Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ESPECIALIDAD EN LENGUAJE Y COMUNICACIÓN O EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Errores más frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de unidad de Fracciones en un 5° año básico

Seminario para optar el título de Profesor de Educación Básica con especialidad en Educación Matemática.

Autores:

Yimmy Fernández Jara

Jessica Riffo San Martín

Laura Sandoval Soto

Profesor guía:

Erich Leighton Vallejos

Chillán, 24 de diciembre de 2013

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

AGRADECIMIENTOS

Es un gran placer agradecer profundamente por su colaboración y apoyo incondicional a nuestro profesor guía Erich Leighton Vallejos, quien con gran paciencia, dedicación y entusiasmo dedicó muchas horas de su tiempo en la lectura y corrección de la misma; consideramos un privilegio el haber trabajo con él y el que hayamos compartido las dificultades y satisfacciones de esta investigación.

Igualmente, agradecemos la decidida y desinteresada colaboración de los profesores que validaron nuestro instrumento de aplicación y a los 32 alumnos que cursan 5° año en el Colegio Hispano Americano Río Viejo que nos brindaron parte de su tiempo, en un momento de actividad estudiantil, para proporcionarnos la información necesaria para llevar a cabo nuestra investigación.

Por último, debemos agradecer a nuestras familias por su apoyo incondicional en nuestra formación universitaria, siempre dispuestos a darnos ánimo en momentos difíciles.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

ÍNDICE

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

INTRODUCCIÓN

Se observa que los errores en matemática no aparecen por azar sino que surgen basados en los conocimientos adquiridos previamente, y todo proceso de instrucción es potencialmente generador de errores, debido a diferentes causas, algunas de las cuales son inevitables. El problema del error en el aprendizaje de la matemática es tan antiguo como la enseñanza misma. Sin embargo nos encontramos con el en la vida cotidiana, acompañado siempre de frustración y fracaso.

Este trabajo de investigación, basado en el error que cometen los alumnos surge de la inquietud originada por los altos índices de reprobación en el área de matemáticas, está dirigido a aplicar estudios que clasifican los errores que cometen los alumnos en el aprendizaje de las fracciones y a indagar acerca de las ideas que poseen acerca de las situaciones vinculadas al error que cometen durante alguna situación de aprendizaje.

Se pretende analizar los errores mediante la observación, la identificación y clasificación de los mismos, pero además se espera obtener algunas ideas que permitan orientar al docente, para implementar estrategias adecuadas para su corrección.

La investigación se desarrolló específicamente en un quinto básico de la Escuela Hispano Americano, de donde se tomo la muestra de la población que fue analizada, este estudio fue de tipo analítico, cualitativo. Se estudió la pertinencia de la tipología, según Radatz para clasificar los errores. Luego de este análisis se estableció una categorización para el área específica estudiada que incluyera todos los errores cometidos por los niños de la muestra, elaborándose así un análisis correcto.

La finalidad es que sirva como un aporte positivo a los docentes para frenar en la sociedad educativa el rechazo que provoca equivocarse, convirtiendo esto en algo constructivo como un recurso útil para lograr un aprendizaje significativo.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Finalmente se presenta, a manera de conclusión, los hallazgos más importantes de la investigación y se hacen recomendaciones que permitirán de algún modo conocer más de los posibles errores para generaciones futuras.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Capítulo I

“Planteamiento del Problema”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Estándares internacionales siguen clasificando la Educación Matemática chilena tras los países de avanzada respecto de los resultados de PISA. Por esta razón se han realizado estudios e intentos por clarificar la raíz del error en matemáticas en la enseñanza chilena, e intentos por aislar y acotar errores específicos a ejes de enseñanza o unidades de estudio, para, de ese modo, proporcionar una solución práctica que complemente los modelos impartidos en el aula; lo cual es imperativo en la búsqueda por la excelencia de la enseñanza en la educación chilena. (ANDIME Chile, 2010).

La prueba PISA proporciona datos empíricos a través de los cuales concluye que países como Chile no tienen un óptimo desempeño como sí lo tienen países de otras latitudes. *"Sin embargo, Matemática sigue siendo el talón de Aquiles de la educación chilena. En esta materia, Chile se ubica en el lugar 49 y más de la mitad de los escolares no alcanza a los conocimientos mínimos".* (ANDIME Chile, 2010). Otra instancia que refleja la realidad de la educación chilena respecto de la enseñanza en matemáticas es la prueba SIMCE, la cual evalúa los contenidos y habilidades estipuladas en el currículo, arrojando como resultados los estándares de aprendizajes adquiridos por los alumnos. Como antecedente plasmamos los resultados de los 7.753 establecimientos evaluados en año 2012 donde se presenta un alza en el área de matemática de dos puntos en cuanto a la medición anterior (259 a 261), resultado insuficiente que aleja a la educación chilena de un óptimo desempeño y recalca lo distanciada que se encuentra las matemáticas chilenas respecto de países de avanzada. (Informe SIMCE, 2012).

De ese modo, profundizar en los errores cometidos por los estudiantes en el desarrollo de las matemáticos supone en primer lugar el manejo de la conceptualización del error en matemáticas: El estudio y profundización del error en matemáticas, es un campo que se expande cualitativa y cuantitativamente, es por esta razón que Brousseau, Davis, y Warner (1986) describen que: el campo de los errores cometidos por los estudiantes, en algunos casos, presenta patrones

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

consistentes; los alumnos tienen con frecuencia concepciones inadecuadas, conducen al uso de procedimientos equivocados que pasan desapercibidos por el profesor; métodos propios que utilizan los alumnos que impiden la asimilación de métodos que el profesor enseña, lleva a señalar posibles caminos en los que el error puede presentarse como son: los errores como asimilación errónea de métodos impartidos por profesores, el error como producto de métodos propios del estudiante, posiblemente métodos informales, entre otros. (Brousseau, Davis, y Warner, 1986).

El seguimiento del error en matemáticas es un campo que sigue su expansión, si bien la conceptualización de error en matemáticas posee directrices marcadas como las propuestas. Citado en Rico (1995) agrupa los errores en cinco categorías: errores familiares, errores pertinentes, errores por similitud, erres mixtos y errores debidos a situaciones emocionales". Por su parte Kieran (1992), afirma que los errores aparecen "cuando los estudiantes tienen que interpretar un problema que esta dado en el lenguaje natural (idioma) y debe pasarlo a lenguaje simbólico o algebraico" (traducido por Mesa M. 1994, p.6). Las directrices y conceptualizaciones respecto del error conforman un área de investigación; un complemento a este campo investigativo son los intentos por medir y estar al tanto de los errores de aprendizaje de estudiantes de todo el mundo. (Weiner, 1922)

El análisis de errores y dificultades de comprensión de los estudiantes, establece una directriz importante y productiva en Educación Matemática. Se sostiene que la comprensión a través del error del joven o niño, aclara propiedades de un concepto del cual no se era previamente consciente del todo. El error cometido saca a relucir lo parcial o incompleto de un conocimiento, así también permite que el entorno, profesores y/o compañeros, ayuden a la complementación del conocimiento, o en ciertos casos, a comprender por sí mismo aquello que no se dominaba. (Rico, 1995).

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

En etapas posteriores en el estudio del error, se observa la naturalidad o normalidad de la presencia del error en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Lo cual impulsa a indagar sobre los errores, profundización que no sólo toma en cuenta aspectos generales, sino también, se aprecia como un prisma que acerca al proceso de construcción de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes, como recurso para saber en qué están pensando. (Rico, 1995)

A partir de lo señalado anteriormente, estas observaciones nos llevan a reflexionar sobre la necesidad de analizar los errores que cometen los estudiantes en la unidad fracciones de la asignatura de matemática. Lo que nos lleva a plantearnos las interrogantes ¿Cuáles son los errores más frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de unidad de Fracciones de 5° Básico? Y ¿Cómo categorizar los errores más frecuentes de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones?

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

DESARROLLO DEL PLANTEAMIENTO PROBLEMÁTICO DE INVESTIGACIÓN

INTERROGANTES CENTRALES	OBJETIVOS GENERALES	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CATEGORÍAS APRIORÍSTICAS	SUBCATEGORÍAS APRIORÍSTICAS
¿Cuáles son los errores más frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de unidad de Fracciones de 5° Básico?	1.- Identificar los errores más frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de unidad de Fracciones de 5° Básico	1.1.- Identificar los errores más comunes en fracciones de quinto básico	Conceptualización del error en matemáticas	Definición del error según autores
				Conceptualización del error según autores
		1.2.- Aislar los errores más comunes en fracciones de quinto básico	Errores posibles en el desarrollo de las fracciones en quinto año básico	Todos los errores cometidos por los alumnos en el desarrollo de la unidad de fracciones de quinto básico
¿Cómo categorizar los errores más frecuentes de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones?	2.- Categorizar los errores más frecuentes de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones	2.1.- Calificar los errores más comunes en fracciones de quinto básico	Importancia o trascendencia del error en los alumnos de quinto año básico	Errores fortuitos o poco trascendentes
				Errores sistemáticos o trascendentales
		2.2.- Analizar los errores más frecuentes en fracciones de quinto básico	Categorías del error	Dificultades del lenguaje
				Dificultades para obtener Información espacial
				Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

				Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento
				Por perseverancia
				De asociación
				De interferencia
				De asimilación
				Aplicación de reglas estrategias irrelevantes

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE LAS CATEGORÍAS APRIORÍSTICAS Y SUBCATEGORIAS APRIORÍSTICAS

CATEGORÍAS APRIORÍSTICAS	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	SUBCATEGORÍAS APRIORÍSTICAS	DEFINICÍO CONCEPTUAL
Conceptualización del error en matemáticas	Referido al campo epistemológico, el cual intenta organizar y clasificar el error en matemáticas	Definición del error según autores	Referido a la pregunta: ¿qué es un error en matemáticas?
		Conceptualización del error según autores	Referido a la pregunta: ¿cuándo es un error?
Errores posibles en el desarrollo de las fracciones en quinto año básico	Son todos los posibles errores que se pueden cometer en el desarrollo de la unidad de fracciones de quinto año básico	Todos los errores cometidos por los alumnos en el desarrollo de la unidad de fracciones de quinto básico	Todos los errores cometidos por los estudiantes, objeto del estudio, en el desarrollo de la unidad de fracciones de quinto básico
Importancia o trascendencia del error en los alumnos de quinto año básico	La importancia o trascendencia del error, es la alerta sobre la cual se debe trabajar para una pronta superación del error en matemáticas en el caso que corresponda. Un error fortuito pudiera no repercutir a largo plazo en el estudiante y su optimo desenvolvimiento en matemática; por el contrario, Errores fortuitos o poco trascendentes errores sistemáticos van a dar cuenta del grado de	Errores fortuitos o poco trascendentes	Se refiere a los errores involuntarios u ocasionales, los cuales son de menor complejidad y de mayor factibilidad en su tratamiento, por ejemplo: el olvido de reescribir un signo que incidirá en el desarrollo de la adicción de fracciones.
		Errores sistemáticos o trascendentales	Son errores que persisten en el desarrollo de las matemáticas del estudiante; su importancia radica en la información que proporciona

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

	reorganización de conocimientos que necesita el estudiante.		respecto al grado de intervención que requiera el estudiante, siendo los errores por sistemáticos como la mala asimilación de un procedimiento matemático, en algunos casos, el tope que arrastra el estudiante durante toda su enseñanza
Categorías del error	A menudo los estudiantes Inventan o recrean su propio método basado en lo propuesto por el profesor. Es por esta razón que la categorización del error que se presenta, se basa en un modelo del procesamiento de información y otras clasificaciones que son el resultado de investigaciones sobre los errores	Dificultades del lenguaje	Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a una falta de comprensión semántica del lenguaje matemática.
		Dificultades para obtener información espacial	Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas
		Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas conceptos	Errores originados por deficiencias en el manejo de

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

		previos	conceptos, contenidos y procedimientos para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimientos inadecuados de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios
		Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento	Son errores que en general son causados por la incapacidad del pensamiento para ser flexible, es decir, para adaptarse a situaciones nuevas.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Capítulo II

“Marco Teórico”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

MARCO TEÓRICO

En este capítulo especificaremos los conceptos más transcendentes que guiarán la investigación, de los cuales nos fundamentaremos a la hora de evaluar los aprendizajes de los y las estudiantes.

I. El desarrollo histórico de las matemáticas y las fracciones.

Según, Rico, Luis; Castro, Encarnación; Castro, Enrique; Corlat, Moisés; Marín, Antonio; Puig, Luis; Sierra, Modesto y Socas Martín, lo que constituye la matemática que conocemos es una refacción que tiene como principales ejes los conceptos de número, magnitud y forma, concepción que en la actualidad no es del todo válida.

Si bien la matemática del siglo XIX avanza cortando las ataduras que la atan a las observaciones de la naturaleza, no obstante, la matemática tuvo su origen en el hombre primitivo y su vida diaria la cual implicaba nociones de número, magnitud y forma, posiblemente las diferencias palpables que ofrecía la naturaleza al hombre lo llevaron a tomar conciencia, sobre todo, de diferencias por sobre semejanzas, un animal y su manada, la diferencia en el tamaño de un pececillo y un tiburón, la disparidad entre la redondez de la luna y la derechura de un árbol. Por otra parte, la conciencia de las semejanzas o igualdades en aspectos como la forma y el número sentaron las bases de las matemáticas y las ciencias en general. (Pérez, 2004)

Según Pérez, (2004) En cuanto a las bases de numeración primitivas, se basa en la necesidad por expresar la propiedad de los números de alguna manera. Utilizando los dedos de la mano podían representar una colección de hasta diez elementos, los dedos de los pies o pequeñas cantidades de piedras apiladas podían representar una correspondencia biunívoca. Montones de cinco o diez

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

piedras daban cuenta de una secuencia correspondiente a los dedos de una mano o a los múltiplos de de los dedos. Autores proponen la base decimal como extensión de una correspondencia de una reproducción de conjuntos de diez elementos basados en los diez dedos en las manos, aunque ciertamente el hombre antiguo no siempre tuvo diez dedos. Incisiones en huesos de animales u otros descubrimientos arqueológicos revelan que la idea de número es más que los descubrimientos tecnológicos.

El lenguaje numérico y los orígenes de la numeración datan de mucho antes, muy posiblemente, a las palabras para representar números, lo cuales pudiera ser una de las razones de la inmensa cantidad de problemas sin respuestas en cuanto al origen de la matemática. Hipótesis se inclinan por un origen que responde a las necesidades prácticas del hombre, aunque estudios antropológicos aluden un origen distinto. Rituales religiosos primitivos pudieron originar el arte de contar, un acto antecedido y precedido por otros, supone como primero al aspecto ordinal del número por sobre su concepto cuantitativo.

Los orígenes del número natural se quedan en la inmensidad de la prehistoria. Por su parte el concepto de fracción racional no comparte orígenes con el sistema elaborado por el hombre para los enteros, puesto que su despliegue es más tardío. El hombre primitivo pudo soslayaba la escasa, si es que la tubo, necesidad de manejar fracciones con la utilización de unidades bastantes pequeñas. Las fracciones decimales fundamentalmente son producto de la época moderna de la matemática y no del periodo antiguo.

En cuanto a los orígenes de la matemática, ya sea la aritmética, o geometría, cualquier afirmación es arriesgada y conjetural puesto que los inicios de estas materias son anteriores al arte de la escritura. De ese modo, el hombre neolítico deja indicios de la idea de geometría a través de sus dibujos y diseños los cuales dan cuenta de un cierto interés por relaciones espaciales, lo cual se traduce en los primeros pasos de la geometría.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

En cuanto a las motivaciones que condujeron al desarrollo de la matemática autores proponen versiones contrarias. Herodoto y Aristóteles proponen estos orígenes basados en una necesidad práctica, la otra versión habla de motivaciones arraigadas en el ritual sacerdotal y en el ocio, respectivamente. Ciertamente rechazar una u otra versión es apresurado, pero lo que sí pudiera ponerse en entredicho en cuanto a estos autores, es la data que atribuyeron a esta ciencia, muy por después de lo que se tiene registro.

Desarrollo histórico de las fracciones en las matemáticas

El avance cultural del hombre desemboco, en la edad del bronce, en un vago concepto de fracciones y de un sistema para representarlas; las que llegaron a ser usadas íntegramente durante la época de Ahmes, sin embargo estas seguían siendo un acertijo para los egipcios basándose en su conceptualización de las fracciones la cual parecía no ser concluida cabalmente. Ahmes (Escriba Egipcio), se adentro en el mundo de las fracciones llegando a tener a su disposición un equivalente a nuestro mínimo común múltiplo.

Una etapa significativa en el desarrollo de la matemática es una especie de mostración que propuso Ahmes que involucraba razones o proporciones, la cual consistía en el método de falsa posición también conocido como “regula falsi”.

Pero sin embargo, fueron las matemáticas babilónicas quienes se superpusieron a las egipcias, ya que fueron capaces de incluir el principio de posicionamiento de las fracciones, explotando y extrapolando este descubrimiento.

En cuanto a la geometría de los egipcios, algunos problemas plasmados en el papiro de Hames dan cuenta de una geometría con ciertas aproximaciones a teoremas como el de Pitágoras; aunque aquellas aproximaciones no son taxativas ni concluyentes, siendo en demasía arriesgado afirmar que los egipcios estaban familiarizados con el teorema de Pitágoras. La distinción entre relaciones que son exactas y las que son sólo aproximaciones, es un menoscabo que la geometría

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

egipcia no superó. Uno de los progresos más notables de la época es el método egipcio para hallar el área del círculo, puesto que si se compara aquel método con el que se obtiene la formula moderna $A=\pi r^2$, revela que la regla egipcia es equivalente a tomar como valor de π 3,16 o aproximadamente 3 1/6, lo cual es, ciertamente, meritorio. Algunas aproximaciones referidas a áreas y perímetros de círculos y cuadrados se sitúan como entre las primeras propiedades exactas relativas a figuras curvilíneas, aunque algunas problemas insondables como la carencia de teoremas y demostraciones formales, se sumaban a la carencia de indicios que permitan suponer que Ahmes fuera consciente que las áreas de su círculo y su cuadrado no eran exactamente iguales.

Si bien los papiros de Ahmes y de Rhind son las fuentes más importantes que dan testimonio de la matemática egipcia, “el papiro de Moscú”, más específicamente en el problema 14, revela el lazo de los egipcios con la idea de volumen, específicamente el volumen de un tronco de pirámide, aunque ciertamente no sé sabe cómo llegaron a estos resultados.

Es probable que los griegos se tomaran algunas ideas de la matemática elemental egipcia, por ejemplo el uso de las fracciones unitarias fue persistente no sólo en Grecia sino también en Roma, llegando incluso al periodo medieval. Según Herodoto la geometría era un regalo del Nilo, aunque este regalo fue poco aprovechado, puesto que la matemática de Ahmes era la misma que la de sus descendientes.

La Matemática en Mesopotamia: Se dispone de más información sobra la matemática mesopotámica que la egipcia. Desde la época de Hanmmurabi (c.a 1800-1600 A.C), las miles de tablillas muestran una matemática con un sistema de numeración completamente desarrollado. Relegado el sistema decimal por un sistema del cual su base era 60, probablemente se adopta y legaliza bajo los intereses de la metrología. Para los números pequeños, el sistema cuneiforme de los babilonios procedía de manera similar al egipcio, repitiendo tantas veces como

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

fuera necesario los símbolos para el 1 y para el 10, aunque la analogía termina en el número 59; los babilonios se dieron cuenta que sus símbolos podían representar un valor doble, triple, cuádruple, etc. asignándole valores que dependan de su posición relativa en la representación grafica de un número. Los babilonios no poseían un símbolo para el cero, trataban de soslayar el problema de la cantidad bacía dejando un espacio un poco mayor en el lugar que debía ir el cero; si bien es meritorio, sin embargo era confuso; Aunque hacia la época de la conquista de Magno, se inventó un signo especial para el cero, lo cual no acababa con todas las ambigüedades. El no uso del cero en posiciones terminales significaba que su sistema nunca fue completo del todo.

En cuanto a las fracciones sexagesimales la idea de extender el principio posicional de las fracciones y no sólo de los números enteros fue una de las bases que sustentaban la superioridad de la matemática babilónica; esto se traducía en la capacidad y simplicidad de disponer del calculo que hoy nos permite las fracciones modernas, por lo tanto les era fácil conseguir aproximaciones precisas en sus cálculos utilizando un sistema de notación fraccionaria, la mejor que dispuso alguna civilización has la época del Renacimiento.

Aparte de su sistema de numeración, los mesopotámicos se mostraron hábiles en inventar algoritmos, tal como el algoritmo para aproximar raíces cuadradas; lo cual les proporcionaba gran eficacia en sus cálculos. La manera en que lo babilonios manejaban sus operaciones aritméticas fundamentales no era muy distinta a la utilización de hoy, además, con una facilidad comparable. En algunas tablillas se muestran potencias sucesivas de un número dado, similares a tablas modernas de logaritmos o, para ser más precisos, de antilogaritmos. Su resolución de ecuaciones cuadráticas completas, era otro tópico que supera en mucho al algebra de los egipcios, aunque la solución de ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 + px + q = 0$, donde p y q son números positivos, se hizo esperar hasta la época moderna, puesto que dicha ecuación no posee raíces positivas. Las ecuaciones cubicas de los mesopotámicos, contrario a los egipcios de los cuales no hay

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

evidencia de resoluciones de este tipo, hay muchos ejemplos; pero ciertamente no está claro si lograron reducirla de su forma general $ax^3 + bx^2 + cx=d$, a su forma cónica.
Siguiendo en esta comparación, ni egipcios ni babilonios poseyeron de una medida de ángulos. Es prudente plantearse si los babilonios conocieron las formulas generales que dan la suma de una progresión geométrica y la suma de los n primeros números naturales; hay que recordar que tanto las tablillas mesopotámicas como los papiros egipcios, contienen sólo problemas concretos, sin ninguna formulación general.

En Mesopotamia para cálculo del área del círculo se tomaba tres veces el cuadrado del radio, lo cual da cuenta de la inferioridad de esta aproximación respecto a los egipcios. Si bien la tablilla de Susa es evidencia tentadora para considerar el autentico origen de la geometría, no obstante, hay que recordar que el interés d los babilonios no era el contexto geométrico como sí las aproximaciones en sus medidas; la geometría no tenia para ellos el sentido que para nosotros, más bien para ellos era un tipo de aritmética aplicada en la que las figuras eran representadas por medio de números, de ese modo los problemas de medida son el núcleo de la geometría algebraica de Mesopotamia, aunque un defecto era claro al igual que en Egipto, nunca fue clara la distinción entre medidas exactas y aproximaciones.

El teorema de Pitágoras, según las tablillas encontradas, dan cuenta que éste teorema se utilizó, los babilonios también conocían otras relaciones geométricas importantes; sabían, al igual que los egipcios, que la altura de un triangulo isósceles divide a la base en dos partes iguales, y por lo tanto, dada la longitud de una cuerda en una circunferencia de radio dado podían calcular la apotema correspondiente. También sabían que en una semicircunferencia el ángulo inscrito era un ángulo recto, cuestión que ignoraban los egipcios.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Las matemáticas babilónicas también arraigaban ciertas deficiencias obvias en la matemática prehelénica; dados que las tablillas y los papiros únicamente contienen problemas concretos y casos específicos, sin dar cuente de ninguna generalización, es preciso preguntarse si aquellas civilizaciones visualizaron realmente los principios unificadores que constituyen el núcleo de la matemática. Pero ciertamente cualquier conjetura o afirmación está sujeta a riesgos, puesto que los prehelénicos no dispusieron o dieron con ninguna idea de demostración, es prudente preguntarse si llegaron a sentir aquella necesidad.

JONIA Y LOS PITAGORICOS

Ninguna obra maestra matemática tanto de Tales como de Pitágoras nos ha quedado, sumado a que ni Tales ni Pitágoras compusieron jamás obra alguna; Tales y Pitágoras son figuras un tanto indefinidas históricamente, lo cual nos impulsa, sobre la base de una tradición, reconstruir lo que pudieron haber hecho.
Tales y Pitágoras compartían algunas características, impulsado por la geografía ambos compartían la ventaja de viajar a centros del antiguo saber y adquirir ahí información de primera fuente concerniente a la matemática y astronomía. Se plantea que en Egipto y Babilonia aprendieron geometría, por ejemplo. Los griegos no titubearon en apropiarse y mejorar todos los preceptos que manipularon.

El teorema que versa de un ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto, "el teorema de Tales", el mismo Tales de Mileto lo pudo haber aprendido durante sus viajes a Babilonia, sin embargo la demostración de tal teorema se le atribuye al griego; aquella aseveración hace poseedor a Tales del título de primer matemático autentico, a Tales también se le atribuye otros cuatro teoremas que cuentan fueron demostrados por el Griego. A) Todo circulo queda dividido en dos partes iguales por un diámetro. B) los ángulos básicos en un triángulo isósceles son iguales. C) Los ángulos opuestos por el vértice que se forman al cortarse dos rectas, son iguales. D) Si dos triángulos son tales que dos

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

ángulos y un lado de uno de ellos son respectivamente iguales a dos ángulos y un lado del otro, entonces los dos triángulos son congruentes.

Pitágoras por su parte, reconocido como un místico o especie de profeta nació en Samos; Babilonio, Egipto e incluso India pudieron ser sus posibles viajes, lo cual lleva a pensar que probablemente no sólo asimiló conocimiento matemático, sino también astronómico y religioso. La orden fundada pro Pitágoras era de carácter secreto y comunal; de ese modo los conocimientos eran mantenidos en régimen de comunidad, lo cual implicaba atribuir sus descubrimientos a ningún discípulo concreto de la escuela; lo más prudente es hablar de de la obra de Pitágoras como la contribución de los pitagóricos, claro que en aquellos tiempos la tentación era atribuir aquellas contribuciones al maestro.

Algunas contribuciones, por nombrar algunas, es la construcción de poliedros regulares, no obstante aquella contribución no está exenta de dudas. Sólo se conocían tres poliedros regulares: el tetraedro, el cubo y el dodecaedro. Entre otras contribuciones se le apropia de la subdivisión de la diagonal conocida como “sección aurea”, nombre que mucho después, un par de milenios, se utilizó.

II. Educación matemática e investigación.

Según, Kilpatrick, Jeremy; Rico, Luis y Sierra Modesto, la educación matemáticas, al igual que la investigación en educación matemática a luchado por lograr su propia identidad, ha intentado formular su propio campo su de conocimiento, incluso en el último tiempo se ha llegado a formar una comunidad de investigadores. En cada época el campo de investigación tenía sus propias consideraciones, siendo necesaria para su composición, una mirada inclusiva, no por ello la investigación en matemática deja de ser una interrogación disciplinada acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sus propósitos son múltiples, si la investigación es cercana las ciencias naturales, se aceptan como

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

metas: explicar, predecir o controlar; si es cercana a la comprensión interpretativa de una cultura, se intentará comprender los significados que la matemática tiene para quienes se encuentran implicados en la actividad. Aunque han dominado los métodos de la tradición empírico-analítica en la investigación en educación matemática, la motivación más fuerte es comprender y mejorar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Dados los problemas de enseñanza y aprendizaje los estudiantes arrojaban prácticas a mejorar, por ello se privilegio la investigación aplicada que la investigación pura. Los motivos para hacer investigación están con frecuencia entrelazados y lejos de ser desinteresados, lo cual no deja de ser una ayuda en la determinación de qué debe ser la investigación en educación matemática.

1. Un lugar en la universidad

La investigación en la educación matemática comienza en las universidades protestantes en Prusia. La primera cátedra se estableció en la universidad de Halle en 1779; poco a poco se fueron dando cátedras por el mundo, alrededor de 1890 no habían más de una docena de cátedras de educación en los Estado Unidos. Sólo a fines de siglo, con propósito de establecer la didáctica como disciplina implicada en conocimiento escolar y contraria a una pedagogía general, los estudiantes alemanes comenzaron a recibir un entrenamiento práctico sobre la enseñanza de la matemática. En otros países los intentos para preparar para enseñar matemáticas eran menores, en Francia por ejemplo proporcionan libros de textos que serian más bien manuales para controlar la instrucción. Preponderaron las “escuelas normales”; en Estados unidos por ejemplo, no fue hasta después del 1920 que se aceleró el proceso de transformar escuelas normales a centros de profesores. Conforme se implementaban sistemas escolares nacionales, se reconocía la importancia de generar profesorado calificado mediante una formación profesional. Con el tiempo la educación matemática llego a ser reconocida como materia universitaria, con lo cual las

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

expectativas de las personas implicadas en la formación de profesores de matemática deberían investigar y no sólo enseñar.

1.1 Influencias de otras disciplinas.

Dos disciplinas han tenido influencias fecundas sobra la investigación en educación matemática estas son la propia matemática en la cual la disputa se centra entre los matemáticos puros y los aplicados. La curiosidad por cómo se crean las matemáticas lleva a los matemáticos a la introspección, a observar sus propios procesos de razonamiento e intentar enseñar estos procesos a otros.
La segunda influencia a la investigación en educación matemática la ejerce la psicología, esta aporto con un conjunto de métodos potencialmente útiles para la investigación que se espera realicen.

Simplificando conveniente, las raíces matemáticas se emplean principalmente en la investigación sobre que contenidos matemáticos se enseñan y se aprenden, mientras que las raíces en psicología se relacionan principalmente con la investigación sobre cómo el contenido es enseñado y aprendido.

1.2 Fundamentos en la matemática

Felix Klein, destaca los valores educativos formales que pueden tener las matemáticas. Estos se describen en los siguientes puntos:

1.2.1 La Comisión Internacional

David Eugene Smith, fue quien propuso por primera vez la idea de una Comisión internacional para estudiar la enseñanza de las matemáticas. Klein fue presidente de la comisión, el propósito de esta fue informar sobre el estado de la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles de la escolaridad, en todos los países del mundo. Los informes recibidos de varios países, como por ejemplo estados

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

unidos hacían comparación sobre el currículo y la formación del profesorado de carácter internacional, comparaciones de carácter descriptivo por sobre analítico. La comisión emprendió estudios por sí misma para conocer más a fondo las semejanzas y diferencia entre países. En 1920 se habían producido más de 294 publicaciones lo cual marco un indicio por reformar y recoger información que pudiera utilizarse para la reforma.

1.2.2. El estudio del pensamiento matemático

Las matemáticas se han interesado con frecuencia en los misterios de la creación de la matemática cuando se hacen matemáticas. ¿Qué es lo que se hace y de qué modo ocurre? Por ejemplo Henri Poincaré (1899), pidió mayor atención para la intuición de la enseñanza en matemáticas al mismo nivel que la atención dedicada a la lógica. Otros autores propusieron variados tópicos, llegando incluso a preguntarse ¿cómo se trabaja mejor, de pie, parado o tumbado?, a lo que también surgías refutaciones que intentaban dirigir el campo de estudio.

1.3. Fundamentos en psicología

Alfred Binet describió un movimiento pedagógico que intentaba reemplazar las afirmaciones a priori por resultados basados en datos. La pedagogía experimental no debe llevarse a cabo en un estudio o laboratorio debe realizarse directamente con los niños en las escuelas y, principalmente, por profesores. Binet identificó tres métodos principales para realizar investigación: los cuestionarios, la experimentación y la experimentación.

1.3.1. Investigaciones sobre pensamiento, Medición de la habilidad mental

Binet es el iniciador de los test de inteligencia. Desde los inicios de su carrera Binet dio prioridad al interés por encontrar evidencia por el nivel de inteligencia. La frenología y posteriormente la craneometría fueron ciencias que intentaron medir

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

de algún modo la inteligencia, estas ciencias no convencieron a Binet, rasgos físicos no pueden proporcionar evidencia adecuada sobre la capacidad mental, esto propuso Binet tras sus cuidadosos estudios con niños y adolecentes. Para estudiar la habilidad mental es necesario proponer tareas en las que se pueda demostrar esa misma habilidad. Francis Galton en sus intentos por unir fenómenos físicos y mentales tratándolos como “facultades”, dio origen a la ciencia de los test experimentales. Karl Pearson, Cyril Burt y Charles Spearman contribuyeron a establecer la *psicología diferencial* como rama principal de la psicología. Las test de Galton contaban con limitaciones, fue Binet quien descubrió como valorar las habilidades mentales empleando tares complejas que fuesen cercanas a la vida diaria. Algunos autores extrajeron de los test de Binet una *teoría hereditaria* del conocimiento, lo cual distorsionó la visión de algunos investigadores americanos de educación matemática. Jean Piaget recibió el encargo se estandarizar algunos test de razonamiento, Piaget manifestó su interés por los procesos que los niños empleaban para obtener sus respuestas, especialmente las incorrectas. Muchos laboratorios psicológicos se establecieron desde 1895. Hall sostenía que el desarrollo de los niños era similar al de la evolución humana, por lo tanto no servía influir en el desarrollo intelectual durante la infancia. Hall consideró la enseñanza de las matemáticas elementales como una técnica para inculcar hábitos.

1.3.2. Provocar el pensamiento productivo

La escuela de Würzburg afirmó es necesario estudiar el pensamiento no a través de sus contenidos sino mediante sus funciones. Max Werthener (1959) fundó la psicología de la gestalt se enfocó en los procesos de creatividad y resolución de problemas. Lev Semenovich Vygotsky formuló una teoría sobre el crecimiento mental en la que la instrucción es una guía para el desarrollo, en vez de una consecuencia. La investigación psicológica sobre el pensamiento matemático ha servido de complemento y ha extendido las intuiciones que los matemáticos tienen sobre su propio trabajo, sin embargo su influencia no ha sido tan penetrante sobre

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

la investigación en educación matemática como lo han tenido el estudio de la enseñanza-aprendizaje. Las investigaciones sobre pensamiento, consideran por lo general las diferencias individuales o las diferencias de grupos en actuaciones bajo condiciones tipificadas. Una corriente comenzada por Galton estudio las interacciones entre los factores que se suponen reflejan las características mentales estables y tal vez inherentes, un aspecto positivo de esta investigación es su voluntad por examinar las relaciones que se presentan de modo natural como fuente de hipótesis que deben comprobarse.

1.4. Estudios sobre enseñanza y aprendizaje.

1.4.1. Tratamiento y efectos

Una segunda tradición en psicología a tenido mayor impacto sobre el diseño de investigación en educación matemática. En esta tradición, el investigador trata de examinar los efectos de los tratamientos de instrucción. La enseñanza se considera como un tratamiento y el aprendizaje como un efecto. Controles como la asignación aleatoria de los sujetos a tratamientos, permiten inferir que tratamiento ha causado efecto. Los efectos son investigados en el experimento de campo, la técnica básica para analizar los efectos es el análisis de varianza que compara la variación entre tratamientos con la variación interna dentro de cada tratamiento.

1.4.2. El ataque del Conexionismo contra la Transferencia

Antes del estudio de la varianza en el análisis de los datos experimentales, la noción de grupo de control sin punto de referencia o contraste de las descripciones de los resultados de un grupo experimental, resultaba bastante limitado. Robert S. Woodworth trató de demostrar las limitaciones de las transferencias mediante el entrenamiento, Thorndike denominó Conexionismo a su psicología, argumento que los vínculos entre estímulos y respuestas quedan reforzados mediante ejercicios en los que el éxito era compensado. Aplico estos

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

principio a las matemáticas, haciendo surgir un cuerpo significativo de investigación sobre los efectos de la práctica en el aprendizaje de las matemáticas. La matemática a fines del siglo XIX se encontró compitiendo por un lugar en el currículo de segundaria y bachillerato con materias más actuales, en vista de las opiniones acerca de la escasa utilidad de las matemáticas en la vida diaria, se argumentó sobre el valor formativo de la matemática. Los matemáticos asumieron que el estudio de las matemáticas tiene potencia creativa, "La meta principal de la educación matemática es desarrollar ciertas facultades de la mente (Poincaré, 1952, p, 128). El argumento de que lo aprendido en matemática no se transfiere a otros dominios, generó un torrente de investigaciones sobre transferencias. Torndike asumió que la transferencia se produce sólo si la situación a la que se transfiere posee "idénticos elementos" que la situación de entrenamiento. Esta teoría de los elementos idénticos evolucionó en la teoría de aprendizaje acumulativo. Estudios de autores como Charles H. Judd (1908), argumentaron en contra de la teoría de Thorndike.

1.4.3. La Psicología de las materias escolares

Para Judd, cada materia tiene sus propios hechos y generalizaciones que necesitan entenderse antes de que el conocimiento pueda emplearse. "El trabajo escolar consiste en transmitir a los alumnos métodos intelectuales de planificación mediante los que las complejidades del mundo se pongan de manifiesto y se elabore un nuevo patrón de experiencia. Las ciencias matemáticas ofrecen patrones más comprensivos y flexibles para la reorganización de experiencias" (p. 8)

1.4.4. La transferencia como piedra de toque y catalizador

Vevía Blair encontró apoyo para la aceptación de que puede darse una transferencia sustancial, dependiendo de los métodos de enseñanza, aunque Thorndike se burló del empleo del término *sustancial.* Judd expresó: Hay métodos

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

de enseñar una materia de manera que la transferencia se produzca, y hay otros métodos de enseñar una metería tales que la transmisión será muy escasa… (Citado en Young, 1925, p, 377).

1.5. Emergencia de una profesión

Las raíces de la matemática como campo de actividades, se extienden a lo largo de varios milenios. Los sumerios del 3.000a.C. Sócrates en el siglo V a. C. Y otros autores como Johann Pestalozzi, Friedrich Froebel y Johann Friedrich Herbart, del siglo XIX propusieron métodos de enseñanza basados sobre experiencias concretas y metas educativas relativas al desarrollo de facultades mentales que influyeran en la enseñanza de la matemática desde el periodo escolar hasta la enseñanza se secundaria. Martin Ohm escribió algunos textos decisivos en los que los conceptos numéricos estaban organizados como una extensión progresiva desde los números naturales a los racionales, negativos, reales y complejos, con el mismo principio organizador que se emplea actualmente (Jahnke, 1986; Zerner, 1989)

1.5.1. Los primeros educadores matemáticos y su investigación

A finales del siglo XIX se comenzaron a establecer en el seno de la educación superior la preparación de los profesores de matemáticas; a pesar de la identificación con las matematicas de parte de los profesores, no realizaron muchas investigaciones por sí mismos. Excepciones como Carson y Smith que llegaron a dirigir investigación. Smith pese a que sus conclusiones están sujetas a refutación fue hábil como para reconocer algunas de las posibles razones para las diferencias de resultados que arrojaban por conclusión sus estudios. A pesar de todas las limitaciones de estos primeros trabajos, dirigieron la fundamentación sobre la investigación que debe hacerse.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

1.5.2 La educación como ciencia

El movimiento científico en educación puede seguirse hacia atrás hasta el libro de Alexander Bain "Educación como una Ciencia" publicado en 1879, aumentó el interés por utilizar métodos científicos para estudiar las técnicas de enseñanza sobre varias materias escolares. Pero durante los inicios del siglo XX los estudios sobre los métodos rara vez consistían en comparación sobre los efectos de la enseñanza con alumnos asignados aleatoriamente a diferentes grupos. A pesar de las diferentes dificultades o incapacidades que presentaban los estudios, Buswell concluyendo su revisión de la contribución realizada en investigación sobre aritmética en 1938, expresó "La visión de conjunto muestra claramente que los resultados combinados de las investigaciones están ejerciendo una influencia directiva fundamental sobre el programa aritmético como un todo" (p. 128).

1.5.3. El estudio del niño

El campo de estudio del niño había comenzado a finales del siglo XVIII si se atribuye su comienzo a Dietrich Tiedemann, o quizás algo después si se concede crédito a Charles Darwin por sus observaciones de la conducta de su hijo. Fue retomado a finales del siglo XIX, el estudio sobre crecimiento y desarrollo de los conceptos matemáticos surge con fuerza en 1960 cuando el desarrollo intelectual según las líneas señaladas por Piaget se convirtió en un tema principal para la investigación. El estudio del niño se investigó bastante indiscriminadamente, un gran número de cuestiones, muchas veces fracasando en determinar si las cuestiones merecían plantearse. Como movimiento el estudio del niño formó parte de una inquietud general que comenzó a surgir en los Estados unidos sobre el 1890 respecto a una insatisfacción con los métodos formales de instrucción utilizados en todas las materias escolares, en especial en aritmética elemental.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

1.5.4 El movimiento a favor de los test. El comienzo de las pruebas escritas

En 1845 en Boston School Committeeun subcomité del comité escolar, determinó que no sería imposible realizar exámenes orales con todos los alumnos del sistema, decidieron emplear una batería de pruebas escritas. A pesar de los deficientes resultados los examinadores de Boston trataron de mantener los ánimos señalando el rendimiento de los mejores centros e impulsando a los demás a imitar sus prácticas. La competencia entre centros por el rendimiento en los resultados había comenzado. Como el propósito era evaluar cuanto había aprendido un estudiante o, también juzgar la efectividad de un programa escolar, los exámenes escritos, y de manera creciente-particularmente en Estados Unidos-los test escritos de respuesta breve se impusieron como instrumento.

1.5.5. Los test establecen los estándares

En 1890 el reformador Joseph Mayer Rice quedó aterrorizado por los métodos de instrucción que vio en los profesores y las respuestas pasivas de los estudiantes. Decidió recoger algunos datos, emprendió una investigación en aritmética que fue uno de los primeros intentos por utilizar datos empíricos para abordar un problema educativo. Rice creía que los hechos debían desplazar a las teorías como base para guiar la instrucción, elaboró test aritméticos donde las puntuaciones medias para las escuelas se escalonaban entre el 25% y el 80% y la variación era incluso mayor para algunos grados; consideró establecer estándares cuyo logro debiera producirse en las escuelas, estableció que el rendimiento escolar era adecuado si el promedio general estaba en 60%. El método de Rice que se basaba en la consideración de las características de los centros con puntuaciones altas y bajas, sólo le permitió decir que, puesto que no todos los centros con puntuaciones altas compartían una misma característica de la que careciesen los centros con puntuaciones bajas o viceversa, no se podía establecer la relación mediante un único factor.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

1.5.6. Comienzos del movimiento de medición

Stone pretendía estandarizar la administración y puntuación de los test, también quería expresar las relaciones entre el rendimiento y diversos factores en términos de coeficiente de correlación. Lo que encontró se resume en "diversidad", encontró una gran variabilidad entre los sistemas escolares, en la puntuación promedio de los test, en los errores, entre otros. Poco dispuesto a utilizar las técnicas de Rice para excluir factores que pudieran relacionarse con el rendimiento, Stone acabó con un montón de coeficientes de correlación que señalaban en barias direcciones. Inspirado por Stone, Stuart. A. Courtis (1909-1911) Administró los mismos test a todos los estudiantes de 3° a 13°, descubrió una variación en las puntuaciones dentro de cada grado y también un patrón de crecimiento en los rendimientos a lo largo de los grados. Continuó en sus investigaciones, quería conseguir lo que determinó "puntuaciones estandarizadas y conocimientos entandar para cada grado" (Courtis, 1913, p. 10). En uno de sus estudios comparó los grafos de las puntuaciones de los test en los distintos grados de una escuela en Michigan que había estado empleando sus test estandarizados durante varios años, y otra de de Nueva York que no los había utilizado. La curva para la escuela de Michigan era más uniforme, lo que sugirió a Courtis que algunos profesores deficientes podían ser la causa del rendimiento desigual observado.

1.5.7. Aplicaciones de pruebas para mejorar la práctica

Buswell y Judd argumentaron que el empleo extensivo de pruebas, habían resultado útiles no sólo para mejorar la práctica sobre instrucción sino también para desarrollar la ciencia educativa. Determinar y utilizar los estándares por medios de los test condujo "a una comparación critica de los diferentes métodos de enseñanza y al mismo tiempo proporcionó el mejor material posible con el que perfeccionar la medición científica" (p. 45). Caldwell y Courtis compararon resultados de las mismas pruebas aplicadas en 1845 y 1919, la prueba diseñada para 1845 en ciertas preguntas sólo un 16% de la muestra de 1919 respondió

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

correctamente y en esas mismas preguntas en la muestra de 1845 respondieron correctamente un 92%, el argumento fue la improbabilidad de tratar situaciones o problemas presentes en la prueba diseñada en 1845 presentes en la experiencia de los niños de 1919.

1.5.8. El movimiento para la utilidad social

La otra corriente influyente en el movimiento científico en la educación americana fue el esfuerzo por reorientar el currículo escolar entorno a tópicos que fuesen socialmente útiles.

- ¿Qué se necesita en el comercio?

Edward W Stitt director de una escuela de Nueva York trató de determinar cuáles prácticas comerciales variaban de las escolares y el grado en el que el currículo de matemáticas podía reducirse limitándolo a “aquellos contenidos que los comerciantes consideran más necesarios” (p. 568). “muchos comerciantes enfatizaron la importancia de la aritmética mental como factor en el éxito mental.

- Un currículo más ágil

No sólo Stitt argumentó que el currículo estaba sobrecargado con procedimientos antiguos y conceptos irrelevantes. Antes de Stitt Willian Torrey Harris gran parte del currículo de aritmética se orientaba a “una inclinación hacia el pensamiento cuantitativo con un abandono de la capacidad para observar y reflexionar sobre aspectos cualitativos y causales” (Harris y otros, p. 22)

- ¿Qué aritmética utiliza la gente?

Walter S. Monroe (1971), clasificó los problemas que aparecían en cuatro textos de aritmética de amplia difusión; comprobó que las ocupaciones del 55% de la población trabajadora, no estaban representadas, lo cual consideró como una indicación del valor limitado de la aritmética como materia vocacional. Profesores

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

de la Connorsville, Indiana, para conocer la aritmética realmente aplicada en la vida diaria, después de revisar las actividades de la comunidad recomendaron la eliminación de 14 tipos de procedimientos aritméticos. Wilson por su parte, decidió que un camino mejor para la obtención de información sobre el uso real de la aritmética en la vida adulta debiera incluir a los niños en la obtención de los datos. Así concluía después de recaudar datos: “Se encuentran pocos problemas de naturaleza abstracta. Los problemas son concretos y relativos a situaciones comerciales” (p. 141). Tras estudios para poner de manifiesto que números se empleaban y como se empleaban diariamente encontraron que “mayores demandas están en los números pequeños y fracciones muy sencillas” (Buswell & Judd, 1925, p. 16). Al reflexionar en 1938 sobre los que dominaban se acuño el término “reduccionismo”.

1.5.9 La reacción al reduccionismo

Presumiblemente los ataques de los reduccionistas habían forzado a muchos de los investigadores a una postura defensiva, manteniendo una batalla por las técnicas de cálculo en vez de prestar más atención por los aspectos formativos, sociológicos y psicológicos de la aritmética.

1.5.10. Capacitación y aprendizaje incidental

Entre 1930 y 1940 los defensores del aprendizaje incidental, o su versión más moderna, la teoría de la capacitación –que opinaban que la enseñanza de un concepto o destreza no debe realizarse hasta que los niños no estén suficientemente maduros como para aprenderla- realizaron investigaciones para sostener su posición, los cuales no fueron exentes de ataques por otros autores.

- **La disposición gradual de los tópicos:** Bajo el liderazgo de Washburne en su primer gran informe afirmó haber encontrado (mediante la enseñanza de los mismo tópicos en los grados anteriores y posteriores al nivel en

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

cuestión y, luego, aplicando pruebas sobre la edad mental, el aprendizaje y la retención) la edad mental mínima en la que los tópicos pueden enseñarse. Aquel estudio tuvo “una influencia incuestionable sobre la organización del currículo de aritmética” (Washburn, 1939). Varios estudios sobre graduación de tópicos tuvieron lugar, el más llamativo comenzó en 1929 cuando Louis P. Benezet estableció que no debiera enseñarse aritmética antes del 7° grado, salvo actividades sobre estimación y empleo de números en situaciones sociales. Después de un año de instrucción, las puntuaciones de los escolares en las pruebas estaban al nivel de aquellos estudiantes que habían seguido una instrucción regular. Benezet aparentemente, redujo el problema al de comprimir el estudio de las matemáticas en la menor cantidad de tiempo.

- **Eliminación de la instrucción formal**: Autores plantearon que las matemáticas que las personas necesitan pueden aprenderse mediante la experiencia, algunos más extremos propusieron que se suprimiese la instrucción formal de matemáticas. Pero Brownell (1935) sostuvo que aunque el aprendizaje incidental pudo ayudar a contrapesar la práctica de enseñar la aritmética como una materia aislada, no proporcionaba una organización en la que “los conceptos significativos y las destrezas inteligentes, requisitos de una capacidad aritmética real” (p. 16) pudieran desarrollarse.

1.5.11 Aritmética significativa

Desde 1935 a 1949 Brownell desarrolló una serie de estudios para fundamentar su teoría de significado. Sus estudios fueron calificados de brillantes, se destacó por emplear variedad de técnicas para llevarlos a cavo. Aunque la extensión con la que el término *significado* en la teoría de Brownell correspondía al significado matemático o al significado social no siempre fue clara (Jones & Coxford, 1970, p. 50).

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

1.5.12. Investigaciones para responder a cuestiones curriculares

Todos los agentes involucrados en la temática de qué y cómo enseñar, reiteraron que los estudios de investigación científica fuesen la instancia con la que se resolviesen sus diferencias, o por lo menos establecer la superioridad de una posición.

- **Matemática en la escuela secundaria:** El planteamiento de que todos los estudiantes debieran cursar matemáticas en la escuela superior fue combatido seriamente en los años 20 y 30. Este ataque a la posición de las matemáticas condujo a algunos educadores matemáticos a volver a considerar los objetivos de instrucción en la escuela superior. Se investigó sobre el argumento del "valor disciplinar" y sobre el efecto de transferencia en el estudio de las matemáticas en la escuela superior (Orata, 1935, 1937; osskorpf, 1953). La idea de unificar varias ramas de las matematices en un único curso surgió en Francia y Prusia en el siglo XIX, aquella corriente que se extendía en el tiempo y en distintos países siempre bajo criticas contrarias.

- **Evidencias para mantener el cambio:** Variados estudio se establecieron en torno al camino curricular, ejemplo de aquello fue un gran estudio que comenzó en 1932, estuvo dirigido a valorar los efectos a largo plazo de los cambios curriculares. Autores como Maurice L. Hartung y Harold C. Trimble a pesar de sus estudios y disertaciones, los educadores de matemáticas no aprendieron de este estudio cómo las variaciones en el currículo de su materia podían afectar al aprendizaje de sus alumnos. Aun así reformadores estaban proponiendo cambios sustanciales en el currículo de las matemáticas escolares.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

1.5.13. La búsqueda de identidad

Conforme los educadores matemáticos trataron de definir su campo se encontraron a sí mismos poniendo sus esperanzas en los psicólogos y los matemáticos como guías en su trabajo erudito. A veces y según algunos autores se presentaba como irrelevante el trabajo de el psicológico para las cuestiones a las que se enfrentan los educadores matemáticos. Las aportaciones de la psicología, sus teorías en cuanto a cómo enseñar y a la organización del material fundamental, eran aspectos que no suplían la totalidad de las problemáticas de los educadores en educación matemática según algunos autores. Luego de la segunda guerra mundial paulatinamente se restablece la colaboración internacional de los psicólogos, "así surge una corriente psicológica principal" (Madsen, 1988, cap. 12) cuya rama más influyente para las matemáticas escolares en muchos países fue la psicología cognitiva de Jea Piaget y Jerome Bruner. La década de los 60 fue la época donde los matemáticos "redescubrieron la escuela". A finales de los 50 debido a la discontinuidad entre las matemáticas enseñadas en las universidades y los cursos inferiores, así como la preocupación por la baja de inscripciones en cursos universitarios de matemática, dio paso a una riada de proyectos de reforma curriculares, lo que en su conjunto se conoció como "las matemáticas modernas" (Cooper, 1985; Howson, Keitel & Kilpatrick, 1981; Moon, 1986). Aprendizaje por descubrimiento, facilidades para el aprendizaje, procesos de aprendizaje y aptitud para el aprendizaje, fueron un campo común. La maduración del currículo y en la propia psicología durante los 60, tuvo el efecto de acelerar la formación de una comunidad de investigadores en educación matemática.

1.6. La integración de una comunidad

Muchos estudios empezaron a proliferar**,** el problema se centraba en encontrar estudios que estuviesen basados sobre trabajos previos. Al reconocer que los estudios dirigidos por investigadores individuales no se integraban de un modo

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

productivo, los investigadores comenzaron a difundir llamadas hacia una mayor coordinación de las investigaciones y vías para reunir personas de diferentes capacidades y especialidades que permitiesen sacar adelante las investigaciones.

1.6.1. La edad de oro

- **Adquiriendo información:** En la década de los 50 (agitado por las criticas Arthur Bestor hasta Hyman Rickover) protestaban por el debilitamiento del currículo en respuesta a la educación progresista y ajustada a las necesidades de la vida adulta. La ayuda conjunta de todos profesores, investigadores, ingenieros, y quienes utilice las matemáticas, era el camino a un mejor currículo.

Los primeros Intentos por juntar a personas de distintas disciplinas con la finalidad de la mejora en la educación matemática no resultaban del todo fluidas. Conferencias posteriores se centraron en la necesidad de investigar en educación matemática, en ellas se recalcó la necesidad de un servicio que proporcione acceso a la información del momento sobre los problemas en la educación matemática. En discusiones posteriores se propusieron bibliotecas especializadas y revistas de investigación y un tercer encuentro tuvo por intento determinar propósitos para trabajos terminales, tesis e investigaciones postdoctorales en educción matemática. En 1964 se había creado un comité especial denominado Comité Sobre Investigación en Educación Matemática, en 1065 se reorganizó la estructura del comité surgiendo un nuevo Comité de Asesoramiento para la Investigación como uno de los subcomité curriculares. La constitución de un comité de consulta para trabajos con los especialistas con la Universidad de Georgia en la preparación de la conferencia nacional de la Necesidad de Investigar en Educación Matemática. La conferencia se organizó entorno a tres temas: el aprendizaje de las matemáticas, la enseñanza de las matemáticas y el currículo de las matemáticas. La comunidad investigadora en educación

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

matemática deberá ser una comunidad diversa. Se establecieron encuentros entorno a una base regular y comenzó a desarrollar una base estructural. Varias organizaciones entorno a la educación e investigación matemática fueron surgiendo así como también congresos.

- **Buscando una voz:** La discusión para que el NCTM editase una revista de investigación se había producido esporádicamente en sus diversos comités al menos desde la formacion1956-57 del Comité de Investigación. El comité se propuso una publicación sobre investigación y nombró a una comisión especial, presidida por Joseph M. Scandura para ponerla en marcha. El folleto resultante (Scandura, 1967) vendió cerca de 4000 copias en su primer año. Surgieron otras pocas revistas que justificaban su finalidad proclamando “la necesidad urgente de mayor información internación sobre actividades nacionales de investigación matemáticas que se pudiesen organizar y difundir por un centro de internacional activo y accesible o por una publicación periódica de alto nivel en educación matemática” (citado por Freudenthal, 1978, p. 503) Fueron necesidades que cubrieron revistas, artículos y documentaciones. A fines de la década de los 60 y comienzos de los 70 fueron una época fértil no sólo por la creación de revistas y centros de documentación sino también por la fundación de institutos y centros en los que llevar adelante investigaciones.

1.6.2. El despegue de la investigación

Romberg (1969) estableció que se habían realizado alrededor de 1000 estudios, en los 5 años precedentes, sobre instrucción matemática; para organizarlos usó sus propios criterios. Caracterizó la investigación revisada como “grande en cantidad pobre en calidad pero con tendencia a mejorar, y diversa” (p. 473). Heinrich Bauersfeld (1979, pp. 203, 210) señaló que él y sus colegas habían localizado unos 3000 trabajos sobre procesos de aprendizaje de las matemáticas; observó que el interés se estaba desplazando desde los estudiantes y el currículo

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

hacia los profesores, con un interés creciente hacia las situaciones reales del aula y el contexto social del aprendizaje.

- **La magnitud creciente de la tarea de investigación:** La rápida aceleración en el volumen creciente sobre investigación que se produce desde mediados de los 50 hasta mediados de los 70 no está limitada a la educación matemática. Gran parte del crecimiento en el número de trabajos realizados y en particular de las memorias, procede de la implantación de nuevos programas de doctorado de educación matemática, principalmente en Estados Unidos, pero también en otros sitios.

- **La expansión alrededor del mundo:** La investigación en educación matemática en los 60 y los 70 crecieron en número y amplitud con lo que los investigadores se movían en los límites de las disciplinas, superando las fronteras de los países. La visita que realizó Jean Piaget a Estados Unidos estimuló la investigación piagetana en los educadores. Encuentros en diversos países posibilitaron el intercambio y colaboración además se hacía tacita la llamada a encuentros periódicos. Los encuentros posibilitaron el seguimiento de logros en el campo; los estudios más comprensivos sobre logros en matemática han empleado la matemática como vehículo para examinar diferencias entre los sistemas educativos de diferentes países. La recolección de muchos y dispares datos condujo a los investigadores a hacer un uso eficiente del tiempo, por ejemplo en las aplicaciones de las pruebas. La creciente potencia de los ordenadores ha permitido realizar cálculos con base de datos gigantescos.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

1.6.3. Una ciencia experimental

En su conferencia en el Primer Congreso Internacional Sobre Educación Matemática. Realizado en Lyon en 1969, Begle argumentó que la educación matemática necesitaba seguir el patrón de observación y especulación utilizado por las ciencias físicas y naturales. La complejidad de los fenómenos en estudio la mente de los niños, en el aula de matemáticas- sin embargo puede significar que “restringirnos a nosotros mismos con observaciones en pequeña escala seria sacrificar la generalidad de nuestras teorías” (p, 243). Los ordenadores estaban permitiendo no sólo el análisis de grandes cantidades de datos empíricos sino que también estaban permitiendo desarrollar modelos de pensamiento en la ciencia cognitiva, incluyendo el pensamiento matemático. Los investigadores en educación matemática trataron de entender y tomar ventajas de la preocupación de los científicos cognitivos sobre las representaciones mentales y los procesos para actuar sobre esas representaciones. Por su parte los investigadores europeos estaban siguiendo lo que se ha denominado la *aproximación realista* a la enseñanza y aprendizaje (De Corte & Vershaffel, 1986) en las matemáticas se consideran como una actividad humana que surge de las situaciones reales y en las que los estudiantes aprenden al investigar problemas que ellos han formulado (e.g. Bell, 1979. La investigación en educación matemática) parecía orientada hacia la meta de ser una ciencia experimental.

1.7. Nueva valoración del campo

Klitgaard se pronunció “la investigación educativa está creciendo pero, en la mayor parte de los casos, no parece dirigirse a ningún sitio” (Klitgaard, 1978, p. 353). Los investigadores se preguntaron si algo estaba mal orientado. Los investigadores educativos no parecían estar satisfaciendo las demandas de los prácticos que necesitaban información útil, tampoco a las agencias de investigación, ni a los colegas de otras disciplinas científicas, ni sus propias expectativas sobre lo que debiera ser la investigación; daba la impresión que se

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

iniciaba una depresión. Se asía necesario que la investigación en educación matemática recibiera el impulso de nuevas ideas antes de que se convirtiera en algo impracticable e inútil para el discurso de la comunidad. A fines de los 70 se hicieron serios esfuerzos por reconciliar las diferentes aproximaciones de los investigadores y los prácticos, por abandonar los modelos clásicos de hipótesis y adaptar en cambio esquemas conceptuales que animasen a la investigación a adoptar la perspectiva del práctico (Sodwer, 1980, pp. 12-19) Cada vez más la investigación en educación matemática estuvo tratando de salir de la biblioteca y el laboratorio y acercarse al aula y a la escuela. La década del 80 empezó con una promesa de integración multidisciplinar más fructuosa entre investigación y práctica. Aun cuando su historia no es muy dilatada, la investigación en educación matemática es un discurso que comenzó mucho antes de que surgiesen los investigadores actuales y que continuará bastante después de que hayan desaparecido; es la historia de una comunidad y campo, definiéndose a sí mismo.

III. Evaluaciones SIMCE Y PISA.

Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA)

Programa que radica en evaluar conocimientos y habilidades demandantes para la integración social acertada de los escolares que están cercamos a culminar su formación académica obligatoria, y que proyectan desempeñarse en el plano laboral o ingresar a una institución de educación superior; en las áreas de lectura, ciencias y matemáticas. La muestra de alumnos de establecimientos públicos y privados es seleccionada en base a su edad (15 años y 3 meses y 16 años y 2 meses), y son medidos a través de pruebas en papel como cuestionarios personalizados. (OCDE, 2007).

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Análisis SIMCE Y PISA

Al reflexionar sobre la necesidad de analizar los errores que cometen los estudiantes, es muy importante analizar el estado en que se encuentran los alumnos a nivel nacional e internacional para encontrar el problema y la solución a este. Algo a tomar en cuenta son las pruebas de medición, la prueba Pisa, por ejemplo que es un estudio comparativo que se aplica cada tres años y es organizado y dirigido por los países miembros de la OCDE, en colaboración con países asociados, nos muestra que nuestro país obtuvo 449 puntos en la medición de Lectura, 447 en Ciencias y 421 en Matemática, resultados que no alcanzaron para llegar al promedio de los países de la organización internacional, que varió entre los 490 y los 501 puntos, dependiendo del área medida. No podemos dejar de lado el eje transversal de la matemática, la cual necesita una buena capacidad de comprensión lectora, área en la cual también tenemos muchas deficiencias, ya que en comprensión de Lectura, Chile mostró un alza de 40 puntos en comparación con los resultados de 2000 y redujo la brecha entre los alumnos de los sectores más ricos y más pobres. Sin embargo, un tercio de los estudiantes sigue sin alcanzar el nivel mínimo en esta área. En Matemática, que es el área que nos aboca, la situación es más crítica, ya que la mitad de los estudiantes, está bajo el nivel mínimo. Además, según los cálculos de OCDE, 40 puntos significan una diferencia de un año escolar. Si se miran los resultados por tipo de establecimiento, los alumnos de colegios privados sacan más de dos años de ventaja a los de particulares subvencionados, mientras que éstos tienen cerca de un año de diferencia con los municipales. En un análisis de la prueba se puede afirmar que si bien hay avances en lectura, el país continúa estancado en matemáticas. "No se puede cantar victoria, porque uno de cada dos niños del 20 por ciento más pobre no tiene las competencias mínimas para integrarse en sociedad". Es muy importante analizar esta frase ya que, no habla de que el 20 % más pobre valla a tener problemas, o les vaya a costar un poco más el integrarse a la sociedad, si no que hace referencia a que no tienen las "competencias

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

mínimas”, es decir no poseen ni el mínimo conocimiento necesario para integrarse a la sociedad. (Informe Pisa, 2009).

IV. Dificultades y errores en el aprendizaje de la matemática.

Según, Lucchini, Graciela; Cuadrado, Blanca y Tapia, Lucila, respecto al origen de los errores en matemáticas empezaremos por definir el error como un concepto equivocado o un juicio falso, o como obrar desacertadamente.

Según Henostroza (1997) el error es propio de la condición humana ya que podemos considerar verdaderos algunos procedimientos desarrollados deficientemente.

Sin embargo en cuanto a la enseñanza de la matemática es más optimista la teoría de Blanco (2003) y Mancera (1998) de que los errores forman parte del proceso de construcción del conocimiento y que pueden incluso provocar avance.

En el proceso de enseñanza es sorprendente como un conocimiento entregado en forma correcta, se deforma en el alumno produciendo errores, los cuales pueden tener muchos orígenes, como dificultades del sujeto, de su entorno, de los métodos de enseñanza o del curriculum de su escuela o país.

Otro aspecto importante es mencionar que los errores pueden producirse por la alteración de funciones específicas como la percepción, la organización o la estabilidad emocional.

Hay una variedad de errores derivados del entorno del aprendiz, entre estos están los de tipo afectivo, como amedrentamiento (amenazas, castigos), motivaciones inapropiadas, etc. Por otra parte están los de tipo conceptual, como la falta de profundidad y dominio del profesor o el mal cálculo del tiempo de exposición y practica de nuevos conceptos. Y por último los derivados del entorno practico

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

formal como las instrucciones poco claras o los estímulos visuales poco nítidos y desordenados.

Es importante destacar que de acuerdo a Mustaid (2000) la habilidad matemática es un ejemplo del desarrollo que ocurre en el periodo preescolar, por lo que plantea que los programas para mejorar las habilidades básicas en matemáticas, entre 4 a 5 años de edad, tiene efecto. Además de esto recordemos que el error en la enseñanza de la matemática puede convertirse en una estrategia al servicio de la innovación educativa. (“De la Torre”, Saturnino. 2000).

En un estudio realizado por la Fundación Educación Arauco (FUNDAR) en el 2006 se hizo una revisión de 467 Pruebas de Matemática aplicadas a alumnos de colegios de distinta dependencia y NSE, en Concepción (1999) y a alumnos de escuelas municipales en una comuna de la Provincia de Arauco (2000). Del cual podemos desprender errores observados específicamente en el área de Fracciones.

En el caso de las fracciones, se observa que no se respetan las reglas de operación o no se simplifica para encontrar la alternativa correcta, lo que da a entender que no conocen la equivalencia de estas.

- Suman o restan mal fracciones, no consideran denominador igual o distinto.
- Multiplican entero por denominador y numerador.
- No suman fracciones.
- No simplifican.
- No respetan orden en la resta, operando de mayor a menor.
- Simplifican considerando el 10 como entero y no, por ejemplo, 8/8.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

V. Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular.

Según, Rico, Luis y Lupiáñez, José Luis, por educar se entiende “ese procesos mediante el cual el individuo en formación es iniciado en la herencia cultural que le corresponde”, la escuela tiene por misión poner a disposición del niño y del adolecente una selección del capital intelectual, emocional, moral y técnico con el cual cuenta la sociedad, por lo tanto el sistema educativo es el medio para el desarrollo personal y en la dimensión social y publica, es el medio para transmitir y moldear la cultura con objeto de alcanzar una cohesión social, es por esto que la persona educada es capaz de interactuar adaptadamente con la sociedad. La matemática forma parte de la educación obligatoria, contribuye de manera singular a la formación de las personas, la educación matemática tiene por consigna alcanzar el máximo desarrollo de todas las capacidades por medio de la matemática.

1. Currículo de matemáticas

A pesar de brindar una formación general, Cada sociedad aspira a alcanza fines propios a través de la educación matemática –un currículo es una propuesta de actuación educativa. En un currículo se concretan una serie de principios ideológicos, pedagógicos, psicopedagógicos que, en su conjunto, muestran la orientación general del sistema educativo. El currículo se sitúa entre la declaración de principios generales y su traducción práctica, entre lo que se prescribe y lo que realmente sucede en el aula (Stenhouse, 1984)

Para el autor, en su diseño y desarrollo, el currículo tienen que dar respuestas concretas a:

- ¿Qué formación? ¿Con cuáles conocimientos?
- La formación, ¿para qué? ¿Qué aprendizaje se persigue?
- ¿Cómo llevar a cavo la formación?
- ¿Cuánta fue la formación? ¿Cuáles resultados se obtuvieron?

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Basándose en estos tópicos, cada currículo debe responder a las necesidades individuales y sociales del momento,

2. Dimensiones del currículo.

Qué conocimientos sirven de referencia para otras cuestiones. La dicotomía en este aspecto, mayoritariamente se centra en la matemática pura versus la matemática aplicada.

Una segunda dimensión apunta a resolver las preguntas: ¿Qué aprendizaje se pretende?, ¿para qué formación?, ¿para cuál aprendizaje? El currículo necesita estar basado en alguna teoría o esquema conceptual, sobre esa base debe plantearse expectativas razonables, se debe enmarcar en alguna teoría cognitiva que plantee objetivos, estándares, destrezas y estrategias, capacidades y competencias, las expectativas que se busquen van a preceder de marcos teóricos distintos.

Una tercera dimensión: ¿Cómo llevar a cabo la formación? O ¿Cómo llevar a cavo la enseñanza de la matemáticas?, más específicamente, ¿Cuáles métodos resultan más adecuados?

Una cuarta dimensión: se identifica por la pregunta ¿Cuántos logros se alcanzaron?, pregunta que se conecta con otras interrogantes ¿Qué valorar?, ¿Cómo valorar el aprendizaje?

En otras palabras estas cuatro dimensiones son:

- Dimensión cultural/conceptual
- Dimensión cognitiva
- Dimensión ética y formativa
- Dimensión social

La fuerte interconexión de estas cuatro dimensiones, pudiera ser separada con fines analíticos

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Niveles de reflexión curricular: Las cuatro dimensiones del currículo proporcionan un marco para el estudio del currículo y permite abordar niveles de análisis y reflexión.

Dimensiones: niveles	1° dimisión: Cultural/ conceptual	2°dimension cognitiva	3!dimension Ético o política	4 dimensión social
Planificación para los profesores	contenidos	Objetivos	metodología	Evaluación
Sistema educativo	Conocimiento	Alumnos	Profesor	Aula
Disciplinas académicas	Matemática, epistemología, historia	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
Teleológico o de finalidad	Fines culturales y formales	Fines formativos y de desarrollo	Fines éticos y políticos	Fines sociales y utilitarios

En el marco de este estudio se conceptualiza un nuevo nivel de reflexión curricular llamado análisis didáctico; este análisis didáctico puede ser utilizado por el profesor a la hora de diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas. Mediante este procedimiento el profesor debe dar repuestas a: qué conocimiento, para qué, cómo y cuáles se logran en cada unidad diseñada.

Los cuatro componentes del análisis didáctico, en correspondencia con las cuatro dimensiones del currículo, son: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de resultados (Gómez, 2007)

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

3. Fines de la educación matemática

El estudio de los fines de la educación matemática aborda sus porqués, se plantea el ¿Por qué merece formar parte de la herencia cultural, del patrimonio social y formativo? La elaboración de nuevos planes de formación, comienza por replantear sus finalidades básicas.

4. Cuatro tipos de finalidades

Primero, por su naturaleza, su utilidad, confiabilidad, rigor, las matemáticas disponen de crédito para formar parte de la educación común.

Segunda finalidad: Favorece al desarrollo intelectual de los estudiantes mediante el logro de capacidades, destrezas, y habilidades matemáticas específicas, favorece el desarrollo de capacidades cognitivas muy generales, de ahí su carácter formativo. En este caso surge el porqué adecuar en matemáticas, se justifica en el para qué adecuar, en las capacidades y aprendizajes a las que contribuye.

En términos generales, estos dos aspectos permiten expresar con claridad los cambios o rendimientos que espera el profesor del estudiante

Se suele destacar capacidades matemáticas, entre las que se encuentran:

a) La capacidad para desarrollar el pensamiento del alumno, que se alcance a determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias y, en definitivita, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica.
b) La capacidad para promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, así como su combinación para obtener eficacia o belleza, entre otros.

Una tercera finalidad es: el valor ético y político del conocimiento matemático. El valor de las normas, la difusión de valores democráticos y de integración social, el trabajo sistemático, entre otros. Son elementos claves para llevar a cabo la educación de los escolares por medio de las matemáticas.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

El planteamiento crítico sostiene que el conocimiento matemático está conectado con la vida social de los hombres, sirve como argumento de justificación en decisiones sociales. Un planteamiento reflexivo sistemático del conocimiento de las matemáticas ofrece la oportunidad de abordar las cuestiones de dominio de la estructura conceptual del sistema.

Una cuarta finalidad: los fines sociales y utilitarios, los conocimientos matemáticos invaden la dinámica de la sociedad, no sólo por su carácter práctico, puesto que la matemática permite la trasmisión de un mundo y sus directrices plasmadas en una red de significados.

Para delimitar la dimensión social del currículo de matemáticas es usual considerar tres tipos de situaciones o ámbitos diferentes de uso, de distinta complejidad. Estos tres ámbitos de actuación patatica son.

- Las situaciones personales y publicas
- La práctica profesional
- Los contextos matemáticos y científicos

El primer tipo se refiere al conocimiento matemático imprescindible para desenvolverse en sociedad.

El segundo tipo se refiere a todas aquellas situaciones del mundo laboral y social en las que es necesario un cierto dominio de herramientas matemáticas, pudiendo ser específicos o generales.

El tercer ámbito queda caracterizado por prácticas científicas donde matemáticos producen conocimientos para usarlo y convertirlo en experiencia cotidiana de otros.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

5. El debate sobre los fines

Al considerar las expectativas sociales a qué debe responder la educación matemática hay que considerar, prioritariamente, en qué clase de sociedad nos queremos ubicar. Pensando en los ideales de justicia, libertad dignidad. Conviene discutir sobre como orientar la educación para alcanzar ese futuro. Ambrosio presenta dos puntos de vista: justificación utilitaria (finalidades sociales) y justificaciones especulativas (finalidades culturales).

Punto de vista utilitario: plantea una necesidad de matemáticos, para la aplicación y uso de tecnologías. Una formación generalizada y la inclusión en la formación profesional en el sistema educativo; la sociedad puede esperar mucho más.

Punto de vista especulativo: esta prospectiva creativa y estructurada destaca esta disciplina como lenguaje conveniente para simular el mundo real. Crear nuevas matemáticas para resolver nuevos problemas así como fomentar nuevo conocimiento matemático, no tan sólo perpetuarlo.

Romberg (1991), en su estudio de los fines de la educación matemática, sistematiza las respuestas a la cuestión ¿Por qué se debe enseñar matemática?; considera dos grandes justificaciones.

Justificación funcional: La formación especializada en las matemáticas para necesidades funcionales de la sociedad; implica que los estudiantes escolares deben tener la oportunidad de estudiar más matemáticas.

-Otras justificaciones: promueve destrezas de pensamientos de alto nivel; forman parte de las dimensiones de la personalidad humana, entre otras.

Niss (1995) sobre los fines de la educación matemática: argumentos utilitarios y argumentos de formación general. Ambas categorías de argumentos se puede relacionar con dos propósitos generales diferentes: servir a la sociedad o servir al individuo.

La singularidad de cada currículo está determinada por el modo en que se establezcan sus prioridades sobre los fines.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

6. Finalidades y propósitos de la educación

Conforme centramos nuestro pensamiento en cada una de las dimensiones curriculares modificamos el énfasis, ya que cambia la cuestión central de referencia.

En este caso la reflexión sobre los fines, se orienta, prioritariamente, a las expectativas sobre el aprendizaje de los alumnos-dimensión cognitiva- y la importancia práctica del conocimiento matemático –dimensión social.

7. Finalidades de la educación en la formativa actual

La ley orgánica 2/2006 establece, en su artículo segundo, un listado de once fines, que pueden agruparse según marquen una prioridad para el desarrollo individual, moral o social mediante la educación 8MEC 2006ª, p. 17165) b

VI. Epistemología del error en matemáticas.

Según, Del Puerto, Silvia; Minnaard, Claudia y Seminara, Silvia, el error en matemáticas es parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, El conocimiento en el alumno se asocia a una capacidad de relacionar conceptos y procedimientos en ocasiones errados que se consideran como verdaderos.

Sócrates afirmaba *“que todos podemos errar en el camino de búsqueda de la verdad”,* así se dice que solo a través del pensamiento reflexivo critico y autocritico se pueden corregir esos errores, para adquirir el conocimiento verdadero.

Popper propone un cambio, busca la última fuente de conocimiento, por el cual se puede determinar o eliminar el error, propone a su vez el racionalismo crítico como la forma adecuada de explicar el avance del estudio del conocimiento, con esto se

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

elimina o modifica el conocimiento anterior y se cuestionan las afirmaciones antes propuestas consideradas verdaderas.

Lakatos busca resolver un problema abierto a través de una teoría, ve el error como una oportunidad para transformar o enriquecer los conocimientos.

Ambos autores creen que el conocimiento erróneo se transmite en el tiempo, se oponen a una postura anterior que creía que el conocimiento científico se basaba en transmitir y descubrir una verdad absoluta, la verdad es verdad solo en un momento determinado y para una estructura determinada, cambia en el transcurso del tiempo. Un error puede considerarse correcto o incorrecto solo en teorías, por lo cual siempre puede ser corregido o superado.

Bachelard se refiere al concepto de obstáculo epistemológico, en este explica los errores cometidos en la conformación del conocimiento. Un obstáculo es un conocimiento adquirido de manera deficiente, que los alumnos fijan en su mente como verdadero presentando así dificultades ante situaciones en contextos similares produciendo un error.

Brousseau basando sus estudios en ideas de Bachelard las desarrolla en un ámbito de aprendizaje de la matemática. Distingue a los obstáculos en dos como lo son: los de origen psicogenético, los de origen didáctico y epistemológico. Los primeros se asocian al aprendizaje del alumno, y el segundo a la metodología utilizada durante el aprendizaje de este. En cuando al epistemológico este se asocia a la dificultad de los conceptos aprendidos a lo largo de los años de estudio. Todos estos se perciben a lo largo de la enseñanza de la educación matemática por lo cual es necesario identificarlos para lograr superarlos.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Capítulo III

“Metodología”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

METODOLOGÍA

Tipo de Investigación: La Investigación es de carácter cualitativo de tipo exploratoria, que señala al conocimiento como el resultado de la interacción entre el individuo y su entorno, la finalidad principal de esta es representar e interpretar las variables, en este caso errores tal y como son representados por los sujetos de estudio. Se enmarca en la Educación Matemática, clasifica los posibles errores que cometen los estudiantes en la unidad de fracciones de quinto básico. El trabajo entregara resultados en términos de la población estudiada únicamente.

Unidad de estudio: La investigación se llevará a cabo en el establecimiento. Tomamos como unidad de análisis el aula de clase de matemática donde identificaremos los errores frecuentes en fracciones y diseñaremos estrategias en función de estos, tratando de interpretar, no solo de describir, lo que sucede.

Sujetos de estudio: Para el estudio se consideró buscar alumnos que cumplieran con cualidades semejantes dentro del aula, considerando los puntajes obtenidos por estos en el SIMCE 2012; del cual se puede inferir tuvieron un puntaje similar al promedio nacional y comunal. El nivel a trabajar es 5° básico del colegio mencionado anteriormente, los alumnos tienen en promedio 10 años y el curso cuenta con 32 alumnos, que se encuentren en la unidad de fracciones estipulada. Los alumnos del establecimiento residen en su mayoría en las inmediaciones del mismo, lo que evita desplazamientos excesivos. Los padres y apoderados de la escuela seleccionada como unidad de estudio, en general poseen un estrato económico medio- bajo.

Instrumentos de recolección de la información: Con el objetivo de obtener información significativa sobre los objetivos propuestos en la investigación, se

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

pensó en instrumentos que posibilitaran el trabajo, tomando en consideración los sujetos de la muestra seleccionada y sus tiempos disponibles.

Se hará uso de las siguientes herramientas:

- Observación etnográfica
- Test de aplicación individual
- Método de validación

Se considera el método de la aplicación del test individual como el más eficaz ya que permite obtener una información más completa. A través de el se puede explicar el propósito del estudio y especificar claramente la información necesaria para el análisis de las variables.

Procedimientos para el análisis de la información:

- Se hará uso de la triangulación hermenéutica como medio para estudiar la información recabada.
- Análisis y categorización de los errores en matemática según autores.
- Seguimiento del error cometido en matemáticas individualmente.

Se utiliza como discernimiento para la selección de la información el criterio de “pertinencia”, que se expresa en la acción de tomar en cuenta solo aquello que se relaciona efectivamente con el tema de investigación. En este sentido, los datos obtenidos a través de los test individual serán analizados bajo esta premisa, con la finalidad de no desviar los objetivos de la investigación.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Capítulo IV

“Análisis de los Errores”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

I. ANÁLISIS DE LOS ERRORES

El ítem IV tiene por objetivo recaudar errores correspondiente a las representaciones icónicas o pictóricas de fracciones, para esto utiliza cuatro ejercicios desde la representación de fracción propia, impropia y n° mixto. En la representación de una fracción propia, el curso obtiene el segundo porcentaje más alto de respuestas correctas en el test, con el 75%, siendo importante señalar, que si bien la naturaleza del posible error cometido en este ejercicio correspondería a la categoría “Dificultades para obtener información espacial”; el porcentaje obtenido por el error del tipo “Mala asimilación” es cercano al de “Dificultades para obtener información espacial” con un 9, 38% y un 7,81% respectivamente; lo cual evidencia un manejo del curso en cuanto a la representación de fracciones propias. En cuanto a las respuestas correctas del curso en la representación de una fracción impropia, los porcentajes se mantienen en el mismo orden, un 75% de respuestas correctas, en cuanto a las categorías “Mala asimilación” y “Dificultades para obtener información espacial” ambas presentan un 6,25% correspondiente a 2 alumnos(as); siendo aquellas categorías las más relevantes. En cuanto a la representación icónica o pictórica de número mixto, el error total en sus diferentes categorías es de un 90,63%, siendo el ejercicio con el segundo mayor porcentaje de errores; la mayoría de este elevado porcentaje se constituye con 18 alumno correspondiente al 56,25 del total de compañeros del curso, que presenta el tipo de error “Dificultades para obtener información espacial”.

Sin duda la atención debe centrarse en el error “Dificultades para obtener información espacial” en cuanto a las representaciones icónicas o pictóricas de números mixtos, pero una vez focalizado el tipo de error que se comete, será más fácil encontrar una estrategia para superar la insuficiencia por representar números mixtos pictórico o icónicamente.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

EL ítem que tiene por objetivo ubicar una fracción propia e impropia en la recta numérica, presenta las siguientes conclusiones. En cuanto a ubicar la fracción impropia se produce que el porcentaje de una única categoría del error supera al porcentaje de respuestas correctas con un 56,25% correspondiente a 14 niños para el tipo de error "Dificultades para obtener información espacial" y un 28,13% correspondiente a 9 niños(as), que obtuvieron respuestas correctas, siendo importante señalar que las categorías "De asociación" y "Mala asimilación" tienen un mismo porcentaje de 9,38% correspondiente a 3 alumnos(as).

En comparación con la ubicación de una fracción propia en la recta numérico, los porcentajes se invierten, con un 46,88% correspondiente a 15 alumnos(as) que respondieron correctamente, y un 53, 22% que respondieron incorrectamente, dándose en este ejercicio la distribución más equitativa en cuanto a las categorías de errores evidenciados: 2 alumnos(as) correspondiente al 6,25% presentan errores de tipo "fortuitos o poco trascendentes", 5 alumnos(as) correspondiente al 15,63% presentan errores del tipo "De asociación", 3 alumnos(as) correspondiente al 9,38% presentan errores del tipo "Mala asimilación", y un 18,75% correspondiente a 6 alumnos(as) presenta errores del tipo "Dificultades para obtener información espacial". Esta repartición más equitativa de los errores cometidos de acuerdo a su categoría, tiene sus implicancia propia, como buscar estrategias que favorezcan, no una superación de solo una categoría de errores, sino una estrategias que abarque mas categorías.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Ejemplos icónicos de las categorías de errores en el uso de fracción de quinto año básico del Colegio Hispano Americano.

Hay patrones consistentes en los errores a dos niveles: a nivel individual, ya que las personas muestran gran regularidad en su modo de resolver ejercicios y problemas similares; y a nivel colectivo, ya que distintas personas cometen errores semejantes en determinadas etapas de su aprendizaje.

En razón de esta regularidad con la que suelen presentarse, varios autores han elaborado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de la matemática, ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse.

El siguiente análisis considera la categorización de "Errores fortuitos o poco trascendentes" y la categorización de Radatz (1979) (citado por Rico, 1995): Estas categorías son.

ERRORES DEBIDOS A DIFICULTADES EN EL LENGUAJE: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.

- **ERRORES DEBIDOS A DIFICULTADES PARA OBTENER INFORMACIÓN ESPACIAL:** aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.
- **ERRORES DEBIDOS A UN APRENDIZAJE DEFICIENTE DE HECHOS, DESTREZAS Y CONCEPTOS PREVIOS:** son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.
- **ERRORES DEBIDOS A ASOCIACIONES INCORRECTAS O A RIGIDEZ DEL PENSAMIENTO:** son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.
- **ERRORES DEBIDOS A LA APLICACIÓN DE REGLAS O ESTRATEGIAS IRRELEVANTES:** son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Con el objetivo de retroalimentar el proceso de enseñanza y potenciar la metacognición, se debe considerar al error como fuente de información y de ese modo poseer las herramientas para su lectura, ya que los errores cometidos por los alumnos presentan regularidades con la que éstos aparecen. Estos patrones son uno de los elementos los cuales permiten hacer inferencias.

La regularidad con laque aparecen ciertos errores es lo que ha permitido elaborar clasificaciones de los mismos. Las categorías no son compartimentos estancados, y suelen solaparse unas con otras (ya que rara vez un error obedece a una única causa) pero permiten postular posibles razones para su aparición; de ese modo el siguiente análisis intenta contextualizar la aparición de errores a través de un test, si bien cada ítem y ejercicio en especifico están dirigidos a recoger errores de una categoría especifica, también se hace necesario una contextualización para esclarecer con mayor precisión la categoría del error que se presenta.

Ejemplos icónicos de la categoría del error “Errores fortuitos o poco trascendentes”

1) En el ítem VI se produce un ejemplo icónico de la categoría del error “Errores fortuitos o poco trascendentes”, ya que a juzgar por el punto que separa la unidad de mil en los números que presentan esta condición (de poseer unidades de mil), es muy probable que el error en la respuesta al poner el 600 y no el 6000, sea fortuito, un descuido que no reviste mayor trascendencia.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Datos	Daniel pago $\frac{2}{5}$ su deuda es de 10.000
Operación	10.000 : 5 = 2.000
Respuesta	- Pago 4.000 - Le queda por pagar 6.00 - $\frac{3}{5}$

“Errores fortuitos o poco trascendentes”

2) En el ítem I, una transcripción incorrecta pudo originar el olvido del resultado. Suponiendo que la suma de fracciones no representa dificultad para el niño(a), ya que se evidencia una igualación de denominadores correctos, y considerando que la suma en el paréntesis también es correcta. El error manifestado cabe en la categoría “Errores fortuitos o poco trascendentes” pudiendo inferirse un olvido o mala transcripción ante un problema o incapacidad de sumar fracciones.

a) $\frac{3}{7}+\left(\frac{8}{9}-\frac{2}{9}\right)=$	$\frac{3}{7}+\frac{6}{9}$ $\frac{27}{63}+\frac{42}{63}=$ 7-9 | 3 7-3 | 3 7-1 | 7 1-1

“Errores fortuitos o poco trascendentes”

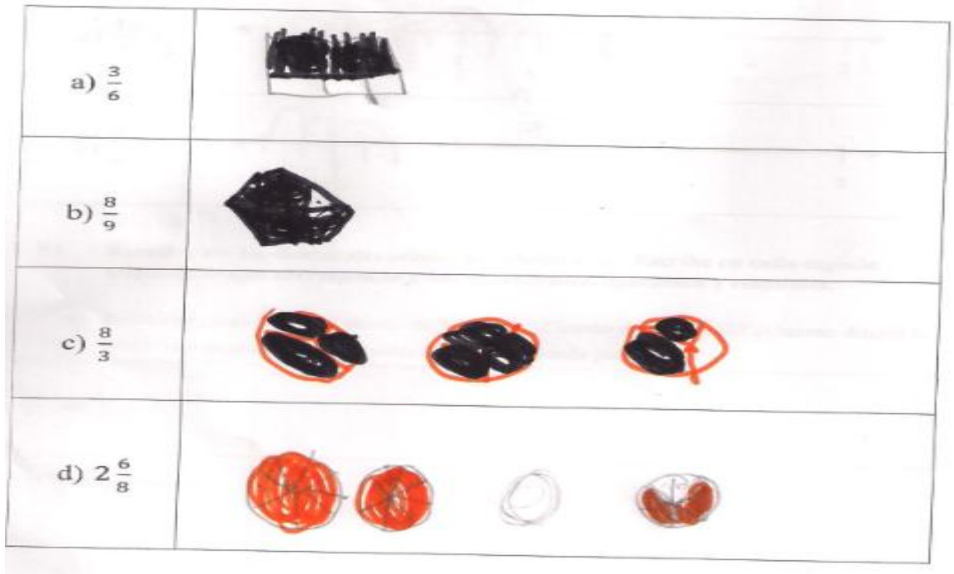
Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

3) Dada la naturaleza del test por recaudar errores para su superación, en el ejercicio "D" del ítem III, se evidencia un procedimiento incorrecto a pesar de lo correcto de los resultados. Con el objetivo de una retroalimentación o metacognición, se aclara que el resultado del ejercicio "D", si bien cumple con el algoritmo correcto, se manifiesta una pequeña equivocación que no interfiere con el buen resultado, (la multiplicación de 2 y 7 no es 16), lo cual no constituye en patrón de equivocaciones. Es por tal motivo que el error se categoriza en "Error fortuito o poco trascendente**",** sin desmedro del razonamiento matemático que se evidencia.

"**Error fortuito o poco trascendente"**

4) Dada la naturaleza del test por rescatar errores con el afán de su superación, el siguiente ejercicio pudiera cae en la categoría de "Errores fortuitos o poco trascendentes"**.** Este error fortuito en el desarrollo del ejercicio, no impide apreciar el correcto razonamiento matemático para plasmar pictóricamente las fracciones.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile



“Errores fortuitos o poco trascendentes”

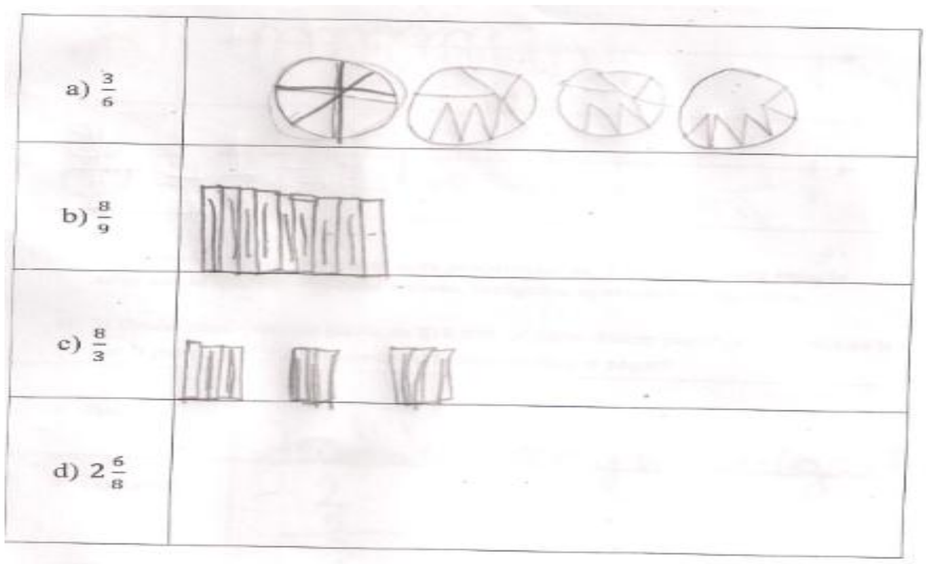
Ejemplos icónicos de la categoría del error “ERRORES DEBIDOS A DIFICULTADES PARA OBTENER INFORMACIÓN ESPACIAL”

1) En el desarrollo del ejercicio “A” se evidencia que el primer entero está dividido en 6 partes, lo que revela que el concepto de fracción en el niño(a) le permite demostrar ciertas habilidades, sin embargo la representación icónica de la fracción no es correcta, por lo tanto la categorización del error es “Dificultades para obtener información espacial”

En el ejercicio D, se manifiesta un desconocimiento en cuanto a la representación icónica del número mixto; pero en el afán de contextualizar los errores con la finalidad de un mejor tratamiento a este, en una segunda revisión más detallada, se ha de considerar a la representación del ejercicio “C”, la cual evidencia un grado de conocimiento por los números mixtos y sus representaciones; esto permitiría categorizar el error del ejercicio “D”, en el tipo “Por perseveración” en cuanto a que el niño(a) es capaz d representar

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

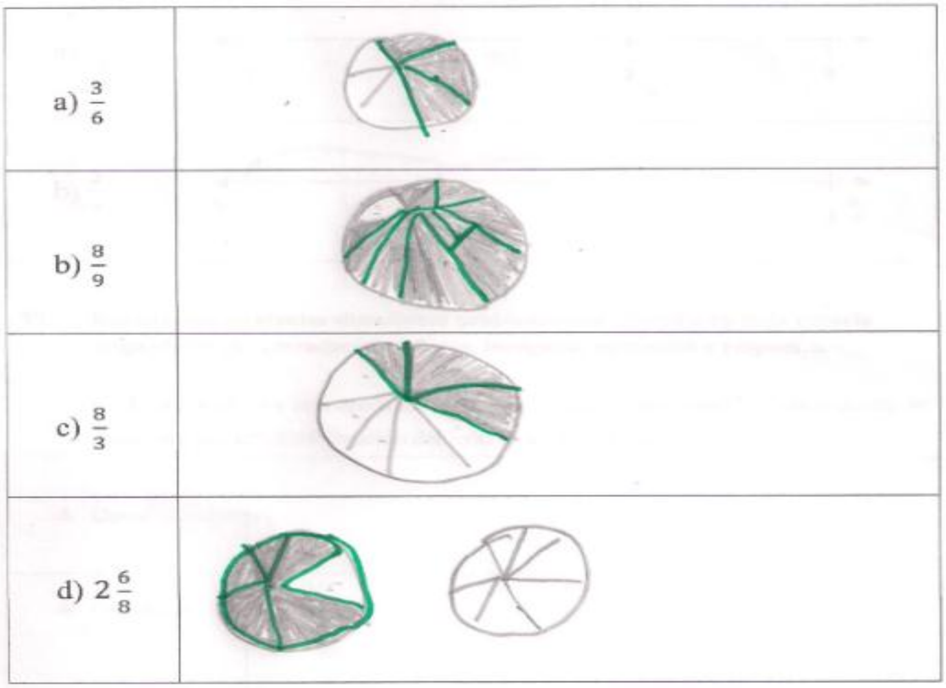
icónicamente un caso particular de número mixto. Sin embargo, la categoría del error imperante es “Dificultades para obtener información espacial” dada la naturaleza especifica más específica del error.



“Dificultades para obtener información espacial”

2) Ítem IV, considerando la cantidad de errores que muestra el ítem, la categorización del error se abre a diferentes categorizaciones, y de ese modo una revisión más detallada se hace imprescindible. Considerar, por ejemplo, la categorización “asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento” y sus subdivisiones, y de ese modo proponer una interferencia de los elementos, o una mala asociación, incluso una mala asimilación. Pero en general, y dada la naturaleza y concepción del error, la categorización correspondiente de este es error es “Dificultades para obtener información espacial”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

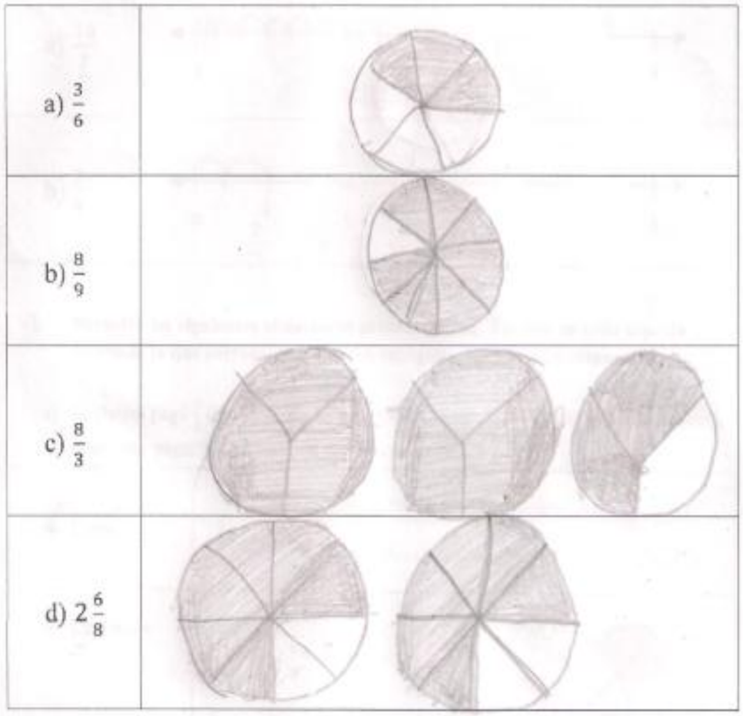


“Dificultades para obtener información espacial”

Ejemplos icónicos de la categoría del error “ERRORES DEBIDOS A DIFICULTADES EN EL LENGUAJE”

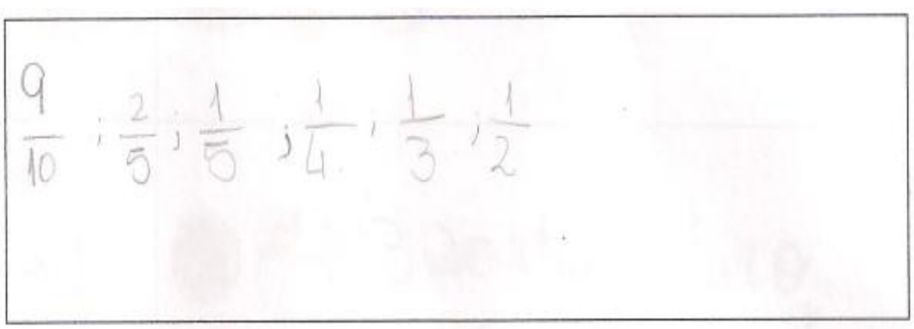
1) En el Ítems IV, si bien es cierto el ejercicio está dirigido a evidenciar errores de la categoría de “Dificultades para obtener información espacial”. Un estudio más profundo hace alusión a un error del tipo “Dificultades del lenguaje”, debido a una posible deficiencia en la comprensión semántica del número mixto, lo cual culminó en la representación de dos enteros que simbolizan la misma fracción, pudiendo interpretarse que el niño(a) comprendió “dos veces $\frac{6}{8}$”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile



“Dificultades del lenguaje”

2) No solo se evidencia un uso de procedimientos irrelevantes como ordenar por el valor de numeradores y denominadores sin importar el valor que representa la fracción en sí, sino que también se marca el desconocimiento o la falta de comprensión del término del enunciado “”ascendente”, siendo este punto el más relevante de este ejercicio y el que perite categorizar el error que se muestra.



“Dificultades del lenguaje”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

3) Este es un caso donde el erro del ejercicio pudiera fácilmente calificarse en más de una categoría, siendo de ese modo y con el afán de clarificar la categoría, se opta por describir este error como perteneciente a la categoría de Dificultades del lenguaje**,** ya que matemáticamente el término del enunciado "ascendente", parece no comprenderse, o aplicarse contrariamente a su significado.

$$\frac{9}{10}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$$

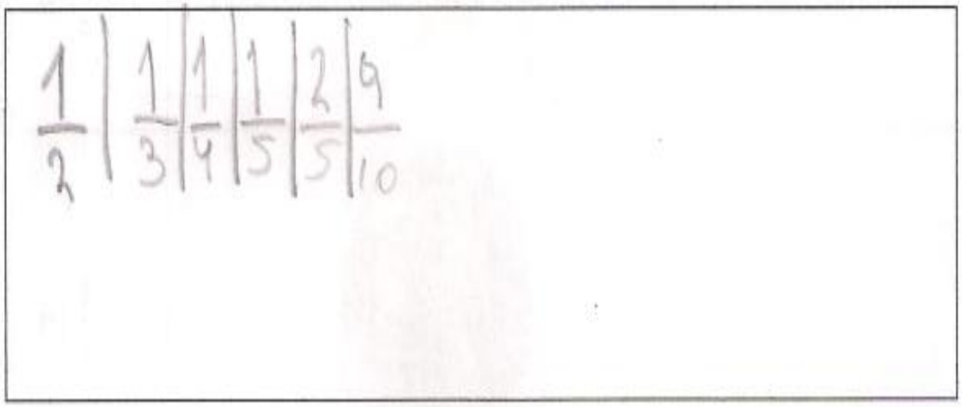
"Dificultades del lenguaje"

Ejemplos icónicos de la categoría del error "ERRORES DEBIDOS A LA APLICACIÓN DE REGLAS O ESTRATEGIAS IRRELEVANTES"

1) Ítem II, la comprensión semántica del término "ascendente" se asume correcta al evidenciar la lógica o el patrón con la que el alumno(a) desarrolla el ejercicio.

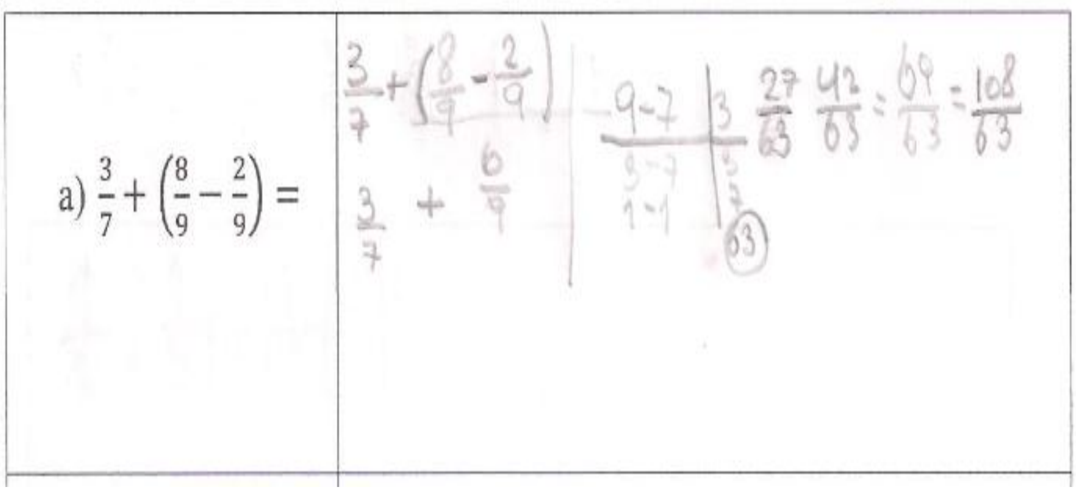
El ordenamiento de las fracciones, en el desarrollo del niño(a), obedecen a una "aplicación de reglas o estrategias intrascendentes"; es claro que tanto numeradores como denominadores, según se muestra, obedecen a un orden ascendente según su valor como número específico, lo cual es irrelevante, puesto que el objetivo que se busca, es ordenar las fracciones de acurdo al valor que representan; no siendo necesario especificar a tal punto aquella instrucción en el enunciado.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile



“Aplicación de reglas o estrategias intrascendentes”

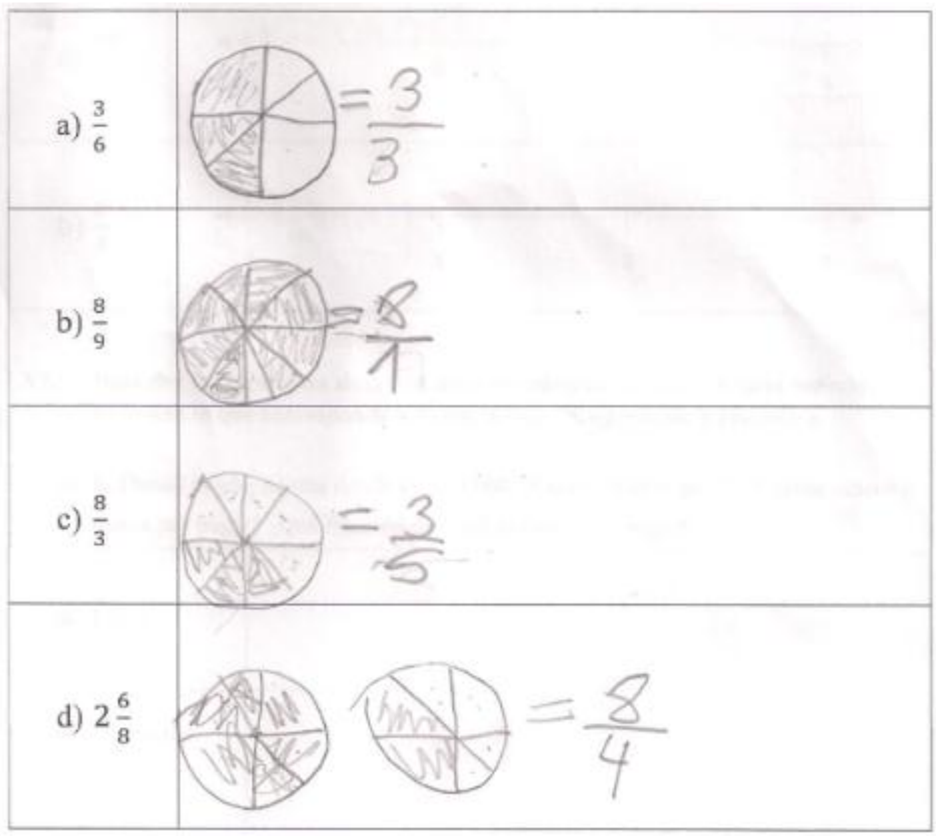
2) En el ítem I, el desarrollo del ejercicio presenta un procedimiento correcto. Sin embargo el error se evidencia al término del ejercicio, cuando el niño(a) decide una “Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes”, lo cual categoriza este error.



“Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes”

3) En el ítem IV, se aplica una regla o procedimiento para “demostrar las partes que no se tomaron o pintaron”, en circunstancias que las indicaciones no lo exigen, además la fracción que intenta representar la parte del entero que queda, no es correcto matemáticamente.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile



"Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes"

Ejemplos icónicos de la categoría del error "ERRORES DEBIDOS A UN APRENDIZAJE DEFICIENTE DE HECHOS, DESTREZAS Y CONCEPTOS PREVIOS"

1) En el ítem III, con la finalidad de un mayor detalle en la categorización de este ejercicio y su error, se ha de considerar la manifestación de este error y su acervo. En el afán de contextualizar, para una mayor precisión en la categorización del error, se tomará en cuenta el ítem II, en donde se evidencia el criterio del niño(a) para comparar fracciones; criterio que predomina en el ítem III, dejando de manifiesto que un "Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas, conceptos previos", es la categorización imperante, pudiendo

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

inferirse que el niño(a) aprendió que "el denominador indicaba que fracción representa un mayor valor posicional en la recta numérica"

a. $\frac{2}{2}$ $\boxed{>}$ $\frac{1}{2}$

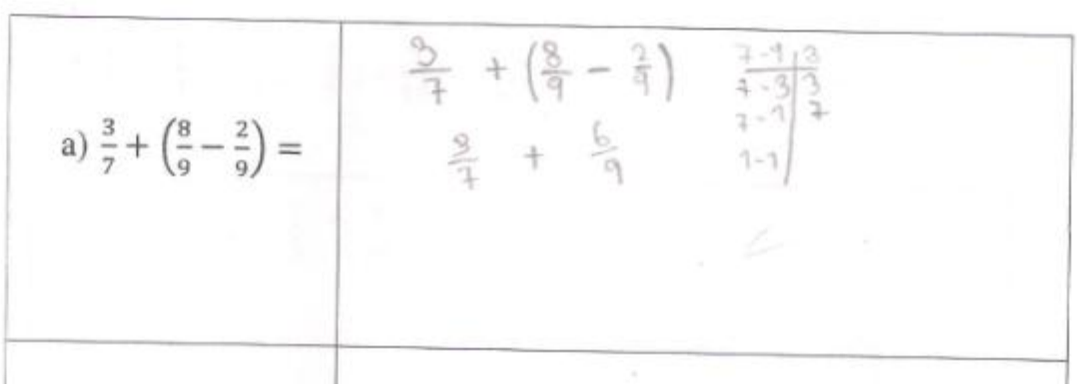
c. $\frac{2}{4}$ $\boxed{>}$ $\frac{1}{2}$

b. $\frac{7}{3}$ $\boxed{<}$ $\frac{4}{6}$

d. $\frac{2}{8}$ $\boxed{>}$ $\frac{10}{7}$

"Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas, conceptos previos"

2) En el ítem I, se muestra como la suma de fracciones con igual denominador es realizada de forma correcta, sin embargo, cuando se presenta la suma de fracciones con distinto denominador, el niño(a) es capaz de iniciar un proceso para determinar los denominadores, proceso que no reviste mayor solución, en cuanto a que no se aplica en el desarrollo de la suma de fracciones, pudiendo inferirse un aprendizaje deficiente de los conceptos que atañen a la suma de fracciones con distinto denominadores.



a) $\frac{3}{7}+\left(\frac{8}{9}-\frac{2}{9}\right)=$	$\frac{3}{7}+\left(\frac{8}{9}-\frac{2}{9}\right)$ $\frac{3}{7}+\frac{6}{9}$ 7-9 | 3 7-3 | 3 7-1 | 7 1-1 |

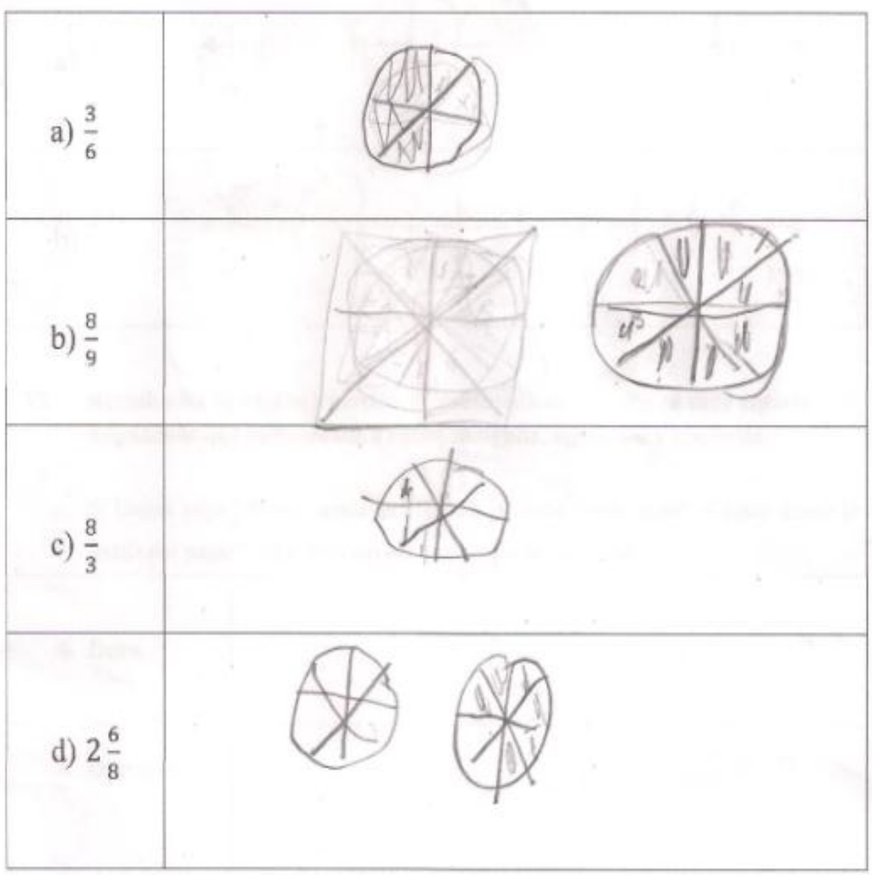
"Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas, conceptos previos"

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Ejemplos icónicos de la categoría del error "ERRORES DEBIDOS A ASOCIACIONES INCORRECTAS O A RIGIDEZ DEL PENSAMIENTO"

A) POR PERSEVERACIÓN.

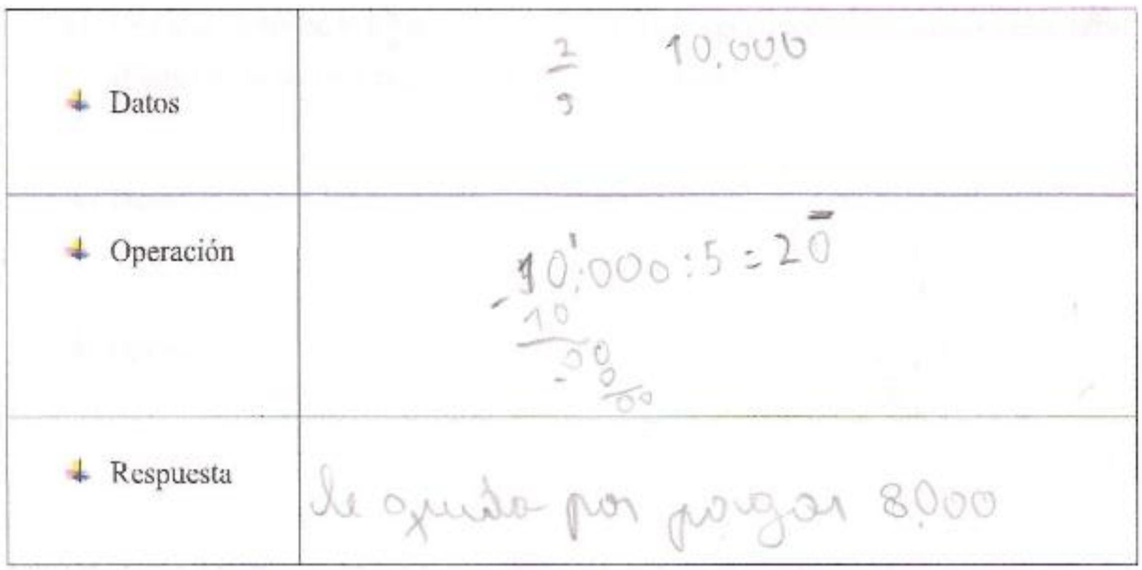
1) El elemento singular que predomina es la división del entero en 8 partes, como se evidencia en los borrones del lado izquierdo, al intentar dividir, primero al cuadrado y después al círculo en nueve partes, pero solo consigue dividirlo en 8, de ese modo no pudo sortear la división del entero en 9, evidenciándose claramente el patrón que permite categorizar este error.



"Por perseveración"

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

2) En el ítem VI, ppersisten elementos que impiden un correcto desarrollo del ejercicio. El resultado de la división rige la respuesta en una forma equivocada, siendo la división un elemento singular que el niño(a) intuye “debe guiar el desarrollo del ejercicio dado el contenido del test en general”.



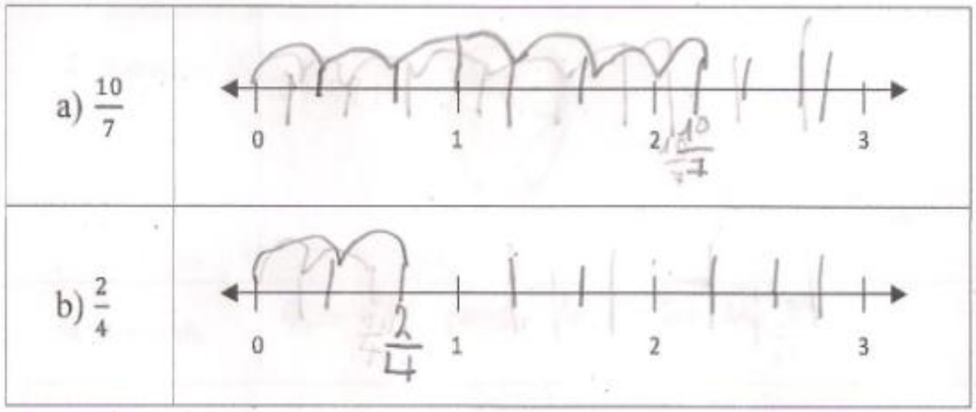
Datos	2/5 10.000
Operación	10.000 : 5 = 20 10 00 0 00
Respuesta	le ayudo por pagar 8.000

“**Por perseveración”**

B) DE ASOCIACIÓN.

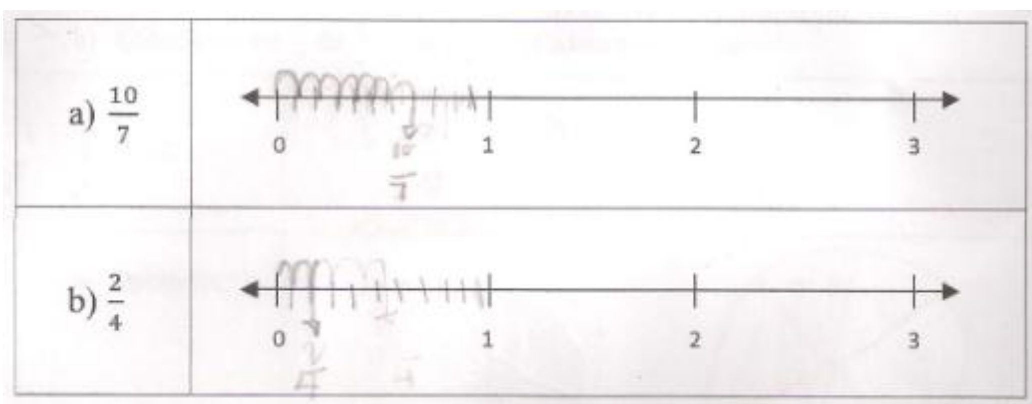
1) En el Ítem VI, por sobre la categorización de “Dificultades para obtener información espacial”, se evidencia un patrón claro con el que el niño(a) desarrolla el ítem y otros ejercicios del test. Una revisión más exhaustiva revela que la asociación que hace el niño, es incorrecta, en ejercicios considera preponderante el valor del numerador y en otros el valor del denominador, como eje del desarrollo de los ejercicio; por lo tanto el error cabe en el tipo “De asociación”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile



“De asociación”

1) Una primera revisión pudiera categorizar el error del ejercicio a como **Dificultades para obtener información espacial,** pero una revisión más profunda que contextualice al ítem, revela una rigidez en el pensamiento en cuanto predominó del razonamiento del primer ejercicio donde la recta numérica del 0 al 1 se dividió en 10 partes por lo tanto el error del ejercicio b recae en la categorización “De asociación”



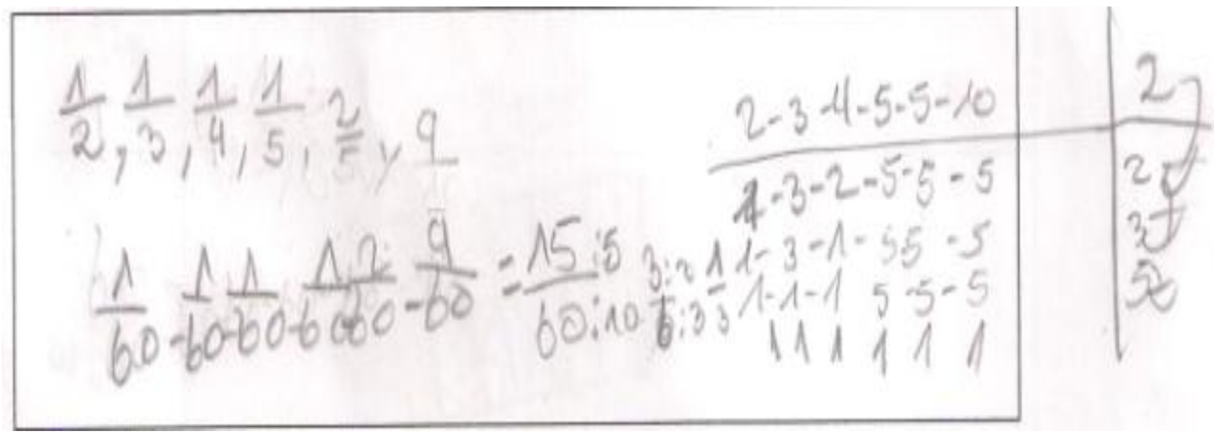
“De asociación”

C) DE INTERFERENCIA.

1) En el ítem I, no se trata de un error fortuito debido a problemas de espacio, pero sí se considera que las operaciones interfieren unas con otras; en primera instancia el razonamiento matemático que se utilizó al igualar denominadores, es

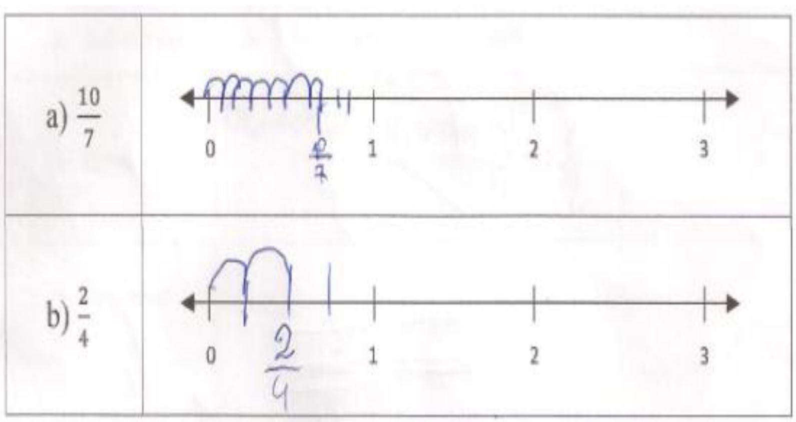
Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

correcto, pero luego no hubo operación o cambio en los numeradores, y si bien es un proceso irrelevante aquel de sumar numeradores y buscar la fracción irreductible, predomina un error de interferencia donde la operaciones interfieren entre sí.



“DE INTERFERENCIA”

2) En el Ítem V, en el ejercicio “b” del ítem, se evidencia una correcta resolución; sin embargo en el ejercicio “a” los roles del numerador y denominador parecen invertirse. Interferencia que provoca una mala resolución. Por lo tanto la categoría del error que se muestra cabe en “De interferencia”

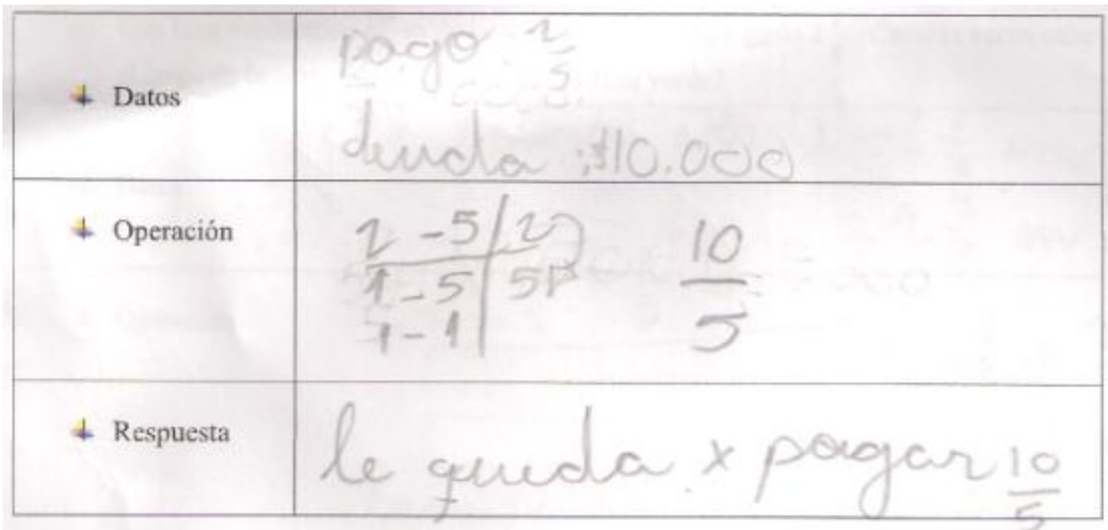


“De interferencia”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Ejemplos icónicos de la categoría del "MALA ASIMILACIÓN"

1) En el ítem VI, el niño(a) no asimila su respuesta, no percibe que la respuesta no obedece a la lógica de la pregunta

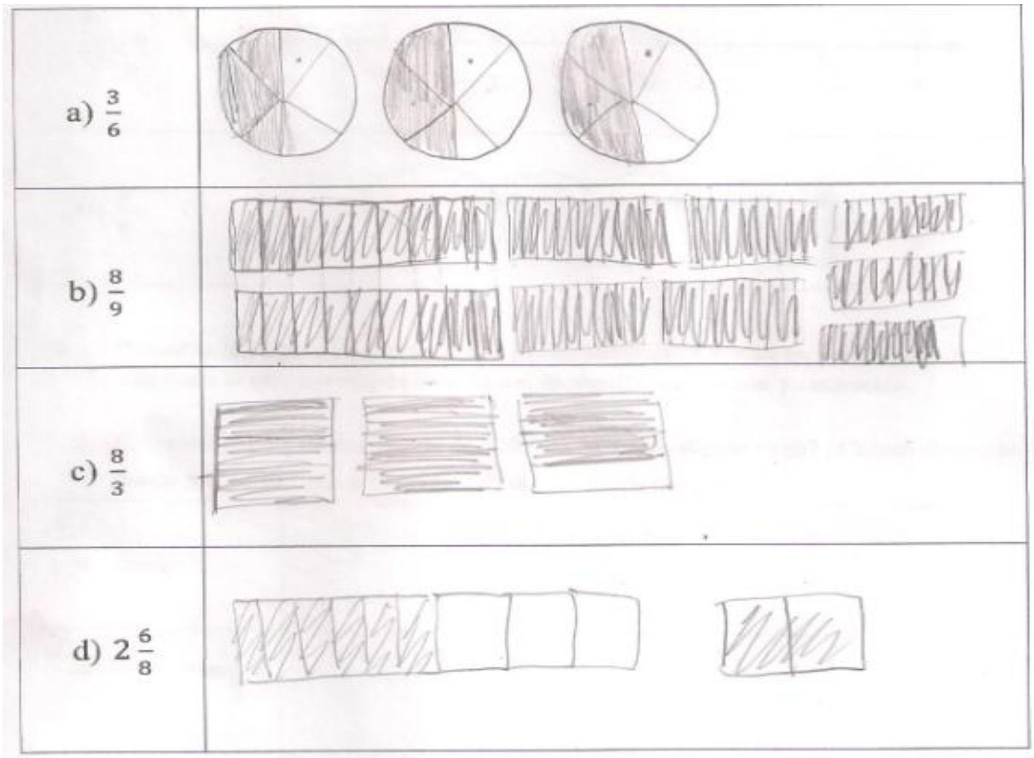


Datos	pago $\frac{1}{5}$ deuda : $10.000
Operación	$1 - 5 / 1$; $1 - 5 \mid 5P$; $1 - 1$; $\frac{10}{5}$
Respuesta	le queda x pagar $\frac{10}{5}$

"MALA ASIMILACIÓN"

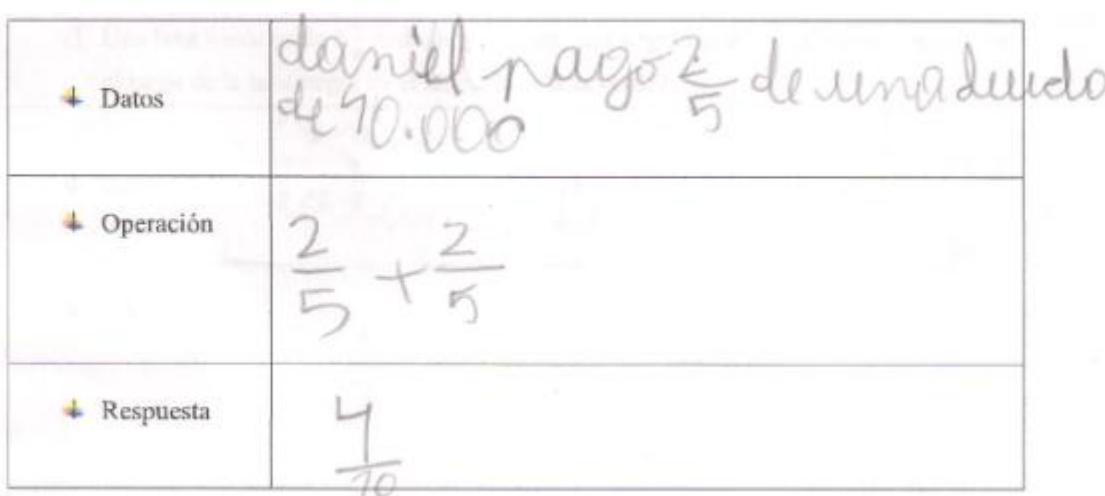
1) En el ítem IV, se evidencia un patrón, el niño repite tantos enteros como diga el numerador o numerador, en una mala asimilación en cuanto a lo que representa una fracción. Esta categorización predomina por sobre la categorización Dificultades para obtener información espacial.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile



“MALA ASIMILACIÓN”

2) En el procedimiento utilizado en el ítem VI, se evidencia como el niño(a), trabaja con sus propios métodos acordes a lo que se infiere asimiló del ejercicio.



“MALA ASIMILACIÓN”

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

II. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

El error como fuente de superación, supone un estudio fenomenológico que devele las características de la manifestación del error en el uso de fracciones en quinto básico, y desde esa perspectiva iniciar la retroalimentación del proceso educativo.

Las categorías del error, propuesta por Radatz (1979) y citado por Rico, (1995); permite una tipificación expedita y significativa de los errores cometido en matemática. Es por esa razón que el criterio de análisis de la recolección de errores, se implementa desde la categorización de Radatz, Donde el instrumento para recaudar los errores, tiene como eje en cada ítem, una categoría del error, citado por Rico, que es la directriz con la cual se formula el ejercicio correspondiente a cada ítem.

El test que tiene por motivo recaudar errores de los alumnos de quinto año básico en el uso de fracciones, se implementa acorde a los contenidos propuestos por MINEDUC, y su implementación se basa en criterios pedagógicos; bajo esa premisa obtiene su aprobación, la cual permite situarlo como instrumento válido en la recolección de errores, certificado de esa manera por profesores principalmente de la Universidad del BIO-BIO.

El curso al cual se le aplicó el test de aplicación individual, es el quinto básico del Colegio Hispan Americano, compuesto por 32 alumnos, con un promedio de edad cercano a los 9 años y con un promedio de puntaje SIMCE, lo que lo acerca a la media nacional

El análisis cualitativo de los errores de alumnos de quinto año básico en el uso de fracciones, recolectados en el test, ilustra y sienta, de mayor o menor grado, las cualidades de los posibles errores y sus categorizaciones.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Considerando los datos recaudados y el análisis que se hizo de ellos, puede afirmarse que en los alumnos de quinto años básico del Colegio Hispano Americano:

En cuanto al ítem I, de ejercicios combinados no rutinarios, que requieren del desarrollo del algoritmo de la sustracción y adición de fracciones; los alumnos no presentan errores trascendentes que impidan un óptimo desempeño. El porcentaje de alumno que desarrolló de forma correcta el ítem I, correspondiente a ejercicios que requieren del algoritmo de la adición y sustracción de fracciones, es del 87,5%, lo cual refleja un dominio en general del curso respecto de ejercicios combinados de fracciones. Aquella cifra permite algunas conclusiones, como plantear desde una preocupación mayor del docente encargado de la materia hacia las operaciones abstractas, hasta una capacidad del curso en general de manejarse en abstracciones; permitiendo que el error manifestado en ejercicios combinados de fracciones, no sea significativo, ya que incluso dos alumnos que corresponden al 6,25% del curso, incurren en errores tipificados como "fortuitos o poco trascendentes". Tan solo un niño(a) correspondiente al 3,13 incurre en un error del tipo "De interferencia", caso que debe asumirse y pretender su superación, ya que es esa la esencia para recaudar y categorizar errores.

En general, no reviste mayor análisis el error en cuanto a ejercicios combinados de sustracción y adición de fracciones de quinto básico del Colegio Hispano Americano.

En cuanto al ítem II, que corresponde a ordenar las fracciones según su valor; los alumnos presentan un alto porcentaje de error, siendo el ítem con menor resolución correcta, solamente dos respuestas correctas que equivalen al 6,25% del curso. La gran mayoría del curso correspondiente al 93,75% presenta algún tipo de error, siendo el de mayor importancia el error correspondiente al tipo "Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes". El 71,86% utilizó una estrategia irrelevante para llevar a cabo el ordenamiento de las fracciones; este alto porcentaje en su gran mayoría presentan, no solo una categoría de error común,

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

ya que también muestran un error especifico en común: ordenar las fracciones considerando el número o valor del numerador y del denominador no como números constitutivos de un solo valor, sino como valores separados que se comparan por si solos con los números o valores de los numeradores y denominadores de las otras fracciones, como criterio de comparación y ordenamiento de fracciones. Aquel error específico al cual se hace alusión, es reiterativo en los compañeros, lo cual permite plantear uno de los objetivos del estudio de los errores; focalizar el tipo de error que predomina, y desde esa perspectiva buscar estrategias para su superación. Dada la composición del ítem II, la segunda categorización de errores que más se repite es “Dificultades del lenguaje” con un 12,5% correspondiente a 4 alumnos(as), esto se comprende en la dificultad en la comprensión semántica del término matemático “ascendente” que pueda tener un niño de quinto básico.

De esa forma y a modo de conclusión, la puesta en evidencia del tipo de error que impide alcanzar el indicador de logro que corresponde al en el ítem II, posee un flanco que se debe atacar, ya sea a través de una retroalimentación o metacognición u otra estrategia, claro está, si la intención es considerar el estudio del error y pretender su superación para una mejor aprendizaje de los niños(as).

En cuanto al ítem III, que tiene por objetivo comparar los valores de dos fracciones en cuatro ejercicios del “a” al “d”; los alumnos presentan un alto porcentaje, correspondiente al 90,63%, de respuestas correctas a la hora de comparar fracciones de igual denominador. Al momento de comparar fracciones con distinto denominador, el porcentaje de alumnos(as) correspondiente al 62,5%, los cuales siguen presentando un buen desempeño; siendo el error más frecuente en la comparación de valores de fracciones de distinto denominador, el error de la categoría “Dificultades del lenguaje”, donde llega al 15,63%. Este porcentaje de errores tipo “Dificultades del lenguaje” en la comparación de fracciones con distinto denominador pero de igual valor, llega al 34,38%, siendo similar al porcentaje de respuestas correctas, con un 43,75%, en la comparación de fracciones con igual valor.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

A modo de revisión, debe focalizarse la atención en la comparación de fracciones de distinto denominador e igual valor, ya que el error de tipo “Dificultades del lenguaje” posee una relevancia significativa.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

CONCLUSIÓN

Concluir que los alumnos(as) manifiestan tal porcentaje de tipos de errores en determinados contenidos, hace parte de un contexto mayor que considera al error como fuente de conocimiento. Estudios exhaustivos respecto del error, concluirán qué errores son los más frecuentes por cada contenido; sin olvidar que aquellos estudios en su otra lectura, dicen de estrategias que no advierten el tipo de error que pudieran gestar en el niño(a), así como también, del profesor y las fortalezas y debilidades en sus metodologías y estrategias conducentes a determinados errores.

Pretender un aprendizaje significativo, exige al profesor poseer estrategias que permitan "identificar los errores y lo que estos proponen". Aquello no supone un diagnóstico inicial que revele carencias en el aprendizaje del niño(a), sino un acervo por parte del profesor, que permita un óptimo uso del error manifestado, considerando que el error es el mejor indicador de un aprendizaje.

Plantear estrategias de acuerdo a la naturaleza del error, así como considerar qué categoría de errores pudieran presentarse en el transcurso de los distintos contenidos, y de ese modo, no solo considerar al error como parte del alumno(a), sino también como parte de una estrategia incompleta de parte del profesor, por ejemplo; es la gama de oportunidades que ofrece el análisis del error, si se posee el conocimiento para su estudio.

Comenzar por develar los errores que se suceden a lo largo de una unidad, como es el sentido de este seminario de titulo basado en la unidad de fracciones de quinto año; es proponer un transcendental paso, (que en ningún caso obnubila el reconocimiento de las conclusiones halladas como incuestionables), a un mejor desempeño docente que suponga combinar estrategias generales y específicas a largo plazo con estrategias particulares e inmediatas que consideren el error, y hagan uso de él optimizando su manifestación.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

El camino para develar la matemática pura o su esencia, se construye de un estudio fenoménico que considera al error como fuente epistemológica del conocimiento; y de ese modo apreciar al error como la reminiscencia que encamina al encuentro con el saber matemático, o al menos como la fenomenología que guía; es concluir en sucintas palabras, “hay que escuchar lo que el error nos quiere contar”.

“El error como fuente de sapiencia”, es la directriz de un paradigma educativo constructivista e integrador, que lo considere como una inmejorable oportunidad para potenciar el proceso educativo. Un aprendizaje significativo que por eje considera la metacognición del niño(a), ha de considerar a la premisa planteada “el error como fuente de sapiencia”, como paso a un conocimiento acabado.

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Brousseau, G. Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas. Recuperado el 12 de junio de 2013, en http://fractus.uson.mx/Papers/Brousseau/ObstaculosBrousseau.htm

Bruno, D. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Recuperado el 12 de junio de 2013, en http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/655%20Epistemologia%20didactica%20y%20practicas.pdf

Castro, M. (2000). Educación matemática en la enseñanza secundaria (2da Ed). Horsori Editorial, volumen 12,125 - 176.

Del Puerto, S. Minnaard, C. Seminara, S. Análisis de los errores: Una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas. Recuperado el 15 de junio de 2013, en http://www.rieoei.org/deloslectores/1285Puerto.pdf

Kilpatrick, J. (1994). Educación matemática e investigación. Síntesis S.A. Editorial, 17 – 81.

Kuntzmann, J. (1969). ¿Adónde va la matemática?. Siglo veintiuno Editores S.A., 11 – 54.

Lucchini, G., Cuadrado, B y Tapia, L. (2006). Errar no es siempre un error: Un estudio de los errores y dificultades en el aprendizaje de la Matemática de los niños y jóvenes estudiantes, propuestas para los docentes. Santiago, Chile: Fundar, 3 – 38.

OCDE, Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos. Recuperado el 20 de junio de 2013, de http://www.oecd.org/centrodemexico/medios/programainternacionaldeevaluaciondelosalumnospisa.htm

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Rico, L. Error y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico. Recuperado el 16 de abril de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/518/1/RicoL94-148.PDF

Rico, L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Alianza Editorial, 31 – 107.

Sosas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. Recuperado el 16 de abril de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Anexos

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

Ítems		Ejercicios que no presentan errores	Errores fortuitos o poco trascen-dentes	Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas, conceptos previos	Dificulta -des del lenguaje:	Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento			Mala asimilación	Dificultades para obtener información espacial	Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes
						Por perseveración	De asociación	De interferencia			
I		28	2	1							1
II		2	1	1	4			1			23
III	a	29									3
	b	19		4	6						3
	c	14		6	11						1
	d	21	1	5	4						1
IV	a	25	1						3	2	1
	b	23	1			1			3	3	1
	c	24	1	1		1			2	2	1
	d	3	1	4	1			2	3	18	
V	a	9	2				5		3	13	
	b	15	2				5		3	6	
VI		11	5	1	0	2		4	9		

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
La Libertad del Conocimiento

Pedagogía en Educación Básica con Especialidad en Educación Matemática

Diagnóstico de Fracciones

Estimado estudiante, con el fin de conocer cuáles son tus aprendizajes sobre el contendio de fracciones te solicitamos responder este test.

¡Gracias por tu participación!

Instrucciones generales:

1.) Escribe con letra clara y legible.
2.) Escribe cada una de tus respuestas en el espacio delimitado.
3.) Si te equivocas en una respuesta, borra y vuelve a escribir en el espacio delimitado.

Nombre	

Establecimiento	

Género	Femenino		Masculino	

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

I. Resuelve las siguientes operaciones de fracciones

a) $\frac{3}{7}+\left(\frac{8}{9}-\frac{2}{9}\right)=$	

II. Ordena de forma ascendente las siguientes fracciones

A. $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{1}{4}$

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

III. Compara las siguientes fracciones y escribe >, < ó = según corresponda.

a. $\frac{2}{2} \ \square \ \frac{1}{2}$

c. $\frac{2}{4} \ \square \ \frac{1}{2}$

b. $\frac{7}{3} \ \square \ \frac{4}{6}$

d . $\frac{2}{8} \ \square \ \frac{10}{7}$

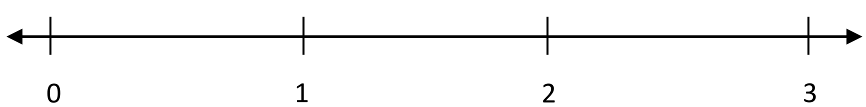
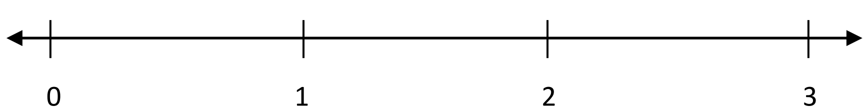
IV. Representa pictóricamente (en una torta, un cuadrado, etc.) las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{6}$	
b) $\frac{8}{9}$	

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

c) $\frac{8}{3}$	
d) $2\frac{6}{8}$	

V. Ubica en cada recta numérica la fracción que se indica.

a) $\frac{10}{7}$	
b) $\frac{2}{4}$	

Universidad del Bío-Bío - Sistema de Bibliotecas - Chile

VI. Resuelve las siguientes situaciones problemáticas. Escribe en cada espacio asignado lo que corresponde a datos, incógnita, operación y respuesta.

a) Si Daniel pagó $\frac{2}{5}$ de una deuda de $10.000. ¿Cuánto dinero pagó? ¿Cuánto dinero le queda por pagar? ¿Qué fracción del total le queda por pagar?

Datos	
Operación	
Respuesta