$k \approx -0{,}1270$$

Una vez obtenidos los valores de las constantes C y k reemplazamos en la ecuación exponencial y obtenemos el modelo:

$$y = C \cdot e^{-kt}$$

$$y = 2e^{0,1270t}$$

Luego para calcular los contagiados en el día 90 sólo debemos reemplazar $t = 90$, obteniendo lo siguiente:

$$y = 2e^{0,1270 \cdot 90}$$

$$y = 2e^{11.43}$$

$$y = 184084$$

Con esto concluimos que en el día 90 habrá un total de 184084 contagiados.

MATRIZ DE DATOS (EXCEL)

	VENTA DE YUGOS	CATEGORÍA 1: Integración de los aspectos conceptuales.					
		SUBCAREGORÍA 1: Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema.			SUBCATEGORÍA 2: Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema.		
	Nombre / Criterios asociados	Significado de variable.	Reconocimiento de variables.	Comprensión de los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	Establecimiento de relación causal entre las variables.	Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema.	Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema.
Rúbrica	1	No da significado a las variables.	No reconoce las variables.	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	No establece relación alguna entre las variables.	No reconoce la variable independiente.	No menciona los objetos matemáticos relevamtes en el problema.
	2	Da significado erróneo a las variables.	Reconoce de manera errónea las variables.	Comprende erróneamente los conceptos.	Relaciona de manera incorrecta las variables.	Se equivoca al indicar cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes del problema.
	3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.	Reconoce solamente en el gráfico, ubicando correctamente en los ejes.	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.	Relaciona las variables, pero no fundamenta adecuadamente.	Reconoce cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes pero no logra llegar a estos.
	4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.	Reconoce e indica variable dependiente e independiente.	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera	Indica claramente las causas de una variable sobre la otra.	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.	Menciona y logra llegar a los objetos matemáticos relevantes del problema.
1	Dominique Araneda	1	1	1	1	1	1
2	Vladimir Bustos	1	3	3	4	1	1
3	Evelyn Contreras	4	3	1	1	1	1
4	Juan Carlos González	2	3	1	3	1	1
5	Jorge Groz	1	3	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	1	1	4	4	1	1

	VENTA DE YUGOS	CATEGORÍA 2: Integración de los aspectos procedimentales.						
		SUBCATEGORÍA 1: Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema.				SUBCATEGORÍA 2: Matematización.		
	Nombre / Criterios asociados	Organización de datos del problema.	Utilización de sistemas de representación.	Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema.	Conexión entre los datos del problema.	Propiedades y algoritmos.	Planteamiento de ecuaciones.	Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos.
Rúbrica	1	No logra organizar los datos del problema.	No utiliza sistemas de representación.	No asigana unidades de medida.	No conecta los datos del problema.	No utiliza propiedades ni algoritmos.	No plantea ecuaciones.	No presenta modelo matemático.
	2	Organiza mal los datos del problema,	No utiliza adecuadamente sistemas de representación.	Asigana unidades de medida de manera errónea.	Conecta mal los datos del problema.	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.	Plantea ecuaciones incorrectas.	Presenta un modelo matemático incorrecto.
	3	Organiza los datos del problema.	Utiliza sistemas de representación pero de manera incompleta.	Asigana unidades de medida sólo en el gráfico.	Conecta los datos del problema, pero no los utiliza todos.	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.	Plantea ecuaciones pero no justifica.	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
	4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.	Utiliza sistemas de representación de manera completa.	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.	Conecta y utiliza correctamente todos los datos del problema.	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.	Plantea y justifica las ecuaciones resultantes.	Formula un modelo matemático y genera conclusiones
1	Dominique Araneda	2	2	2	2	1	1	1
2	Vladimir Bustos	3	3	1	3	1	1	1
3	Evelyn Contreras	3	4	3	3	1	1	1
4	Juan Carlos González	2	3	1	2	1	1	1
5	Jorge Groz	3	3	1	3	1	1	1
6	Alexis Yáñez	3	3	1	3	1	1	1

	LUZ DE UNA VENTANA	CATEGORÍA 1: Integración de los aspectos conceptuales.					
		SUBCAREGORÍA 1: Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema.			SUBCATEGORÍA 2: Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema.		
	Nombre / Criterios asociados	Significado de variable.	Reconocimiento de variables.	Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento.	Establecimiento de relación causal entre las variables.	Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema.	Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema.
Rúbrica	1	No da significado a las variables.	No reconoce las variables.	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	No establece relación alguna entre las variables.	No reconoce la variable independiente.	No menciona los objetos matemáticos relevamtes en el problema.
	2	Da significado erróneo a las variables.	Reconoce de manera errónea las variables.	Comprende erróneamente los conceptos.	Relaciona de manera incorrecta las variables.	Se equivoca al indicar cual es la variable independiente.	Menciona solo algunos objetos matemáticos relevantes del problema.
	3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.	Recooce y trabaja de manera incompleta, las variables.	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.	Relaciona las variables, pero no fundamenta adecuadamente.	Reconoce cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes pero no logra llegar a estos
	4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.	Recoce y trabaja correctamente con las variables.	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera concreta	Indica claramente las causas de una variable sobre la otra.	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.	Menciona y logra llegar a los objetos matemáticos relevantes del problema.
1	Dominique Araneda	1	1	1	1	1	1
2	Vladimir Bustos	1	1	1	1	1	1
3	Evelyn Contreras	1	2	1	1	1	2
4	Juan Carlos González	1	3	1	2	1	3
5	Jorge Groz	1	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	1	1	1	1	1	1

	LUZ DE UNA VENTANA	CATEGORÍA 2: Integración de los aspectos procedimentales.						
		SUBCATEGORÍA 1: Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema.				SUBCATEGORÍA 2: Matematización.		
	Nombre / Criterios asociados	Organización de datos del problema.	Utilización de sistemas de representación.	Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema.	Conexión entre los datos del problema.	Propiedades y algoritmos.	Planteamiento de ecuaciones.	Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos.
Rúbrica	1	No logra organizar los datos del problema.	No utiliza sistemas de representación.	No asigana unidades de medida.	No conecta los datos del problema.	No utiliza propiedades ni algoritmos.	No plantea ecuaciones.	No presenta modelo matemático.
	2	Organiza mal los datos del problema,	No utiliza adecuadamente sistemas de representación.	Asigana unidades de medida de manera errónea.	Conecta mal los datos del problema.	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.	Plantea ecuaciones incorrectas.	Presenta un modelo matemático incorrecto.
	3	Organiza los datos del problema.	Utiliza sistemas de representación pero de manera incompleta.	Asigana unidades de medida sólo en el gráfico.	Conecta los datos del problema, pero no los utiliza todos.	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.	Plantea ecuaciones pero no justifica.	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
	4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.	Utiliza sistemas de representación de manera completa.	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.	Conecta y utiliza correctamente todos los datos del problema.	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.	Plantea y justifica las ecuaciones resultantes.	Formula un modelo matemático y genera conclusiones respecto a él
1	Dominique Araneda	1	1	1	1	1	2	1
2	Vladimir Bustos	1	1	1	1	1	1	1
3	Evelyn Contreras	2	1	1	3	3	2	2
4	Juan Carlos González	3	3	1	4	3	3	3
5	Jorge Groz	1	1	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	1	1	1	1	1	1	1

	EL PESO DE LA TIERRA	CATEGORÍA 1: Integración de los aspectos conceptuales.					
		SUBCAREGORÍA 1: Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema.			SUBCATEGORÍA 2: Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema.		
	Nombre / Criterios asociados	Significado de variable.	Reconocimiento de variables.	Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento.	Establecimiento de relación causal entre las variables.	Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema.	Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema.
Rúbrica	1	No da significado a las variables.	No reconoce las variables.	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	No establece relación alguna entre las variables.	No reconoce la variable independiente.	No menciona los objetos matemáticos relevamtes en el problema.
	2	Da significado erróneo a las variables.	Reconoce de manera errónea las variables.	Comprende erróneamente los conceptos.	Relaciona de manera incorrecta las variables.	Se equivoca al indicar cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes del problema.
	3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.	Reconoce solamente en el gráfico, ubicando correctamente en los ejes.	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.	Relaciona las variables, pero no fundamenta adecuadamente.	Reconoce cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes pero no logra llegar a
	4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.	Reconoce e indica variable dependiente e independiente.	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera	Indica claramente las causas de una variable sobre la otra.	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.	Menciona y logra llegar a los objetos matemáticos relevantes del problema.
1	Dominique Araneda	1	1	1	1	1	1
2	Vladimir Bustos	1	1	1	1	1	3
3	Evelyn Contreras	1	1	1	1	1	1
4	Juan Carlos González	1	1	1	1	1	1
5	Jorge Groz	1	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	1	1	1	1	1	1

	EL PESO DE LA TIERRA	CATEGORÍA 2: Integración de los aspectos procedimentales.						
		SUBCATEGORÍA 1: Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema.				SUBCATEGORÍA 2: Matematización.		
	Nombre / Criterios asociados	Organización de datos del problema.	Utilización de sistemas de representación.	Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema.	Conexión entre los datos del problema.	Propiedades y algoritmos.	Planteamiento de ecuaciones.	Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos.
Rúbrica	1	No logra organizar los datos del problema.	No utiliza sistemas de representación.	No asigana unidades de medida.	No conecta los datos del problema.	No utiliza propiedades ni algoritmos.	No plantea ecuaciones.	No presenta modelo matemático.
	2	Organiza mal los datos del problema,	No utiliza adecuadamente sistemas de representación.	Asigana unidades de medida de manera errónea.	Conecta mal los datos del problema.	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.	Plantea ecuaciones incorrectas.	Presenta un modelo matemático incorrecto.
	3	Organiza los datos del problema.	Utiliza sistemas de representación pero de manera incompleta.	Asigana unidades de medida sólo en el gráfico.	Conecta los datos del problema, pero no los utiliza todos.	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.	Plantea ecuaciones pero no justifica.	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
	4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.	Utiliza sistemas de representación de manera completa.	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.	Conecta y utiliza correctamente todos los datos del problema.	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.	Plantea y justifica las ecuaciones resultantes.	Formula un modelo matemático y genera conclusiones
1	Dominique Araneda	1	1	1	1	1	1	1
2	Vladimir Bustos	2	1	1	3	3	2	1
3	Evelyn Contreras	1	1	1	1	1	1	1
4	Juan Carlos González	1	1	1	1	1	1	1
5	Jorge Groz	1	1	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	1	1	1	1	1	1	1

LAS ECONOMÍAS DE ESCALA EN LA OPERACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA.		CATEGORÍA 1: Integración de los aspectos conceptuales.					
		SUBCAREGORÍA 1: Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema.			SUBCATEGORÍA 2: Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema.		
Nombre	Criterios asociados	Significado de variable.	Reconocimiento de variables.	Comprensión de los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	Establecimiento de relación causal entre las variables.	Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema.	Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema.
Rúbrica	1	No da significado a las variables.	No reconoce las variables.	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	No establece relación alguna entre las variables.	No reconoce la variable independiente.	No menciona los objetos matemáticos relevamtes en el problema.
	2	Da significado erróneo a las variables.	Reconoce de manera errónea las variables.	Comprende erróneamente los conceptos.	Relaciona de manera incorrecta las variables.	Se equivoca al indicar cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes del problema.
	3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.	Reconoce solamente en el gráfico, ubicando correctamente en los ejes.	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.	Relaciona las variables, pero no fundamenta adecuadamente.	Reconoce cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes pero no logra llegar a estos.
	4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.	Reconoce e indica variable dependiente e independiente.	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera concreta.	Indica claramente las causas de una variable sobre la otra.	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.	Menciona y logra llegar a los objetos matemáticos relevantes del problema.
1	Dominique Araneda	4	3	3	4	3	4
2	Vladimir Bustos	3	2	4	3	2	3
3	Evelyn Contreras	4	4	2	4	4	3
4	Juan Carlos González	3	3	1	4	3	1
5	Jorge Groz	3	3	4	2	3	1
6	Alexis Yáñez	1	1	3	1	1	2

LAS ECONOMÍAS DE ESCALA EN LA OPERACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA.		CATEGORÍA 2: Integración de los aspectos procedimentales.						
		SUBCATEGORÍA 1: Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema.				SUBCATEGORÍA 2: Matematización.		
Nombre	Criterios asociados	Organización de datos del problema.	Utilización de sistemas de representación.	Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema.	Conexión entre los datos del problema.	Propiedades y algoritmos.	Planteamiento de ecuaciones.	Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos.
Rúbrica	1	No logra organizar los datos del problema.	No utiliza sistemas de representación.	No asigana unidades de medida.	No conecta los datos del problema.	No utiliza propiedades ni algoritmos.	No plantea ecuaciones.	No presenta modelo matemático.
	2	Organiza mal los datos del problema,	No utiliza adecuadamente sistemas de representación.	Asigana unidades de medida de manera errónea.	Conecta mal los datos del problema.	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.	Plantea ecuaciones incorrectas.	Presenta un modelo matemático incorrecto.
	3	Organiza los datos del problema.	Utiliza sistemas de representación pero de manera incompleta.	Asigana unidades de medida sólo en el gráfico.	Conecta los datos del problema, pero no los utiliza todos.	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.	Plantea ecuaciones pero no justifica.	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
	4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.	Utiliza sistemas de representación de manera completa.	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.	Conecta y utiliza correctamente todos los datos del problema.	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.	Plantea y justifica las ecuaciones resultantes.	Formula un modelo matemático y genera conclusiones respecto a él.
1	Dominique Araneda	4	4	3	4	4	4	4
2	Vladimir Bustos	3	4	3	3	3	3	2
3	Evelyn Contreras	4	4	4	4	3	3	2
4	Juan Carlos González	4	3	2	3	2	2	2
5	Jorge Groz	2	3	2	2	2	2	3
6	Alexis Yáñez	2	3	2	2	1	2	1

CONSTRUYENDO CAJAS PARA REPARTIR PIZZAS		CATEGORÍA 1: Integración de los aspectos conceptuales.					
		SUBCAREGORÍA 1: Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema.			SUBCATEGORÍA 2: Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema.		
Nombre	Criterios asociados	Significado de variable.	Reconocimiento de variables.	Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento.	Establecimiento de relación causal entre las variables.	Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema.	Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema.
Rúbrica	1	No da significado a las variables.	No reconoce las variables.	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	No establece relación alguna entre las variables.	No reconoce la variable independiente.	No menciona los objetos matemáticos relevamtes en el problema.
	2	Da significado erróneo a las variables.	Reconoce de manera errónea las variables.	Comprende erróneamente los conceptos.	Relaciona de manera incorrecta las variables.	Se equivoca al indicar cual es la variable independiente.	Menciona solo algunos objetos matemáticos relevantes del problema.
	3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.	Recooce y trabaja de manera incompleta, las variables.	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.	Relaciona las variables, pero no fundamenta adecuadamente.	Reconoce cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes pero no logra llegar a estos.
	4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.	Recoce y trabaja correctamente con las variables.	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera concreta.	Indica claramente las causas de una variable sobre la otra.	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.	Menciona y logra llegar a los objetos matemáticos relevantes del problema.
1	Dominique Araneda	1	2	2	2	2	2
2	Vladimir Bustos	2	3	1	1	2	2
3	Evelyn Contreras	3	4	4	4	4	4
4	Juan Carlos González	4	3	3	3	3	3
5	Jorge Groz	3	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	1	2	2	3	3	3

CONSTRUYENDO CAJAS PARA REPARTIR PIZZAS		CATEGORÍA 2: Integración de los aspectos procedimentales.						
		SUBCATEGORÍA 1: Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema.				SUBCATEGORÍA 2: Matematización.		
Nombre	Criterios asociados	Organización de datos del problema.	Utilización de sistemas de representación.	Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema.	Conexión entre los datos del problema.	Propiedades y algoritmos.	Planteamiento de ecuaciones.	Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos.
Rúbrica	1	No logra organizar los datos del problema.	No utiliza sistemas de representación.	No asigana unidades de medida.	No conecta los datos del problema.	No utiliza propiedades ni algoritmos.	No plantea ecuaciones.	No presenta modelo matemático.
	2	Organiza mal los datos del problema,	No utiliza adecuadamente sistemas de representación.	Asigana unidades de medida de manera errónea.	Conecta mal los datos del problema.	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.	Plantea ecuaciones incorrectas.	Presenta un modelo matemático incorrecto.
	3	Organiza los datos del problema.	Utiliza sistemas de representación pero de manera incompleta.	Asigana unidades de medida sólo en el gráfico.	Conecta los datos del problema, pero no los utiliza todos.	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.	Plantea ecuaciones pero no justifica.	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
	4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.	Utiliza sistemas de representación de manera completa.	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.	Conecta y utiliza correctamente todos los datos del problema.	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.	Plantea y justifica las ecuaciones resultantes.	Formula un modelo matemático y genera conclusiones respecto a él.
1	Dominique Araneda	2	2	2	2	1	1	1
2	Vladimir Bustos	2	3	3	2	2	2	2
3	Evelyn Contreras	3	4	4	4	4	4	4
4	Juan Carlos González	3	3	3	3	3	3	3
5	Jorge Groz	2	1	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	3	2	2	3	3	3	3

PREDICCIÓN DEL NÚMERO DE INFECTADOS.		CATEGORÍA 1: Integración de los aspectos conceptuales.					
		SUBCAREGORÍA 1: Reconocimiento de los conceptos involucrados en el problema.			SUBCATEGORÍA 2: Articulación y significado que le dan a los conceptos en el contexto del problema.		
Nombre	Criterios asociados	Significado de variable.	Reconocimiento de variables.	Comprensión de los conceptos de crecimiento y decrecimiento.	Establecimiento de relación causal entre las variables.	Reconocimiento de la variable independiente en el contexto del problema.	Significado de los objetos matemáticos relevantes expresados en lenguaje del problema.
Rúbrica	1	No da significado a las variables.	No reconoce las variables.	No menciona los conceptos de crecimiento o decrecimiento.	No establece relación alguna entre las variables.	No reconoce la variable independiente.	No menciona los objetos matemáticos relevamtes en el problema.
	2	Da significado erróneo a las variables.	Reconoce de manera errónea las variables.	Comprende erróneamente los conceptos.	Relaciona de manera incorrecta las variables.	Se equivoca al indicar cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes del problema.
	3	Da significado a cada variable, es decir, indica que representa cada una.	Reconoce solamente en el gráfico, ubicando correctamente en los ejes.	Comprende los conceptos pero no fundamenta su respuesta.	Relaciona las variables, pero no fundamenta adecuadamente.	Reconoce cual es la variable independiente.	Menciona los objetos matemáticos relevantes pero no logra llegar a estos.
	4	Da significado a cada variable y además les asigna una magnitud.	Reconoce e indica variable dependiente e independiente.	Comprende claramente los conceptos, fundamentando su respuesta de manera concreta.	Indica claramente las causas de una variable sobre la otra.	Reconoce y argumenta su elección de variable independiente.	Menciona y logra llegar a los objetos matemáticos relevantes del problema.
1	Dominique Araneda	3	3	2	1	1	2
2	Vladimir Bustos	2	2	3	3	3	4
3	Evelyn Contreras	4	3	3	3	2	4
4	Juan Carlos González	2	4	2	4	3	2
5	Jorge Groz	2	2	1	1	3	1
6	Alexis Yáñez	3	2	2	2	1	3

PREDICCIÓN DEL NÚMERO DE INFECTADOS.		CATEGORÍA 2: Integración de los aspectos procedimentales.						
		SUBCATEGORÍA 1: Organización de la información. Condiciones y restricciones del problema.				SUBCATEGORÍA 2: Matematización.		
Nombre	Criterios asociados	Organización de datos del problema.	Utilización de sistemas de representación.	Asignación de unidades de medida de acuerdo al problema.	Conexión entre los datos del problema.	Propiedades y algoritmos.	Planteamiento de ecuaciones.	Explicitación o formulación del modelo en términos matemáticos.
Rúbrica	1	No logra organizar los datos del problema.	No utiliza sistemas de representación.	No asigana unidades de medida.	No conecta los datos del problema.	No utiliza propiedades ni algoritmos.	No plantea ecuaciones.	No presenta modelo matemático.
	2	Organiza mal los datos del problema,	No utiliza adecuadamente sistemas de representación.	Asigana unidades de medida de manera errónea.	Conecta mal los datos del problema.	Utiliza erróneamente propiedades y algoritmos.	Plantea ecuaciones incorrectas.	Presenta un modelo matemático incorrecto.
	3	Organiza los datos del problema.	Utiliza sistemas de representación pero de manera incompleta.	Asigana unidades de medida sólo en el gráfico.	Conecta los datos del problema, pero no los utiliza todos.	Utiliza propiedades y algoritmos, pero no concreta resultados.	Plantea ecuaciones pero no justifica.	Formula un modelo matemático sin justificarlo o sacar conclusiones.
	4	Organiza y utiliza correctamente cada dato del problema.	Utiliza sistemas de representación de manera completa.	Asigna unidades de medida cada vez que es necesario.	Conecta y utiliza correctamente todos los datos del problema.	Utiliza propiedades y algoritmos, concretando resultados.	Plantea y justifica las ecuaciones resultantes.	Formula un modelo matemático y genera conclusiones respecto a él.
1	Dominique Araneda	2	4	3	3	2	3	3
2	Vladimir Bustos	4	3	2	3	4	4	4
3	Evelyn Contreras	4	3	4	4	4	4	4
4	Juan Carlos González	3	2	3	2	1	2	2
5	Jorge Groz	1	1	1	1	1	1	1
6	Alexis Yáñez	2	3	2	2	3	3	3