



UNIVERSIDAD DEL BÍO BÍO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES  
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN CIENCIAS NATURALES, MENCIÓN  
BIOLOGÍA, FÍSICA Ó QUÍMICA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS

INSTRUMENTO DE APRENDIZAJE SOBRE LA RELATIVIDAD ESPECIAL,  
DIRIGIDO A ENSEÑANZA MEDIA.

AUTORES:

KARLA VALESKA NAVARRETE AGUAYO.

LUIS MARCELO NÚÑEZ CACERES

ANYELINA DE LOURDES ORTIZ MUÑOZ

Profesor guía:

Carlos Torres Hernández.

SEMINARIO DE TESIS PARA OPTAR AL TITULO DE PROFESORES DE  
ENSEÑANZA MEDIA EN CIENCIAS NATURALES CON MENCIÓN EN FÍSICA



## ÍNDICE

I.- INTRODUCCIÓN.....	6
II.- PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA.....	8
III.- OBJETIVOS.....	9
INDICE DE CAPITULOS.....	12
1.- CAPITULO Nº1 “El comienzo de una nueva teoría”... ..	13
1.1.- Galileo Galilei.....	14
1.1.1.- Movimiento.....	16
1.1.2.- Sistema de referencia.....	18
1.1.3.- Sistema de coordenadas.....	18
1.1.4.- Movimiento relativo.....	20
1.1.5.- Transformaciones de Galileo para las coordenadas.....	24
1.2.- Experimento de Michelson y Morley.....	27
1.2.1.- La existencia del Éter.....	27
1.2.2.- Reseña Biográfica.....	27
1.2.3.- Análisis y explicación del Interferómetro de Michelson y Morley.....	29
1.2.4.- Análisis de la trayectoria de la luz.....	32
1.2.5.- Conclusiones generales.....	33
1.2.6.- Comportamiento de la luz.....	34
1.3.- James Clerk Maxwell.....	38
1.3.1.- Biografía.....	38

---

1.3.2.- Ondas Electromagnética.....	40
1.3.3.- Ecuaciones de Maxwell.....	41
1.3.4.- La rapidez de la luz.....	42
1.4.- Prueba tus conocimientos.....	44
2.- CAPITULO N°2 “Conociendo a Einstein”.....	50
2.1.- Einstein y su familia.....	51
2.1.1.- Einstein y su amor por lo desconocido.....	52
2.1.2.- Einstein y su vida personal.....	52
2.2.- Einstein y su educación.....	53
2.3.- Einstein y sus postulados.....	55
2.4.- Einstein durante la guerra y sus intervenciones sociales.....	56
2.5.- Actividades.....	58
3.- CAPITULO N°3: “Una nueva concepción de espacio y tiempo”.....	62
3.1.- Relatividad especial.....	63
3.2.- Fenómeno de la luz.....	64
3.3.-Transformaciones de Lorentz y constracción de espacio y tiempo.....	66
3.3.1.-Transformaciones de Lorentz para las coordenadas.....	67
3.3.2.- Transformación inversa de Lorentz para las coordenadas.....	69
3.4.- Transformaciones de Lorentz para la velocidad.....	71
3.5.- Consecuencias de las transformaciones de Lorentz.....	74
3.6.- Dilatación del tiempo.....	74
3.7.-Contracción de longitud.....	77

---

3.8.- Enlace Curioso.....	83
3.9.- Actividades.....	85
4.- CAPITULO N°4 “Masa y Energía de un cuerpo en movimiento relativo”.....	87
4.1.-Diferenciación de la masa de un cuerpo con la velocidad.....	88
4.2.- Masa relativista.....	90
4.3.- Fuerza.....	91
4.4.- Masa y Energía.....	93
4.5.- Transformación de momentum y energía.....	96
4.6.- Transformación de Fuerza.....	98
4.7.-Actividades.....	101
5.- Anexos.....	104
6.- Referencias Bibliográfica.....	109
7.- -Conclusión.....	113

## I.- INTRODUCCIÓN

La educación es una herramienta fundamental para la sociedad, a lo largo de la historia, y dada su importancia, ha sido masificada por todos los gobiernos, hoy en día cuando se habla de educación, no solo se habla de un deber u obligación, sino de una necesidad latente para todas las personas, por ello con la visión de suplir esta necesidad muchos psicólogos han dedicado su vida en el estudio del aprendizaje, enfocado en el comportamiento y en los procesos mentales que éste implica, es decir, la psicología educacional tiene como objetivo la búsqueda de teorías que faciliten las percepciones del aprendizaje, que lleven a un camino concreto, aún sabiendo que cada individuo es único con necesidades distintas y que a la vez son influenciadas por condiciones diferentes. Como definición *la psicología entiende el aprendizaje como un cambio de comportamiento relativamente permanente que se da como resultado de la experiencia.* (Feldman, 2005).

Para una mejor organización nuestra sociedad Chilena desde el año 1927 en la presidencia del señor Carlos Ibáñez del Campo se creó el **Ministerio de Educación Pública** que estaba administrado por el señor Juan Barrios Hudtwalcker, cuya misión es cubrir las necesidades primordiales de la educación primaria, secundaria y profesional.

En la actualidad este ministerio pretende dar una educación igualitaria y justa, además de encargarse de entregar las herramientas y contenidos necesarios para cada nivel de aprendizaje, entregando a cada escuela y liceo, libros que indican y contienen los contenidos necesarios para cada nivel de educación, con el fin de proporcionar las herramientas básicas, en la dinámica de la enseñanza-aprendizaje.

A continuación se encontrará con un material que le ayude en el aprendizaje de: “La relatividad especial”, y las temáticas que esta aborda, pudiendo complementar y/o completar sus conocimientos sobre el tema.

## II.- PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

### II.1 Planteamiento y Justificación del Problema.

Nuestro trabajo tiene como primera instancia establecer las bases de una guía didáctica para la enseñanza de la relatividad, en mero aporte a la implementación más activa de la física relativista por parte del profesorado de nuestro país. Se pretendió crear un instrumento que ayude en la implementación de los contenidos y postulados de la relatividad especial.

Con esto se acomete dar hincapié en la toma de conciencia para nuestra sociedad, que nuestros jóvenes, tengan acceso a los planteamientos y desafíos que nos presenta la concepción del mundo desde el punto de vista de la física relativista.

El proceso que se llevará a cabo para realizar dicho proyecto, contemplará una revisión exhaustiva de material disponible en textos, paper, videos, entrevista a profesores, etc. Cuyas temáticas sean un aporte significativo para los objetivos que se persiguen.

Al desarrollar nuestro instrumento de aprendizaje se verán beneficiados directamente toda la comunidad educativa, que tendrá libre acceso al material de estudio, como lo son: profesores y alumnos que se sientan motivados a explorar el tema. Al igual que los profesores que deseen hacer uso del material para implementarlo en las aulas de clases de enseñanza media y superior.

III.- Objetivos:

- 1- Elaborar una guía didáctica, como instrumento de aprendizaje sobre la relatividad especial dirigido a la Enseñanza Media.
- 2- Contar con un instrumento de aprendizaje al servicio de los docentes y alumnos, que aborde los temas trascendentales sobre relatividad especial de Albert Einstein y sus postulados.

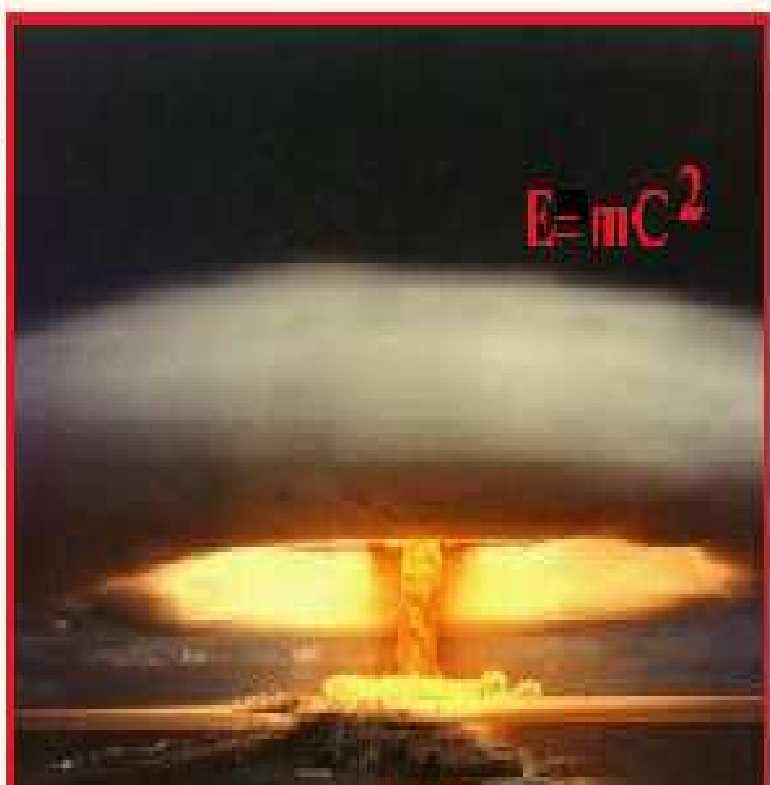




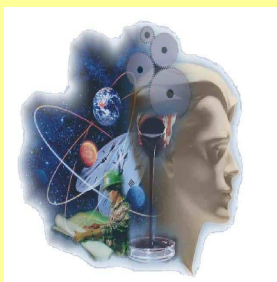


INTRUMENTO DE APRENDIZAJE SOBRE LA RELATIVIDAD ESPECIAL, DIRIGIDO A ENSEÑANZA MEDIA.

Karla Navarrete Aguayo, Luis Núñez Cáceres, y Angelina Ortiz Muñoz



## Capítulo N° 1



### “El comienzo de una nueva teoría”

Paginas.....13

## Capítulo N° 2

### “Conociendo a Einstein”



Paginas.....50

## Capítulo N° 3

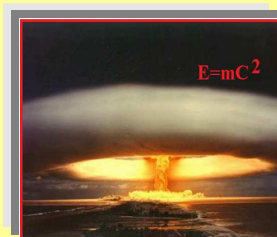
### “Una nueva concepción de espacio y tiempo”



Paginas.....61

## Capítulo N° 4

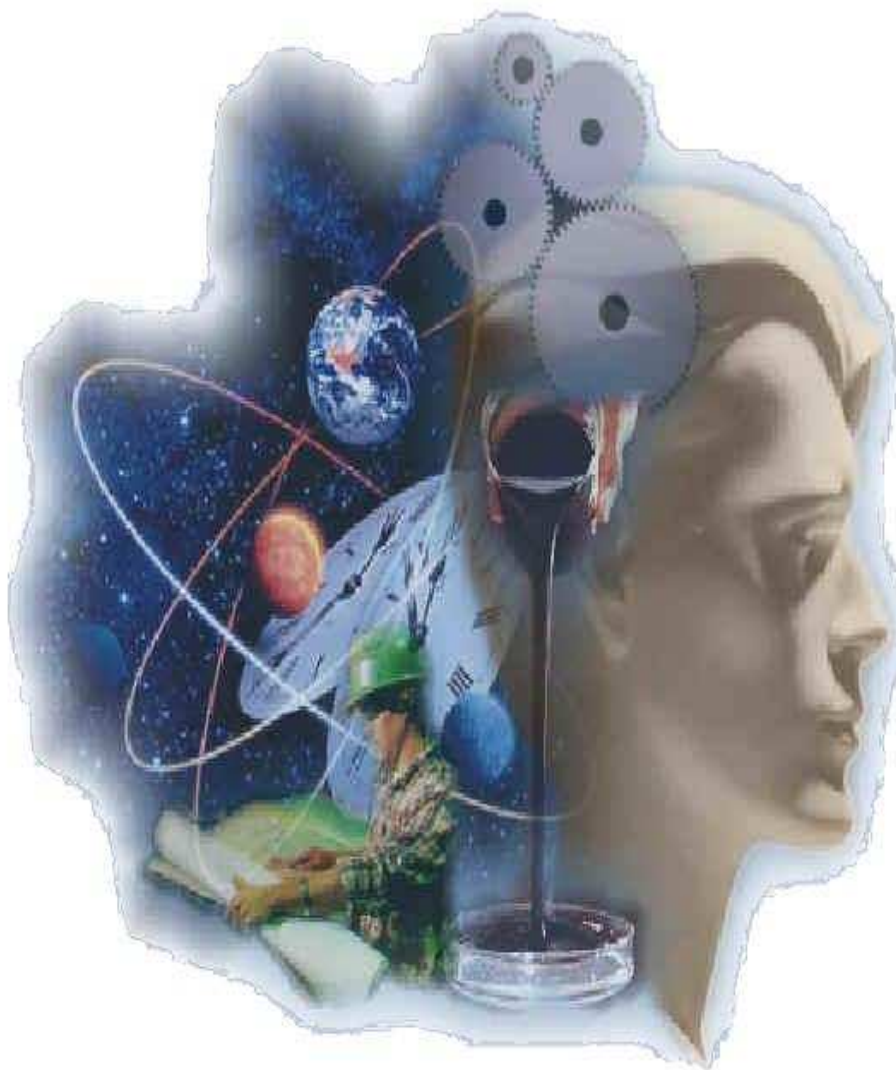
### “Masa y Energía de un cuerpo en movimiento relativo”



Paginas.....87

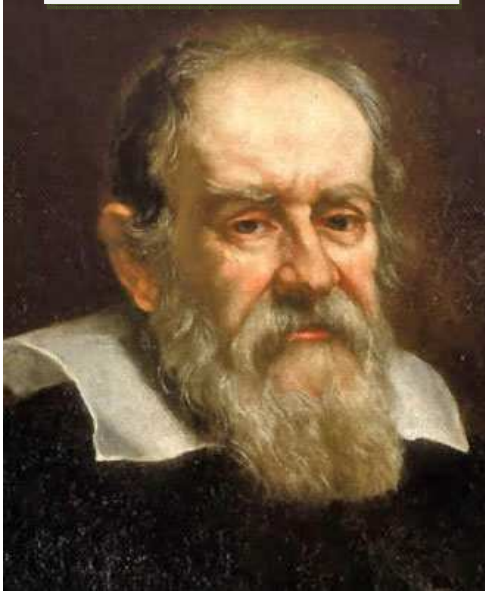


## 1.- Capitulo N°1 “El Comienzo de una nueva teoría”



**“Nosotros mismo debemos ser el cambio, que deseamos ver en el mundo”**  
**Mahatma Gandhi.**

Imagen N°1 Galileo Galilei



## 1.1 Galileo Galilei. (1564-1642)

Generación tras generación se ha ido construyendo la historia de las leyes que rigen la naturaleza. Pese a todos los avances que se tienen hasta hoy en día parece que la historia no se ha terminado de escribir, es decir, quedan muchos misterios por descubrir. Describir ese código con el que fue escrito el universo es un acto que a través del tiempo se ha ido modificando y perfeccionando a través del pensamiento científico; en cuyo proceder han surgido grandes maestros del mismo, refutando leyes de la física que en algún momento parecieron las adecuadas y reemplazándolas por nuevos paradigmas más sofisticados en la forma de concebir el mundo. Uno de estos científicos que fue de gran aporte al desarrollo de la física en su época corresponde a Galileo Galilei.

Galileo Galilei nació en Pisa el 15 de febrero de 1564, su padre Vincenzo Galilei, nacido en Florencia en 1520, era matemático y músico, y deseaba que su hijo estudiase medicina. Galileo era el mayor de siete hermanos, su familia pertenecía a la baja nobleza y dedicaban su vida al comercio para ganarse la vida dado



que su padre no podía mantener su familia con su profesión de músico.

De su padre heredo el gusto por la música (tocaba el laúd) y también un carácter de espíritu de libertad con una visión pragmática de las cosas. Le gustaba combinar la teoría con la práctica.

Dedicaba gran tiempo a la observación y experimentación de los fenómenos de la naturaleza.

Fue educado por sus padres hasta la edad de diez años luego fue dejado a cargo de su vecino Jacobo Borghini, quien resultó ser un religioso quien lo introdujo en la formación religiosa del convento de Santa María de Vallombrosa. Galileo no demostró problema con su formación devota, en cambio su padre escéptico de la doctrinas religiosas lo retiro del convento sin previo aviso.

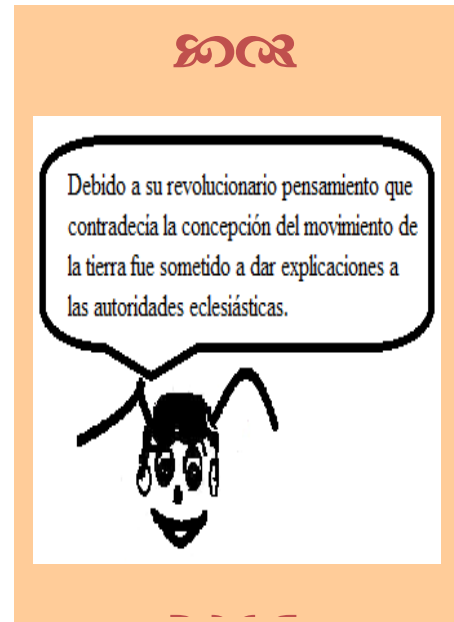


Imagen N°2 Telescopio



Con el paso del tiempo, su padre lo inscribió en la Universidad de Pisa, donde rindió los cursos de Medicina, Matemática y de filosofía.

Galileo, fue uno de los científicos que en su época refuto el pensamiento aristotélico y a él se le adjudica que fue uno de los primeros científicos que empezó a utilizar el método experimental. También se le atribuye el perfeccionamiento del telescopio, la reformulación de la filosofía aristotélica y su enfrentamiento con la iglesia católica. Pensador revolucionario de la época

quien sufrió el peso de las autoridades eclesiásticas, y fue sometido a rendir explicaciones a la inquisición debido a sus postulados sobre el movimiento terrestre defendiendo las teorías copernicanas a las cuales se oponían fuertemente los líderes de la iglesia

Galileo estudio detalladamente el movimiento lo que lo llevo a construir una física válida para la tierra en movimiento utilizando un lenguaje matemático conciso, además, creo algunos conceptos cinemáticos, de esta forma sentó las bases para los futuros científicos.

Uno de sus discípulos fue el evangelista Torricheli, científico a quien se le atribuye la invención del barómetro instrumento para medir la presión atmosférica.

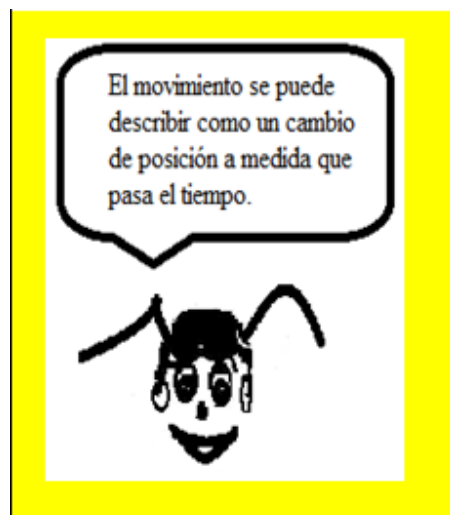
### 1.1.1 Movimiento.

Imagen N°3  
escultura de Peter



Para un atleta en movimiento su posición irá cambiando a medida que pasa el tiempo.

Hasta cierta época los fenómenos de la naturaleza podrían explicarse de forma coherente con pocas leyes fundamentales y con la suposición de que espacio y tiempo son absolutos, nociones que son independientes del observador y que están presentes siempre y cuando se tomen las





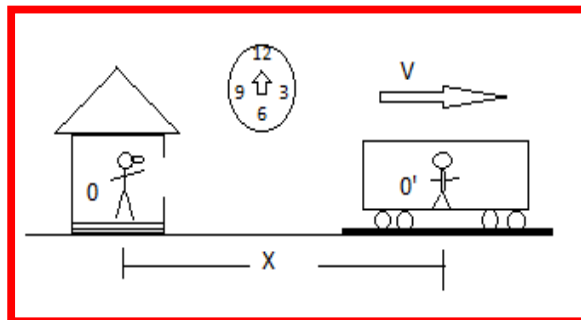


Imagen N° 4 Diferentes observadores

En el esquema se representa un carro de ferrocarril que se mueve con velocidad  $V$  a medida que pasa el tiempo, su desplazamiento quedara representado como:

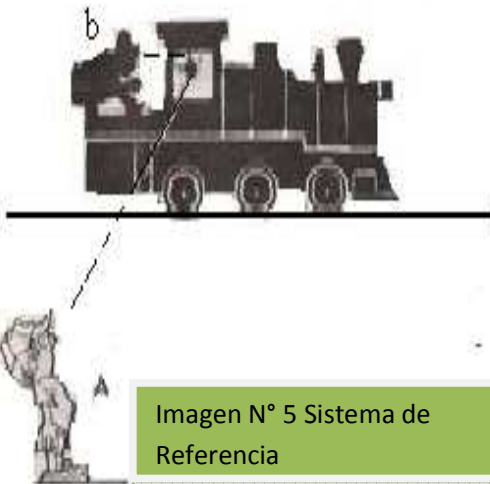
$$X = V \cdot t$$

Donde  $X$  es el espacio recorrido y  $V$  la velocidad a la cual se mueve el carro y  $t$  es el tiempo. Se puede inferir por sentido común que para ambos observadores el tiempo transcurrido es el mismo al igual que la distancia recorrida uno respecto al otro.

En cuanto al movimiento señalaremos que: Cuando un cuerpo experimenta un cambio de posición respecto al tiempo, diremos que el cuerpo o partícula esta en movimiento. Pero para describir sí un cuerpo está en reposo o en movimiento necesitamos un sistema de referencia, es decir, debemos especificar respecto a qué se está moviendo.

### 1.1.2 Sistema de referencia:

Es un punto del espacio respecto al cual el objeto se mueve. Para el caso de nuestro estudio nos referiremos a un sistema de referencia



inercial lo que corresponde a un punto o conjunto de

puntos del espacio que se encuentra en reposo o se mueve a velocidad constante.

Por ejemplo, la ubicación en la cual se encuentran los observadores A y b. La lámpara esta inmóvil en relación al observador b, pero se encuentra en movimiento en relación al A.

*Sistema de referencia inercial:* es un punto espacio que se encuentra en reposo o se mueve a velocidad constante. Generalmente donde se encuentra el observador.

Si se llegase hablar de un sistema de referencia no inercial nos referiremos que no tiene las características del inercial, por ejemplo, que tiene aceleración o velocidad variable.

### 1.1.3 Sistema de coordenadas:

En general, diremos que un sistema de coordenadas es un conjunto de valores y puntos que permiten definir la posición de cualquier punto en el plano o en el espacio y que se construye sobre la base de ejes ortogonales.

**Ortogonales** Significa que entre cada par de ejes coordenados, se forma un ángulo de  $90^\circ$

Para hacernos una construcción lógica matemática de un movimiento creamos un sistema de coordenadas.

De aquí podremos decir qué un objeto se mueve, respecto a un sistema de referencial dado, si su posición cambia con el tiempo. Lo cual puede suceder si cambia una, dos o todas sus coordenadas en ese sistema, tal cual se muestra en la figura 6.

Como hemos venido apreciando poseemos algunos conceptos cinemáticos para introducirnos poco a poco a un lenguaje físico y matemático. El mismo caso anterior de la descripción del movimiento de una partícula, podríamos referirnos como a un evento físico, puesto que, un evento es algo que ocurre, independiente del sistema de referencia que utilice para describirlo.

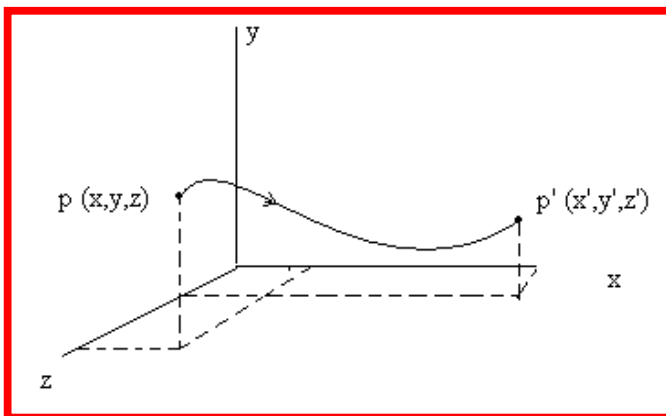
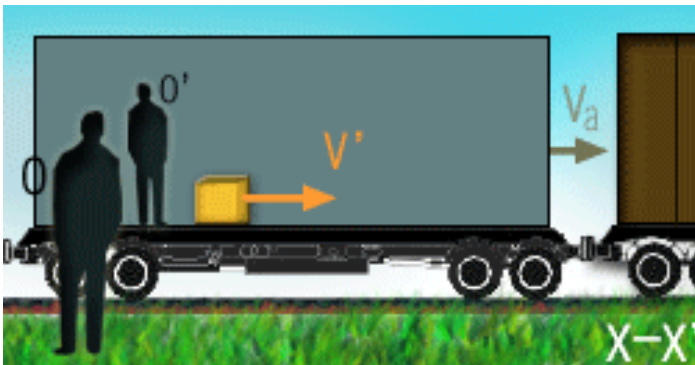


Imagen N° 6 Coordenadas

El evento ocurre en un punto en el espacio y en un instante. Especificamos un evento con cuatro mediciones (de espacio y tiempo) en un sistema particular de referencia; al saber, los números de posición  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , y el tiempo  $t$ . Un mismo evento puede ser observado desde distintos sistemas de referencia. Así, para describir eventos, primero se debe establecer un sistema de referencia inercial.

El evento debe ser siempre determinado con respecto a un sistema de referencia, respecto al cual se mueve nuestra partícula u ocurre nuestro evento. Este será nuestra red o andamiaje mecánico, respecto al cual se toman nuestras distancias respectivas.

### 1.1.4 Movimiento relativo



Observaciones hechas por observadores en movimiento relativo uniforme.

Consideremos el siguiente hecho, en la figura 8 se presenta un observador en reposo (O) que se encuentra en la garita de una estación y otro en un carro de un ferrocarril en movimiento con velocidad  $V$  respecto a la garita de la estación.

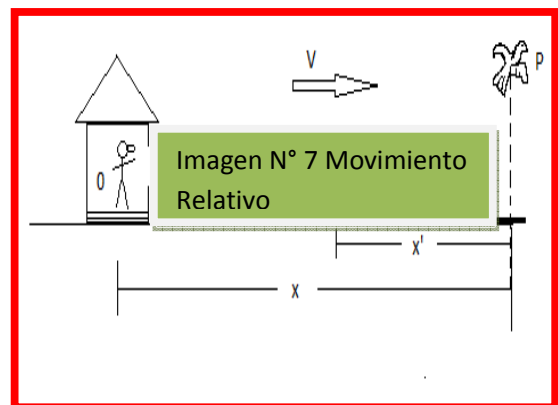
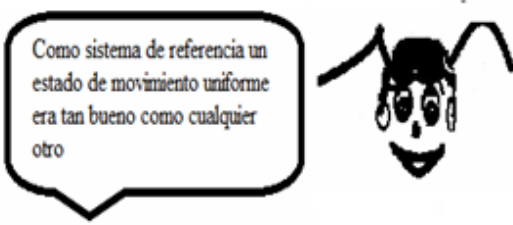


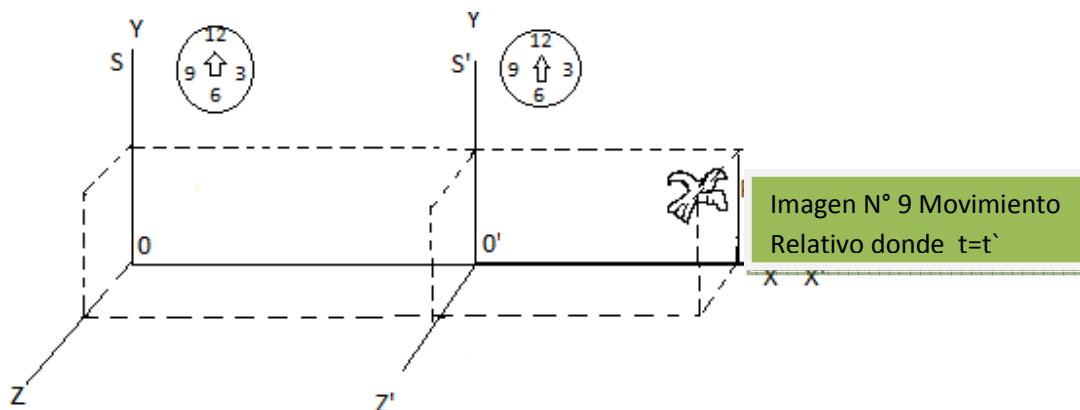
Imagen N° 8 Observadores movimiento relativo

Si ambos observadores prestan atención al movimiento de un pájaro ubicado en el punto P que vuela a lo largo de las líneas del ferrocarril. Sus distancia a los observadores O y O` en cierto instante serán X y X` respectivamente. Como para nuestro caso, el pájaro, se mueve en dirección de las líneas de ferrocarril, las coordenadas X y X` varían con el tiempo.



Como sistema de referencia un estado de movimiento uniforme era tan bueno como cualquier otro

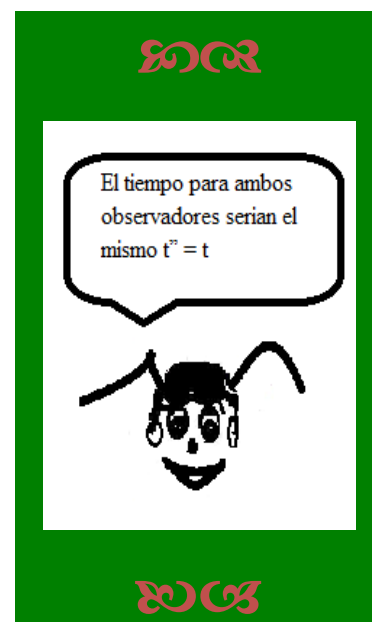
Los dos sistemas inerciales anteriores (observadores O y O`) se puede representar como indica el siguiente esquema.

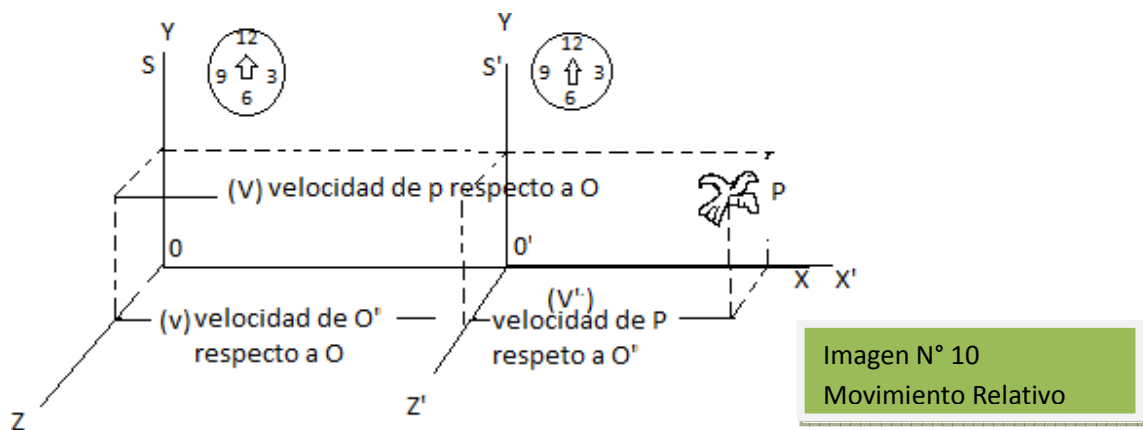


Si para ambos casos consideramos la hipótesis que ambos observadores en movimiento relativo miden el mismo tiempo, los relojes marcarían el mismo lapso como se muestra en la representación, esto parece algo evidente y sencillo, pero más adelante en relatividad especial se verá que no es tan trivial.

Ahora bien, como se dijo anteriormente podemos resumir que el intervalo de tiempo entre dos eventos cualquiera, es el mismo para los dos observadores en movimiento relativo.

Supongamos que en un lapso de tiempo  $\Delta t$  el pájaro ubicado en el punto P se desplaza una distancia  $\Delta x$  respecto al observador O y una distancia  $\Delta x'$  respecto al observador O'.





Estas dos distancias no son iguales, debido al movimiento relativo de los observadores. Y tendremos las siguientes ecuaciones para las velocidades.

$$\Delta x' / \Delta t = V' \text{ velocidad del pájaro respecto a } O'$$

$$\Delta x / \Delta t = V \text{ velocidad del pájaro respecto a } O$$

Como resultado del movimiento relativo podemos decir que por suma de vectores correspondiente a la imagen se derivaran a las ecuaciones del movimiento:

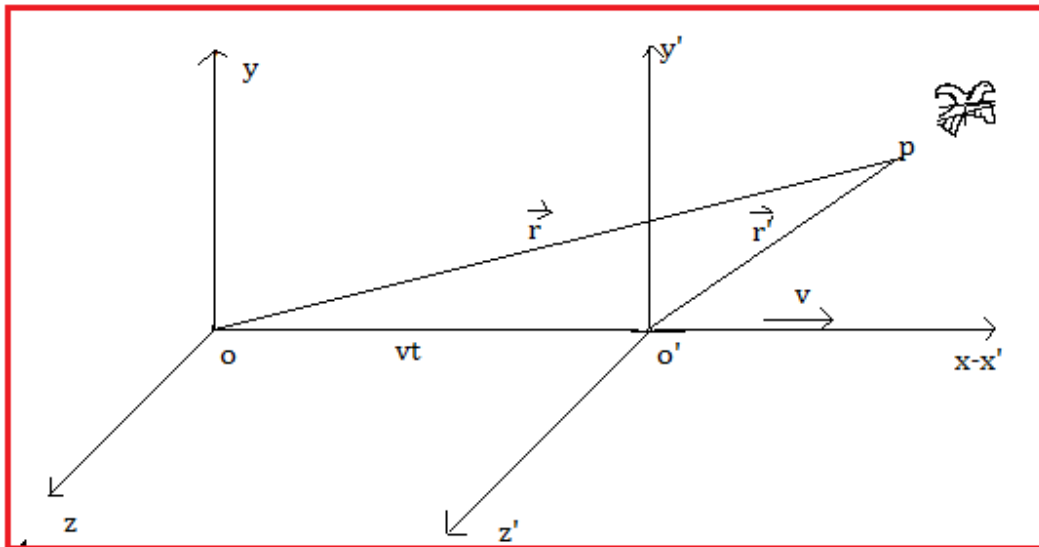


Imagen N° 11 representación de suma de vectores

$$\vec{r} = vt + \vec{r}'$$

$$x = vt + x' \quad \rightarrow \quad v_x = v + v'_x \quad \rightarrow \quad V = v + v' \quad \text{o} \quad v' = V - v$$

$$y = y' \quad \rightarrow \quad v_y = v'_y$$

$$z = z' \quad \rightarrow \quad v_z = v'_z$$

Donde:

$v'$ : Velocidad del pájaro ubicado en P respecto a O`

$V$ : Velocidad del pájaro ubicado en P respecto a O

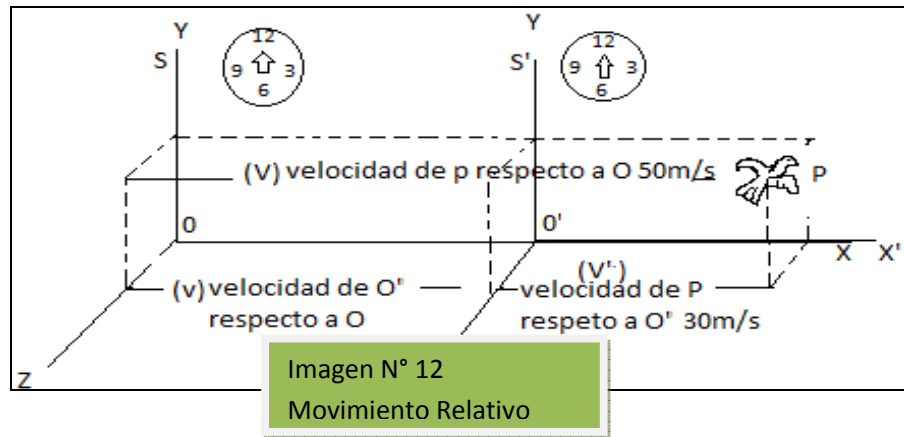
$v$ : Velocidad de O` respecto a O

Estas expresiones son las llamadas transformaciones de Galileo para la velocidad. Nos relaciona las velocidades de un objeto medidas por dos observadores en movimiento relativo.

**Ejemplo:**

Supongamos que para nuestro caso: ( $V$ ) La velocidad del pájaro respecto a  $O'$  es 30 m/s. ( $v$ ) velocidad del pájaro respecto a  $O$  es 50m/s. Determinar la velocidad de  $O'$  respecto a  $O$ .

Solución: Como sabemos la velocidad del pájaro (punto P) respecto a  $O$  y  $O'$ .



Tenemos que:  $V = v + v'$

$$v = 50\text{m/s} - 30\text{m/s}$$

$v = 20\text{m/s}$  que correspondería a la velocidad de  $O'$  que se mueve a 20 m/s respecto a  $O$  que se encuentra en reposo.



## 1.1.5 Transformaciones de Galileo para las coordenadas.

Ahora bien en cuanto a las transformaciones de coordenadas obtendremos que (debido a que el movimiento se desarrolla en dirección al eje de las x) las otras coordenadas y, z, t no cambian.

Si ajustamos dicho desplazamiento en el eje x, las ecuaciones o transformaciones de Galileo tal como se puede apreciar en el esquema serían:

$$x' = x - v t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Por ejemplo siguiendo con nuestro caso anterior para un  $\Delta t = 5s$  nuestra distancia en X' será:

$$X' = x - vt$$

$$X' = x - 20m/s * 5s$$

$$X' = x - 100m.$$

Aun cuando nuestro razonamiento se ha basado sobre simples casos de movimiento rectilíneo, las conclusiones tienden, en realidad, a un carácter general y pueden ser resumidas como sigue.

1° No conocemos regla alguna para encontrar un sistema inercial. Dado uno inicial, resulta simple hallar un número infinito de ellos, pues todos los sistemas de coordenadas (SC) en movimiento uniforme con relación al inicial, son sistemas inerciales.

2° El tiempo ocurrido en un suceso es el mismo en todos los SC, pero las coordenadas y velocidades son diferentes y varían de acuerdo a las leyes de transformación.

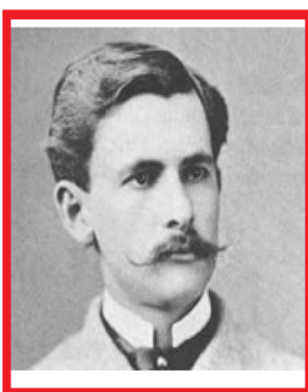
3° Aun cuando las coordenadas y la velocidad cambian al pasar de un SC a otro, la fuerza, la variación de velocidad, y por lo tanto, las leyes de la mecánica, son invariantes con respecto a dichas leyes de transformación.

## 1.2 Experimento de Michelson y –Morley (1887)

### 1.2.1 La existencia del Éter:

Antes de Einstein, los científicos creían tener la teoría ondulatoria bien definida, es más, los experimentos de difracción e interferencia descritos por Young, Fresnel y otros científicos trataban de demostrarlo. Pero por otra parte no se explicaban que la luz, una onda transversal, podría propagarse en ausencia de medio. Esto los llevo a pensar que el espacio estaba compuesto por una sustancia que hipotéticamente se denominó éter. Como la velocidad de una onda, depende del medio material, es decir, de la densidad y de la elasticidad del medio, se supuso que el éter tenía una densidad infinita y un gran coeficiente de elasticidad, pues se creía que al igual que el sonido, la luz se propagaba más rápido en los medios densos.

*Michelson y Morley*, se unieron para comprobar la existencia del éter. Los resultados de dicho experimento fueron negativos, lo cual llevo a negar la existencia del éter, pero por otra parte, sirvieron para aclarar conceptos erróneos y además como base a la teoría de la relatividad especial de *Albert Einstein*.



Albert Michelson

### 1.2.2 Reseña biográfica:

*Imagen N° 16 Albert Michelson.*

*Albert Michelson*, fue un Físico de EE.UU. Nació en 1852 en Pasadena. Durante su Juventud fue oficial de la marina, desempeñándose como profesor de ciencias. Termino sus estudios en Europa y fue profesor de física en la School of Applied Sciencie de Cleveland.1907

obtuvo el premio Nóbel del física por el desarrollo de instrumentos ópticos y su investigación en el campo de la espectroscopia. Finalmente murió en 1931.



Edward Morley

Imagen N°17 Edward Morley.

*Edward Morley*, fue un Químico y Físico de origen EE.UU. Nació en 1838. Se desempeñó como profesor de química en la Case Western Reserve University. Morley falleció en 1923.

Como ambos utilizaron el interferómetro, explicaremos brevemente su funcionamiento.

- ✚ Para comprender mejor el interferómetro de Michelson y Morley, recordaremos en que consiste la propiedad de interferencia de una onda, vista durante tu primer año medio.

Se produce interferencia cuando dos ondas que vibran en un medio y se superponen. Dependiendo la simultaneidad con que se interfieren estas ondas, podremos obtener una interferencia constructiva o destructiva.

- ✚ La interferencia constructiva, es cuando las dos ondas vibran con la misma frecuencia y simultaneidad, es decir las dos se encuentran en fase al momento de superponerse, aumentando su amplitud a la suma de ambas amplitudes separadas

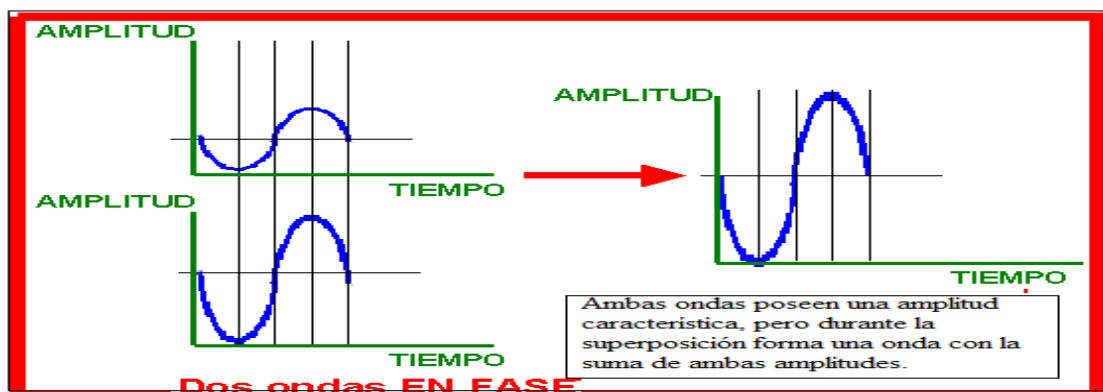
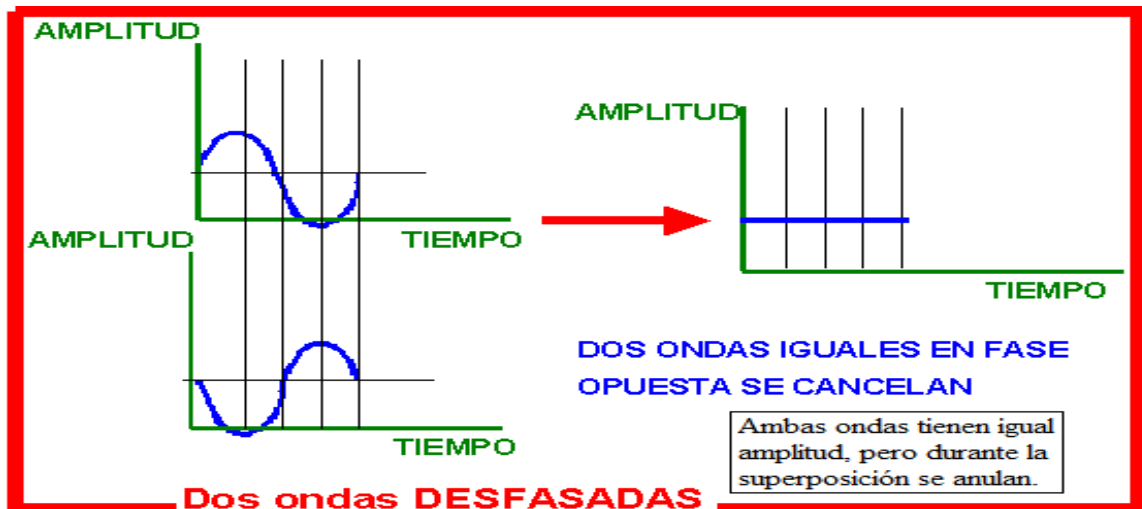


Imagen N°18 Esquema de Interferencia constructiva.

- ✚ La interferencia destructiva, es cuando las dos ondas no se encuentran simultáneas ni en fase, siendo su amplitud cero durante la superposición al sumar ambas amplitudes.

Imagen N° 19 Esquema de Interferencia Destructiva.



### 1.2.3 Análisis y Explicación del Interferómetro de Michelson y Morley

*Michelson y Morley*, construyeron un instrumento para medir la velocidad de la luz con respecto a un marco de referencia y respecto la tierra y a dos direcciones perpendiculares.

Para comprender mejor el experimento lo analizaremos con la visión que tenían los científicos de aquellos tiempos.

La luz es una onda que se propaga en el espacio, para poder propagarse en el espacio pensaban los científicos que debería existir una sustancia que llene el espacio, se creía que esa sustancia se llamaba éter, así que la luz se propagaba en un medio llamado éter.

Imagen N° 20 Interferómetro

También se sabe que la tierra se mueve en el espacio con una velocidad  $V$  que esta dado por el movimiento de traslación, que tiene como valor aproximado a 30km/s por tal razón la tierra debe mostrar algún indicio del movimiento del éter y con ello una variación en la velocidad de la luz.



Con respecto a lo que se esperaba del experimento era medir la velocidad de la luz en la tierra en distinto momentos y direcciones, suponiendo que el movimiento del éter no puede ser igual en distintas direcciones.

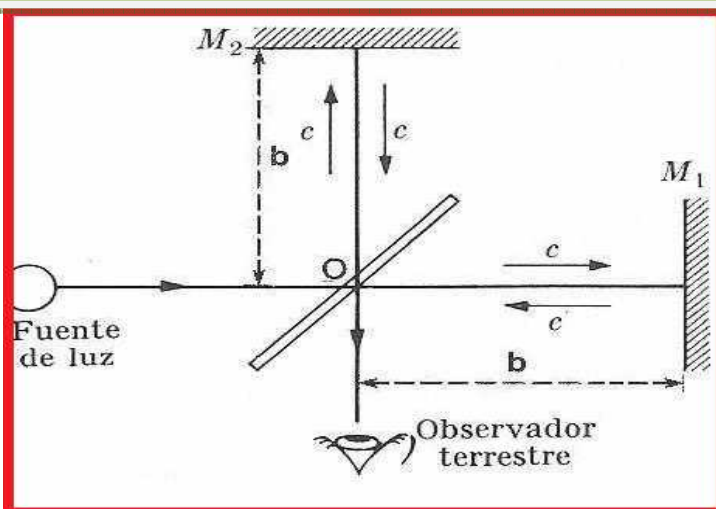
#### 1. IDENTIFICACIÓN DEL APARATO

NOMBRE: Interferómetro  
 PROCEDENCIA: I. Nal. de Física Química "Rockefeller"  
 UBICACIÓN: Almacén de Arganda.  
 EMPLEO: Interferometría  
 DESCRIPCIÓN GENERAL:  
 Instrumento utilizado para producir y medir interferencias.

- ✚ El análisis neoclásico concluyo que en condiciones óptimas en donde la tierra se mueve en la misma dirección del éter, que la velocidad de la luz debería ser:
- ✚  $C - V$  en dirección y sentido del movimiento de la tierra.
- ✚  $C + V$  en dirección y sentido contrario al movimiento de la tierra.
- ✚  $\sqrt{c^2 - v^2}$  en la dirección perpendicular al movimiento de la tierra.

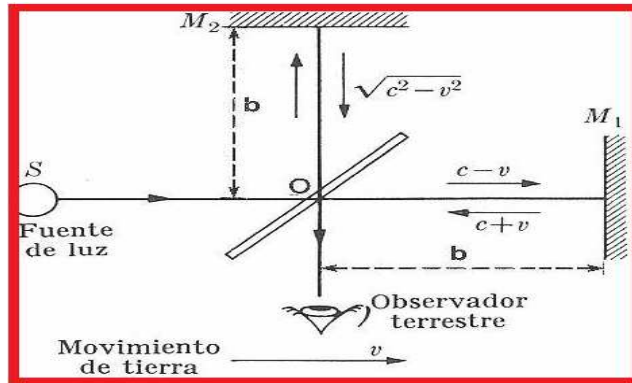
El método práctico en estas mismas condiciones expuesto por *Michelson y Morley* utilizando un interferómetro que mide distancias exactas, es representado por la siguiente imagen:

Imagen N° 21 Esquema de Interferómetro a distancias



Ahora bien, si el sistema con éter en movimiento visto por un observador sería representado por:

Imagen N°22 Esquema de interferómetro.

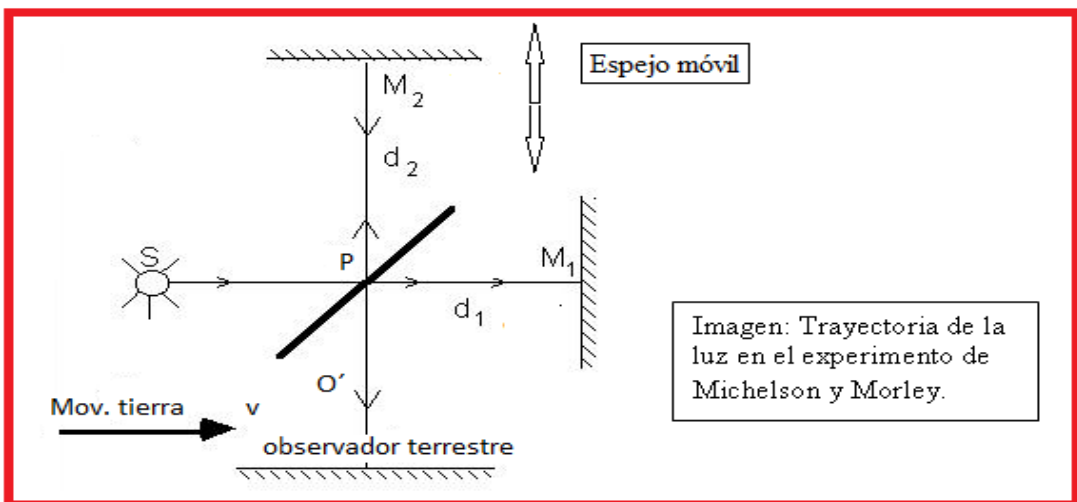


Los resultados encontrados por Michelson y Morley fueron negativo, ya que la velocidad de la luz, no importando las condiciones de medidas, era la misma, como si el éter siempre se encontrará en reposo, lo que dedujo que el éter no existía.

### 1.2.4 Análisis de la trayectoria de la luz

La imagen esquematiza el experimento de Michelson y Morley, en donde S es la fuente luminosa, donde M<sub>1</sub> es un espejo fijo, M<sub>2</sub> es un espejo movible y P es una placa de plata que se caracteriza por reflejar la mitad de la luz que lo toca y la otra mitad se transmite por el.

Imagen N°23 esquema del experimento de Michelson y Morley con espejo fijo.



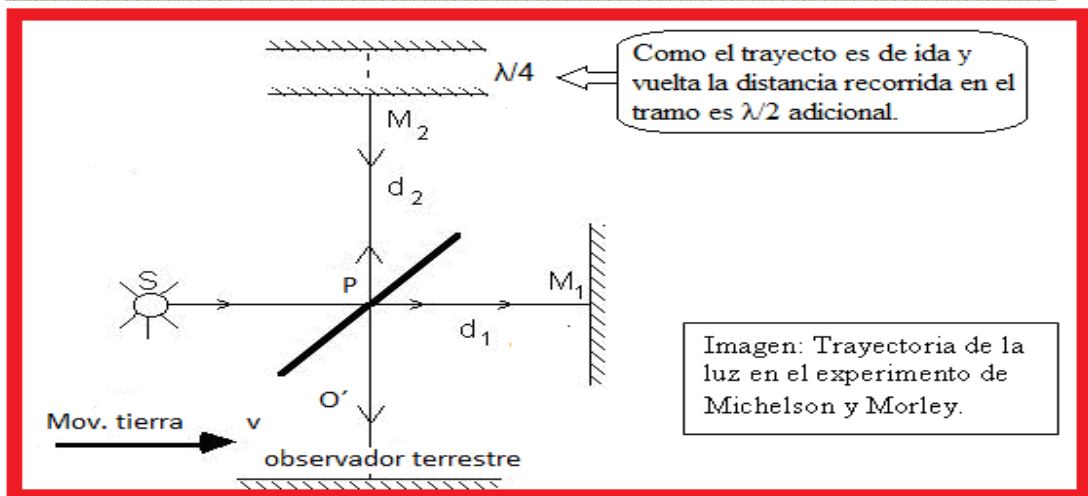


**Visión del experimento:**

La luz que viaja desde S y llega a P, se trasmite parcialmente a  $M_1$  y es reflejada parcialmente a  $M_2$ . Los rayos de  $M_1$  y  $M_2$  se reflejan de vuelta desde los espejos pasando por P y alcanza el ojo del observador terrestre. Si  $M_1$  y  $M_2$  se encuentra a una misma distancia de P, entonces, los dos haces entraran simultáneamente al ojo con una interferencia constructiva y se vera brillante. (Imagen N° 23).

Por otra parte si el espejo móvil ( $M_2$ ) se mueve a una distancia  $\lambda/4$ , el haz que pasa por  $M_2$  recorrerá una distancia adicional de  $\lambda/2$  más que el haz que se transmite por el otro espejo, en este caso los dos haces de luz se interferirán destructivamente y se verá oscuro. (Imagen N° 24).

Imagen N° 24 esquema del Experimento de Michelson y Morley, con un espejo móvil



## 1.2.5 Conclusiones generales:

1° El experimento demostró que la velocidad de la luz es la misma sin importar la dirección de medición, lo cual llevo a pensar que el éter no se movía, es decir permanecía en reposo aun cuando la tierra se moviera, lo que debería ser imposible, por tal motivo se llegó a la conclusión que el éter no debía existir.

2° La velocidad de la luz en el espacio es constante y tiene un valor aproximado a  $3 \times 10^8$  m/s.

## 1.2.6 Comportamiento de la Luz

Con respecto a la velocidad de la luz, te invitamos a recordar lo estudiado en primer año medio.

Como ya hemos analizado anteriormente, la luz a sido un gran campo de estudio para los científicos y a lo largo de la historia se ha ido descifrando. Por ello estudiaremos algunas de las hipótesis más significativas, planteadas a lo largo de la historia, con el fin de poder comprobar el comportamiento de la luz:

**1° Hipótesis:** Fue planteada por ISAAC NEWTON (1642-1727). Él afirmó que las fuentes luminosas emiten corpúsculos o partículas, muy liviana a altas velocidades y en línea recta. Con esta teoría se pudo comprobar la reflexión de la luz, pero no la refracción de luz.

Imagen N°25 Reflexión de los pelícanos.



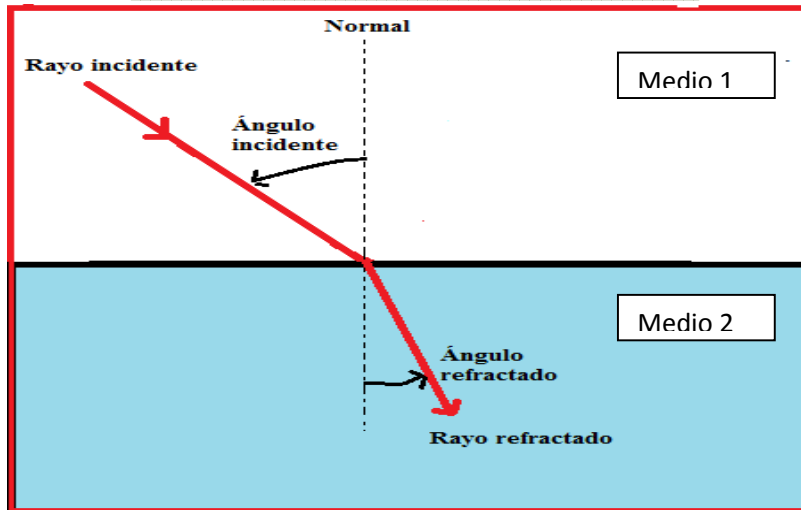
**2° hipótesis:** Fue planteada por CHRISTIAN HUYGENS (1629-1695). Él postuló que la luz tiene un movimiento ondulatorio semejante a las ondas del sonido. Esto se conoce como el modelo ondulatorio.

Imagen N°26 Refracción del arco iris.



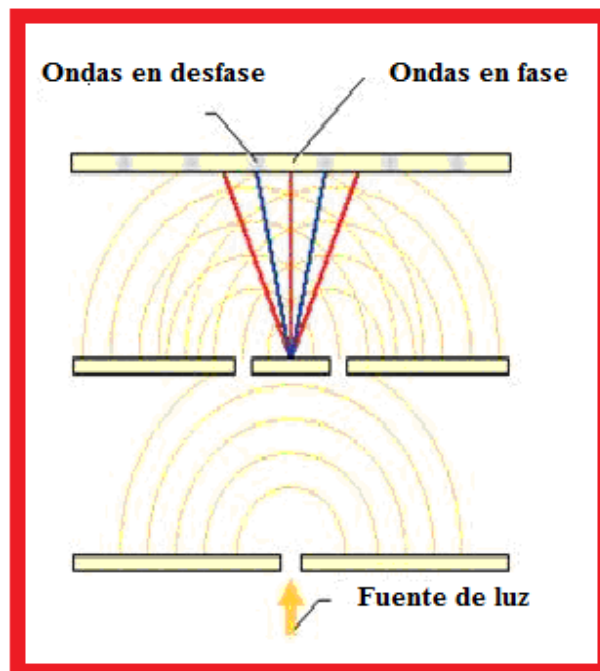
Como se sabe las ondas mecánicas necesitan un medio material para propagarse, por tal razón Huygens llamó éter al medio invisible que debía estar esparcida por todo el espacio. Con este modelo se pudo explicar la reflexión y refracción de la luz.

Imagen N°27 Refracción.



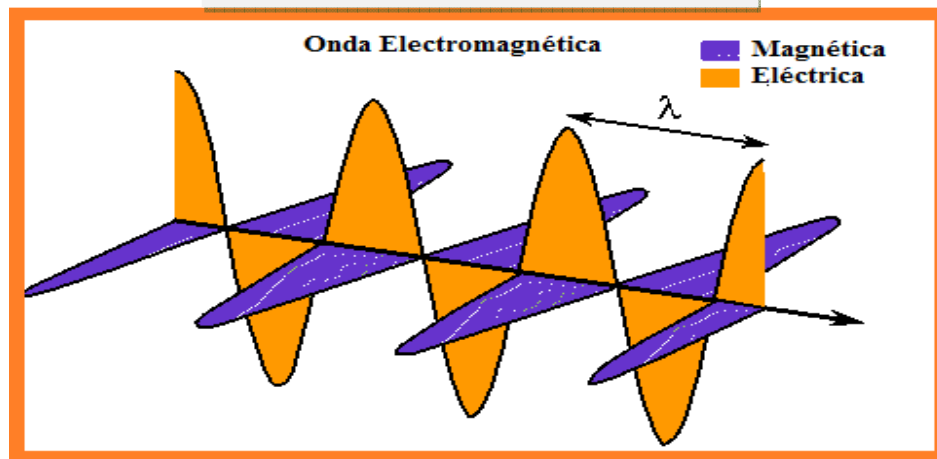
En 1801 TOMAS YOUNG, realizó un experimento que comprobaba la naturaleza ondulatoria de la luz, pues demostró que la luz experimentaba interferencia al difractarse las ondas.

Imagen N°28 Interferencia de la luz formada por la superposición de ondas difractadas por uno y luego por dos orificios.



**3° Hipótesis** : Planteada por CLERK MAXWELL (1831-1879). Demuestra que la luz es una onda formada por dos perturbaciones periódicas, una eléctrica y otra magnética que no necesita de un medio material para propagarse. Este modelo no pudo comprobar la emisión y absorción de la luz.

Imagen N°29 Onda Electromagnética



**4° Hipótesis:** Planteada por LUIS DE BROGLIE (1892-1987). Supone que la luz tiene un comportamiento dual y que a las partículas de luz se le asocia una onda, de tal forma que la luz se comporta en determinados momentos como una partícula y en otros como onda. Este modelo aun es aceptado para explicar la naturaleza de la luz.

*Con todo lo planteado a lo largo del capítulo, podemos concluir que la luz es una onda electromagnética que tiene un comportamiento dual, a veces como onda y otras veces como partícula. Gracias al experimento de Michelson y Morley se descartó la existencia del éter, lo que permitió abrir camino a otras teorías más aceptadas y que expliquen de una manera más clara la naturaleza de la luz.*

## 1.3 James Clerk Maxwell

### 1.3.1 Biografía

En los años anteriores del siglo XX, las investigaciones se basaban a partir de lo que ya se sabía en Física, se especulaba o se daba por hecho y nacían nuevas teorías; Es así como Einstein trabajo sus teorías a partir de estudios realizados anteriormente por otros científicos, de hecho, entre otras, se hallaba fascinado con las teorías de Maxwell pues eran las más estimulantes de la física en los comienzos del joven.



Imagen N° 40 James Maxwell

Nació el 13 de Junio de 1831 en Edimburgo

Falleció en Cambridge, Reino Unido, el 5 de noviembre de 1879

Miembro de familia escocesa, hijo único, su padre era abogado en Edimburgo, su madre falleció cuando James tenía ocho años de edad, por lo que su padre debió asumir su educación. Desde pequeño demostró gran interés por las ciencias, a muy corta edad ingreso a la universidad de Edimburgo y luego a Cambridge, y llego a ser una de las mentes más geniales de su tiempo.

Fue profesor de física en la Universidad de Aberdeen desde 1856 hasta 1860. En 1871 fue el profesor más destacado de física experimental en Cambridge, donde supervisó la construcción del Laboratorio Cavendish.

James intentó unificar dos campos de la física, la electricidad y el magnetismo separados hasta antes de sus teorías, así desarrolló el Electromagnetismo. Amplió matemáticamente la investigación de Michael Faraday sobre los campos electromagnéticos expresada más bien cualitativamente hasta ese momento.

Bases para su descubrimiento:

- ✚ El experimento de Oersted (1820) había demostrado la existencia de efectos magnéticos debidos a cargas en movimiento.
- ✚ Los descubrimientos de Faraday (1831) habían puesto de manifiesto que campos magnéticos variables con el tiempo dan lugar a un movimiento de cargas eléctricas en los conductores.
- ✚ La explicación de Faraday de estos fenómenos llamados de inducción había introducido por primera vez en la historia de la física la noción de campo magnético representado por un conjunto de líneas de fuerza.
- ✚ Medio siglo antes, Charles Coulomb (1785) había descrito en forma de ley el modo en que las cargas eléctricas se atraen entre sí.

Estos cuatro elementos sirvieron de base en 1864, a James Clerk Maxwell, para iniciar la síntesis de los fenómenos eléctricos y de los fenómenos magnéticos entonces conocidos.

Este científico, también elaboró la teoría cinética de los gases, que explica las propiedades físicas de los gases y su naturaleza. Entre otros logros hay que destacar la investigación de la visión de los colores y los principios de la termodinámica.

Escribió “Teoría Dinámica del Campo Electromagnético” Su obra más importante publicada en 1873, en donde, por primera vez, se conoció su conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales en las que describe la naturaleza de los campos electromagnéticos en términos de espacio y tiempo y demostró que estas ecuaciones predecían la existencia de ondas de los campos eléctrico y magnéticas.

### 1.3.2 Ondas Electromagnéticas.



Maxwell, desarrollo la teoría que unifico los fenómenos ópticos, eléctricos y magnéticos utilizando para ello las cuatro ecuaciones. Las que además de integrar los fenómenos, son aplicables para predecir la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el espacio a la velocidad de la luz.

Las ondas electromagnéticas son generadas por cargas eléctricas oscilantes.

Las ondas radiadas están compuestas por campos eléctricos y magnéticos, los cuales son perpendiculares entre sí y también perpendiculares con la dirección de propagación de la onda. Por esta razón, las ondas electromagnéticas son transversales.

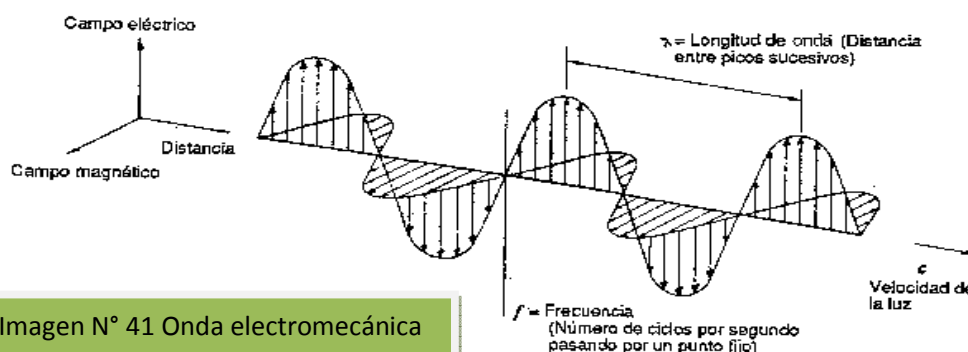


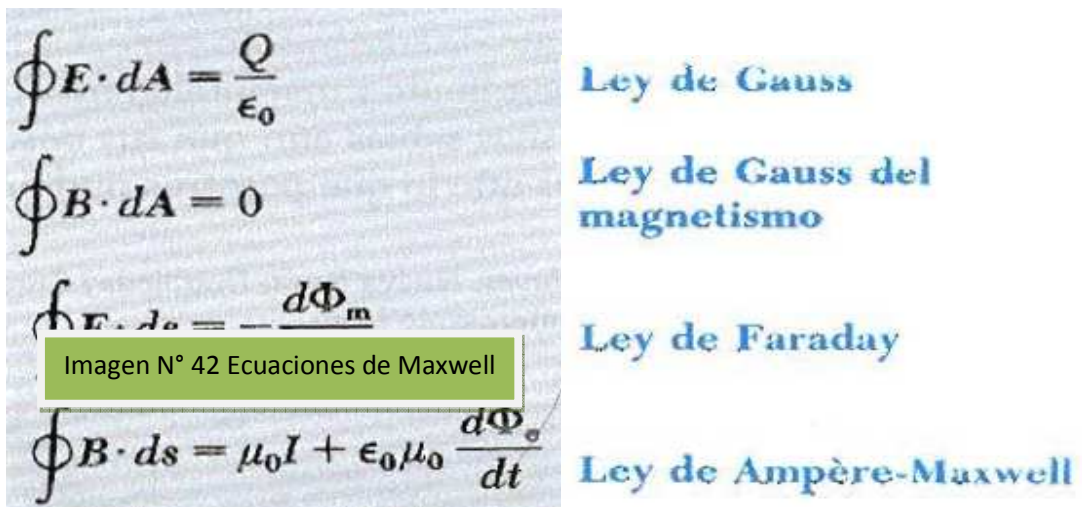
Imagen N° 41 Onda electromecánica



### 1.3.3 Ecuaciones de Maxwell

Maxwell, utilizando el cálculo, unificó los temas de la luz y el electromagnetismo, desarrollando la idea de que la luz es una forma de radiación electromagnética. Así las ecuaciones de Maxwell describen todos los fenómenos electromagnéticos.

Es decir, descubrió las ecuaciones llamadas: **Ecuaciones de Maxwell**:



- ✚ **La ley de Gauss**, es la primera ecuación: Relaciona la distribución de cargas con el campo eléctrico, donde las líneas de campo eléctrico comienzan en cargas positivas.
- ✚ **La ley de Gauss en el magnetismo**, corresponde a la segunda ecuación: Las líneas del campo magnético no pueden empezar o terminar en cualquier punto, no existen polos magnéticos aislados en la naturaleza.
- ✚ **La ley de inducción de Faraday**, es la tercera ecuación: Representa la relación entre un campo eléctrico y un flujo magnético variable.

✚ **La ley de Ampère-Maxwell**, corresponde a la cuarta ecuación: Esta es una forma extendida de la ley de Ampère, la que describe la relación entre corrientes eléctricas, campos eléctricos y campos magnéticos.

Esta última ley expone como puede ser producido un campo magnético tanto por un flujo eléctrico variable, como por una corriente en un alambre conductor. Esta nueva fuente de campo magnético, introducida por Maxwell, refuerza el vínculo entre los campos magnéticos y eléctricos.

Las 4 ecuaciones conocidas como ecuaciones de Maxwell, son las fundamentales de todo el electromagnetismo. Son fundamentales como lo son en mecánica las tres leyes del movimiento y la ley de gravitación universal de Newton. Aunque, en cierto sentido, son aún más fundamentales, ya que son validas incluso en términos **relativistas**, a diferencia de las leyes de Newton.

El punto culminante de la teoría electromagnética en el siglo XIX fue la predicción, y verificación experimental, de que las ondas de los campos electromagnéticos pueden viajar por el espacio. Este logro dio lugar a la espectacular predicción de que la luz es una onda electromagnética.

Años más tarde Heinrich Rudolf Hertz, demostró experimentalmente la veracidad de las Teorías de Maxwell. Las Leyes de Newton para el movimiento y las transformaciones de Galileo están en desacuerdo con el principio de la relatividad, no así, las ecuaciones de Maxwell, que concuerdan con él.



Imagen N° 44 Rapidez de la Luz

### 1.3.4 La rapidez de la luz

Al pensar en el concepto de relatividad newtoniana de la mecánica, es usual preguntarse si también es aplicable a experimentos de electricidad, magnetismo, óptica u otros campos. Si se considera que

las leyes de la electricidad y el magnetismo son las mismas en todos los sistemas inerciales, por ejemplo, surge de inmediato una paradoja en lo que se refiere a la velocidad de la luz. Esto se puede entender recordando que de acuerdo con las ecuaciones de la teoría electromagnética de Maxwell, la velocidad de la luz siempre tiene un valor constante  $(\mu_0\epsilon_0)^{-1/2} \approx 3.00 \times 10^8$  m/s. Pero de acuerdo con la ley galileana de velocidades, la velocidad de la luz no debe ser la misma en todos los sistemas inerciales.

Las Ecuaciones de Maxwell de la teoría electromagnética no son invariantes bajo las transformaciones de Galileo (ver problema resuelto (1)). Sin embargo como lo demostró H. A. Lorentz (antes que Einstein), estas ecuaciones son invariantes bajo las transformaciones de Lorentz (lo que se demostrara en el capítulo 3)

En 1931, con motivo de la conmemoración del centenario del nacimiento, de James Maxwell, Albert Einstein describió el trabajo de Maxwell como «el más profundo y provechoso que la física ha experimentado desde los tiempos de Newton».

Realmente la teoría desarrollada por Maxwell, tuvo muchos más alcances de lo que este podría haber podido pensar, pues resultaron estar en completa concordancia con la teoría especial de la relatividad que Einstein demostró en 1905.

## 1.4 Prueba tus conocimientos.

### Objetivos:

- Analizar las diferentes concepciones del movimiento utilizadas en cinemática.
- Comprender las representaciones del movimiento en su enunciación matemática.
- Comprender las transformaciones de Galileo para el movimiento.

### Actividades:

#### Ítem I. (V) o (F)

Instrucciones: Los siguientes enunciados son afirmaciones, marque con una (V) si considera que la afirmación es verdadera y con una (F) si considera que la afirmación es falsa. Justifique las falsas.

..... El movimiento es un concepto absoluto cuya descripción no depende del referente utilizado.

..... .. Galileo Galilei defendió el pensamiento aristotélico.

..... Sistema no inercial, es aquel que se mueve a velocidad constante.

..... Para describir el movimiento en tres dimensiones se necesitan tres coordenadas (x, y, z) además del tiempo.

..... Para galileo, tiempo y espacio son conceptos relativos.

..... Según Galileo Galilei, un intervalo de tiempo entre dos eventos cualesquiera es el mismo para los dos observadores en movimiento relativo.

## Ítem II. Términos pareados

Asocie los conceptos de la columna A mediante su letra, en el enunciado que correspondan de la columna B.

Columna A	Columna B
a. Sistema de referencia	___ Cambio de posición a medida que pasa el tiempo.
b. Definición de movimiento	___ Punto del espacio con respecto al cual se estudia el movimiento del cuerpo.
c. Sistema inercial	___ Suceso que ocurre en un punto en el espacio y en un instante en el tiempo.
d. Evento	___ punto del espacio que se encuentra en reposo o se mueve a velocidad constante.

## Ítem III: Desarrollo de preguntas y problemas.

1. ¿Cómo varía la velocidad si recorre una distancia doble en el mismo tiempo? ¿Y si recorre la distancia doble en la mitad del tiempo?
2. El sonido se propaga con una velocidad de 350 m/s. ¿Cuánto tiempo tardara en escucharse un cañonazo a 1, 5 m de distancia?
3. Dos trenes parten de una misma estación; uno a 70 km/h y otro a 90 km/h. ¿A qué distancia se encontraran al cabo de 55 minutos?:
  - a. Si marchan en el mismo sentido
  - b. Si marchan en sentido contrario
4. Dos trenes parten de dos ciudades, A y B, distantes entre sí 500 km con velocidades de 80 km/h y 100 Km/h, respectivamente, pero el de A sale dos horas antes. ¿Cuándo se encontrarán y a qué distancia de A: a) si ambos se

mueven uno hacia el otro, b) si ambos se miden en el mismo sentido, B hacia A?

**Problema resuelto:**

**1. La ecuación de onda electromagnética**

**Demostración:**

La **ecuación de onda electromagnética** es representada por la siguiente fórmula:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

Esta es una ecuación que se obtiene directamente de las ecuaciones de Maxwell de la teoría electromagnética, las cuales no establecen un sistema de referencia privilegiado.

La ecuación de onda electromagnética será invariante si conserva la misma forma al aplicar las transformaciones de Galileo poniéndola en los términos de las nuevas variables  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  y  $t'$ .

De las transformaciones de Galileo (página 25) encontramos que:

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = 1 \quad \frac{\partial x'}{\partial t} = -V \quad \frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{\partial z'}{\partial z} = \frac{\partial t'}{\partial t} = 1$$

$$\frac{\partial x'}{\partial y} = \frac{\partial x'}{\partial z} = \frac{\partial y'}{\partial x} = \frac{\partial t'}{\partial x} = \dots = 0$$

Aplicaremos ahora la *regla de la cadena* que para derivadas ordinarias es:

$$\boxed{\frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \frac{dy}{dx}}$$

y que para derivadas parciales es:

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t}}$$

con ella obtenemos lo siguiente para la derivada parcial de  $\phi$  con respecto a  $x$ :

$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x}}$$

Con los resultados obtenidos arriba de las transformaciones de Galileo, esta última relación se reduce a:

$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'}(1) + \frac{\partial \phi}{\partial y'}(0) + \frac{\partial \phi}{\partial z'}(0) + \frac{\partial \phi}{\partial t'}(0)}$$

o bien:

$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'}}$$

Volviendo a tomar nuevamente la derivada parcial de esto último con respecto a  $x$  tenemos lo siguiente:

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2}}$$

Procediendo de modo similar, podemos demostrar que las expresiones para la segunda derivada parcial de  $\phi$  con respecto a la variable “ $y$ ” y la variable “ $z$ ” serán:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2}$$

De manera similar a como se hace arriba, después de utilizar la regla de la cadena para poner a la primera derivada parcial de  $\phi$  con respecto a la variable "t" obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -V \frac{\partial \phi}{\partial x'} + \frac{\partial \phi}{\partial t'}$$

Tomando la segunda derivada parcial de  $\phi$  con respecto a la variable "t" obtenemos entonces:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} - 2V \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial t'} + V^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2}$$

Substituyendo en la ecuación de onda electromagnética original las derivadas parciales de segundo orden que hemos obtenido, llegamos a la siguiente conclusión:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} + \frac{1}{c^2} (2V \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial t'} - V^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2}) = 0$$

Esta fórmula no tiene la misma forma y es más compleja que la fórmula original. La única manera en la cual ésta fórmula puede simplificarse es haciendo la velocidad  $V = 0$ , lo cual significa regresar a la fórmula original válida para un observador que está en reposo con respecto al éter, el medio de conducción para el cual la ecuación de onda electromagnética original adquiere la forma predicha por las leyes del electromagnetismo de Maxwell. **EI**



**observador que está en reposo con respecto al éter siempre tendrá la fórmula más sencilla de todas;** es un observador *privilegiado*. Todos los demás obtendrán fórmulas diferentes. Y esto cubre apenas las asimetrías con las que nos topamos al manipular la ecuación de onda electromagnética.

Cualquier otra situación en la que estén involucradas fórmulas en las que basamos experimentos llevados a cabo con rayos de luz (o con ondas electromagnéticas de teléfonos celulares, radio y televisión) adquirirán asimetrías al pasar de un marco de referencia a otro.

La única forma en la cual podemos hacer la ecuación de onda electromagnética *universalmente válida* es prescindiendo de las transformaciones de Galileo, reemplazándolas por otro tipo de transformaciones bajo las cuales la ecuación de onda electromagnética siga teniendo la misma forma. Esto se logra con las ecuaciones de transformación de Lorentz, prescindiendo de los conceptos clásicos del tiempo absoluto y del espacio absoluto sobre los cuales se sustentaban las transformaciones de Galileo, lo que se demostrará en el capítulo 3.

---

## 2.- Capítulo N° 2 “Conociendo a Einstein”

Albert Einstein Koch.



Imagen N°1. Albert Einstein

*Albert Einstein, fue uno de los científicos que más aporte hizo a la humanidad, su visión innovadora provocó un cambio rotundo en la concepción del universo con su teoría de la relatividad.*



Imagen N°2 Einstein y su hermana

## 2.1 Einstein y su familia

Einstein nació en la ciudad de Ulm, Alemania, un día 14 de marzo de año 1879, se dice que era robusto y de cabeza deforme, su padre Hernann Einstein y su madre Pauline Koch, eran de nacionalidad y creencia Judía. Después de un año su familia se mudo a Múnich donde su padre se asociaría a su cuñado Jakob para emprender un negocio juntos en una empresa de productos electroquímicos, fue aquí en las afueras de Munich donde nacería su hermana María, a quién él llamaba Maja, con la cual mantuvo una buena relación durante toda su vida. Su padre era comerciante y de carácter pasivo, en cambio su madre tenía un carácter fuerte y además era apasionada por la música, fue ella quien inculco a sus dos hijos el amor por ella.

Fue junto a su padre con las nuevas tecnologías de su empresa y su tío amante de las matemáticas los que forjaron en Einstein el amor por la ciencia.



Imagen N°3 Padres de Einstein

## 2.1.1 Einstein y su amor por lo desconocido.



Imagen N°4 El niño Einstein

La historia relata una de los más grandes sucesos que desde pequeño, exactamente a la edad de los 5 años, crearon en Einstein una fascinación por lo desconocido, como fue su encuentro con un utensilio llamado brújula. Tal fue la impresión al darse cuenta que este instrumento siempre apuntaba al norte magnético sin importar el lugar en donde se encontrará, que se convirtió en una de las experiencias y motivaciones más significativas, para que más tarde, Einstein dedicara su vida a descubrir los grandes enigmas de la naturaleza.

Más tarde, a los 12 años de edad experimentó otro asombro y fue a causa de un librito de geometría euclídea, se dio cuenta, de la exactitud de las matemáticas, ésta exactitud, lo llenó de una sensación de certeza y claridad que lo dejó impresionado.

## 2.1.2 Einstein y su vida personal



Imagen N°6 Eduard, Mileva y Hans

Durante su estudio en el politécnico de Zurich, Suiza, Einstein conocería a una compañera de clase de la cual

se enamoró, Mileva Maric, una estudiante con actitud feminista y radical. En 1900 Einstein se graduó del politécnico y en 1902 tuvo una hija llamada Lieserl con Mileva, con la cual más adelante se casaría, sin el apoyo de su madre. De su hija no se supo nada más, ya que



Imagen N°5

por motivos económicos al parecer, fue dada en adopción antes del matrimonio. En 1904 tuvo a su segundo hijo Hans Albert y en 1910 tuvo a su tercer hijo Eduard, sin embargo los conflictos familiares llevaron a que el matrimonio Einstein-Maric se separará en 1919.

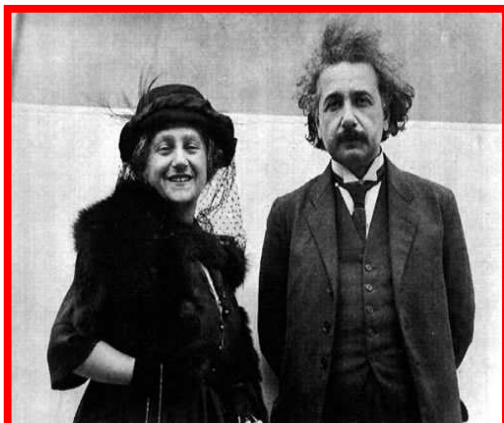


Imagen N°7 Einstein con su segunda esposa Elsa

Einstein meses más adelante se casaría con su prima Elsa Lowenthal, la cual tenía dos hijas con su anterior marido. Elsa y Einstein estuvieron unidos hasta la muerte de ella.

El hijo menor de Einstein tenía esquizofrenia la cual lo condujo a su muerte, en cambio su hijo mayor Hans se hizo profesor universitario en California, sin embargo no tuvo una relación cercana con su padre.

## 2.2 Einstein y su educación

Cuando Albert tenía cinco años, sus padres contrataron una institutriz, para que adquiriera cierta educación formal, pero debido a problemas de conducta, a los seis años fue inscrito en la escuela pública. En Munich, Albert Einstein, curso los estudios primarios y medios, de joven rechazaba la autoridad de los profesores, era más bien rebelde y poseía habilidades en matemática y física.

En 1894, los problemas económicos que enfrentaba la compañía de su padre obligaron el traslado de la familia a Pavía, en Italia, cerca de Milán. Albert permaneció en Munich, a los quince años, y después de abandonar la escuela fue llevado a Suiza, donde en Aarau pudo completar sus inconclusos estudios secundarios, requisito para ingresar al Instituto Politécnico de Zurich e iniciar una carrera en ciencias, matemáticas y, especialmente, física, y lo logro pues en 1900 se graduó en el Instituto Politécnico de Zúrich.

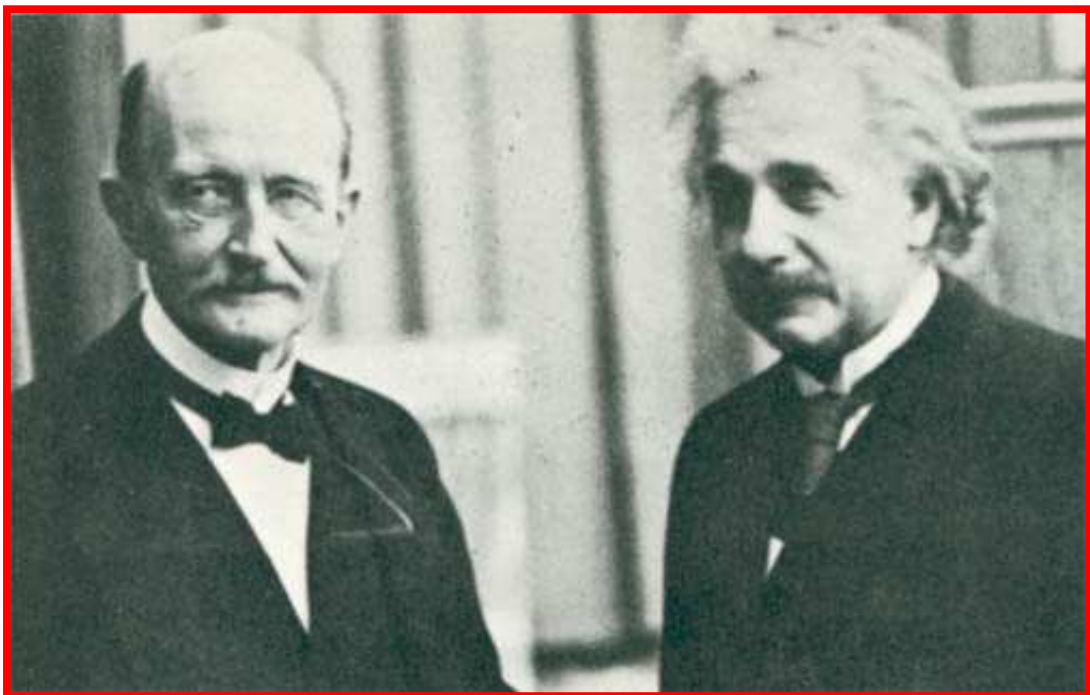


Imagen N°8 Max Planck y Albert Einstein

Los estudios universitarios los realiza en la escuela superior de Aaran (Suiza), en la que según él tuvo sus primeras ideas sobre relatividad.

En 1905 publica un artículo exponiendo las nuevas ideas sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento. Estos trabajos son reconocidos académicamente y en 1909 es nombrado profesor extraordinario de la universidad de Zurich. En 1913 se le ofrece el puesto docente más reconocido: Profesor de la Universidad de Berlín y director del instituto Kaiser Whilhelm, donde estuvo veinte años.

En 1921 recibió el Premio Nobel, por fundamentar y explicar totalmente el efecto fotoeléctrico, que sugiere que la radiación electromagnética esta compuesta por fotones que transportan energía, en donde la energía del fotón es igual a la frecuencia de radiación por la constante de Planck, es decir,  $E= \nu h$ ; donde E es la energía del fotón,  $\nu$  representa la frecuencia de radiación y h es la constante de Planck que tiene como valor  $6,62 \times 10^{-34}$  J s.

---

En 1933 se traslado a Princeton, New Jersey. Falleció en 1955.

## 2.3 Einstein y sus postulados

En 1905 escribió varios trabajos basados en la física de pequeña y gran escala. Uno de ellos es la descripción del movimiento browniano, movimiento aleatorio que presentan las pequeñas partículas presentes en un fluido, otro trata sobre la *relatividad especial*, y choca con nuestro sentido común donde espacio y tiempo no serían absolutos. Y el de la *equivalencia masa-energía* uno de los postulados más revolucionarios, que define la energía igual a la masa por la velocidad de la luz al cuadrado ( $E=MC^2$ ), se podría considerar unos de los postulados más importante y peligrosos, ya que este, sentó las bases teóricas para la creación de la bomba atómica, el arma más mortífera que la humanidad haya conocido.

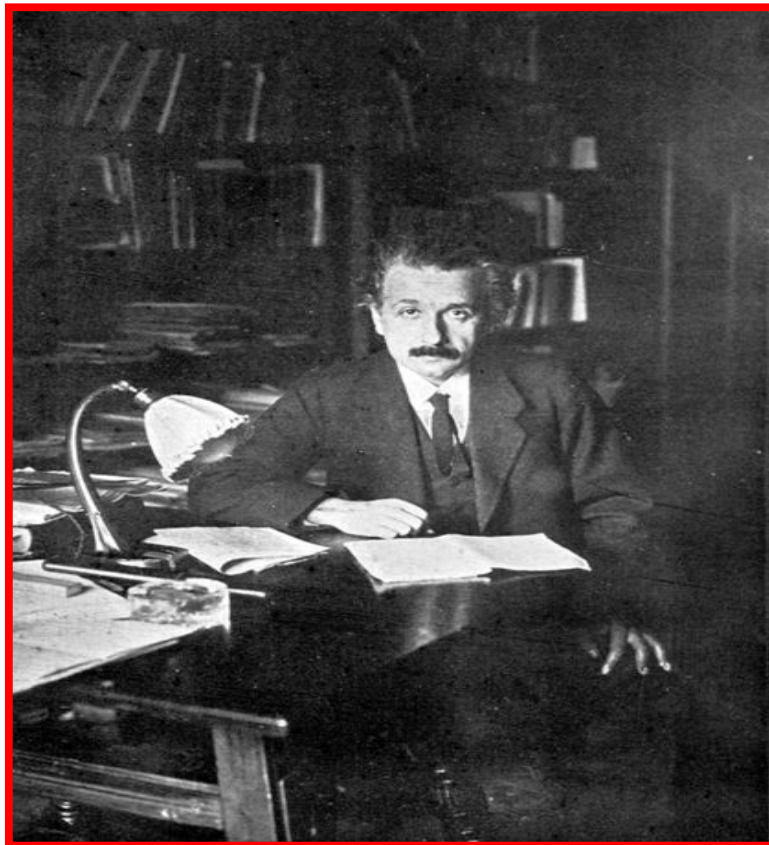


Imagen N°9 Einstein con sus postulados

### **Fechas en las que envió sus artículos a la revista Anales de Física:**

- 18 de Marzo de 1905: Por el que recibió el Premio Nobel por su explicación del Efecto Fotoeléctrico.
- 11 de Mayo de 1905: El que lo hizo científicamente famoso al explicar el Movimiento Browniano.
- 30 de Junio de 1905: El que puso las bases de la Teoría Especial de la Relatividad.
- 27 de Septiembre de 1905: El que contiene la ecuación más famosa de la historia,  $E= mc^2$
- 19 de Diciembre de 1905: Un segundo trabajo de Movimiento Browniano.
- 30 de Abril de 1905: Como si esto fuese poco, también una tesis doctoral, donde plantea una nueva forma de medir el tamaño de las moléculas, que se convirtió en su trabajo más citado.

## **2.4 Einstein durante la guerra y sus intervenciones sociales.**

Albert Einstein no solo destacó por sus postulados de la física, si no también, por su disposición a favor de la libertad de los ciudadanos de los países en conflictos, y sobre todo en Estados Unidos, donde se nacionalizó. Desde ahí se opuso al pensamiento fascista, amparó a los judíos socorriéndolos de la amenaza nazi durante la segunda guerra mundial, y combatió la violencia y la exclusión racial. Einstein declaró estar en contra de la violencia, exceptuando el caso de la Alemania de Adolfo Hitler que consideraba una aberración humana.

En estos inciertos años de guerra e inseguridad política, surgió con gran energía en Einstein un pensamiento pacifista que se iría encarnando a través de los años. “Mi pacifismo es un sentimiento instintivo, un sentimiento que se apodera de mí porque el asesinato es repugnante. Mi actitud no proviene de ninguna teoría intelectual sino que está basada en mi profunda antipatía hacia toda clase de odio y crueldad”, – declaró.



---

A través de estos años, Einstein convocó la atención sobre diversos aspectos, como la conservación de la democracia frente al avance fascista y la libertad de presos políticos. Realizó declaraciones públicas, discursos en la prensa y firmó petitorios.

Einstein era socialista pronunciado: “Estoy plenamente convencido de que sólo existe un camino para eliminar estos graves males [el capitalismo], a saber, el establecimiento de una economía socialista, acompañado de un sistema educativo orientado hacia metas sociales... La educación del individuo, además de estimular sus facultades innatas, desarrollaría en él un sentido de la responsabilidad ante sus semejantes, en lugar de la glorificación del poder y del éxito, típica de nuestra sociedad actual”.



Imagen N°10 Einstein y sus correligionarios de su tiempo.

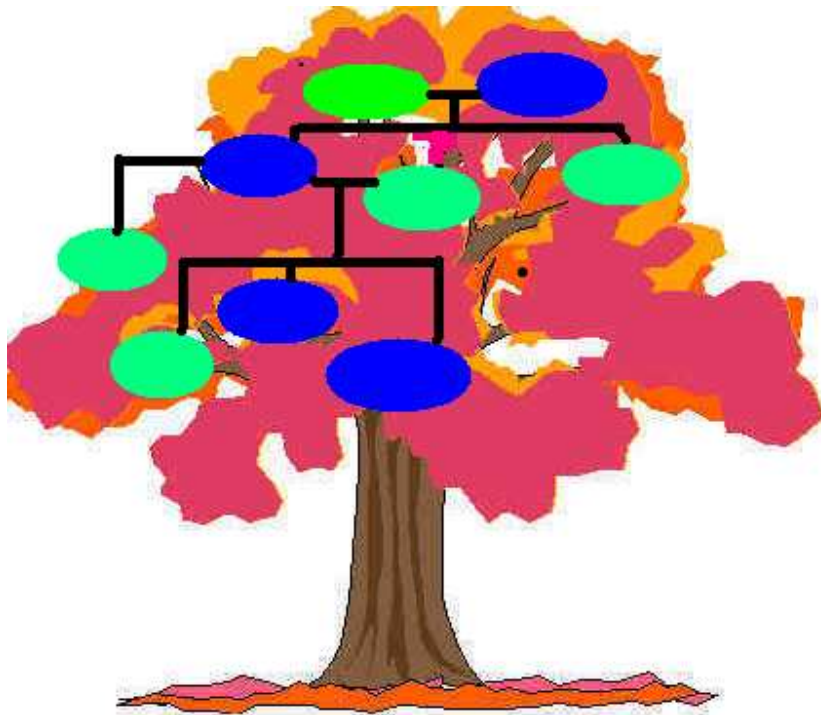
Asimismo, Einstein lidió no sólo por defender sus postulados de la física, sino por una humanidad más condescendiente, igualitaria y con educación. Afrontó a sus coetáneos científicos, políticos y sociales con entereza y reflexión.

---

## 2.5 Actividades:

### 1. Ítems.

Complete el árbol genealógico de la familia de Albert Einstein.



## 2.- Ítems de sopa de Letras.

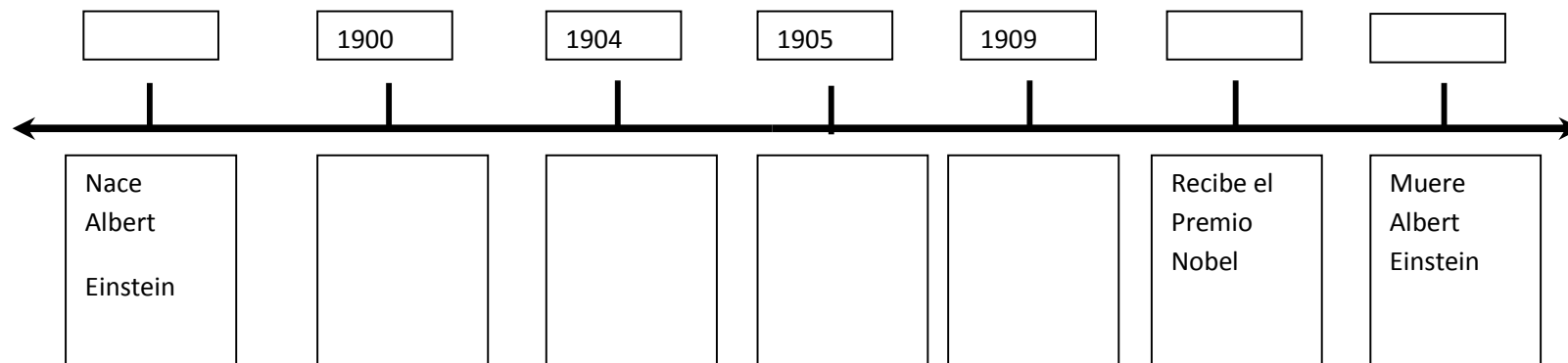
Encuentre 10 términos relacionados a la vida de Einstein y defínalos con sus palabras.

Efecto fotoeléctrico-luz-sonido-relatividad-Premio Nobel-Einstein-velocidad-tiempo-espacio-fotón- Munich-bomba.

E	F	E	C	T	O	F	O	T	O	E	L	E	C	T
T	I	V	E	L	I	R	O	P	A	R	T	E	V	R
L	E	N	C	O	N	E	P	T	V	A	D	D	E	I
E	N	A	S	D	C	L	M	G	O	J	I	L	L	C
B	E	R	M	T	K	A	R	P	D	N	W	A	O	O
O	R	L	A	O	E	T	M	A	O	G	C	N	C	N
N	G	B	A	A	R	I	E	N	K	I	E	D	I	O
O	I	S	O	B	R	V	N	Y	M	G	N	R	D	I
I	A	E	S	M	I	I	A	O	E	L	E	E	A	C
M	X	N	I	S	B	D	T	A	N	I	G	S	D	A
E	Z	U	Y	F	M	A	L	U	J	U	R	B	L	P
R	L	Z	A	E	A	D	A	D	I	C	M	L	U	S
P	M	U	N	I	C	H	N	A	L	R	A	K	Z	E

**3.- Ítems de completación:**

Con las fechas más importantes de la vida de Albert Einstein, completa una línea de tiempo, ayúdate de las flechas ya dibujadas.



### 3.- Capítulo N°3

***“Una nueva concepción de espacio y tiempo”.***



**“Vemos la luz del atardecer anaranjada y violeta porque llega demasiado cansada de luchar contra el espacio y el tiempo...”**

**Albert Einstein**

### 3.1 Relatividad especial

Albert Einstein expandió el concepto de relatividad para incluir la relatividad de las cosas que parecen inmutables. Se puede idear innumerables experimentos para detectar movimientos acelerados, pero ninguno, según Einstein, para detectar el estado de movimiento uniforme.

El físico alemán propuso el principio especial de la relatividad, enunciando que:

Todas las leyes de la naturaleza (no solamente de la dinámica) deben ser las mismas para todos los observadores

inerciales moviéndose uno respecto al otro, es decir, estas leyes deben permanecer invariantes, no deben cambiar al pasar de un observador al otro.

También establece que la velocidad de la luz en el vacío debe ser la misma para todos los observadores inerciales, sin importar el movimiento de la fuente ni el movimiento del observador.

Albert Einstein dijo “La constancia de la velocidad de la luz es lo que unifica el espacio y el tiempo”. Toma este hecho de la constancia de la velocidad de la luz como condición básica para la construcción de la teoría. Además, introduce la coordenada del tiempo como una coordenada más del espacio. Las consecuencias de esta teoría son inimaginables:

Primer postulado de la relatividad especial: Las leyes de la física son las mismas (invariantes) para todos los observadores que se encuentren en sistemas inerciales (no acelerados) de referencia.



Segundo postulado de la relatividad especial: La velocidad de la luz en el vacío medida por cualquier observador inercial es 300.000 km/s independiente del movimiento de la fuente.



- 
- Un intervalo de tiempo medido en tierra no es igual al mismo intervalo medido desde un móvil cuyo movimiento sea cercano a la velocidad de la luz.
  - Una distancia medida en tierra no es igual a la misma distancia medida desde un móvil.
  - La masa y la energía son conceptos equivalentes. La masa puede convertirse en otras formas de energía (como, por ejemplo, [ondas de luz](#)) y al contrario. De aquí sale la famosa fórmula  $E = mc^2$

### **3.2 Fenómenos asociados a la luz.**

Tras el experimento de Michelson y Morley se descartó la existencia del éter, este dilema fue resuelto en 1905 por Albert Einstein, a través de su teoría de la relatividad especial. La que, como ya vimos, establece que la velocidad de la luz es invariante o independiente del movimiento relativo de los observadores, es decir, la velocidad de la luz va hacer la misma para todos los observadores independiente del sentido del movimiento del observador.

Según la transformación de velocidad de Galileo Galilei, si nos movemos hacia un rayo de luz nuestra velocidad relativa sería,  $v = c + u$  donde  $v$  es la velocidad del observador,  $c$  es la velocidad de la luz que proyecta el foco y  $u$  la velocidad del carro donde se encuentra el observador. Lo cual nos daría como resultado una velocidad mayor a la de la luz. (Según imagen N°1)



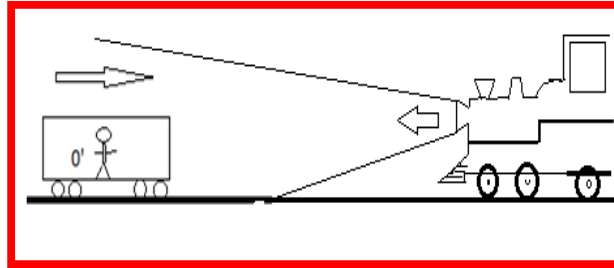


Imagen N° 1

Recuerda que velocidad de la luz es la misma para todos los observadores independiente el sentido del movimiento del observador.



Si el cable se mueve en la misma dirección de la luz nuestra velocidad relativa sería  $v = c - u$ . (Según imagen N°2)

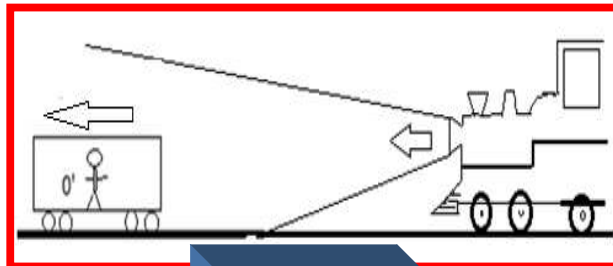


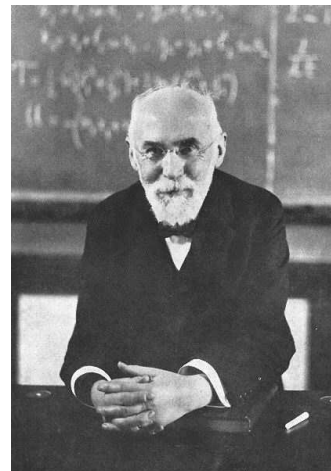
Imagen N° 2

Pero sabemos que experimentalmente no es así y que las transformaciones de Galileo no se cumplen a velocidades cercanas a las de la luz.

Albert Einstein, para resolver este dilema utilizó las llamadas transformaciones de Lorentz.

### 3.3 Transformaciones de Lorentz y contracción de espacio y tiempo.

Henry Lorentz (1853- 1928) nativo de Arnhem, Holanda. Recibió un doctorado de física de la universidad de Leyden en 1895. Fue director de investigación del Laboratorio Teyler en Haarlem y profesor honorario en Leyden. En 1903 desarrollo las famosas transformaciones de Lorentz, que ayudaron a Einstein en la formulación de la teoría de la



relatividad. También estudio activamente el electromagnetismo, la gravitación, la termodinámica, la radiación y la energía cinética. En el año 1902, recibió el Premio Nobel en física, compartido con un discípulo suyo, Pieter Zeeman, quién había hecho las verificaciones experimentales de la teoría de Lorentz sobre la estructura atómica.

Existe bastante justicia, de parte del mundo de la física teórica, cuando a Hendrik Antoon Lorentz se le considera como el alma que completó la labor teórica pendiente de sus predecesores y preparó el terreno para que se generara una fructífera recepción a nuevas ideas con base en la teoría cuántica.

En las transformaciones de Lorentz se encuentra sobre todo la velocidad de la luz, la velocidad que

broto de las ecuaciones de maxwell los 300.000 km/s aproximadamente, que Michelson y Morley midieron con gran significado y precisión.



---

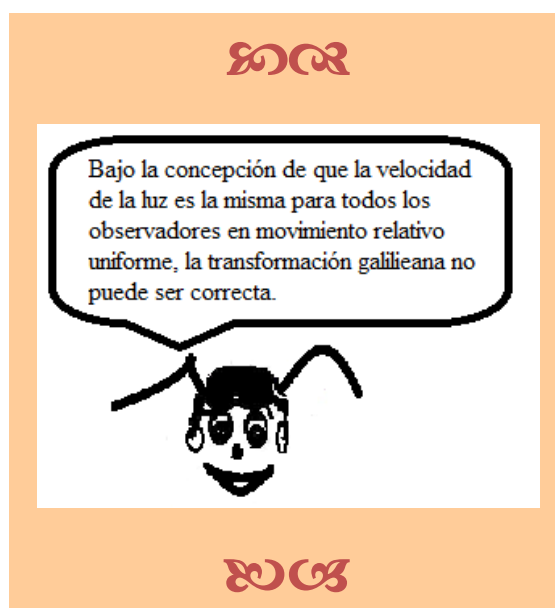
Velocidad que es muy significativa en la física moderna y vital para poder comprender el universo tal y como es.

Al final del siglo XIX cuando Lorentz dedujo sus ecuaciones de transformación, la experiencia más cercana que se tenía de velocidad estaba proporcionada por los trenes.

Los trenes eran la imagen de la velocidad en esa época, pero lo único que movía realmente a gran velocidad a los habitantes de la tierra era el propio planeta, a una velocidad de 108.000km/h alrededor del sol.

Hecho que utilizaron Michelson y Morley para detectar el movimiento a través del éter y sus efectos sobre la velocidad de la luz, sin embargo, encontraron algo que no andaban buscando, el interferómetro demostró que la velocidad de la luz era independiente del movimiento del observador y que la velocidad de la luz permanecía invariante como lo propuso más tarde Albert Einstein. Bajo esta suposición la transformación galileana no es certera, la ecuación  $t' = t$  no puede ser correcta.

En otras palabras el intervalo de tiempo entre dos eventos no tiene que ser necesariamente el mismo para observadores en movimiento relativo. Por consiguiente debemos reemplazar la transformación galileana por otra de modo que la velocidad de la luz sea una invariante. Y estas nuevas ecuaciones que se ajustan al caso son las llamadas ecuaciones de Lorentz.



### 3.3.1 Transformaciones de Lorentz para las coordenadas.

Este conjunto de ecuaciones se denominan ecuaciones de Lorentz debido a que fue obtenida por primera vez por Hendrik Lorentz, en 1890, en conexión con el problema del campo magnético de una carga en movimiento.

Imagen N° 3

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

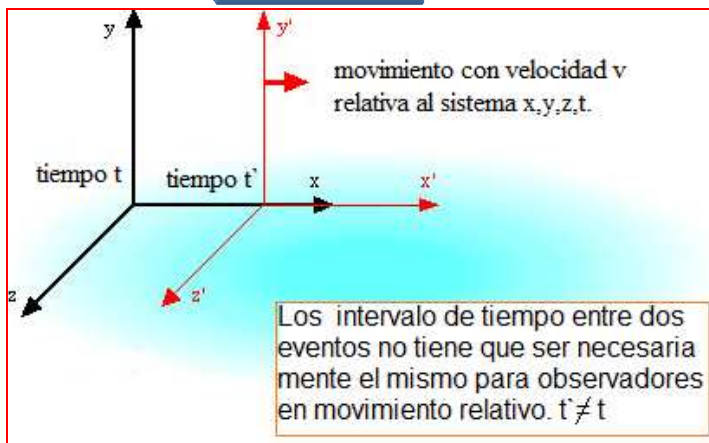
$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

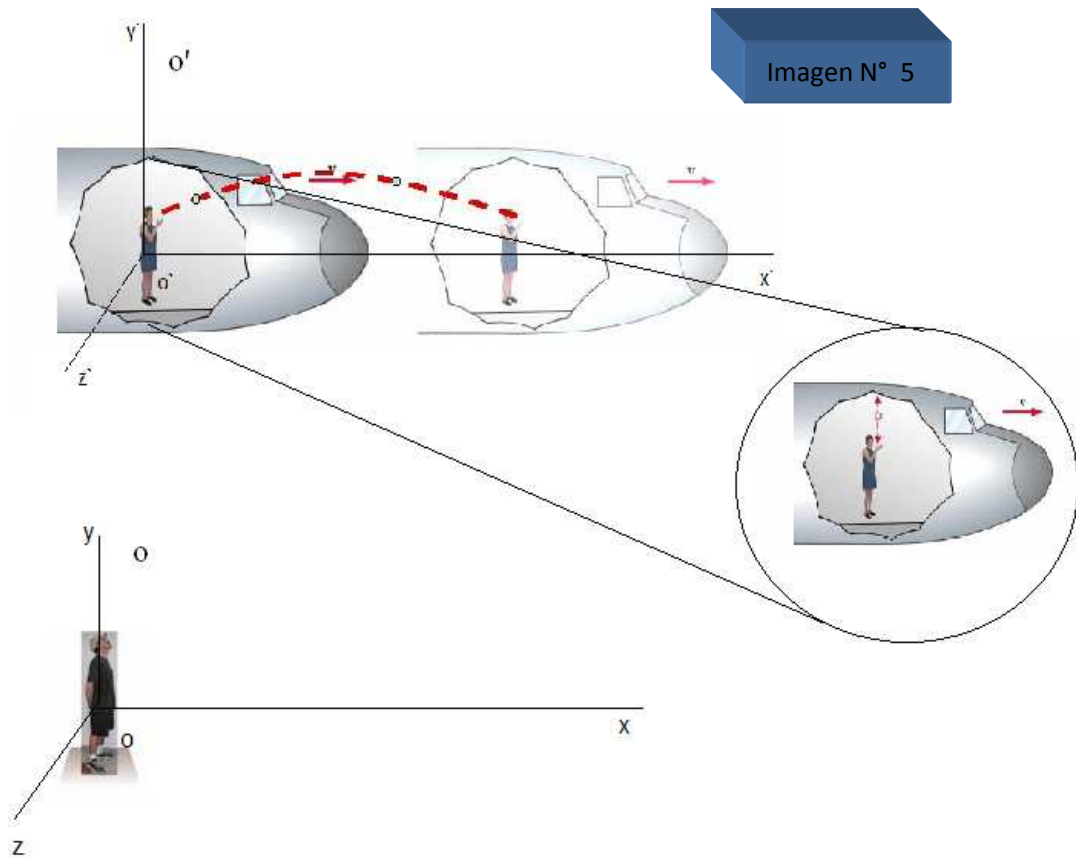


Estas son las llamadas transformaciones de Lorentz. Estas ecuaciones tienen como base que los tiempos entre dos eventos no tienen que ser necesariamente los mismos.

Imagen N° 4



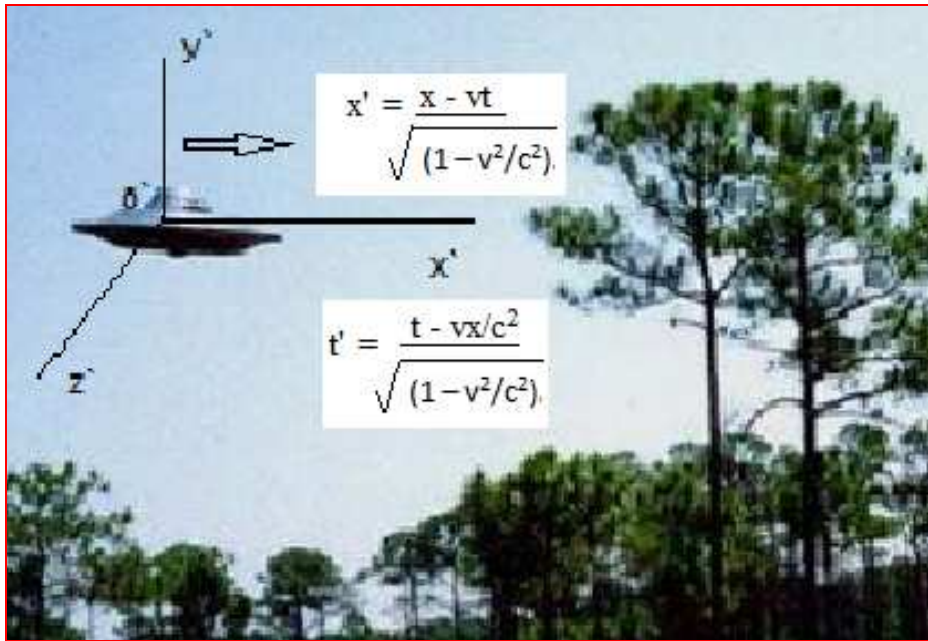
Volvamos a los sistemas de referencia. En el siguiente esquema se muestran los dos observadores, uno en el sistema de referencia  $O$  y el otro el sistema  $O'$ .



Un observador ( $O$ ) en Tierra observa que la pelota lanzada verticalmente hacia arriba formara una parábola. Sin embargo, para el pasajero ( $O'$ ) que se mueve junto al avión, observa que la pelota describe un trayectoria vertical. ¿Quién está en lo correcto? ¿Para quién la pelota describe una trayectoria más larga? ¿Cómo sería el tiempo para  $O$ ?

Dado que el tiempo no es el mismo para los dos sistemas, así para una nave que se mueve en el sistema  $O'$  quedara expresado por:

Imagen N° 6



*En las ecuaciones,  $v$  es la velocidad de  $O'$  con respecto a  $O$  a lo largo del eje común.*

También se pueden obtener la transformación inversa de Lorentz medidas por el observador  $O$ , en términos de las coordenadas  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  y el tiempo  $t'$ .

### 3.3.2 Transformación inversa de Lorentz para las coordenadas.

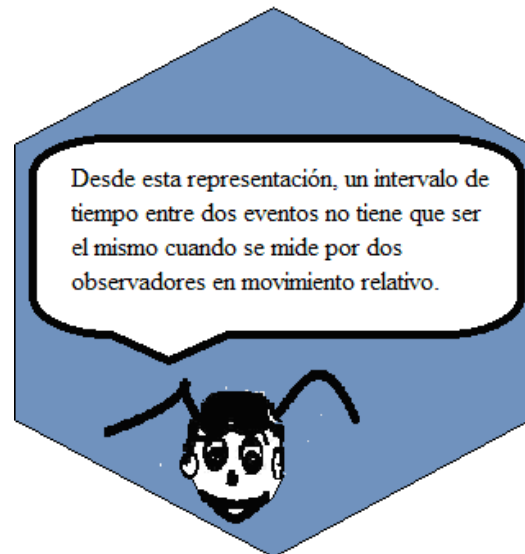
Imagen N° 7

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Para un observador en el sistema O (en reposo) quedara expresado por:

Imagen N° 8

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

En las ecuaciones,  $v$  es la velocidad de  $O'$  con respecto a  $O$  a lo largo del eje común.

Las transformaciones de Lorentz no difieren mucho de las galileanas, siguen siendo ecuaciones, sin embargo desde un punto de vista teórico la transformación de Lorentz presenta un cambio conceptual más profundo, especialmente respecto al espacio y el tiempo, que ahora están estrechamente relacionados.

### 3.4 Transformaciones de Lorentz para la velocidad.

Se puede demostrar (aplicando proceso de derivación), que las ecuaciones para las transformaciones de las velocidades son:

Imagen N° 9

$$\begin{aligned}
 V'_{x'} &= \frac{V_x - v}{1 - vV_x/c^2}, \\
 V'_{y'} &= \frac{V_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vV_x/c^2}, \\
 V'_{z'} &= \frac{V_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vV_x/c^2}.
 \end{aligned}$$

Este conjunto de ecuaciones dan la norma para comparar velocidades de un cuerpo medidas por dos observadores en movimiento uniforme de translación relativa.

Para partículas que se mueven en el eje X tenemos  $V_x = V$ ,  $V_y = V_z = 0$

$$V' = \frac{V - v}{1 - vV/c^2}.$$

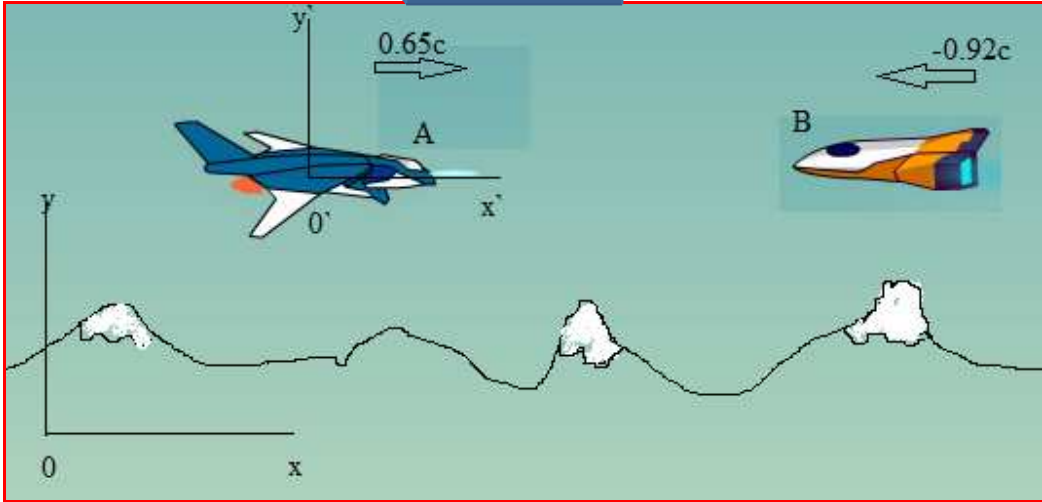
$$V = \frac{V' + v}{1 - vV'/c^2},$$

*Ejemplo. Velocidad relativa de naves espaciales.*

Dos naves espaciales A y B, como se muestra en la figura, se mueven en direcciones opuestas. Un observador en tierra mide que la nave A se mueve con una velocidad  $0.67c$  y la nave B a  $0.92c$ . Determine la velocidad de B respecto a A.



Imagen N° 10



Solución: La respuesta al problema se puede considerar el sistema O' unido a la nave A, de modo que  $v = 0.65c$  es relativa al marco de referencia en tierra O. y la nave B con velocidad  $V = -0.92c$  relativa al observador en tierra

La velocidad de B respecta a A será

$$V' = \frac{V - v}{1 - vV/c^2}.$$

$$V' = \frac{-0.92c - 0.65c}{1 - (-0.92c)(0.65c)/c^2} = -0.98c$$

### 3.5 Consecuencias de las transformaciones de Lorentz.

Imagen N° 11

Desde la concepción de las transformaciones de Lorentz tanto el espacio como el tiempo sufren un cambio para un objeto en movimiento

El factor  $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$  que aparece en las ecuaciones sugiere que los intervalos de tiempo y las longitudes medidas por los cuerpos entre eventos no puede ser necesariamente el mismo cuando se miden por observadores diferentes.



### 3.6 Dilatación del tiempo.

Somos unos viajeros en el tiempo, nos movemos en el tiempo y avanzamos hacia el futuro, por ejemplo, si estamos detenidos en un terminal de tren veremos que el tiempo pasa para todos igual, pero si nos empezamos a mover en una nave a través del espacio podremos afirmar que, el movimiento en el espacio afecta el tiempo. A medida que nos desplazamos en el espacio alteramos la rapidez con que avanzamos hacia el futuro.

A este fenómeno se le conoce como dilatación del tiempo, se refiere a un alargamiento del tiempo a medida que nos acercamos a la velocidad de la luz, pero esta dilatación del tiempo a la velocidad en que se desarrollan las cosas en nuestra vida diaria es insignificante.

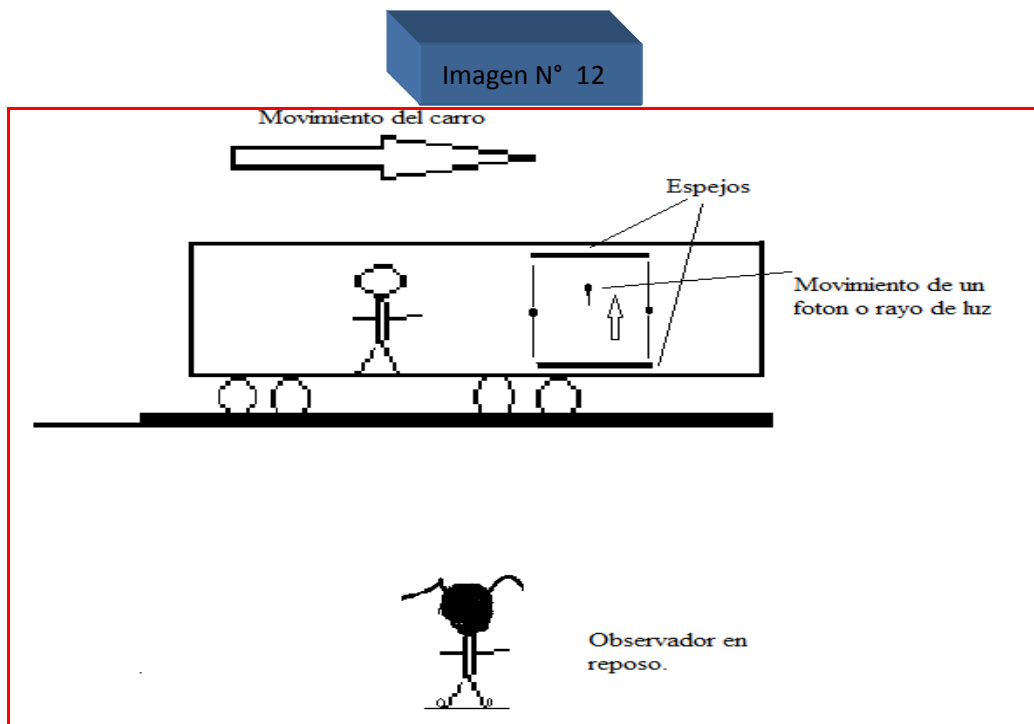
La expresión matemática de la dilatación relativista del tiempo es la siguiente:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

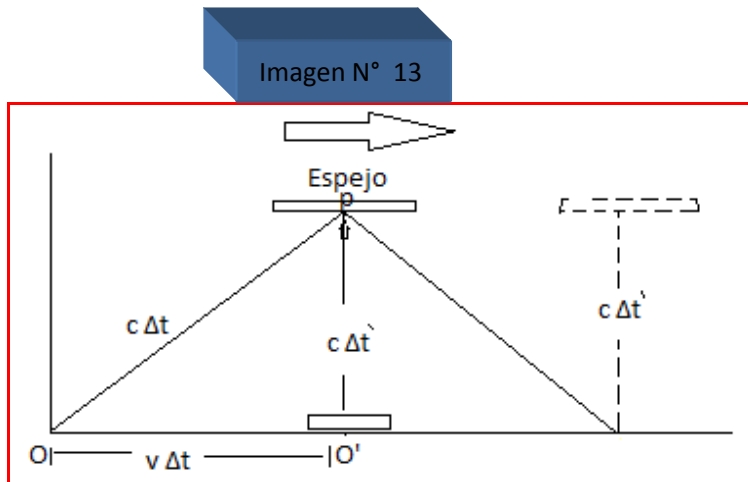
Donde  $t_0$  es el tiempo inicial,  
y  $t$  es tiempo al dilatarse.

### ¿Por qué se dilata el tiempo?

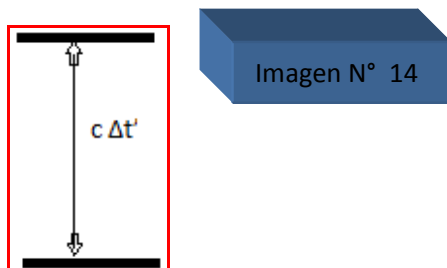
Supongamos que tenemos el siguiente caso, un carro del tren en movimiento en el cual se encuentra un observador mirando un reloj de luz y ajusta sus sentidos al movimiento de un fotón. Para el mismo caso situamos otro observador fuera del carro y observa el movimiento del fotón en el reloj de luz.



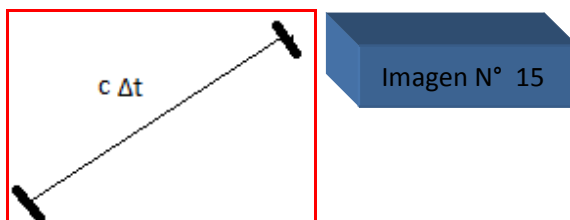
Una representación esquemática del movimiento de los observadores a través del tiempo sería como sigue.



Para explicar mejor vamos a separar las situaciones, por ejemplo, para el observador que se encuentra en el tren moviéndose junto al espejo, la distancia recorrida del fotón de un espejo a otro para él será:



El observador al costado de la línea hará la siguiente observación.



Nótese que para el observador que se encuentra al costado de las líneas del ferrocarril entre el tic y el tac del fotón encontrara que experimenta una trayectoria mayor. Pero la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores, luego la luz tiene que tomar un tiempo mayor en recorrer esa distancia mayor.

La relatividad del tiempo se deduce del triangulo rectángulo por las distancias recorridas. El teorema de Pitágoras demuestra que el recorrido de la luz en movimiento es mayor que la distancia entre los dos espejos.

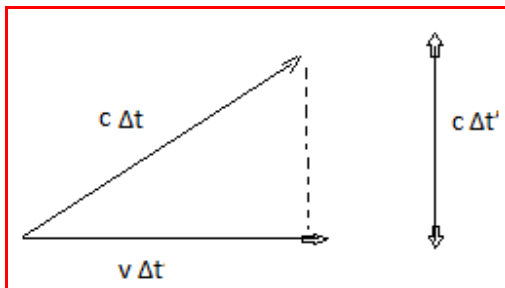


Imagen N° 16

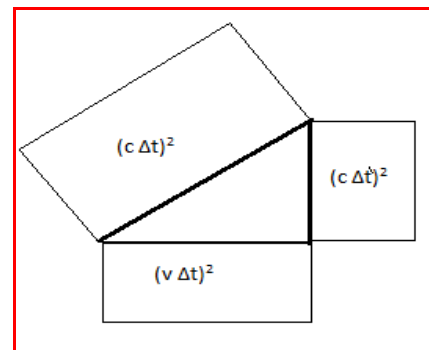


Imagen N° 17

$$(c \Delta t)^2 = (v \Delta t)^2 + (c \Delta t'')^2$$

$$(c \Delta t)^2 - (v \Delta t)^2 = (c \Delta t'')^2$$

$$(c^2 - v^2) \Delta t^2 = c^2 \Delta t''^2$$

$$\frac{(c^2 - v^2) \Delta t^2}{c^2} = \Delta t''^2$$

$$\frac{(c^2 - v^2) \Delta t^2}{c^2} = \Delta t''^2$$

$$(1 - v^2/c^2) \Delta t^2 = \Delta t''^2$$

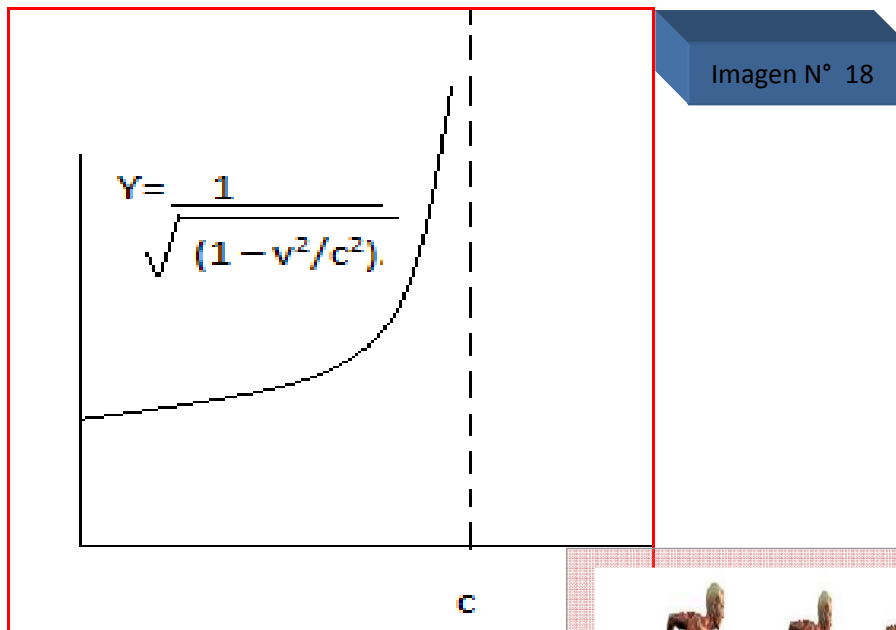
$$\sqrt{(1 - v^2/c^2)} \Delta t = \Delta t'$$

El factor uno dividido por la raíz cuadrada de uno menos uve al cuadrado dividido por c al cuadrado, este factor que se encuentra tan frecuente en la relatividad que recibe el nombre de factor gama.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}}$$

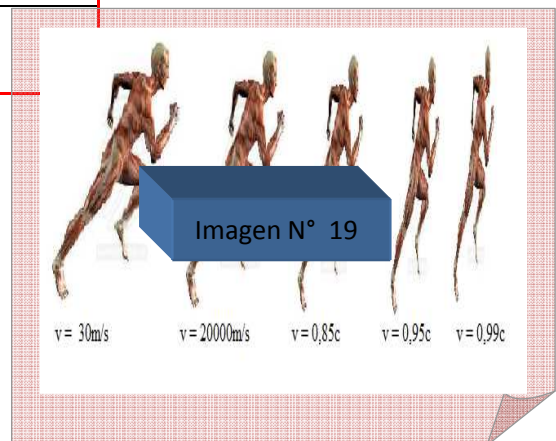
Así aun un observador en reposo le parecerá, qué cuando, para un reloj de rayos de luz esta en movimiento se atrasa en proporción al factor de gama, y también le parecerá que una regla o cualquier cosa en movimiento se contraen en la misma proporción.

Para velocidades menores a las de la luz gama no es muy grande.



### 3.7 Contracción de longitud.

Otra de las consecuencias de las transformaciones de Lorentz es la contracción de longitud. Para un observador externo al movimiento los cuerpos parecen contraerse en el sentido del movimiento. Esto da como resultado la contracción de los cuerpos en movimiento, cuya contracción está relacionada con la dilatación del tiempo.



La expresión matemática de la contracción relativista de longitud es la siguiente:

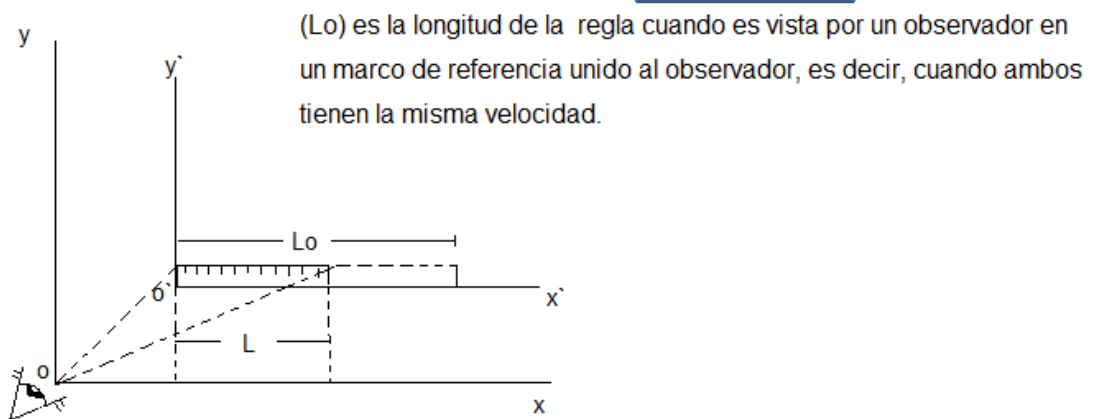
$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Donde ( $L_0$ ) se define como la longitud del objeto medida por alguien que está en reposo respecto al objeto (longitud propia). La longitud de un objeto medida por alguien en un marco de referencia que se mueve respecto del objeto siempre es menor que la longitud propia. Este efecto se conoce como *contracción de longitud*.

Por ejemplo veamos el siguiente caso:

- Una regla cuando es vista por un observador en un marco de referencia  $O'$  unida a él observador, es decir, cuando ambos tienen la misma velocidad (fig. a)
- La misma regla cuando es vista por un observador en un marco de referencia  $O$ , cuando ésta tiene velocidad  $v$  relativa al marco.
- ¿En cuál de los casos se contrae?

Imagen N° 20



Así para un observador en Tierra al ver pasar una regla con una velocidad cercana a la de la luz, verá que la regla es más corta.

### 3.8 Enlace Curioso

#### Parábola de los gemelos.



Uno de los misterios de la relatividad del tiempo es la muy conocida paradoja de los gemelos. Consideremos el caso en un experimento en el cual intervienen dos gemelos llamados Inquieto y Tranquilo. A la edad de 20 años, Inquieto, el más aventurero decide salir de viaje al planeta Z, que se encuentra a 20 años luz de la tierra a comprar pastelitos con delicias sub-atómicas, los más ricos del universo. La nave alcanza una velocidad de  $0,95c$  respecto al marco inercial de su hermano gemelo en tierra. Después de llegar al planeta z, Inquieto decide volver a casa con su hermano con la misma rapidez de  $0.95c$ . A su regreso, Inquieto se sorprende al ver que Tranquilo a envejecido y

ahora tiene 62 años en cambio Inquieto a envejecido sólo 13 años.



La paradoja no es que los gemelos tengan edades diferentes, sino que desde el punto de vista (marco de referencia) de Tranquilo él estaba en reposo mientras; que su hermano viajaba a alta velocidad alejándose de él, y luego regresa. Pero también, según Inquieto, el permaneció inmóvil mientras que Tranquilo y la Tierra se alejaban de él y luego regresaban. Por lo mismo, se podría esperar que Inquieto afirmase que tranquilo envejeció más lentamente que el mismo. Por tanto ¿Cuál de los dos gemelos fue el que realmente envejeció?

Esto pareciera ser una situación simétrica, pero no lo es. Consideremos un tercer observador, que se mueve con una rapidez constante en relación a Tranquilo, el cual jamás cambiaría de marco de referencia. Por otra parte, Inquieto, acelera y disminuye su velocidad durante el viaje, cambiando los marcos de referencias durante el proceso, debido a esto no existe paradoja, solo Tranquilo, quien se mantiene en un marco de referencia inercial, puede hacer predicciones correctas en términos de la relatividad especial.



### **3.9 Actividades.**

#### **Objetivos:**

- Analizar las diferentes concepciones del movimiento asociado a la velocidad de la luz.
- Comprender el cambio conceptual que presentan las transformaciones de Lorentz.
- Comprender las representaciones de espacio y tiempo que nos demuestra la teoría de la relatividad.

#### **Análisis.**

1. Explique la siguiente afirmación. “La velocidad de la luz es invariante o independiente del movimiento relativo de los observadores”.
2. ¿Por qué? Estaría malo afirmar según Galileo Galilei, que  $v=c+u$ .
3. Que se entiende por dilatación del tiempo y contracción de longitud.

#### **Ejercicio:**

1. Se mide una nave espacial y se encuentra que tiene 120m de largo mientras esta en reposo respecto del observador O. Si la nave espacial es tripulada por el observador O' con una velocidad de  $0,99c$ , ¿Qué longitud mide el observador O? R: 17m.

**Problemas resueltos:**

1. *Demostrar que la ecuación de onda electromagnética sí permanece invariante bajo las transformaciones de Lorentz.*

Las transformaciones de Lorentz para pasar del sistema O al sistema O' están dadas por las siguientes relaciones:

$$x' = \gamma(x - Vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - Vx/c^2)$$

con:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Tomando derivadas parciales sobre las transformaciones de Lorentz al igual que como lo hicimos con las transformaciones de Galileo, obtenemos los siguientes resultados preliminares:

$$\boxed{\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}$$

$$\boxed{\frac{\partial x'}{\partial t} = -\frac{V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}$$

$$\frac{\partial t'}{\partial x} = -\frac{V/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\frac{\partial t'}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Tenemos además:

$$\frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{\partial z'}{\partial z} = 1$$

$$\frac{\partial x'}{\partial y} = \frac{\partial x'}{\partial z} = \frac{\partial y'}{\partial x} = \dots = 0$$

Nuevamente recurrimos a la *regla de la cadena* para derivadas parciales:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x}$$

Utilizando los resultados anteriores obtenidos con las ecuaciones de transformación de Lorentz, obtenemos el resultado siguiente para la derivada parcial de  $\phi$  con respecto a la variable  $x$ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \frac{\partial \phi}{\partial x'} - \frac{V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \frac{\partial \phi}{\partial t'}$$

Tomando la segunda derivada parcial de la expresión anterior tenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial \phi^2}{\partial x^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{V^2}{c^4} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} \right) - \frac{2V}{c^2 - V^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial t'}$$

Recurriendo a la regla de la cadena y simplificando, obtenemos la primera derivada parcial de  $\phi$  con respecto a la variable "t":

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{-V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \frac{\partial \phi}{\partial x'} + \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \frac{\partial \phi}{\partial t'}$$

de lo cual obtenemos lo siguiente al tomar la segunda derivada parcial:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{1}{1 - V^2/c^2} \left( V^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} \right) - \frac{2V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial t'}$$

Los siguientes resultados son los más fáciles de obtener y deben resultar obvios:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2}$$

Sustituyendo las expresiones obtenidas en la ecuación de onda electromagnética original, obtenemos el siguiente resultado:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} = 0$$

**Después de la transformación, esta ecuación es idéntica en forma a la ecuación original.** Se concluye entonces que *la ecuación de onda electromagnética permanece invariante bajo las transformaciones de Lorentz.*

2. Verificar el hecho de que las transformaciones de velocidades son compatibles con la suposición de que la velocidad luz es la misma para ambos observadores considerando un rayo de luz que se mueve a lo largo del eje Y (caso a) con respecto a XYZ, del eje Y' con respecto a X'Y'Z'.

**Solución:**

Recordemos las transformaciones de Lorentz para las velocidades:

$$\begin{aligned} V_{x'} &= \frac{V_x - v}{1 - vV_x/c^2}, \\ V_{y'} &= \frac{V_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vV_x/c^2}, \\ V_{z'} &= \frac{V_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vV_x/c^2}. \end{aligned}$$

Para el caso (a) debemos suponer que  $V_x = 0$ ,  $V_y = c$ , y  $V_z = 0$ .

Así las ecuaciones para la velocidad se vuelven:

$$V_{x'} = -v, \quad V_{y'} = c\sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad V_{z'} = 0.$$

Entonces la velocidad relativa a X'Y'Z' es:

$$V' = \sqrt{V_{x'}^2 + V_{y'}^2} = \sqrt{v^2 + c^2(1 - v^2/c^2)} = c,$$

El observador O' mide también una velocidad c para la luz, como se requirió cuando se derivó la transformación de Lorentz. Al observador en movimiento O' le parece que la luz se propaga con respecto al sistema X'Y'Z' en una dirección que hace un ángulo con el eje X' dado por

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{V_{y'}}{V_{x'}} = \frac{-c}{v} \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Para el caso (b): Ahora el observador O' ve el rayo de luz propagándose a lo largo del eje Y'. Luego  $V'_{x'} = 0$  y las dos primeras expresiones de las transformaciones de Lorentz para la velocidad dan:

$$0 = \frac{V - v}{1 - vV_x/c^2}, \quad V'_{y'} = \frac{V_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vV_x/c^2}$$

De la primera ecuación obtenemos  $V_x = v$ , la cual, cuando se reemplaza en la segunda ecuación da:

$$V'_{y'} = \frac{V_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Pero para el observador O, quien mide la velocidad de la luz como c, tenemos

$$c = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{v^2 + V_y^2} \quad \text{ó} \quad V = \sqrt{c^2 - v^2} = c\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

La cual, cuando se reemplaza en la expresión previa  $V'_{y'}$  da  $V'_{y'} = c$ . Una vez más verificamos que el observador O' mide también la velocidad de la luz como c. La dirección en la cual el observador ve el rayo de luz hace un ángulo  $\alpha$  con el eje de las X dado por

$$\text{tg } \alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{c}{v} \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

---

**CAPITULO N°4: “Masa y Energía de un cuerpo relativo ”**

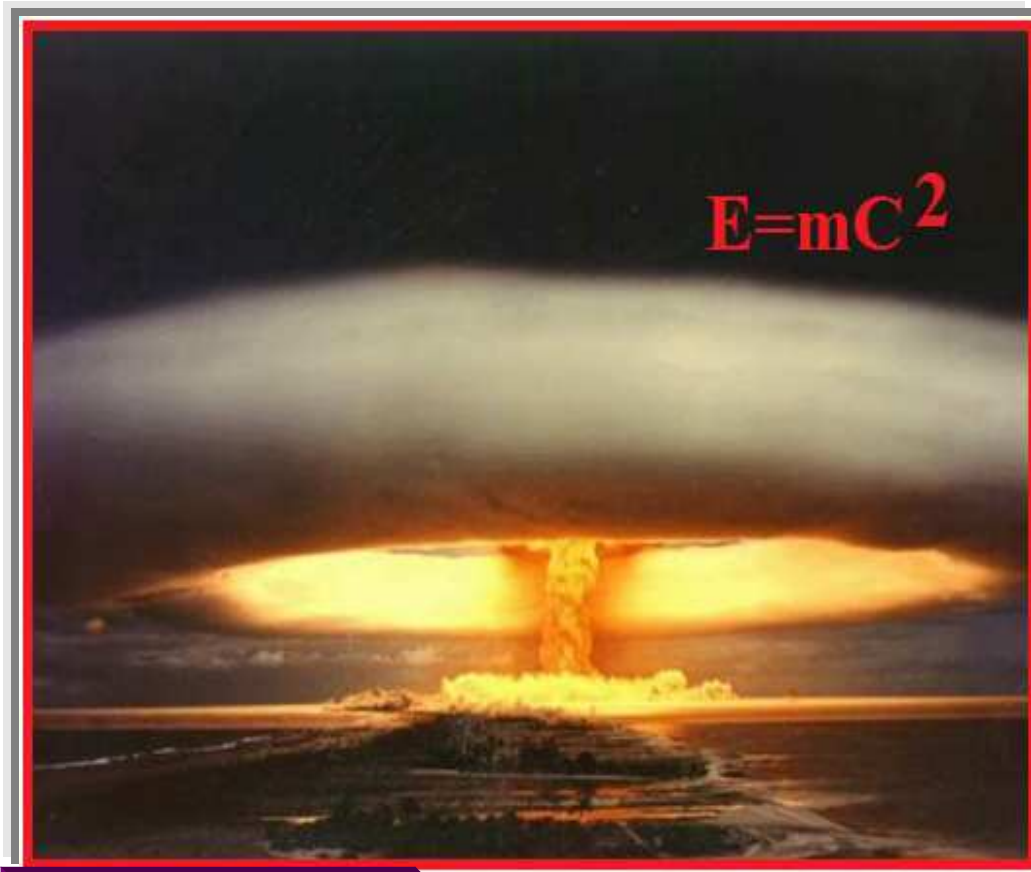


Imagen N° 1 Bomba Atómica.

***“La teoría de la relatividad de Einstein y el descubrimiento de la relación masa y energía, aclararon los cimientos de la física cuántica y con ella se ha llegado a muchos avances en la ciencia y tecnología, como son la bomba atómica y la energía nuclear”***

#### 4.1 Diferenciación de la masa de un cuerpo con la velocidad

Otros de los cambios que surgieron de la teoría de la relatividad, es la “variación de la masa de un cuerpo a altas velocidades”. Esto surgió por el análisis del momentum de un cuerpo para observadores  $O'$  y  $O$ .

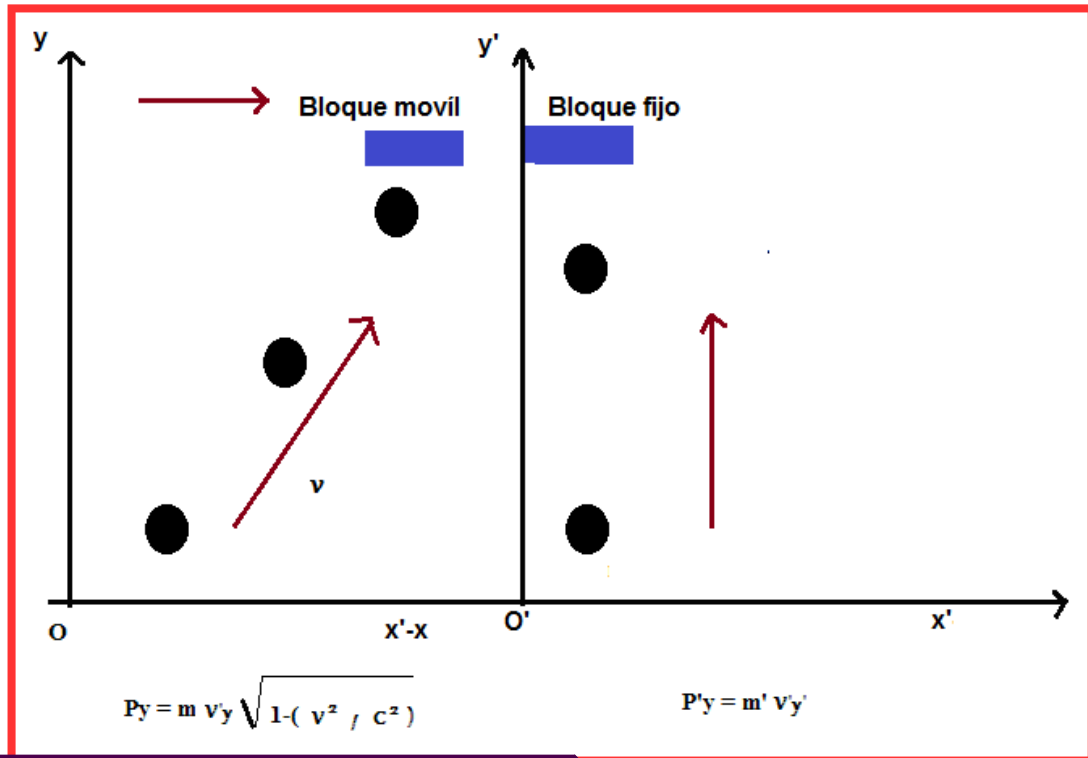


Imagen N°2 de Ejemplo del proyectil.

Teniendo en cuenta la imagen 2, un observador en  $O'$  lanza un proyectil que penetra sobre un bloque fijo en dirección  $y'$ , para el observador  $O'$  el momentum del proyectil esta expresado por  $p'_{y'} = m' v'_{y'}$ , donde  $m'$  es la masa del proyectil medida por  $O'$ . Otro observador  $O$  para la misma experiencia anterior,  $O'$  se mueve a lo largo del eje en común  $x-x'$  con una velocidad  $v$ , ambos están de acuerdo en el valor en la distancia que el proyectil penetra el



bloque y por lo mismo ambos esperaran que el valor del momentum y de la componente y sea la misma para ambos.

Por otra parte el momentum que mide O esta dado por  $p_y = m V_y$ ; donde m es la masa medida por O.

Con las transformaciones de Lorentz la velocidad queda expresada en:

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 + (v^2/c^2)v'_x}$$

; teniendo en cuenta que  $V_x = 0$ , se obtiene:

$v_y = v'_y \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ ; Por lo que si reemplazamos la velocidad en el momentum medido por O, obtenemos:


$$p_y = m v'_y \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$$

Ahora bien, si lo comparamos con el momento de O';  $p'_y = m' v'_y$ , podemos notar que la masa de los observadores es la misma ( $m' = m$ ), pero en cambio el momentum varia en los observadores.

Esta variación del momentum nos hace pensar en que la conservación del momentum no es siempre factible y que los principios de este cambia a altas velocidades. Pero por otra parte Einstein al notar esto, buscó la forma de definir el momentum de un cuerpo, con el objetivo de que los principios sobre momentum sean aplicables a la relatividad especial. "Demostró que para todos los observadores son validos los principios del momentum, si la masa de un cuerpo varia con la velocidad que adquiriera este".

De esta forma la masa queda expresada como:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



**Dato curioso:**

Las grandes predicciones de Einstein son asombrosas y cada día se confirman.

Los gigantescos dispositivos capaces de romper los átomos y los acelerados de partículas existentes en muchos países desarrollados, son usados para acelerar partículas a velocidades cercanas a la de la luz y la masa de esas partícula aumentan exactamente en la forma que lo predice la relatividad.

Los electrones pueden llegar a más de 0.9999C.

Donde  $m_0$  es la masa medida cuando el cuerpo esta en reposo. ( $m_0$  es masa en reposo).

Por otra parte si reemplazamos la ecuación de la masa relativista, el momentum queda expresado como:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Siendo está ecuación del momentum la que satisface los principios de

la relatividad.

## 4.2 Masa relativista

Por lo tanto, para que la cantidad de movimiento se conserve, independientemente al marco de referencia, la masa del cuerpo debe por sí cambiar en proporción con que la longitud y el tiempo varían.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

En donde:

m: es la masa relativista de un cuerpo que se mueve con rapidez v.

m<sub>0</sub>: es la masa en reposo del cuerpo.

Si el valor de la masa en reposo (m<sub>0</sub>) no es igual a cero, el valor de la masa relativista se aproxima a infinito a medida que la velocidad v se acerca en C. lo que da a entender que hace falta una fuerza infinita que acelere la masa distinta de cero hasta la velocidad de la luz.

Por otra parte si la masa en reposo (m<sub>0</sub>) es igual a cero como lo es con los fotones de luz, entonces la masa relativista toma una rapidez: v = c.

## 4.3 Fuerza:

Se define fuerza neta que se efectúa sobre un cuerpo como el cambio del momentum de un cuerpo:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

Durante un movimiento rectilíneo la fuerza se puede escribir:

$$F = \frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 v}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \right] = \frac{m_0 (dv/dt)}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} = \frac{m}{1 - v^2/c^2} \frac{dv}{dt}$$

Donde  $m$  es la masa relativa y  $\frac{dv}{dt}$  es la aceleración.

Por otra parte para un movimiento circular la expresión queda como:

$$F = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dt}$$

Donde la aceleración normal o centrípeta tiene una expresión es  $\frac{v^2}{R}$ ,

siendo  $R$  el radio de la circunferencia, por tanto la ecuación de la fuerza normal o centrípeta queda como:

$$F = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{v^2}{R} = m \frac{v^2}{R} = \frac{pv}{R}$$

Podemos concluir que la expresión  $F = ma$ , se satisface en la ecuación de movimiento circular si usamos la masa relativista. En la ecuación del movimiento curvilíneo, se observa que  $\frac{dv}{dt}$  es la aceleración tangencial y que

$\frac{v^2}{R}$  es la aceleración normal o centrípeta.

Por lo tanto la componente de la fuerza a lo largo de la tangente y de la normal, esta dada por:

$$F_T = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{\frac{3}{2}}} a_T = \frac{m}{1 - v^2/c^2} a_T = k^2 m a_T$$

$$F_N = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}} a_N = m a_N$$

De acuerdo a las componentes podemos concluir que la fuerza no es paralela a la aceleración porque las aceleraciones  $a_T$  y  $a_N$  son diferentes, lo que

quiere decir que la relación vectorial  $F = ma$  no existe para partículas de altas energía, salvo que se muevan con un movimiento circular.

#### **4.4 Masa y energía**

Con la nueva visión de Einstein, se cambió el modo de entender el mundo y la mayoría de sus principios como lo hemos estado analizando en el transcurso de los capítulos.

Los científicos siempre habían considerado la masa y la energía como conjuntos diferentes y que se conservaban en formas independientes, pero con la nueva visión de Albert Einstein, cambió la mayoría de esos principios, por ello hoy estas entidades se expresan de formas diferentes para anunciar la misma cantidad.

Si decimos que la energía se transforma en masa y la masa en energía, entonces se debería entender que la masa y la energía se refieren a lo mismo, pero expresando en diferentes unidades.

Para poder encontrar esta relación de masa y energía, debemos saber que la energía cinética de un cuerpo está dada por el trabajo realizado por una fuerza externa al aumentar las velocidades del cuerpo, es decir:

$$E_K = \int_0^v F ds$$

$$E_K = mC^2 - m_0C^2$$

Por otra parte la energía cinética equivale a la diferencia de la energía total del cuerpo tanto en movimiento como en reposo, con esto podemos decir que:

$$E - E_0 = mC^2 - m_0C^2$$

En un sistema aislado  $(E_K + E_P)_2 = (E_K + E_P)_1$  o  $E_{k2} - E_{k1} = E_{p2} - E_{p1}$  es constante.

En donde esta expresión puede ser escrita como:

$$E_{k2} - E_{k1} = (m_2 - m_1)c^2 \quad \text{o} \quad (m_2 - m_1)c^2 = E_{p1} - E_{p2}$$

Lo que quiere decir que un cambio en la energía potencial interna del sistema, puede ser expresado como un cambio de masa del sistema, como resultado de un cambio de la energía cinética.

De la ecuación de la energía total de un cuerpo podemos encontrar la energía en reposo  $E_0 = m_0c^2$  y la energía total  $E = mc^2$ .

Estas ecuaciones relacionan la masa y la energía y nos dice que un cuerpo masivo puede transformarse en energía aunque este en reposo.

Por otra, parte las ecuaciones  $p = mv$  y  $E = mc^2$ , nos expresan la velocidad en término de momentum y energía:

$$v = \frac{pc^2}{E}$$

Ahora bien nuestro objetivo es encontrar el valor de la energía cinética para valores de velocidad  $v \ll c$ , para esto se sabe que la energía cinética esta dada por:

$$E_K = (m - m_0)c^2$$

Y que la masa relativista esta dado por

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = km_0$$

Si usamos el teorema binominal a la ecuación de la masa relativista:

$$m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^2}{c^2} + \dots\right)$$

Si sustituimos la expresión obtenida con el teorema binominal a la ecuación de la energía cinética, encontramos que:

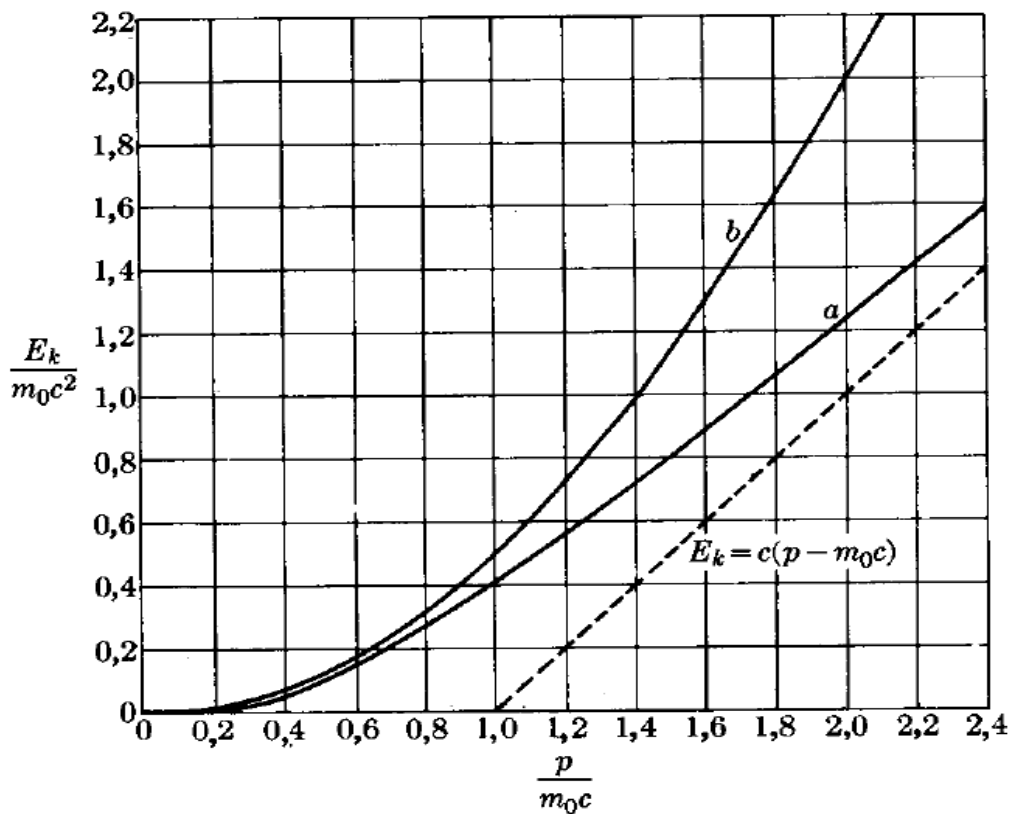
$$K = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \dots$$

El primer termino encontrado corresponde a la energía cinética newtoniana, los siguientes términos son despreciable ya que  $v < C$ , lo cual demuestra que la mecánica newtoniana es solo una aproximación de la mecánica relativista.

Para altas velocidades podemos reemplazar  $v$  por  $c$  y escribiendo  $p=mv$  en la ecuación encontrada y obtener:

$$E_k = pc - m_0 c^2 = c(p - m_0 c).$$

A continuación se muestra un gráfico con la variación de la energía cinética con el momentum; a) relativista, b) newtoniana.



De la imagen anterior puede notarse que la energía cinética relativista para momentos iguales es menor que la energía cinética newtoniana.

Cuando la masa en reposo es nula, la ecuación se reduce a:

$$E = cp$$

Lo cual dice que la partícula se mueve con la velocidad de la luz y nunca puede estar en reposo en un sistema inercial, un ejemplo de esto es el fotón.

La masa en reposo de un electrón corresponde a

$$9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

la velocidad de la luz corresponde a C y tiene un valor:

$$3 \times 10^8 \text{ m/s}$$





#### 4.5 Transformación de momento y energía.

Según el principio de la relatividad, tanto la energía como el momentum deben ser la misma para los observadores inerciales.

(\*)Ahora bien, la expresión de la energía total de una partícula y teniendo en cuenta que la cantidad de movimiento es  $p = mv$ , la ecuación descrita por el observador O se expresa como:

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2 \quad \text{o} \quad p^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m_0^2 c^2$$

Donde  $p$  es una magnitud vectorial con componentes  $p_x, p_y$  y  $p_z$  por tanto la ecuación queda:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m_0^2 c^2$$

En el otro sistema de referencia descrita por el observador O' la ecuación esta dada por:

$$p_{x'}^2 + p_{y'}^2 + p_{z'}^2 - \frac{E'^2}{c^2} = -m_0^2 c^2$$

Donde  $m_0$  es la misma para ambos observadores ya que corresponde a la masa en reposo, igualando las ecuaciones obtenemos:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \frac{E^2}{c^2} = p_{x'}^2 + p_{y'}^2 + p_{z'}^2 - \frac{E'^2}{c^2}$$

En donde:

$$\begin{aligned}
 p_x &\rightarrow x \\
 p_y &\rightarrow y \\
 p_z &\rightarrow z \\
 ct &\rightarrow \frac{E}{c}
 \end{aligned}$$

Por tanto la invariancia de la ecuación requiere una transformación entre sus elementos igual a la transformación de Lorentz para  $x, y, z,$  y  $t$ . Esto lleva:

$$p'_{x'} = \frac{p_x - vE/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p'_{y'} = p_{y'}$$

$$p'_{z'} = p_{z'}$$

$$E' = \frac{E - vp_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

El resultado para las ecuaciones de momentum y energía, satisface el principio especial de la relatividad, es preciso decir que se transforma bajo la transformación de Lorentz.

Si expresamos los valores de la relación inversa entre energía y el momentum medido por O en términos de O', Obtenemos:

$$p_x = \frac{p'_{x'} - vE'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p_y = p'_{y'}$$

$$p_z = p'_{z'}$$

$$E = \frac{E' - vp'_{x'}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Así obtenemos los resultados intercambiando las cantidades con prima y sin prima en las ecuaciones.

#### 4.6 Transformación de fuerza

La fuerza medida por los observadores O y O' es respectivamente:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad \text{y} \quad F' = \frac{dp'}{dt'}$$

Ambos observadores utilizan las mismas ecuaciones de movimiento, como se requiere en el principio de relatividad. La relación entre la fuerza de ambos observadores es complicada, por tanto la trabajaremos en un caso especial, en el cual la partícula esta momentáneamente en reposo en el sistema O'. En donde F' se llamará "fuerza propia".

$$F'_{x'} = \frac{dp'_{x'}}{dt'} = \frac{dt}{dt'} \frac{d}{dt} \left( \frac{p_x - vE/v^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = \frac{dt}{dt'} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left( \frac{dp_x}{dt} - \frac{v dE}{c^2 dt} \right)$$

De las transformaciones de Lorentz tenemos que:

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad \text{Y ya que} \quad \frac{dt}{dt'} = 0, \quad \text{porque la partícula está en reposo con}$$

$$\text{respecto O'}, \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Por otra parte de acuerdo con la definición de fuerza  $F_x = \frac{dp_x}{dt}$ , de las

definiciones de energía y energía cinética  $E_k = E - m_0 c^2$  y como el trabajo

$F_x dx$  debe ser igual ha  $dE_k$ , obtenemos que:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE_k}{dt} = \frac{F_x dx}{dt} = F_x v$$

Dando como resultado  $F'_{x'} = F_x$

Para la componente en Y y Z, obtenemos:

$$F'_{y'} = \frac{dp'_{y'}}{dt'} = \frac{dt}{dt'} \frac{dp_y}{dt} = \frac{F_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = kF_y,$$

$$F'_{z'} = \frac{dp'_{z'}}{dt'} = \frac{F_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = kF_z.$$

Donde k corresponde a  $k = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$  y las componentes, relaciona la fuerza

(F) medida por un observador en un sistema inercial, con la fuerza (F') medida por un observador de un sistema inercial en que la partícula está momentáneamente en reposo.

Unidades de medida para la energía y el momentum:

El electrón-voltio (eV) es la energía que adquiere un electrón, cuando es acelerado por una diferencia de potencial de 1V.

$$1\text{eV} = (1,602 \times 10^{-19} \text{C})(1\text{V}) = 1,602 \times 10^{-19} \text{J}$$

$$1\text{Kev} = 10^3 \text{ eV}$$

$$1\text{Mev} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$$

En el momentum su patrón de medida es el Kg m/s, pero en los cálculos relativista se utiliza MeV/C, donde:

$$1\text{MeV}/C = 0,534 \times 10^{-21} \text{ Kg m /s.}$$

## 4. 7 Actividad

### Prueba tus conocimientos.

#### Objetivos:

- Analizar las diferentes concepciones de masa en reposo y masa relativa.
- Comprender las representaciones de energía y momentum.
- Comprender las transformaciones de masa en un cuerpo relativo.

Instrucción: Analice y resuelva junto a su profesor cada ítem.

#### Ítem I.- Ejercicios resueltos

1.- Calcular la energía en reposos de un electrón en electrón-voltios. Teniendo en cuenta que la masa en reposo de un electrón es  $9,109 \times 10^{-31}$  Kg.

$$E_0 = m_0 c^2 = (9,109 \times 10^{-31} \text{ Kg.}) (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 8,18 \times 10^{-14} \text{ J.}$$

$$8,18 \times 10^{-14} \text{ J} (1 \text{ eV} / 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}) = 0,511 \text{ MeV}$$

2.- Calcular la energía cinética de un electrón, cuyo momentum es 4 MeV/c.

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2$$

$$(K + E_0)^2 = (pc)^2 + E_0^2$$

$$K = 3,52 \text{ MeV}$$

---

3.- Un electrón cuya energía alcanza a los 1,5 MeV en un ciclotrón. ¿Cuál es la relación entre la masa del electrón y su masa en reposo?

$$Mc^2 = K + m_0c^2$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{m c^2}{m_0 c^2} = \frac{K + m_0 c^2}{m_0 c^2} = \frac{1,5 \text{ MeV} + 0,511 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}} = 3,94$$

Ítems II.- Ejercicios propuestos

1.- ¿Cuál es la masa en reposo de un protón en MeV? Respuesta:( 938,28 MeV)

2.- Calcule la energía cinética de un protón, cuyo momentum es 3MeV/c.

Respuesta: (4,796 KeV)

3.- Calcule la cantidad de movimiento lineal de un electrón cuya velocidad es de 0,85c.

Respuesta(0,825 MeV/c)

---

Ítems III. (v) o (f): los siguientes enunciados son afirmaciones, marque con una (V) si considera la afirmación verdadera y con una (F) si considera que es falsa. Justifique las falsas.

1.- \_\_\_\_ Unos de los principales cambios en la relatividad consiste en la variación de momentum.

-----.

2.- \_\_\_\_ En la teoría especial de la relatividad la masa de un cuerpo varía con la velocidad.

-----.

3.- \_\_\_\_ Galileo Galilei definió el momentum de tal forma que su conservación sea aplicable en la teoría de la relatividad especial.

-----.

4.- \_\_\_\_ La segunda ley de Newton es aplicable a la teoría de la relatividad si la masa varía con su velocidad.

-----.

5.- \_\_\_\_ La masa en reposo de un cuerpo esta medida cuando este está en movimiento.-----

6.- \_\_\_\_ Es imposible obtener energía si un cuerpo esta en reposo.

-----.

7.- \_\_\_\_ La masa y la Energía se refiere a lo mismo pero en diferentes unidades.

-----.

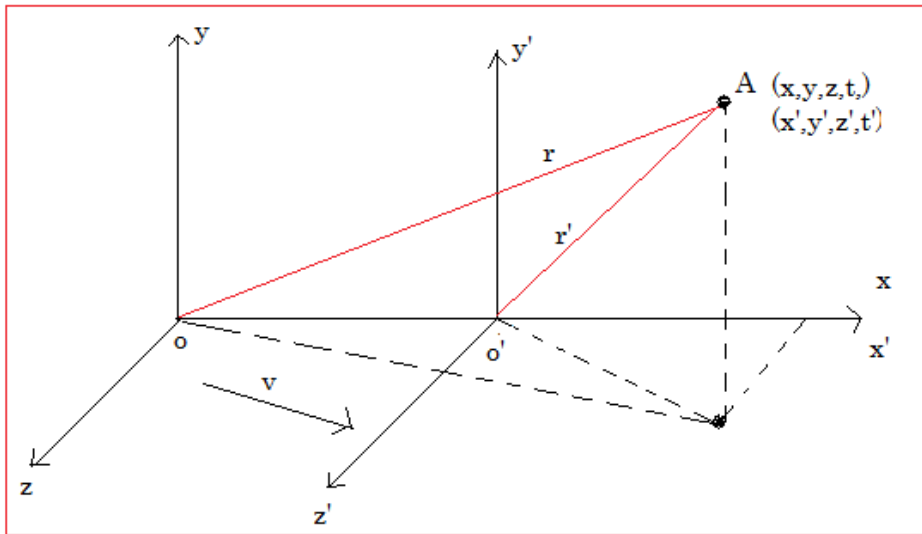
8.- \_\_\_\_ La Energía y el momentum en los cálculos relativistas se mide en electrón-voltio. -----.

## **Anexos**



Transformación de Lorentz para las coordenadas.

Se puede observar que ambos observadores O y O' se mueven con velocidad relativa v y además suponer que los observadores ajustan sus relojes de modo que  $t=t'=0$  cuando ellos coinciden.



Supongamos que en  $t=0$  se emite un destello de luz en la posición común, y que después de un tiempo t el observador O notará que la luz ha llegado al punto A y escribirá  $r = ct$ , siendo c la velocidad de la luz.

De la imagen obtenemos:  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Lo que también se puede escribir como:  $c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Ahora bien, el observador O' notará que la luz llega al punto A en un tiempo  $t'$ , pero también con velocidad c, por lo tanto  $r' = ct'$  o

$$c^2 t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

Teniendo las ecuaciones descrita por ambos observadores, realizaremos la transformación que relaciona ambas ecuaciones.

La simetría del problema sugiere  $y' = y$  y  $z' = z$ . También  $OO' = vt$  para el observador O, debe cumplirse que  $x = vt$  para  $x' = 0$  (punto O').

Lo cual hace suponer que  $x' = k(x-vt)$ , donde k es una constante a determinar. Como t' es diferente, podemos suponer que  $t' = a(t-bx)$ , donde a y b son constantes a determinar. (Para las transformaciones Galileana  $k=a=1$  y  $b=0$ ).

Si sustituimos en la ecuación  $c^2 t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$  se obtendrá:

$$k^2(x^2 - 2vxt + v^2t^2) + y^2 + z^2 = c^2 a^2(t^2 - 2bxt + b^2x^2) \quad \text{o}$$

$$(k^2 - b^2 a^2 c^2)x^2 - 2(k^2 v - b a^2 c^2)xt + y^2 + z^2 = (a^2 - \frac{k^2 v^2}{c^2})c^2 t^2$$

Por tanto:

$$k^2 - b^2 a^2 c^2 = 1, \quad k^2 v - b a^2 c^2 = 0, \quad a^2 - \frac{k^2 v^2}{c^2} = 1$$

Resolviendo este conjunto de ecuaciones, obtendremos:

$$k = a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{y} \quad b = \frac{v}{c^2}$$

La nueva transformación, compatible con la invariancia de la velocidad de la luz, es entonces:

$$x' = k(x - vt) = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = k(t - bx) = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Este conjunto de ecuaciones son llamadas ecuaciones de Lorentz, debido a que fueron obtenidas por primera vez por el Físico Holandés Hendrik Lorentz en 1890, en conexión con el problema de campo electromagnético de una carga en movimiento.



## 6.- REFERENCIAS DE OTRAS INVESTIGACIONES

Arriasecq Balverde, I. y Greca Ileana. Enseñanza de las ciencias, Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, el artículo sobre la “La teoría especial de la relatividad: secuencia de enseñanza y aprendizaje para el nivel de enseñanza secundaria”

Driver R, Guesne E, Tiberghien A. (1989) Ideas científicas en la infancia y la adolescencia. España: Edición Morata. 312p.

*Valenzuela Hernández, (1997). La Memoria de Bachiller en Ciencias Naturales y Exactas, “Relatividad y cosmología”. Disco Compacto. Bachillerato en Ciencias Naturales y Exactas. Concepción, Universidad del Bío-Bío.*

La Guía de Uso “Relatividad” disponible en la página:

<http://www.iac.es/cosmoeduca/relatividad/charlaviaje.htm>.

Que incluye el módulo de Relatividad Especial: Charla I y Charla II, Secciones y anexos, (Cosmo Educa).

Rogers C, Freiberg H. (1996). Libertad y crecimiento en la educación. 3ª edición, España: Editorial Paidós. 443p.

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Acosta, V., Cowan, C. L., & Graham, B. (1975). *Curso de física moderna*. México: Harla. 512p.

Couderc, P. (1970). *La relatividad* (4ª ed. española). Buenos Aires: EUDEBA. 70p. (Cuadernos de EUDEBA)

De Swaan B. (1996) Albert Einstein, "El perseguidor de la luz". Santiago de Chile: Editorial Andrés Bello. 46p.

Eisberg, R. L. (1997). *Fundamentos de Física Moderna*. México: Limusa.710p.

Flores Moreno, N., & Figueroa Martínez, J. (2004). *Física moderna* (1ª ed.). México: Pearson Educación.153p.

French, A. (1974). *Relatividad especial*. Barcelona: Reverté.331p.

Gautreau, R., & Savin, W. (1980). *Teoría y problemas de física moderna* (1ª ed. española). México: McGraw-Hill. 372p. (Serie de compendios Schaum).

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, C. (1991). *Metodología de la investigación* (1ª ed.). México: McGraw-Hill.505p.

Holton, G., & Roller, D. H. (1963). *Fundamentos de la física moderna: introducción histórica - filosófica al estudio de la física*. Barcelona: Reverté.843p.

Landau, L.D. (1979). *¿Qué es la teoría de la relatividad?* (2ª ed.). Santiago de Chile: Editorial Universitaria.103p.

Resnick, R. (1976). *Conceptos de relatividad y teoría cuántica* (1ª ed. española). México: Limusa.271p.

---

Resnick, R. (1977). *Introducción a la teoría especial de la relatividad*. (1ª ed. española). México: Limusa.211p.

Vásquez Briones, H. (1965). *Cinemática de la relatividad especial*. México: UTEHA.107p.

Weber, R. L. (1957). *Física general moderna* (2ª ed.). Barcelona: Reverté.103p.

Valenzuela Hernández, M. (1997). *Relatividad y cosmología*. Memoria de Bachiller en Ciencias Naturales y Exactas. Concepción, Universidad del Bío-Bío. Bachillerato en Ciencias Naturales y Exactas. 1 disco compacto.

Arriasecq Balverde, I. y Greca Ileana. Enseñanza de las ciencias, Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, el artículo sobre la “La teoría especial de la relatividad: secuencia de enseñanza y aprendizaje para el nivel de enseñanza secundaria”

Lahera C. J. (1995) “Introducción a la física moderna en la enseñanza secundaria”. Que aborda Fundamentación y Módulos de aprendizaje. Madrid: Editorial Síntesis. 345p.

Driver R, Guesne E, Tiberghien A. (1989) Ideas científicas en la infancia y la adolescencia. España: Edición Morata. 312p.

La Guía de Uso “Relatividad” disponible en la página:

<http://www.iac.es/cosmoeduca/relatividad/charlaviaje.htm>.

Que incluye el modulo de Relatividad Especial: Charla I y Charla II, Secciones y anexos, (Cosmo Educa).

Rogers C, Freiberg H. (1996). Libertad y crecimiento en la educación.3ª edición, España: Editorial Paidós. 443p.

## CONCLUSIONES GENERALES

Con todas las nuevas implementaciones y el nuevo ajuste curricular de la enseñanza, nos hemos centrado en la enseñanza de la física, en donde nos percatamos de la necesidad de estrategias y herramientas que apoyen la entrega de contenido de la física relativista y fomenten el desarrollo de capacidades y competencias, para formar nuevas generaciones innovadoras y modernas que se interesen en la relatividad, cuya rama ha aportado grandes avances tecnológicos y ha llevado incluso a instaurar un nuevo paradigma en las sociedades modernas, para ello la labor de los profesores es fundamental en este proceso de conocer y saber hacer en el aula.

Como una forma de contribuir al trabajo docente en el área de la física relativista nos hemos propuesto la misión de construir este material didáctico que abordará este tema con una metodología más accesible tanto para los profesores que desarrollan esta área como para los alumnos a quienes se les transmite el contenido.

Al desarrollar nuestro instrumento de aprendizaje se verán beneficiados directamente toda la comunidad educativa, que tendrá libre acceso al material de estudio, como lo son: profesores y alumnos que se sientan motivados a explorar el tema. Al igual que los profesores que deseen hacer uso del material para implementarlo en las aulas de clases de enseñanza media y superior.



