



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO  
FACULTAD DE EDUCACION Y HUMANIDADES  
PEDAGOGIA EDUCACION MATEMATICA

# **INCIDENCIA DE LA VISUALIZACIÓN EN LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE DISTRIBUCIÓN DE DATOS**

Profesor Guía: Francisco Rodríguez A.

Autores:

Katerin Andrea Castro Zapata  
Sebastián Manuel Huilipán Antimán  
Daniel Benjamín Soto Hoffmann

Chillán, 2013

## INDICE

<a href="#">Introducción.....</a>	<a href="#">3</a>
<a href="#">Capítulo 1.....</a>	<a href="#">4</a>
<a href="#">1.0. Planteamiento del Problema.....</a>	<a href="#">4</a>
<a href="#">Capítulo 2.....</a>	<a href="#">8</a>
<a href="#">2.0. Marco Teórico.....</a>	<a href="#">8</a>
<a href="#">Capítulo 3.....</a>	<a href="#">24</a>
<a href="#">3.0. Diseño Metodológico.....</a>	<a href="#">24</a>
3.2. Población y Muestra .....	24
3.2.1. Población .....	25
3.2.2. Muestra .....	25
3.3. Instrumentos para Recoger Información.....	25
<a href="#">Capítulo 4.....</a>	<a href="#">26</a>
<a href="#">4.0. Resultados.....</a>	<a href="#">26</a>
Capítulo 5 .....	34
Conclusiones.....	34
6.0 Anexos.....	36
Bibliografía.....	40

## Introducción

La enseñanza de la estadística y probabilidad ha estado presente en el curriculum de la enseñanza básica y media en Chile, desde hace aproximadamente 20 años y desde sus inicios ha presentado algunas dificultades. Motivo por el cual es necesario indagar cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes a nivel de enseñanza básica en relación al concepto de distribución y de las medidas numéricas tales como promedio, mediana y moda.

Shaughnessy (2007) menciona que la enseñanza de estadística debe desarrollar la capacidad de leer, analizar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos. Es por ello que se debe utilizar las herramientas que están a nuestro alcance para lograr este fin. Por lo cual, la presente investigación permitirá evidenciar si el uso de las Tecnologías de la información y comunicación (TICs) en la enseñanza-aprendizaje de la estadística en la introducción del concepto de distribuciones y resúmenes de datos cuantitativos presente en el Curriculum de la enseñanza básica-media en nuestro país. Lo cual permitiría en los alumnos del sistema escolar un mayor anclaje de conceptos estadísticos para lograr tener una sociedad estadísticamente alfabetizada.

Así el objetivo principal de la investigación es comparar el nivel de habilidades de visualización e interpretación de distribuciones de información y su efecto sobre las medidas de tendencia central, como de los argumentos explícitos para justificar los procesos de codificación de los alumnos de octavo año de educación general básica de un establecimiento de la comuna de Chillán<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Actividad de Titulación asociada al PROYECTO REGULAR UBB 124823 3/R. NIVELES DE COMPETENCIA, CONOCIMIENTO Y USO PROFESIONAL DE LAS TIC, QUE POSEEN ESTUDIANTES DE INGRESO Y TÉRMINO EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE ( FID): UN ESTUDIO COMPARATIVO.

# Capítulo 1

## 1.0. Planteamiento del Problema

### 1.1. Justificación del Problema

Como se mencionó anteriormente la introducción de la estadística y probabilidad en el currículo nacional data aproximadamente de hace dos décadas, no obstante los estudios en relación a conocer las habilidades desarrolladas por los estudiantes a nivel de enseñanza básica y media en Chile son escasos. (Rodríguez y Sandoval, 2012)

Junto con ello el texto de Behar G. “Enseñanza y aprendizaje de la estadística: Mitos y Barreras” (2004) menciona que los estudiantes desarrollan una actitud negativa hacia la estadística y la probabilidad, debido a que lo perciben como una materia monótona, aburrida y desarrollan un sentimiento de frustración, lo cual favorece más aun la incomprensión de conceptos en el ámbito de las distribuciones y las medidas de tendencia central.

No obstante lo anterior los alumnos deben adquirir habilidades en la lectura e interpretación de resúmenes numéricos como así también de las representaciones gráficas, es por ello que resulta de interés investigar las dificultades que poseen los estudiantes de octavo año básico de establecimientos educacionales de la ciudad de Chillán en la influencia de la visualización en la modelización de distribuciones mediante el software Fathom (versión 2.3L), como también el rol de las medidas de tendencia central en ellas.

## 1.2. Antecedentes y problema de estudio

El currículum de matemática tiene como propósito que los alumnos y alumnas adquieran conocimientos básicos de la disciplina, a la vez que desarrolle el pensamiento lógico; las habilidades de deducir, formular y resolver problemas; y moldear situaciones o fenómenos. Su aprendizaje enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo. (Ministerio de Educación, 2004).

Los aprendizajes de matemática se organizan en los Ejes: Números y Operaciones, Álgebra, Geometría y Datos y Azar. En este último, el cual es el eje central de esta investigación, los aprendizajes se desarrollan considerando las habilidades que se interrelacionan entre sí:

- a. Procesamiento de datos: *“Se refiere a las habilidades para clasificar, organizar, resumir y representar datos en distintos formatos, tales tablas y gráficos.”* (Ministerio de Educacion, 2009)
- b. Interpretación de la Información: *“Se refiere a las habilidades para analizar críticamente y obtener información a partir de datos organizados en tablas y gráficos.”* (Ministerio de Educacion, 2009)
- c. Comprensión del azar: *“Se refiere a la comprensión y uso de un lenguaje de probabilidades, y a la habilidad para determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos, en forma experimental y teórica, a partir de fenómenos aleatorios y el análisis de resultados.”* (Ministerio de Educacion, 2009)
- d. Razonamiento matemático: *“Se refiere a la habilidad para resolver problemas, reconocer patrones, formular preguntas pertinentes y hacer conjeturas a partir de datos o situaciones en las que interviene el azar, así como a la capacidad para argumentar acerca de la validez de respuestas a las preguntas formuladas y acerca de las conjeturas propuestas.”* (Ministerio de Educación, 2009)

Esto nos lleva a la problemática a investigar sobre cuál es el grado de comprensión que poseen los alumnos sobre visualización e interpretación de distribuciones de información y su efecto sobre las medidas de tendencia central, como de los argumentos explícitos para justificar los procesos de codificación de estos, debido a la complejidad de los contenidos,

las herramientas existentes para su enseñanza y a la motivación y aplicación que poseen los alumnos hacia estos, para así lograr la comprensión adecuada de la idea de distribución y conceptos relacionados por los profesores que tienen que enseñar este tema.

En este trabajo evaluamos la comprensión de 2 grupos de alumnos de un establecimiento educacional de la ciudad de Chillán, enfocándonos en los conceptos básicos que subyacen en la idea de distribución, en particular sobre los gráficos estadísticos, medidas de tendencia central y dispersión.

### **1.3. Pregunta de Investigación**

¿Favorece el uso de herramientas tecnológicas la comprensión del concepto de distribución y el modelamiento de información cuantitativa?

### **1.4. Objetivos de la Investigación**

#### **1.4.1. Objetivo General**

Comparar el nivel de habilidades de visualización e interpretación de distribuciones de información y su efecto sobre las medidas de tendencia central, como de los argumentos explícitos para justificar los procesos de codificación de los alumnos de octavo año de educación general básica de un establecimiento de la comuna de Chillán.

#### **1.4.2. Objetivos Específicos**

- Describir el dominio de las habilidades de visualización e interpretación del concepto de distribución de información en alumnos de octavo año de Educación General Básica.
- Tipificar los errores en la visualización del concepto de distribución de información en alumnos de octavo año de Educación General Básica.

# Capítulo 2

## 2.0. Marco Teórico

### 2.1. Alfabetización Estadística

La estadística es parte del curriculum en la educación, básica, media y superior en muchos países desde hace aproximadamente dos décadas, pero en los últimos años se ha notado un creciente interés por mejorar su enseñanza debido a las distintas dificultades que han presentado los estudiantes (Batanero, 2002), por otro lado según Bangdiwala (Revista Chil. Salud Pública 2008; Vol 12: 196-198), la alfabetización estadística es una dificultad en el alumnado es así que según él: *“Creo que gran parte de la responsabilidad es de nosotros mismos, los que damos las clases, que no hacemos un buen esfuerzo”* primeramente va en quienes enseñan la estadística en los distintos niveles educativos pero ahí un progreso significativo por mejorar.

Uno de los beneficios principales al tener una sociedad estadísticamente alfabetizada según Bangdiwala (2008) *“La gente podría darse cuenta cuándo le están mintiendo, qué les están diciendo, entendería los gráficos, comprendería mejor cuando le dicen los riesgos de no usar el cinturón de seguridad, sin necesitar una ley que obligue a usarlo. Las personas entenderían mejor si supieran algo de estadística y no cometerían tantos errores”*. También Wallman (1993), quien argumenta que la alfabetización estadística es la habilidad para entender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que intervienen en la vida diaria y apreciar las contribuciones que el pensamiento estadístico puede hacer en las decisiones personales, profesionales, públicas y privadas.

En países como España, por ejemplo en la educación primaria, se incluye un bloque sobre el tratamiento de la información, azar y probabilidad, en el que, para el primer ciclo se incluyen, entre los contenidos, la descripción verbal de los conceptos, obtención de información cualitativamente e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos y utilización de técnicas elementales para la

recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos. Los criterios de evaluación para los alumnos de este ciclo sugieren realizar interpretaciones elementales de los datos presentados en gráficas de barras, así como formular y resolver problemas que intervenga la lectura de gráficos. Sin embargo, en la educación secundaria se da mayor énfasis a la estadística y probabilidad al separarla del bloque de las funciones y gráficas. (Batanero, 2007).

Es por esto que se sugiere también un cambio en la metodología de enseñanza: Una estadística basada en las aplicaciones y centrada en el análisis de datos reales, indicando que los contenidos de este bloque adquieren su pleno significado cuando se presentan en conexión con actividades que implican a otras áreas de conocimiento. Asimismo se insiste en la necesidad de incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones de los medios de comunicación, y en fomentar la valoración del beneficio que los conocimientos estadísticos proporcionan ante la toma de decisiones. (Batanero, 2007).

La finalidad de los currículum de los diferentes países, incluyendo el de Chile, es desarrollar el razonamiento estadístico, el cual es diferente del razonamiento matemático, siendo ambos esenciales en la sociedad moderna y complementándose en reforzar el currículo global de matemáticas para los estudiantes. (Scheaffer, 2006 y Batanero, 2007).

El razonamiento estadístico, según diversos autores, entre los que se encuentran Hawkins (1990), Schuyten (1990) y Rubin (1989), coincidieron que el *“razonamiento estadístico tiene que ver con la comprensión de las hipótesis subyacentes a los diversos procedimientos y de los efectos de su no cumplimiento, interpretación de los problemas generales y derivación de los problemas particulares, capacidad de elección del análisis más adecuado, análisis de los resultados y aceptación de las limitaciones respecto a las conclusiones, etc.”*

En cambio el razonamiento matemático, se conoce como: *“el razonar con un problema matemático lógicamente para llegar a las respuestas. Involucra el intento por identificar qué es importante y qué no lo es para resolver un problema y para explicar o justificar una solución”*. (Barbero, Holgado, Vila, Chacón, 2007)

## **2.2. Modelización y distribución como parte del currículo**

La enseñanza de la Estadística ha cobrado gran desarrollo en las últimas décadas y algunos países han dedicado grandes esfuerzos a diseñar el currículo y los materiales de enseñanza. El mayor peso que se da a la Estadística en los diferentes niveles educativos, tanto en España como en otros países, requiere una intensa preparación de los profesores, para permitirles abordar con éxito los objetivos educativos correspondientes. Muchos profesores precisan incrementar su conocimiento, no sólo sobre la materia, sino también sobre los aspectos didácticos del tema. (Batanero, 2001).

Pero viendo las necesidades de los alumnos; Garfield y sus colegas establecen que uno de los prerrequisitos que deben tener los estudiantes antes de estudiar las distribuciones muestrales, siendo éstas la piedra angular de la inferencia estadística (Wild y Seber, 2000), es la idea de distribución: es decir, describir distribuciones de datos, caracterizar su forma, centro, dispersión y variabilidad, o sea familiarizarse con distribuciones comunes como la uniforme, la binomial y la normal (Ramírez, 2008).

## **2.3. Modelización en Estadística**

Un modelo es siempre una abstracción hecha sobre una realidad observada, en la que por lo general se han hecho importantes simplificaciones (Arango, 2000). De acuerdo a esto, los modelos no reproducen la realidad, sino que pueden formular una planificación sobre ella, y siempre una hipótesis resultante de una simplificación que resulta de prescindir de un cierto número de variables, lo que supone inevitablemente la no consideración de una serie de factores componentes de la realidad que realmente entran en el juego (Checkland, 1994).

Considerando lo anterior, la estadística a pesar de contar con una axiomática satisfactoria, es quizás la única rama de las matemáticas donde prosiguen hoy día las discusiones sobre la interpretación de conceptos básicos. (Batanero, 2001)

Es por ello que si el profesor no es consciente de esta problemática, difícilmente podrá comprender algunas dificultades de sus estudiantes, quienes necesitan materializar en ejemplos concretos los conceptos y modelos matemáticos. (Batanero, 2001)

Es en este escenario es donde el modelamiento de los fenómenos a través de datos y representaciones gráficas adquiere vital importancia para comprender en mundo actual. Por ello es que la estadística es hoy parte del currículo de las matemáticas desde la educación primaria hasta la secundaria en muchos países, debido a su utilidad en la vida diaria, como también el rol que juega en otras disciplinas, la necesidad del conociendo estocástico básico para muchas profesiones y su importancia para el razonamiento crítico (Batanero 2001).

En particular las representaciones gráficas tienen un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos como en la representaciones de los distintos fenómenos de la vida moderna, debido a que dicha área del saber resulta ser un instrumento de transnumeración (formas básicas de razonamiento estadístico) que consiste en obtener una nueva información o al cambiar de un sistema de representación a otro (Wild, 1999).

En Chile se ha generado una tradición en la forma de articular el contenido matemático, reduciéndose la enseñanza a un trabajo basado en algoritmos que no permite a los estudiantes comprender el rol de la matemática en la sociedad (Aravena, 2001). Esta forma de enseñanza arraigada en los sistemas educativos ha sido perjudicial para obtener mayores logros en los aprendizajes de nuestros estudiantes, en particular en los establecimientos municipalizados, donde se acrecienta aún más la diversidad. (Aravena, 2001)

Se agrega, además, que cuando se enseña un contenido matemático específico, tanto en Chile como en numerosos países, muchos alumnos no reconocen lo que están aprendiendo, con qué objetivos, cómo se integra el contenido con otras áreas, siendo esto una de las principales causas del fracaso en matemática (Jorba 1996; Aravena 2001).

En este contexto, el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC), durante el año 2009, aprobó un nuevo marco curricular para el Sistema Escolar chileno, siendo uno de los aspectos más relevantes el hecho que los contenidos de Modelamiento de Datos (estadísticas) son incorporados desde el primer año básico en el sector de Matemática, con la finalidad de desarrollar el razonamiento probabilístico, modelamiento de datos e interpretación de ellos, habilidades propias de la Estadística.

Si bien esta incorporación de contenidos propuesta en el nuevo marco curricular es necesaria y relevante, ello supone condiciones básicas para su aplicación en el aula, así pues el conocimiento, dominio y competencias asociadas a la estadística por parte de los profesores resulta clave. Según Batanero (2001) y Arteaga (2010), puesto que habitualmente los profesores suponen que la elaboración de tablas y gráficos es muy sencilla y dedican poco tiempo a su enseñanza. Sin embargo, elaborar una tabla de frecuencia o un gráfico supone, una primera reducción estadística compleja, puesto que se trata de transformar los valores originales (de un fenómeno o hecho) de la realidad en representaciones de datos o valores individuales y/o grupales.

Al mismo tiempo, los diagnósticos efectuados en Chile, dan cuenta que la formación educativa es poco coherente con las necesidades locales y globales, no se entrega una formación con visión de futuro, no se promueve la cultura, la ciencia y las materias y temas escolares no satisfacen las demandas del entorno, ni se responde a los requerimientos actuales y futuros para enfrentar desafíos del desarrollo sustentable. Esta consideración está claramente planteada en la actual Reforma Educativa, donde se coloca en evidencia que el objetivo de esta área debe ser que los alumnos adquieran los

conocimientos considerados imprescindibles para satisfacer las necesidades matemáticas habituales de un ciudadano adulto en la sociedad actual y futura. (Aravena, 2001)

En los últimos años, las investigaciones en Didáctica de la Matemática dan cuenta que uno de los temas que ha concitado la atención es el diseño de actividades basado en la modelización de situaciones reales y de las ciencias, “transformándose en una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos” (Aravena, 2002).

En diferentes países y condiciones, su inclusión en el currículo ha permitido desarrollar capacidades de tipo cognitivas, metacognitivas y de formación transversal que ayudan a comprender el rol de la matemática en una sociedad moderna (Niss, 1992). Entre las que concitan nuestro interés se destaca: organizar e interpretar información, la matematización de situaciones, la creatividad, el interés por el descubrimiento, la capacidad de analizar e interpretar ejemplos actuales a través de la matemática (Alsina, 1998). Ayuda además a desarrollar habilidades comunicativas, mediante la explicitación de ideas, la comunicación de métodos y justificación de procesos (Alsina, 1998). Se coloca en evidencia que “en una sociedad en la que los ciudadanos van a ser enfrentados a resolver problemas, hacer estimaciones, tomar decisiones, el modelaje favorece la comprensión de los conceptos y métodos matemáticos y permite una visión global de la matemática” (Aravena, 2002)

Otros estudios señalan que las habilidades asociadas a geometría, datos y azar son descendidas en los estudiantes en Formación Inicial Docente, también señalan, que las habilidades propias de la Comprensión Lectora tales como codificación, descodificación, re-organización de información, entre otras, pueden tener un grado de correlación con los procesos de razonamiento y resolución de problemas matemáticos (Rubilar, 2010).

En otras palabras, las habilidades asociadas a la resolución de problemas matemáticos, específicamente, en los referido a representaciones gráficas de datos tendrían alguna

relación con los procesos de comprensión lectora, toda vez que la lectura supone procesos de descodificación e interpretación de grafema (letras o números), y la interpretación de gráficos supone procesos de descodificación y codificación de información representada en un grafema (gráfico). (Rodríguez y Sandoval, 2012)

En este contexto resulta vital no sólo saber si los estudiantes son capaces de interpretar correctamente la información a partir de una representación gráfica, si no además, saber cuáles son sus dificultades para comprender dicha información en los procesos de lectura (descodificación), análisis e interpretación, así cómo la representación de fenómenos reales (codificación). (Rodríguez y Sandoval, 2012)

Siguiendo la idea anterior, la enseñanza de la estadística, generalmente se basa en graficar información cuantitativa vía histogramas sin dedicar tiempo para “hacer hablar” la representación gráfica y dar cuenta del mensaje que guardan los datos detrás de la representación gráfica, siendo lo que más importa es la representación de la realidad representada más que el mero calculo numérico (Gal, 2002).

En este contexto, se espera que los docentes puedan enseñar a representar (codificar), analizar e interpretar (decodificar) información gráfica a sus estudiantes que serán los futuros ciudadanos del mundo. En otras palabras, como sostiene Mooney (2002), se debe aprender una racionalidad estadística que permita a los individuos descodificar, describir, analizar, codificar e interpreta la información representada gráficamente.

## **2.4. Concepto de Distribución**

Los valores de una variable sirven para describir o clasificar individuos o distinguir entre ellos. La mayoría de nosotros hacemos algo más que simplemente describir, clasificar o distinguir, porque tenemos ideas respecto a las frecuencias relativas de los valores de una variable. En estadística decimos que la variable tiene una función de probabilidad, una función de densidad de probabilidad o simplemente una función de distribución (Badii & Castillo, 2007).

De acuerdo a esto, las distribuciones de probabilidad están relacionadas con la distribución de frecuencias. De hecho, podemos pensar en la distribución de probabilidad como una

distribución de frecuencias teórica. Una distribución de frecuencias teórica es una distribución de probabilidades que describe la forma en que se espera que varíen los resultados. Debido a que estas distribuciones tratan sobre expectativas de que algo suceda, resultan ser modelos útiles para hacer inferencias y tomar decisiones de incertidumbre (Badii et al., 2007a, 2007b).

Analizando el concepto de distribución, el diccionario de la real academia española lo define como; “Dividir algo entre varias personas, designando lo que a cada una corresponde, según voluntad, conveniencia, regla o derecho” o visto desde la perspectiva matemática como la “Función que representa las probabilidades que definen una variable aleatoria o un fenómeno aleatorio.”

De acuerdo a esto autores como Konold y colaboradores (1997) analizan las barreras críticas en el aprendizaje de la estadística, en su estudio en la comparación de distribuciones, formalmente, se genera a partir de las medidas de posición central y dispersión de las variables, sugieren que algunos estudiantes ni siquiera usan intuitivamente la media aritmética para comparar dos conjuntos de datos, por lo tanto se centran en las frecuencias absolutas y no en las relativas, cuando están comparando dos conjuntos de datos, incluso cuando las muestras eran de tamaño muy diferentes. Esto sucede dado que algunos estudiantes no ven el dato como un valor de una variable, sino consideran solo datos aislados.

Por otro lado Bakker (2004) mencionan que los estudiantes no ven los resúmenes estadísticos como la media o rango como propiedades de la distribución. Shaughnessy y Ciancetta (2002) estudian el razonamiento de los estudiantes al comparar distribuciones de datos. En algunos casos, sólo consideran las medidas de posición central, y son incapaces de pasar de ellas a la distribución. Al pedir a los estudiantes que escriban una distribución con un valor dado de la media o mediana, los estudiantes se limitan a repetir valores muy similares o equidistantes de la medida de posición central.

Godino y cols. (1997) estudian la forma en que los estudiantes comparan dos distribuciones. Como estrategias correctas encuentran el comparar las medias o el reducir el conjunto de datos a una sola variable, restando los valores correspondientes, en el caso de muestras relacionadas y comparar luego la media con cero. En una serie de trabajos, Watson y colaboradores clasifican las estrategias de los estudiantes al comparar distribuciones de acuerdo al modelo jerárquico solo, definiendo niveles de comprensión. En el primer nivel de la jerarquía descrita por la autora, los estudiantes son capaces de comparar conjuntos de igual tamaño, mientras que en el segundo se comparan conjuntos de datos de diferente tamaño. Las estrategias de los estudiantes incluyen razonamiento proporcional y comparación de las gráficas y de las medidas de posición central de los dos grupos.

## **2.5. Errores Comunes en profesores y alumnos (medidas de tendencia central)**

Godino y Batanero (1994) proponen un marco teórico sobre el significado de un objeto matemático, partiendo como noción primitiva de la situación-problemática y resaltando la génesis personal e institucional del conocimiento matemático. Godino (1996), menciona *"el problema de la comprensión está, por consiguiente, íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se*

*desarrollan estos componentes?” (pg. 418). (Proceedings of the 20<sup>th</sup> PME Conference (v.2, pp. 417-424). Universidad de Valencia, España).*

Shaughnessy (2007) señala que muchos de los errores descritos en las investigaciones sobre comprensión de gráficos enmascaran otros relacionados con la comprensión de la distribución. Estas investigaciones se han centrado preferentemente en dos puntos:

– Describir errores en la construcción de gráficos por parte de los estudiantes. Algunos de estos errores son: confusión de los ejes en el gráfico, representación incorrecta de los intervalos en un histograma de frecuencias, representar variables no relacionadas en una misma gráfica o usar un gráfico no adecuado para los datos representados.

– Definir niveles jerárquicos en la lectura e interpretación de gráficos. Por ejemplo Friel, Curcio y Bright (2001) diferencian entre “leer entre los datos” (lectura literal del gráfico sin interpretar la información contenida en el mismo), “leer dentro de los datos” (interpretación e integración de los datos en el gráfico), “leer más allá de los datos” (predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico) y “leer detrás de los datos” (valorar críticamente el método de recogida de datos su validez y fiabilidad). Algunos estudiantes representan variables no relacionadas sobre una misma gráfica; lo que indica que no comprenden el propósito de una gráfica conjunta ni discriminan las situaciones en que dos variables estadísticas son o no comparables.

Por otro lado, unos pocos estudiantes intercambian los ejes en las gráficas, representando las frecuencias en el eje abscisa y los valores de la variable en el eje ordenada, confundiendo la variable dependiente e independiente en la distribución de frecuencias de la variable estadística mostrando un error similar al descrito por Ruiz (2006) en un estudio sobre comprensión de la variable aleatoria.

Bruno y Espinel (2005; 2007) en su estudio confirman que la interpretación de gráficos es una habilidad altamente compleja y las dificultades en futuros profesores, a pesar de que han de transmitir el lenguaje gráfico a sus alumnos y utilizarlo como herramienta en su vida profesional.

Es así como también Rodríguez y Sandoval (2012) mencionan errores en la representación de gráficos, encontraron una serie de errores conceptuales que hacen sospechar de los conocimientos o la aplicación de ellos por parte de los estudiantes o profesores en ejercicio. Al momento de interpretar una representación gráfica, Rodríguez y Sandoval (2012) *“Resulta vital no sólo saber si los estudiantes son capaces de interpretar correctamente la información a partir de una representación gráfica, si no además, saber cuáles son sus dificultades para comprender dicha información en los procesos de lectura (descodificación), análisis e interpretación, así cómo la representación de fenómenos reales (codificación)”*.

Después de tener una noción más amplia en relación de los errores comunes que se observan en la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central, podemos ver lo complicado que puede resultar en algunos casos este proceso, por ello primeramente debemos ver las habilidades que presentan los estudiantes en estos contenidos para luego centrarnos en la repercusión presentada en este tema, para el mejoramiento de la comprensión y desarrollo de nuevas formas de aprendizaje.

## **2.6. Las TICS en la Educación Estadística**

A partir de la década de los 80, la introducción de tecnología informática a la enseñanza de la Matemática cubre la necesidad de poner a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de conceptos y contenidos. Ayuda a resolver problemas y lo que es más importante contribuye a desarrollar nuevas capacidades cognitivas, puntualmente hablando en este caso, para desarrollar habilidades de visualización e interpretación de distribuciones de información.

Según Santos Trigo (2001) las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y realizan cálculos de manera eficiente y precisa. Cuando disponen de herramientas tecnológicas, los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas.

De acuerdo con Azinian (1998) algunas de las posibilidades que brinda la utilización de este tipo de aplicaciones esta relacionadas con la:

- Interactividad e inmediatez: la posibilidad de producir modificaciones, dar respuestas y requerir acciones, con inmediatez y fluidez, permite, entre otras cosas, la exploración dinámica de representaciones y el control de una secuencia de acciones. Con una misma construcción es posible visualizar varias situaciones, como por ejemplo construir las alturas en un triángulo acutángulo y luego transformar el triángulo de modo que sea obtusángulo o rectángulo para ver qué ocurre con las alturas en éstos.
- Capacidad de almacenamiento y de recuperación de la información: esto posibilita el almacenamiento, para su posterior revisión, de la traza del trabajo de los alumnos, de la ruta que han seguido. Esta capacidad, combinada con la citada en primer término, facilita la visualización del proceso dinámico de obtención de un producto después de una serie de transformaciones, y no sólo la imagen final con todos los elementos acumulados. Así el estudiante puede revisar su estrategia de construcción y hacer consciente su proceso de pensamiento, desarrollando estrategias meta cognitivas. Este tipo de trabajo ayuda a comprender qué son y para qué sirven los conceptos y relaciones (aprendizaje significativo).
- Múltiples formas de representación en un mismo medio: textual, gráfica, tabular, auditiva, icónica, espacial. Dado que los conceptos se materializan mediante una representación y el aprendizaje de un concepto está asociado al desarrollo de la capacidad de traducir de uno a otro tipo de representación, la exploración dinámica, el paso de uno a otro tipo, puede permitir que el alumno descubra información que estaba implícita o puede obligarle a crear información para mejorar la precisión. Esta capacidad de múltiples formas de representación, unida a la de almacenamiento y facilidad de recuperación de la información, permite la creación de un entramado de relaciones dinámicas de gran riqueza conceptual. En particular, podemos extender a la exploración de representaciones gráficas, por lo que la exploración visual permite al alumno lograr una comprensión intuitiva de los conceptos, proveyendo un fundamento cognitivo sobre el cual pueden construirse teorías matemáticas significativas.
- Polivalencia, versatilidad: el mismo medio puede usarse de diversas maneras, ampliando enfoques. El estudiante puede construir figuras a partir de conocimientos previos, o sin usar

conocimientos previos y elaborar conjeturas a partir de lo que visualiza en la construcción y apoyarse en ella para demostrar su conjetura.

Así mismo, en Chile, el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC), a partir de 1992, implementa un proyecto piloto denominado ENLACES, con el objetivo de proporcionar a los establecimientos educacionales de infraestructura de redes de comunicación, Internet e Intranet y computadores en las escuelas, y de esta forma ir incorporando las Nuevas Tecnologías de Información y Comunicación a la educación (ENLACES, 2010). En otras palabras, dotar de acceso a recursos TIC y herramientas informáticas para uso educativo.

Gradualmente este proyecto se extendió por el país y se fue potenciando, con el fin de “enriquecer los programas de estudio, proveer a los docentes de nuevas herramientas didácticas y ofrecer a todos los estudiantes las mismas oportunidades de acceder a una mayor cantidad y una mejor calidad de recursos de aprendizaje, independientemente de la ubicación geográfica o nivel socioeconómico de sus establecimientos”. (ENLACES, 2010)

Así por ejemplo, la incorporación de las TIC al proceso educativo “comenzó en la década de los 90 liderado por el Reino Unido y Estados Unidos. Actualmente, más del 90% de las escuelas en los países desarrollados cuenta con equipamiento y está conectada a Internet, principalmente a través de banda ancha” (Peirano y Domínguez, 2008). No obstante, algunos estudios sugieren que “la escuela aún está lejos de superar la brecha digital que la separa de la evolución y desarrollo que la sociedad experimenta fuera de sus muros”. (Isabel Cuadrado G. 2000)

Por lo anteriormente dicho, se puede comprender el esfuerzo de las autoridades y responsables de gestionar las políticas públicas nacionales de la educación, de centrar la atención en los docentes como los actores principales para la incorporación de los recursos TIC en educación, especialmente a nivel de aula. En tal sentido, “las competencias TIC de los docentes constituyen un elemento fundamental para poder generar planes de informática educativa orientados a potenciar las habilidades y conocimientos de los alumnos”.

En este contexto, las experiencias de los años 90 del programa ENLACES permitieron establecer la necesidad de definir estándares de competencias TIC para los profesionales de la educación. El MINEDUC a través del Programa INICIA recoge estas orientaciones para formalizar dichos estándares y evaluarlos en el examen de diagnóstico que se aplicó a los

estudiantes de pedagogía el año 2009, recogiendo antecedentes acerca de las competencias que poseen en dicha área los futuros profesores.

## **2.7. Visualización y Pensamiento Matemático**

Las investigaciones que se realizan hoy en día tanto en Matemática Educativa como en otras disciplinas científicas, están centradas en los temas de la visualización y modelización. Sin embargo, en lo que respecta a la enseñanza de la matemática, estas contribuyen en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, mediante el análisis e interpretación de diferentes formas de representación. Las representaciones, tal como lo señala Castro (1993), son las notaciones simbólicas o gráficas, específicas para cada notación, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos así como sus características y propiedades más relevantes.

En matemáticas, las representaciones están asociadas a las notaciones, signos, figuras y expresiones usuales de esta disciplina. Para pensar y razonar sobre las ideas matemáticas es necesario hacer una representación interna de la misma forma que mantenga posibilidad de operar con tales representaciones. Los signos, gráficos o notaciones, con soporte físico externo, que usamos para la representación tienen un equivalente en la mente del sujeto que los utiliza, lo que hace necesario distinguir entre representaciones externas e internas. Cantoral (2001) por su parte, afirma que para acceder a un desarrollo de la visualización en matemáticas se requiere entre otras cosas, del manejo de un universo de formas gráficas en extenso y rico en significado por parte de quien aprende. En su experiencia con profesores en servicio, en la educación media y superior y con sus estudiantes, han constatado que en el caso en que se logren incorporar elementos visuales como parte de su actividad matemática al enfrentar problemas, entonces se suele manejar a la función no solo como objeto, sino además pueden transitar entre los contextos algebraico, geométrico, numérico, icónico y verbal con cierta versatilidad; en otras palabras, en caso de tener un dominio del contexto visual tanto en la algoritmia, la intuición, así como en la argumentación, será posible entonces el tránsito entre las diversas representaciones.

Así mismo, emplea el término pensamiento matemático para referirse a las formas en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a las matemáticas. Los investigadores

sobre el pensamiento matemático se ocupan de entender cómo interpreta la gente un contenido específico, en nuestro caso las matemáticas. Se interesan por caracterizar o modelar los procesos de comprensión de los conceptos y procesos propiamente matemáticos. El pensamiento matemático incluye por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis. El pensamiento matemático se desarrolla entre los estudiantes en la medida en que ellos estén en condiciones de tomar el control de sus propias actividades matemáticas organizadas por su profesor. Debe aparecer progresivamente en el estudiante a partir de múltiples condicionantes estructurales: debe, por así decirlo, ser el resultado de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos encontrados durante su actividad (Molina, 2004)

En relación al concepto de visualización, encontramos que son muy variadas, algunas de ellas se analizan enseguida, Cantoral (2000):

Generalmente se entiende por visualización la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. En este sentido se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento matemático y, más generalmente, científico. (Arcavi y Hadas, 2000)

La visualización generalmente se refiere a la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar sobre información visual. Castro (1997)

El término visualización se emplea, por lo general, con referencia a figuras o representaciones pictóricas ya sean éstas externas o internas es decir, sobre soporte material (papel, pantalla, etc.) o en la mente. Y el pensamiento visual esta fuertemente ligado a la capacidad para la formación de imágenes mentales también la capacidad para visualizar cualquier concepto matemático, o problema, requiere la habilidad para interpretar y entender información figurativa sobre el concepto, manipularla mentalmente, y expresarla sobre un soporte material.

En general, observamos que el término visualización está asociado con:

- Las representaciones (internas y externas)
- La habilidad para interpretar, transformar y comprender representaciones
- El desarrollo del pensamiento en general

- El lenguaje para comunicar conceptos e ideas matemáticas

En general y desde el punto de vista teórico del proceso de conocimiento, queda claro que la visualización matemática tiene grandes posibilidades de transformarse en pensamiento abstracto o conocimiento teórico matemático. Se ha comprobado prácticamente este hecho, y sus recomendaciones señalan las bondades que su uso sistemático en la enseñanza de la matemática podría representar para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Específicamente, la visualización matemática a la vez que provoca la realización de generalizaciones puede facilitar la comprensión de los argumentos (juicios y razonamientos) que permitan sostener como válidas dichas generalizaciones. Sin embargo no debe entenderse que cualquier forma de visualización tiene garantizada su transformación en pensamiento abstracto, pues suele ocurrir que en algunas ocasiones las generalizaciones que se provoquen vayan en direcciones alternativas con respecto a los conceptos teóricos. Por ello se hace necesario el diseño y validación de las distintas formas de visualización susceptibles de ser usadas en la enseñanza de la matemática.

### Rúbrica utilizada en la investigación por Pérez et al (2008)

Dimensiones	Nivel alto (2)	Nivel medio(1)	Nivel bajo(0)
<b>1.Manejo de contenidos</b>	Los resultados de todos los problemas planteados son totalmente correctos.	Los resultados de todos los problemas planteados son correctos, con pequeños errores de cálculo o de notación.	El resultado de algún problema es incorrecto con gran error de cálculo o de notación.
<b>2.Justificación</b>	La resolución de todos los problemas incluyen explicaciones para	La resolución de casi todos los problemas incluyen explicaciones para facilitar	La resolución de casi ninguno de los problemas incluyen

	facilitar la comprensión.	la comprensión.	explicaciones; no se facilita la comprensión.
<b>3.Datos</b>	En todos los casos los datos están correctamente identificados y determinado su significado.	En todos los casos los datos están correctamente identificados pero no siempre está determinado su significado.	No en todos los casos los datos están correctamente identificados.
<b>4.Aplicación del método</b>	El método se ha utilizado correcta y ordenadamente con todos sus pasos en todos los problemas.	El método se ha utilizado correcta y ordenadamente con todos sus pasos en casi todos los problemas.	El método no se ha utilizado correctamente en casi ningún problema.
<b>5.Eficiencia</b>	En todos los casos se ha elegido el proceso más eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados.	En la mayoría de los casos se ha elegido el proceso más eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados.	En la mayoría de los casos no se ha elegido el proceso más eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados.

## Capítulo 3

### 3.0. Diseño Metodológico

#### 3.1. Enfoque y Diseño de la Investigación

Estudio de naturaleza cuantitativa del tipo transversal descriptivo comparativo, adscrito a un diseño cuasi-experimental, ello debido a que los autores pretenden comparar las habilidades de en relación a la comprensión del concepto de distribución estadística en un colegio de la comuna de Chillán entre dos recursos utilizados, uno estándar y otro donde interviene herramientas TIC, en particular el software Fhatom.

#### 3.2. Población y Muestra

### **3.2.1. Población**

La población en estudio estuvo constituida por estudiantes de octavo año básico, de un colegio particular subvencionado de la comuna de Chillán.

### **3.2.2. Muestra**

El estudio se realizara sobre la base de una muestra seleccionada mediante un muestreo no probabilístico, del tipo estratégico o intencional; de acuerdo con Azorín y Sánchez Crespo (1986) el muestreo intencional es indicado para estudios exploratorios, para reducir costos y lograr mayor control del proceso.

## **3.3. Instrumentos para Recoger Información**

Para efectos del estudio se diseñó un instrumento de lápiz y papel, en el cual se utilizará la rúbrica introducida por Pérez et al (2008) donde se consideran cinco dimensiones de niveles; alto, medio y bajo, los cuales su puntaje es; 2, 1 y 0 respectivamente.

Para la elaboración del instrumento se recurrió a la revisión de los contenidos en los textos del Ministerio de Educación de Chile de séptimo y octavo año básico de los años 2012 y 2013 respectivamente.

Se aplicaron dos instrumentos evaluativos, uno llamado prueba de diagnóstico (Tiempo Cero) donde se evaluaron los conocimientos previos de la Unidad Datos y Probabilidad, considerando las unidades de medidas de tendencia central. Ya realizada esta evaluación se

prosiguió a la división del curso de 8° año básico de forma aleatoria utilizando el software Office Excel 2007, el cual fue dividido en dos grupos; grupo 1 aplicación de enseñanza-aprendizaje tradicional, lápiz y papel, el otro grupo 2 aplicación de enseñanza-aprendizaje con un software matemático llamado Fathom (version 2.3L). Luego se realizó una clase de los contenidos a evaluar para cada grupo, por separado. Por consiguiente se realizó la prueba de matemática de los contenidos ya enseñados (Tiempo Uno) predominando en las respuestas las justificaciones y desarrollos respectivamente.

### **3.4. Análisis de Datos**

Para el análisis de la información se consideraron estadística descriptiva univariada numérica (porcentajes, promedios) y representaciones gráficas (Histogramas y gráficos de cajas), además se calcularon medidas de resumen bivariadas como coeficiente de correlación de Pearson, MANOVA y gráficos de perfil y La información fue procesada en el software SPSS versión para Windows y el software RProject versión 2.15.0.

## **Capítulo 4**

### **4.0. Resultados**

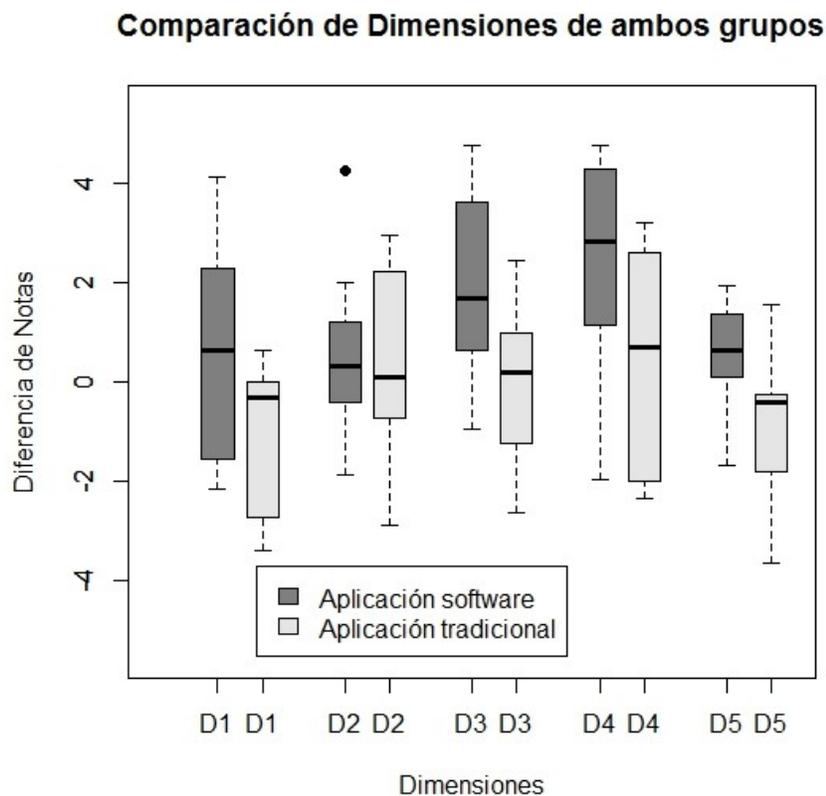
Los resultados obtenidos de la aplicación del instrumento se presentan en dos secciones, en coherencia con los objetivos del estudio. Se debe tener presente que ha considerado la diferencia entre los notas obtenidas en ambos grupos (*Diferencia de notas promedios=Notas promedios tiempo uno- Notas promedios tiempo cero*), para efectos del análisis la Diferencia de notas promedios puede ser negativa, cero o positiva, en el caso que sea positiva nos indicaría que los alumnos obtienen mayores resultados en el Tiempo Uno.

#### **4.1. Descripción de los sujetos bajo estudio.**

En el establecimiento educacional subvencionado de la ciudad de Chillán se evaluaron estudiantes de 8vo año de enseñanza básica, correspondientes a un curso de un total de 16 alumnos de edades que fluctúan entre 13 y 14 años, con un nivel socioeconómico medio bajo, donde el 86,7% corresponde al género femenino y el 13,3% restante corresponde al género masculino. La propuesta se implementó en el segundo semestre de 2013 (Noviembre).

#### **4.2. Distribución de las dimensiones en estudio**

En la figura 1, se muestra la distribución de las dimensiones evaluadas en los grupos Aplicación de Software y Aplicación Tradicional, en la cual se puede observar que en el manejo de contenido (Dim 1) los resultados en el grupo Aplicación de software presentan una mayor variabilidad que en la metodología tradicional, es decir, cuando los alumnos utilizan lápiz y papel con una asimetría negativa evidenciando resultados promedios más altos. En cambio en la dimensión Justificación (Dim 2) tanto en el grupo con aplicación de software se presenta una asimetría positiva en cambio con la aplicación de y metodología tradicional el promedio es relativamente simétrico, lo cual nos evidencia que en esta dimensión el uso de una metodología tradicional favorece la entrega de contenidos. Ciertamente una de las potencialidades del uso de algún software en estadística es la aplicación de métodos, en particular la dimensión 4 (Aplicación del método) se puede visualizar que los alumnos alcanzan en promedio mejores resultados que con una metodología tradicional.



**Figura 1:** Distribución de las dimensiones evaluadas en ambos grupos en estudio.

Una de las dificultades presentes en matemática es la resolución de problemas con enunciados, situación no ajena a la estadística como se puede observar en la figura 1, la dimensión 5 (Eficiencia, lo cual entenderemos como la aplicación correcta en ciertas situaciones donde intervienen datos) los resultados promedios son mejores cuando se aplica un software en particular Fhatom.

### 4.3. Estadísticas Básicas según Dimensiones en Estudio

Las representaciones gráficas solamente nos evidencian la distribución presente en un conjunto de datos y en ningún caso nos permiten cuantificar, es por ello que en la tabla 1, se muestran las estadísticas básicas (promedio, desviación estándar y coeficiente de asimetría)

Dimensión	Tiempo Cero				Tiempo Uno			
	Tradicional		Software		Tradicional		Software	
	Prom ± D.E	Coef. Asim.	Prom ± D.E	Coef. Asim	Prom ± D.E	Coef. Asim	Prom ± D.E	Coef. Asim
Manejo de Contenido	5,6 ± 0,7	-1,24	3,8 ± 1,7	0,48	4,3 ± 1,5	-0,68	4,4 ± 1,7	0,73
Justificación	2,8 ± 1,0	0,56	2,3 ± 0,9	0,25	3,0 ± 1,6	0,73	2,9 ± 1,8	1,1
Datos	4,3 ± 0,7	-0,09	3,2 ± 1,2	-0,44	4,2 ± 1,5	-0,7	5,2 ± 1,8	-0,57
Aplicación de método	4,3 ± 0,6	1,18	3,1 ± 0,9	0,05	4,7 ± 2,3	-0,29	5,5 ± 2,3	-1,14
Eficiencia	4,1 ± 0,4	-0,5	3,1 ± 1,3	0,48	3,3 ± 1,5	0,09	3,7 ± 1,5	0,03

Tabla 1: Estadísticas básicas de las calificaciones de los alumnos según dimensión estudiada y metodología aplicada en dos tiempos distintos.

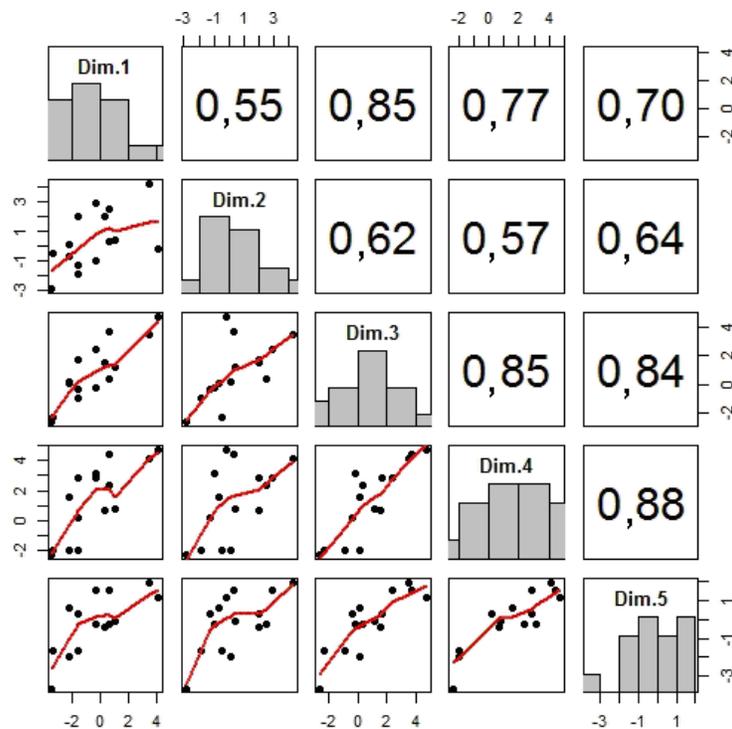
Observando que al inicio del experimento (Tiempo Cero) los resultados promedios en todas las dimensiones evaluadas fueron superiores en relación al grupo con “aplicación de software”, por ejemplo en Manejo de Contenidos los alumnos tienen en promedio 5,6 (D.E=0,7) presentando una asimetría negativa (C.A =-1.24) lo que nos evidencia que en general los alumnos presentan un buen desempeño en esta dimensión.

Al comparar los resultados promedios del Tiempo Cero y el Tiempo Uno de los alumnos que fueron sometidos al uso del Software se tiene que en general ellos aumentaron sus resultados promedios en todas las dimensiones consideradas, siendo la dimensión Aplicación del método en el Tiempo Cero el promedio fue de 3,1 aumentando en el Tiempo Uno a 5,5 evidenciando que el uso de software favoreció el aprendizaje.

Por el contrario, los alumnos sometidos a la enseñanza tradicional, mantuvieron o disminuyeron en alguna medida los promedios en las dimensiones, observando una mayor diferencia en la dimensión Manejo de Contenido, variando de un 5,6 en el Tiempo Cero a un 4,3 en el Tiempo Uno, lo cual indica una dificultad de aprendizaje de lo enseñado mediante este método.

#### 4.4. Correlaciones según Dimensiones en Estudio

En la siguiente figura, se muestra la correlación presente entre las dimensiones consideradas en estudio.



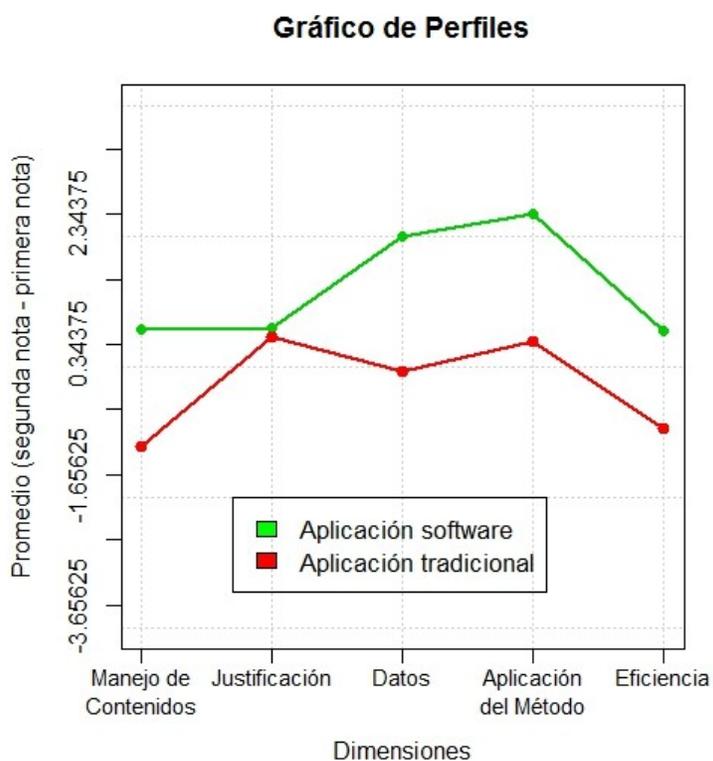
**Figura 2:** Matriz de correlación entre las dimensiones en estudio.

En la cual se observa que en general las correlaciones entre las diferentes dimensiones son positivas fuerte ( $0,50 < r < 0,90$ ) (Saavedra ,2005), en particular la dimensión 4 (Aplicación del método) y la dimensión 5 (Eficiencia) tienen una alta relación positiva entre las variables de 0.88, es decir que aquellos alumnos que aplicaron un método correcto para los distintos problemas, obtuvieron una mayor eficiencia en sus resultados. Por otra parte, al observar la relación entre la dimensión 1 (Manejo de Contenido) y la dimensión 2 (Justificación) tienen una baja relación de las variables de 0.55, esto es debido a que los alumnos al tener un bajo conocimiento del contenido tampoco pueden realizar una justificación adecuada a la solución de los problemas planteados. Además, la relación de la dimensión 2 (Justificación) y dimensión 3 (Datos), es observable que es simétrica, es decir, que los alumnos que determinaban e identificaban de manera correcta los datos, poseen de igual manera la capacidad de justificar la respuesta del problema en cuestión.

#### 4.5. Gráfico de Perfiles según Dimensiones

Para comparar las distintas metodologías de enseñanza-aprendizaje tradicional y a través de un software, se realizó de forma gráfica un análisis de perfiles presentados en la figura 3, este gráfico presenta las medias de las diferencias en cada una de las dimensiones realizadas para cada método en este caso son dos, del cual podemos observar que existe una pequeña mejora en la aplicación del método utilizando el Software, esto lo verificaremos a través del análisis de perfiles.

Observamos que la dimensión 2 no observa diferencias entre los resultados promedios, esto quiere decir que al aplicar la enseñanza con el software y la manera tradicional obtuvieron resultados promedios similares, para comparar de manera global lo que sucede una vez aplicado los métodos de enseñanza y aprendizaje se realizó un análisis de perfiles multivariado, evidenciando que la utilización de herramientas tecnológicas en la enseñanza de algunas unidades de estadística favorece el aprendizaje en el aula.



**Figura 3:** Gráfico de perfiles de las dimensiones en estudio.

Para corroborar si las diferencias numéricas son diferencias estadísticas significativas se realizó un análisis MANOVA (ANOVA multivariada) obteniendo un valor p igual a 0,44

lo cual nos indica que no existen diferencias significativas entre las medias de ambos grupos-control y tratamiento, arrojando resultados promedios similares, esto puede deberse a que solo se realizó una aplicación de la clase con software, como así también al factor tiempo.

Cabe mencionar que se estudiaron los supuestos que están detrás de la MANOVA, uno de ellos fue para contrastar la homocedasticidad utilizando el estadístico de Bartlett, es decir que la variabilidad de los datos dentro de las dimensiones es constante (la misma), esto es reflejado en el resultado obtenido, ya que el valor p asociado al estadístico es igual a 0,2578, significando que existe la homogeneidad de varianza para ambos grupos. También se corroboró la normalidad multivariada de ambos grupos utilizando el test de Henze-Zirkler, el cual nos dio como resultado un valor p igual a 0,4809, esto significa que los datos poseen normalidad multivariada. Todo esto se utilizó al ver que las variables son correlacionadas entre ellas vista anteriormente en la figura 2.

Una vez corroborado los supuestos se procedió al análisis de perfiles, primero se probó si los perfiles eran paralelos y para ello se utilizó el estadístico Lambda de Wilk's obteniendo un valor p igual a 0,4749 lo que nos prueba los perfiles son paralelos. Una vez comprobado que los perfiles son paralelos se corroboró si eran coincidentes obteniendo un valor p igual a 0,1401 este valor nos confirma que ambos perfiles son coincidentes, asumiendo lo anterior, se corrobora si son todos iguales obteniendo un valor p menor a 0,0001, esto indica que ellos no son todos iguales, dicho de otro modo las dimensiones no poseen la misma media.

#### **4.6. Errores Comunes Observados.**

Los errores que se presentan a continuación, son observaciones reiteradas de los sujetos evaluados:

- Un 46,7% de los alumnos, entregó un resultado a un problema de manera incorrecta con errores de cálculo o de notación, siendo la mediana en la cual los alumnos presentaron mayor dificultad en su cálculo, lo cual puede deberse a la definición de esta medida de tendencia central.

1. Los datos que se muestran a continuación corresponden a la cantidad de horas diarias que veinte personas utiliza Internet.

4, 2, 5, 7, 6, 6, 4, 3, 5, 10, 7, 8, 8, 4, 2, 4, 12, 13, 3, 11  $124:20=6,2$

a) Determine la media aritmética, la mediana y la moda. *la moda es 4*

- Un 73,3% no justifica la aplicación del método aplicado, aunque si responden de manera correcta, es decir, solo se limitó al resultado pero no la interpretación del problema.

c) ¿Qué gráfico sería más adecuado para representar la cantidad de horas diarias que utilizan las personas en Internet?, ¿por qué? *Gráfico de barras*

- Un 66,7% de los alumnos considerados en el estudio, no eligió el proceso más eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados, dando así un resultado incorrecto.

1. Los datos que se muestran a continuación corresponden a la cantidad de horas diarias que veinte personas utiliza Internet.

4, 2, 5, 7, 6, 6, 4, 3, 5, 10, 7, 8, 8, 4, 2, 4, 12, 13, 3, 11 =  $124:20=6,2$

a) Determine la media aritmética, la mediana y la moda: *promedio 6,2* ✓

b) ¿En promedio cuantas horas usan internet al día? *mas de 13 horas* ✗

# Capítulo 5

## Conclusiones

Considerando la pregunta de investigación la cual es: ¿Favorece el uso de herramientas tecnológicas la comprensión del concepto de distribución y el modelamiento de información cuantitativa? A través del análisis de los datos, se obtuvo una tendencia a mejorar con el uso de herramientas tecnológicas favoreciendo levemente la comprensión del concepto de distribución, esto se evidencia a través de la figura 1 (Pag. 27) donde en cada una de las dimensiones existe una media positiva, representando al grupo que tuvo un aprendizaje a través del software Fathom. En la figura 1 el modelamiento de información cuantitativa, dimensión 3 (Datos), existe una media positiva lo cual indica que gráficamente ambos grupos identifican correctamente los datos y determinado su significado.

A través de la aplicación de los instrumentos a los estudiantes y tras el análisis de los resultados de estos, podemos concluir que primeramente tras existir una correlación en las dimensiones analizadas y de haberse trabajado con 2 grupos de similares características, con 2 métodos distintos de enseñanza –el primer grupo con un método tradicional y el segundo con herramientas tecnológicas-, este último grupo no mostro mayor comprensión en los conceptos de distribución y modelamiento de la información cuantitativa, tal y como lo muestra la figura 3.

Por otra parte la investigación arrojó resultados interesantes en torno a las habilidades de justificación y argumentación en los procesos de codificación por parte de los alumnos, ya que nos muestran la dificultad de expresar su respuesta de manera escrita, pero no así de manera numérica, lo que da a entender la mecanización de la matemática, y no la comprensión de esta.

También a través de la corrección de cada evaluación Tiempo Cero y Tiempo Uno se pudo tipificar los tipos de errores en la visualización del concepto de distribución en los alumnos de 8° año básico, el grupo con aplicación del método (herramientas tecnológicas) en gran

parte de la evaluación, los resultados de algún problema es incorrecto con gran error de cálculo o de notación (dimensión 1, Manejo de Contenidos), donde en la dimensión 2 (Justificación) la resolución de casi ninguno de los problemas incluyen explicaciones; no se facilita la comprensión y también en la dimensión 5 (Eficiencia) en la mayoría de los casos no se ha elegido el proceso más eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados, estos resultados son representados gráficamente en la figura 3. Así como también el grupo sin aplicación (lápiz y papel), en gran parte de la evaluación los resultados de algún problema es incorrecto con gran error de cálculo o de notación (dimensión 1, Manejo de Contenidos) y también en la dimensión 5 (Eficiencia) en la mayoría de los casos no se ha elegido el proceso más eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados. En conclusión los alumnos evaluados de 8° año de enseñanza básica presentan una tendencia a resolver y anotar de forma incorrecta los problemas planteados de visualización del concepto de distribución de información y también una tendencia a no elegir un proceso matemático eficiente para obtener los resultados a partir de los datos dados.

La proyección del trabajo investigativo realizado es que se generen más clases en una mayor muestra, utilizando el método de separación aleatoria en dos grupos, aplicando las metodologías de enseñanza-aprendizajes utilizadas en este trabajo, potenciando el nivel de habilidades de visualización e interpretación de distribuciones de información y su efecto sobre las medidas de tendencia central, considerando los argumentos explícitos para justificar los procesos de codificación de los alumnos, porque los gráficos ya mencionados dan tendencia a una mejora del aprendizaje a través del software matemático Fathom (versión 2.3L) o herramientas tecnológicas.

En conclusión esto nos indica que aumentando las horas de clases utilizado en este tipo de metodología de enseñanza a través de herramientas tecnológicas, se podría suponer un mejoramiento de comprensión del concepto de distribución y modelamiento cuantitativa en los estudiantes de 8° año de educación general básica.

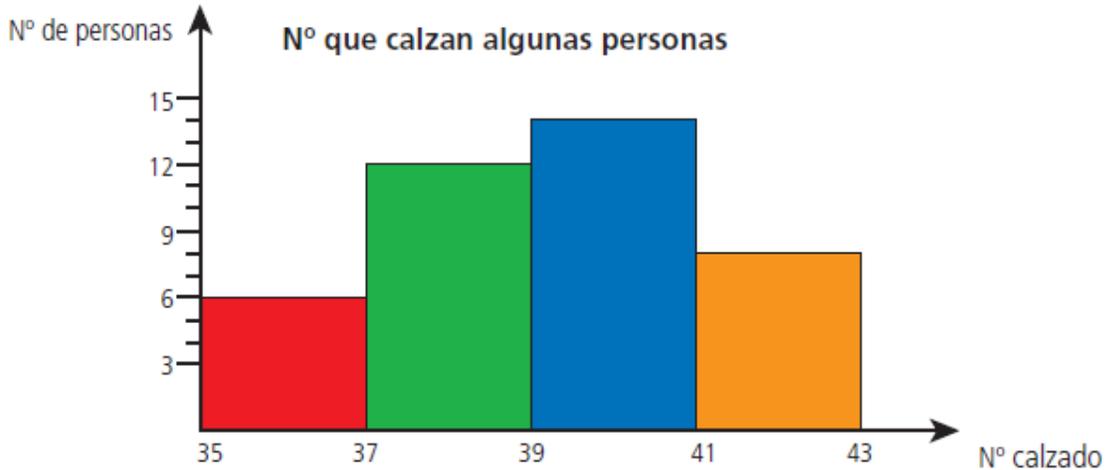
# 6.0 Anexos

## Prueba de diagnóstico de Matemática

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Puntaje:** \_\_\_\_\_ **Nota:** \_\_\_\_\_  
**Curso:** 8ºA **Fecha:** \_\_\_\_\_

1.- El siguiente gráfico muestra cuánto calzan algunas personas.

a) ¿Qué nombre recibe este tipo de gráfico?



b) ¿Cuántas personas fueron consultadas en total?

c) ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra de mejor manera la información del histograma?

Explica.



2.- Observa la siguiente tabla que representa las preferencias en la forma de vestir de 40 niñas.

Prenda	Porcentaje
Falda	30%
Pantalón	50%
Vestido	20%

- a) ¿Qué gráfico sería más adecuado para representar el porcentaje de niñas que prefiere cada prenda?, ¿por qué? Constrúyelo.
- b) ¿Cuál es la prenda más usada entre el grupo de niñas?, ¿Cuántas niñas dijeron que prefieren usar faldas?, ¿y cuántas prefieren usar pantalones?
- c) Construye un gráfico de barras con las preferencias de las niñas.

**3.-** En la asignatura de matemática el alumno Francisco necesita calcular su promedio de notas las cuales son: 7,0 ;3,4 ;6,5 ;4,7 ;6,8 ;3,5 y 5,6. ¿Cuál es su promedio de matemática?

**Prueba de Matemática**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Puntaje:** \_\_\_\_\_ **Nota:** \_\_\_\_\_  
**Curso:** 8ºA **Fecha:** \_\_\_\_\_

1. Los datos que se muestran a continuación corresponden a la cantidad de horas diarias que veinte personas utiliza Internet.

4, 2, 5, 7, 6, 6, 4, 3, 5, 10, 7, 8, 8, 4, 2, 4, 12, 13, 3, 11

- a) Determine la media aritmética, la mediana y la moda.
- b) ¿En promedio cuantas horas usan internet al día?
- c) ¿Qué gráfico sería más adecuado para representar la cantidad de horas diarias que utilizan las personas en Internet?, ¿por qué?

2. Los siguientes resultados fueron obtenidos de la Sexta Encuesta Nacional de Juventud, 2009 (Instituto de la Juventud, Gobierno de Chile) y se refieren a la realidad juvenil del país. Observe las tablas y responda las preguntas relacionadas.

A. Jóvenes que hoy estudian, según edad y localidad

**Tabla 1:**

Grupos de edad (años)	% de jóvenes que estudian
15-19	79,9%
20-24	44,5%
25-29	19,8%

**Tabla 2:**

Zona	% de jóvenes que estudian
Urbano	51,5%
Rural	36,4%

B. Situación de endeudamiento, según sexo y edad

**Tabla 4:**

**Tabla 3:**

	Sexo	
	Hombre	Mujer
Sí	48,5%	54,2%
No	48,2%	40,6%
No responde	3,3%	5,2%

	Edad		
	15-19	20-24	25-29
Sí	16,7%	50,8%	57,6%
No	69,9%	45,7%	40,0%
No responde	13,3%	3,5%	2,4%

- a) ¿Qué rango de edad tiene mayor presencia entre los jóvenes que estudian?, ¿por qué?
- b) ¿Existe una brecha entre la juventud urbana y rural que estudia?, ¿por qué?

- c) ¿Qué tipo de gráfico utilizaría para la Tabla 1 y la Tabla 2? Justifique su respuesta. Construya los gráficos de forma adecuada.
- e) ¿Quién tiene mayor nivel de endeudamiento entre los jóvenes? Justifique su respuesta.
- f) ¿Entre qué edades se encuentran los jóvenes con mayor endeudamiento?, ¿por qué crees que puede ocurrir?
- g) Para el rango de edad 20-24 de la Tabla 4 realice un gráfico adecuado. Justifique.

3. Loreto se está preparando para correr en una competencia anual de su colegio. Para ello, investigó sobre la vida de Felipe, el ganador del último año. La información que obtuvo es la siguiente:



- a) Seleccione aquellos gráficos cuya información le sirva a Loreto.
- b) Nombre de los gráficos representados.
- c) Interprete cada gráfico y saque conclusiones respecto a que gráfico le sirven a Loreto.

## Bibliografía

- Aravena D. María, Caamaño E. Carlos (2002), Matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile.
- Aravena, M. (2001), Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica. Tesis Doctoral. Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals.
- Alsina, C. (1998), Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope.
- Araneda, Daniela (2008), De las matemáticas a la Salud Pública.
- Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: an example o fan approach. *International journal of computers for mathematical learning*.
- Arteaga, Pedro et al. Las tablas y Gráficos estadísticos como objetos culturales (2010).
- Azinian H. (1998). Capacitación docente para la aplicación de la información en el aula de geometría.
- Badii, M.H. & J. Castillo (eds.). 2007. Técnicas Cuantitativas en la Investigación.
- Badii, M.H., J. Castillo, J. Landeros & K. Cortez. 2007a. Papel de la estadística en la investigación científica.
- Badii, M.H., J. Castillo, A. Wong & J. Landeros. 2007b. Precisión de los índices estadísticos.
- Barbero, I., Holgado, F., Vila, E. y Chacón, S. (2007). Actitudes, hábitos de estudio y rendimiento académico en matemáticas: diferencias por género.
- Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1997), Evolution of Students. Understanding of Statistical Association in a Computer-Based Teaching Environment. En J. B. Garfield y G. Burrill (Eds.)
- Batanero, C. (2001), Didáctica de la Estadística.
- Batanero C, (2007), Enseñanza de la estadística en los niveles no universitarios: algunos retos APRA la investigación.
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R. y Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.

- Behar G. (2004). “Enseñanza y aprendizaje de la estadística: Mitos y Barreras”. p.59 - 66
- Bruno, A. y Espinel, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas, VII*, 57-85
- Cantoral, R. & Montiel, G. (2001). Visualización y pensamiento matemático. México.
- Castro, E. & Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En Rico, L. Coord. La Educación matemática en la enseñanza secundaria 12: 95-13.
- Checkland, Peter. (1994). Pensamiento de Sistemas.
- Cuadrado, I. y Fernández, I. (2000). Las actitudes del profesorado ante el ordenador a las puertas del siglo XXI.
- Eirano y Domínguez. Competencia en TIC: el mayor desafío para la Evaluación y el entrenamiento docente en Chile. En Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa 2008, v.1, n. 2, p.107-124.
- ENLACES. Nuestra historia. En Línea: <http://www.enlaces.cl/index.php?t=44&i=2&cc=170&tm=2> . Consultado el 20 Enero del 2010.
- ENLACES. Necesidades de estándares TIC. En línea: <http://www.enlaces.cl/index.php?t=63&i=2&cc=536&tm=2> Consultado el 20 de enero del 2010.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática*.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Gal, I. Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities, (2002)
- Garfield, J & Ben Z-vi, D. A framework for teaching and assessing reasoning about variability (2005).
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding]. En, L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference*.

- Hawkins, A.(1990): Success and Failure in Statistical Education. A UK Perspective. Proceeding of the ICOTS III, p. 1-14. University of Otago. Dunedin. Australia
- Kluwer, Bakker, A. y Gravemeijer, K. (2004), Learning to reason about distribution. En J. Garfield y D. Ben Zvi (Eds.), The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A. y Gagnon, A. (1997), Students analyzing data: Research of critical barriers. In J. B. Garfield y G. Burrill (Eds.), Research on the role of technology in teaching and learning statistics. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Martín Darío Arango Serna y Tomás Herraiz Gil (2000). Un análisis comparativo entre los modelos estadísticos y los modelos dinámicos aplicados a las ciencias sociales como factor de aprendizaje.
- Ministerio de Educación (2009) *Resultados Nacionales SIMCE 2008*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación
- Mooney, E. S. (2002), *Mathematical Thinking and Learning*, Philadelphia.
- Molina R (2004), El papel de la visualización en el aprendizaje de la matemática. Antología.
- Niss, M. (1992). *Applications and Modeling in school mathematics-directions for Future Development*.
- Pérez, C., Arranz, G., Fernando, M., González, M. L., Patiño, M. R., Portillo, A. y Simón, M. A. (2008). Experiencias de evaluación de competencias genéricas mediante rúbricas. Jornada competencias genéricas y su evaluación. Recuperado de: [http://www.greidi.uva.es/articulos/CompGenericas\\_EUP2008.pdf](http://www.greidi.uva.es/articulos/CompGenericas_EUP2008.pdf)
- Ramirez Arce, Greivin. (2008). Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría de matemática educativa sobre la distribución normal mediante problemas de simulación en Fathom.
- Rodríguez, F.; Sandoval, P. (2012). Habilidades de codificación y descodificación de tablas y gráficos estadísticos: un estudio comparativo en profesores y alumnos de pedagogía en enseñanza básica.

- Rubilar, Pedro R. S. et al. (2010). Evaluación de habilidades en matemática y comprensión lectora en estudiantes que ingresan a pedagogía en educación básica: un estudio comparativo en dos universidades del Consejo de Rectores.
- Rubin, A. (1989): Reasoning under uncertainty: Developing statistical reasoning. *Journal of Mathematic Behavior*. Vol. 8. P. 205-219
- Ruiz, B. (2006). *Un acercamiento cognitivo y epistemológico a la didáctica del concepto de variable aleatoria*. Tesis de Maestría. CICATA. México
- Saavedra, E. contenidos básicos de Estadística y Probabilidad, Chile; Ed. Universidad de Santiago; 2005.
- Santos Trigo L. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas.
- Scheaffer. R. L. (2006). Statistics and mathematics: On making a happy marriage. En G. Burrill (Ed.)
- Schuyten, G. (1990): Statistical Thinking in Psychology and Education. Proceeding of the ICOTS III. Universidad de Otago. Dunedin. Australia.
- Shaughnessy, J. M., y Ciancetta, M. (2002), Students' understanding of variability in a probability environment. In B. Phillips (Ed.).
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.957-1009). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and NCTM.
- Wallman, K. (1993). 'Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society'. En: *Journal of the American Statistical Association*, Vol 88, N° 421
- Watson, J. M. (2001). Longitudinal development of inferential reasoning by school students.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1999). The beginning of statistical inference: Comparing two data sets.
- Wild, C et al. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*.
- Wild, C., Seber, G. (2000). *Chance Encounters: a first course in data analysis and inference*.

