



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El Método Singapur en el Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado

Una propuesta Metodológica para la Enseñanza de la Matemática

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Autoras

Ana Melisa Espinoza Arias
Ana Carolina Villalobos Valdés

Profesor Guía

Sr. Enrique Blanco Hadi

Chillán, Enero de 2016

DEDICATORIA

En esta nueva etapa de mi vida, llena de logros y satisfacciones no puedo dejar de reconocer y valorar a todas aquellas personas que de una u otra manera han contribuido a la realización de mis sueños.

En primer lugar agradezco a Dios por sustentar mis pasos y guiar de mi vida en todo momento, a mi familia, en especial a mi madre Ana Valdés Castillo por creer, confiar y estar siempre ahí brindándome su amor y apoyo incondicional en todo momento. De igual manera quiero valorar a mi compañera y amiga Ana Espinoza Arias, por su paciencia, prestancia y el compañerismo mostrado durante todo mi proceso de formación académica. Finalmente, agradecer a Jorge Pinela Carrasco, por su amor, contención y entrega, por el apoyo y ánimo que me ha brindado para siempre seguir adelante frente a la adversidad.

De esta manera expreso mi gratitud y cariño a quienes han estado para mí cuando más lo he necesitado, permitiéndome lograr ser lo que hoy en día soy, una profesora de Educación Matemática en Enseñanza Media.

Ana Carolina Villalobos Valdés.

Cumplir una etapa importante en la vida, es llegar a un cierto punto, mirar atrás y ver todos los obstáculos y dificultades que se tuvieron que sortear para lograr avanzar.

Cumplir una etapa, es darse cuenta de cuánto tuvimos que caminar, cuánto tuvimos que esforzarnos y de cuánto tuvimos que llorar también.

Cumplir una etapa, es mirar a tu alrededor y darse cuenta que contigo están aquellas personas importantes, sólo las que te apoyaron cuando creías ya no poder, sólo quienes reían con tus logros y te daban la mano para levantarte cuando caías.

Ahora que yo cumplí una meta importante en mi vida, no tengo más que agradecer primero a Dios, por su gran amor, por guiar mis pasos y por poner en mi vida a personas tan valiosas. Agradecer a mi familia, por su apoyo incondicional, por su paciencia y especialmente por su inmenso amor. Así como a Patricio Durán, por creer en mí y por confiar en que lograré ser una gran profesora. Pero sin duda no puedo dejar de agradecer a mi compañera y gran amiga Ana Villalobos Valdés por su gran energía, compañerismo y por nunca dudar en que lograríamos lo que parecería tan difícil y lejano.

Simplemente me queda expresar mi cariño y agradecimiento a quienes sin dudar me apoyaron en mi formación y primeros pasos como Profesora de Educación Matemática.

Ana Melisa Espinoza Arias

Índice

Introducción.....	6
I.- Problematicación	
1.1 Antecedentes del Problema.....	9
2 El problema y su importancia.....	17
3 Justificación del Problema.....	17
4 Formulación del Problema.....	20
5 Hipótesis.....	21
6 Variables.....	22
1.4.1 Definiciones Conceptuales.....	22
1.4.2 Definiciones Operacionales.....	24
6.1 Objetivos.....	25
1.5.1 Objetivos Generales.....	25
1.5.2 Objetivos Específicos.....	25
II.- Marco Teórico	
2.1 Aprendizaje Matemático.....	27
2.1.1 Concepciones del Aprendizaje.....	27
2.1.1.1 Conductismo.....	27
2.1.1.1.1 Condicionamiento Clásico de J. B Watson.....	27
2.1.1.1.2 Condicionamiento Operante de B. Skinner.....	31
2.1.1.1.3 Teoría Cognitiva Social de A. Bandura.....	34
2.1.1.2 Constructivismo.....	36
2.1.1.2.1 El Aprendizaje Significativo de D. Ausubel.....	36
2.1.1.2.2 Teoría Sociocultural de L. Vigotsky.....	41
2.1.1.2.3 Teoría de Desarrollo Cognitivo de J. Piaget.....	45

2.1.2 Dificultades para aprender Matemática.....	49
2.1.3 Teorías de Aprendizaje Matemático.....	54
2.1.3.1 Teoría de Situaciones Didácticas de G. Brousseau.....	54
2.1.3.2 Dialéctica Instrumento-Objeto de R. Douady.....	57
2.1.3.3 Transposición Didáctica de Y. Chevallard.....	59
2.1.4 Aprendizaje del Álgebra.....	63
2.1.4.1 El Aprendizaje del Álgebra según el currículum Nacional.....	63
2.1.4.2 Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado...	69
2.2. Modelo Tradicional de Enseñanza de la Matemática.....	73
2.2.1 Enfoques Curriculares.....	73
2.2.1.1 Racionalismo Académico.....	73
2.2.1.1.1 Características del Racionalismo Académico.....	73
2.2.1.1.2 Estructura del Enfoque.....	74
2.2.1.1.3 Rol del Docente.....	75
2.2.1.1.4 Modelo Docente Teoricista en el Racionalismo Académico y su relación con el Aprendizaje Matemático.....	76
2.2.1.1.5 Rol del Alumno.....	78
2.2.1.1.6 Tipo de Evaluaciones.....	79
2.2.1.2 Currículum Tecnológico.....	80
2.2.1.2.1 Características del Currículum Tecnológico.....	80
2.2.1.2.2 Rol del Docente.....	81
2.2.1.2.3 Modelo Docente Tecnista en el Currículum Tecnológico y su relación con el aprendizaje Matemático.....	82
2.2.1.2.4 Rol del Alumno.....	84
2.2.1.2.5 Tipos de Evaluación.....	85
2.3 Método Singapur.....	86
2.3.1 Origen.....	86
2.3.1.1 Yeap Ban Har.....	86

2.3.1.2 Ministerio de Singapur.....	88
2.3.2 Características del Método.....	90
2.3.2.1 Características Didácticas.....	90
2.3.3 Evaluación Progresiva.....	92
2.3.4 Estructura del Método.....	94
2.3.4.1 El Trabajo Matemático con Material Concreto.....	94
2.3.4.2 El Trabajo Matemático con representaciones Pictóricas.....	95
2.3.4.3 El Trabajo Matemático de forma Abstracta.....	96
2.3.5 Finalidad u Objetivo del Método.....	97
2.3.5.1 Desarrollo Abstractivo desde lo Concreto.....	97
2.3.5.2 Representación Gráfica del conocimiento adquirido.....	98
2.3.6 Constatación de Resultados.....	99
III.- Metodología de la Investigación	
3.1 Diseño de la Investigación.....	102
3.2 Sujetos de la Investigación.....	104
3.2.1 Universo.....	104
3.2.2 Muestra.....	105
3.3 Instrumentos.....	107
3.4 Mecanismos de Recolección de la Información.....	109
3.5 Procesamiento de datos y análisis de la información.....	110
3.5.1 Procesamiento de datos.....	110
3.5.2 Análisis de la información.....	112
Conclusiones.....	127
Bibliografía.....	130
Anexos.....	136
Anexo 1: Consentimiento Informado.....	137

Anexo 2: Secuencia Didáctica.....	138
Anexo 3: Taller N° 1: Aplicación de Pre-test a Grupo Control y Grupos Experimentales.....	140
Anexo 4: Taller N° 2: La historia de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado.....	143
Anexo 5: Taller N° 3: La balanza como instrumento representante de ecuaciones lineales de primer grado.....	144
Anexo 6: Taller N° 4: Jugando con fichas de colores.....	145
Anexo 7: Taller N° 5: Dibujos que representan ecuaciones lineales de primer grado.....	146
Anexo 8: Taller N° 6: Representación abstracta de una ecuación lineal de primer grado.....	148
Anexo 9: Taller N° 7: Aplicar las Ecuaciones Lineales de Primer Grado en la resolución de problemas.....	150
Anexo 10: Taller N° 8: Aplicar las Ecuaciones Lineales de Primer Grado en la resolución de problemas.....	151
Anexo 11: Taller N° 9: Aplicar las Ecuaciones Lineales de Primer Grado en la resolución de problemas.....	152
Anexo 12: Taller N° 10: Aplicación de Post-test a Grupo Control y Grupos Experimentales.....	153

INTRODUCCIÓN

Actualmente uno de los cuestionamientos más influyentes en el Sistema Educativo Chileno ha sido el cómo mejorar y contribuir al aprendizaje de nuestros estudiantes, siendo la enseñanza matemática, una de las más complejas y difíciles de abordar, debido a su nivel de abstracción. De esta manera, este trabajo afronta la importancia que cumple la incorporación de una nueva Metodología de Enseñanza de la Matemática, como lo es el Método Singapur, que busca mejorar significativamente el aprendizaje matemático.

De esta manera el estudio se dividió en tres capítulos. El primero de ellos, Problematización, el cual da a conocer el problema a investigar y la importancia de éste para la Enseñanza de la Matemática en el aula, como a su vez, la pregunta e hipótesis de investigación y los objetivos generales y específicos que permitieron orientar el estudio. También se especifican las variables a investigar, correspondiente a Método Tradicional de Enseñanza, Método Singapur, Aprendizaje y Evaluación de Ecuaciones Lineales de Primer Grado.

El Marco Teórico constituye el segundo capítulo de este trabajo. Se inicia explicando el Aprendizaje Matemático, destacando las Teorías Psicológicas del Aprendizaje, tanto Conductistas como Constructivistas. Posteriormente se enfatiza en las dificultades que se presentan en el proceso de Aprendizaje Matemático, seguidamente de las Teorías Didácticas del Aprendizaje de dicho proceso. Otro de los factores a considerar en este apartado corresponde al Aprendizaje Algebraico, desde la perspectiva y tratamiento del Ministerio de Educación, como la base de la extensión a las Dificultades del Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado. Por otra parte, se destaca la descripción del Método Singapur como metodología de enseñanza.

El capítulo tres, Metodología de Investigación, se inicia haciendo referencia al diseño de la investigación, seguidamente de la descripción de los sujetos de la investigación, resaltando la población el Instituto Técnico Mabel Condemarin G, y

la muestra caracterizada los Primeros Medios A, D y E correspondientes a Grupos Experimentales y al Primero B el Grupo Control. Posteriormente, se encuentra el Instrumento denominado “Evaluación de Ecuaciones Lineales de Primer Grado”, instrumento que permite medir conocimientos antes y después de la experiencia pedagógica en esa área. Es importante, a su vez, recalcar el realce de este instrumento en la recolección de la información, dado que, de acuerdo a cada uno de sus ítems se permite verificar el nivel de conocimientos que los estudiantes poseen de la materia analizada. Siguiendo esta línea, en procesamiento y análisis de la información se destaca el nivel epistemológico desde el cual se ha planteado la investigación, la que se desarrolla desde una metodología cuantitativa, con un diseño seleccionado de acuerdo con las hipótesis y objetivos expuestos en el primer capítulo. También se han incluido los resultados de los procesamientos estadísticos, todos ellos realizados con el software estadístico SPSS en su versión 19. Los datos se encuentran separados y desglosados de acuerdo a las fases que tomó este estudio, por lo cual se encontrará en primera instancia la comparación de medias estadísticas, donde se presentan los resultados del análisis estadístico de comparación de grupos, a través de la prueba T de Student.

Luego de los capítulos señalados anteriormente y producto de los resultados y análisis que fueron desarrollados, se presentan las Conclusiones, donde se puede apreciar qué hipótesis es aceptada y qué hipótesis se rechaza. En este sentido, se puede señalar la existencia de diferencias estadísticamente significativas entre algunos, con respecto a las variables.

Finalmente, se presenta la reseña con los textos consultados, a través de la Bibliografía, así como a su vez los Anexos considerando todos los materiales que fueron utilizados para este estudio.

Capítulo I

Problematización

1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

Hoy en día, desde la perspectiva docente, se hace evidente una actitud de apatía y de desmotivación de parte de los estudiantes en relación al aprendizaje matemático, siendo el álgebra una de las ramas de la matemática que presenta un mayor índice de desaprobación y rechazo, debido a su nivel de abstracción y la carencia de sentido y aplicabilidad a la vida real y al quehacer cotidiano.

A continuación, se presentan algunas investigaciones que apuntan a cómo abordar la enseñanza de la matemática, con la finalidad de expresar la necesidad de proponer y crear nuevas estrategias de enseñanza para esta ciencia.

Para algunos autores, la enseñanza de la matemática depende netamente de quien desea aprender. Según indican Stacy y Groves (1985), es importante que los estudiantes hablen del proceso que realizan al usar la matemática y desarrollarla de tal manera que puedan construir un vocabulario para pensar y aprender esta disciplina, mientras que Schoenfeld plantea que la enseñanza de esta ciencia está delimitada en la aplicabilidad que se le otorga, afirmando que si uno desea que los estudiantes salgan del salón de clases con el sentido real de las matemáticas, entonces el medio ambiente del salón de clases tiene que reflejar actividades en las que los estudiantes tomen parte en el desarrollo de las matemáticas, de tal manera que le encuentren sentido al estudio de las matemáticas, es decir, que exista motivación para que los estudiantes continúen estudiando matemática fuera del salón de clases (citado en Vobejda, 1987) (Espeleta & Castillo, 1995).

El Manual de Implementación de Seminarios de Matemática Aplicada (CIDE, 1995), expone cómo estructurar la enseñanza de la matemática desde la perspectiva del alumnado, dando a conocer que la cooperación en el trabajo en equipo fomenta el proceso de enseñanza, ya que permite que el estudiante, mediante grupos de trabajo pueda intervenir colectivamente en la toma de

decisiones al momento de enfrentarse a un problema o situación matemática, la cual debe ser estimulante y desafiante para él, pudiendo superar resultados negativos, buscando conjuntamente estrategias de eficacia, entregando responsabilidad individual y personal bien definidas para lograr las metas establecidas. Es así que, desde esta perspectiva, la responsabilidad de la enseñanza matemática no recae solamente en el rol del maestro como mero individuo encargado de entregar conocimientos, sino que los propios alumnos, mediante el trabajo en equipo cooperativo, en donde debe existir una interdependencia positiva bien definida por parte de todos los integrantes del grupo, considerando las habilidades interpersonales de los alumnos, quienes en su conjunto condicionarán la eficacia del equipo.

Sin embargo, en el proceso de enseñanza de la matemática es necesario, en contextos escolares, que los educadores organicen y desarrollen actividades de enseñanza para sus alumnos. Tal como lo exponen Costa y Garmston, esta tarea que se inicia con la planificación de la actividad académica, la que tiene como finalidad que el maestro pueda anticipar, predecir y elaborar una descripción del aprendizaje matemático, en donde la relación de la clase con los objetivos, el contexto del estudiante y el resto de las competencias que se estipulan en los Planes y Programas de Estudios formen un proceso articulado para la adquisición de este conocimiento. (Costa & Garmston, 1999).

Desde la perspectiva y opinión de Carrillo, los procesos de enseñanza en el aula están encargados por el docente, siendo este quien juega el rol de facilitador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar, siendo el principal objetivo el de propiciar y promover el aprendizaje de la matemática, instando al interés por la asignatura. Desde este punto de vista las concepciones epistemológicas sobre la matemática y el cómo se transmitirá este conocimiento serán fundamentales al momento de incentivar y capturar la atención de los estudiantes, los cuales utilizan todo tipo de experiencias para ir comprendiendo lo que aprenden paulatinamente y que el proceso no es lineal, sino que en él se avanza y se retrocede permanentemente (Carrillo J. , 2000).

Teresa González en su investigación “Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la Resolución de Problemas: Un estudio evaluativo” expone que la comprensión completa y profunda de los conceptos fundamentales de una disciplina necesita del conocimiento de su historia, ya que ésta pone de manifiesto el proceso dinámico de la actividad científica como desarrollo permanentemente abierto, despertando en el sujeto que aprende, actitudes y sobre todo hábitos metodológicos acordes con el método científico; de ahí la necesidad de partir de la evolución histórico-epistemológica de la matemática como ciencia (González Urbaneja, 1991). En este aspecto, para enseñar matemática es fundamental considerar la historia de la matemática, como un instrumento cultural que enriquece la enseñanza de la misma. Es así como se pone en manifiesto que la enseñanza de la matemática es un proceso cognitivo mediado por el tipo de actividad que el sujeto desarrolle, ya sea formal o informal. En este contexto, la enseñanza de la matemática tiene una fuerte tendencia lógico-deductiva (Kline, 1978), la cual ha impregnado al conocimiento matemático de una serie de características, tales como el conocimiento formalizado, de naturaleza estrictamente abstracta, vinculado a un lenguaje muy específico y con propiedades que lo separan estructuralmente de los enfoques naturales, lo cual no necesariamente responde al carácter dinámico y evolutivo que la perspectiva histórica señala. Por lo cual, para poder enseñar matemática no basta solamente con realizar un trabajo de mecanización, memorización y descontextualizado, sino, se debe destacar el proceso histórico y epistemológico como la base del conocimiento matemático, que da importancia, sentido y enriquecimiento a los contenidos que se desean enseñar (González T. , 2000).

Por su parte Rafael Matamala explica que, “el estudiante tiene que aprender a buscar, seleccionar, analizar críticamente e integrar en sus esquemas cognitivos la información para desenvolverse exitosamente en la sociedad.” Por tanto, se necesitan aprendices estratégicos, capaces de observar y controlar sus propios procesos de aprendizaje, por lo cual, ante esta necesidad de alumnos que desarrollen y apliquen estrategias, el autor plantea que el problema radica en la

ejecución del proceso de enseñanza, donde, el docente debe ser un estratega para formar en sus alumnos una actitud de planificador y evaluador de su propio conocimiento (Matamala R. , 2005). Por consiguiente, la intervención del profesor es uno de los factores más fundamentales en el proceso de enseñanza, siendo éste el encargado de estimular al estudiante, integrando en él la capacidad de observación y análisis, logrando con esto la formación de personas que puedan formular hipótesis y solucionar problemas, descubriendo el conocimiento por sí mismos. Por ende, las estrategias metodológicas utilizadas por los docentes deben enseñar a pensar desde la base de los contenidos específicos, en función de la contextualización, ya que el trabajo de memorización no siempre es útil.

La resolución de problemas, las actividades lúdicas y el modelaje son estrategias metodológicas aptas para cumplir con estos objetivos, las cuales potencian una actitud activa, despertando la curiosidad del estudiante por el tema a aprender, fomentando la iniciativa, la toma de decisiones y el trabajo en equipo.

Es así, como Raimundo Olfos, Daniela Soto y Héctor Silva, dedicados a la didáctica de la matemática, establecen que el rol del docente es primordial para la enseñanza de cada uno de sus estudiantes, apuntando a los conocimientos y habilidades didácticas que utilice, tanto en la preparación y posterior gestión de sus clases, inciden directamente en el aprendizaje de sus estudiantes.

En este sentido, se espera que el maestro sea capaz de fomentar en sus pupilos la adquisición de destrezas de resolución de problemas y la capacidad de razonamiento, atendiendo a las preguntas e inquietudes respecto a los contenidos matemáticos, incentivando a la reflexión sobre los procedimientos de pensamiento de sus estudiantes, de forma personal y colectiva mediante el trabajo en equipo entre pares. Sin embargo, dentro de esta tarea, es indispensable que el docente tenga conciencia de los errores que sus alumnos pueden presentar en cada actividad a realizar, los cuales deben ser enfrentados con flexibilidad, tomándolos como una oportunidad de adquisición de conocimiento y experiencia vital, más que un fracaso y retroceso en el aprendizaje.

Para cumplir con estos objetivos se hace necesario fortalecer habilidades conceptuales y específicas en cada estudiante. Estas habilidades están enfocadas a la flexibilización de la enseñanza de la matemática al entregar variadas formas de enfrentar y entregar una idea o problema, generando analogías por medio de la creación de actividades que lleven a diferentes tratamientos de un mismo problema o situación a abordar, con una distribución de los tiempos para la ejercitación y el análisis de cada situación a trabajar, forjando que éstas provoquen conflictos intelectuales. Respecto de las habilidades específicas se espera que el docente privilegie la conexión de saberes y descubrimiento de nuevas ideas matemáticas, enfatizando en la transmisión del conocimiento a cada estudiante, mediante la modelación de destrezas, dando importancia al nivel de adquisición y al ritmo de aprendizaje de cada alumno al que se le enseña (Olfos, Soto, & Silva, 2007).

Siguiendo esta misma línea, es que Corina González, María Martínez, Carolina Martínez, Karen Cuevas y Liber Muñoz en 2009, exponen cómo el rol protagónico del profesor incide en los logros de aprendizaje de sus alumnos, lo cual lo sitúa como principal responsable de la alfabetización científica de los estudiantes, cobrando un sentido mayor en la educación secundaria, ya que es en esta etapa de formación en donde se constituye la alfabetización científica de los futuros ciudadanos y ciudadanas, quienes serán un aporte a la sociedad. Sin embargo, en la práctica, el énfasis de la enseñanza está en los contenidos más que en el desarrollo de habilidades y actitudes, reflejándose en que, a nivel nacional, “la formación científica de los estudiantes, particularmente en el liceo, se caracteriza por un aprendizaje memorístico de contenidos disgregados, con una comprensión de la ciencia descontextualizada y alejada de lo cotidiano” restando la importancia de considerar el dinamismo que se presenta en la matemática en sí misma, a través del tiempo y su evolución en merced de las necesidades de los hombres mediante su historia y del contexto sociocultural de cada lugar. Por tanto, lo fundamental en la educación científica es “enseñar ciencia como una manera de conocer, con consecuencias prácticas” más que enseñarla como un conjunto de conocimientos cerrado y descontextualizados para el alumno.

De esta forma se espera que el docente, en su rol de protagonista de la enseñanza de la matemática aborde el proceso como una instancia de investigación, comenzando por plantear preguntas a sus estudiantes acerca del mundo natural, incitar a generar hipótesis y finalmente a recolectar y analizar información, con el objetivo de dar solución a una situación o problema planteado (González, Martínez, Martínez, Cuevas, & Muñoz, 2009).

Martín Socas en la Revista de Didáctica de las Matemáticas “Números”, en su artículo “La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación” señala la importancia de considerar un mejor desarrollo del currículum del Álgebra en función de la enseñanza de la matemática, destacando el lenguaje, las múltiples representaciones, la semiótica, los aparatos tecnológicos (calculadoras y computadores), las dificultades y los errores, los conocimientos previos, el énfasis en nuevos contenidos: fractales y grafos, la enculturación y contextualización del contenido, los procesos de pensamiento algebraico, el empirismo y la heurística desarrolladas mediante actividades y proyectos. Para el autor, estas aportaciones generan una organización de la enseñanza y formación del profesorado (Socas, 2011).

Por su parte, los académicos Claudio y Flavio Gutiérrez, basados en los trabajos realizados por el profesor Ricardo Poenisch, líder de la profesionalización de la enseñanza de la matemática en Chile, en los años 1889-1930, explican que esta área estaba orientada a la preparación técnica del futuro profesional (Gutiérrez & Gutiérrez, 2013). Sin embargo, desde 1889 el objetivo principal del nuevo plan de enseñanza de la matemática, junto con entregar conocimientos, era la formación integral del alumno, desarrollando en él todas sus facultades intelectuales, artísticas, físicas, etc. Estas ideas venían desarrollándose en nuestra educación desde el año 1843 a partir del surgimiento del Plan de Estudios Humanista (Cruz, 2002). En 1877 el profesor Basterrica, en el prefacio de su obra “Elementos de Geometría”, escribía lo siguiente: “Se ha dado a los estudios un carácter nuevo, buscando en el aprendizaje de las ciencias no sólo un medio de

adquirir conocimientos útiles, sino el desarrollo de la inteligencia por medio de la observación y del análisis” (Basterrica, 1877: 5).

Según Erazo y Ospina, la finalidad de la enseñanza de la matemática se centra en la formación de herramientas que faciliten la conceptualización del tema a aprender y su aplicabilidad, logrando que los estudiantes alcancen distintos niveles de competencias interpretativas, argumentativas y propositivas (Erazo & Ospina, 2013).

En este aspecto, la enseñanza de la matemática tiene que estar enfocada en que el estudiante pueda comprender el verdadero sentido que tiene la matemática para su vida, mediante los actos que realiza a diario, pudiendo por sí mismo justificar y apoyar sus ideas, en función que pueda plantear opciones de solución a diversas situaciones. Es por esto que, según esta investigación, es necesario que el proceso de enseñanza sea orientado y organizado con la finalidad de desarrollar habilidades personales e intelectuales.

Es por esto que el Ministerio de Educación de Perú, basados en las investigaciones realizadas por la NTCM (National Council of Teachers of Mathematics) de los Estados Unidos, explica que en la década de los 80 se realizaron recomendaciones en pos de mejorar la enseñanza de la matemática en ese país. Dada la experiencia norteamericana, llegaron a la conclusión de que la resolución de problemas debe ser el motor impulsador del desarrollo de la matemática, traduciendo la importancia de esta actividad en la clave de la enseñanza de la misma, estipulando que la resolución de problemas debe ser la principal actividad en las sesiones de aprendizaje de la matemática, dándole el carácter de eje curricular.

Por tanto, la actividad de resolver problemas ha sido considerada como una herramienta que potencia la elaboración de conocimiento matemático, transformando el hacer matemática, en una instancia de inculcar objetivos básicos para la formación de estudiantes, (Mundomate: Recursos para Docentes

Formadores del Área de Matemática., 2015), haciendo que el estudiante sea capaz de pensar productivamente, desarrollando su razonamiento y enseñándole a enfrentar situaciones nuevas. De esta forma se pretende dar la oportunidad a los estudiantes de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.

1.2 EL PROBLEMA Y SU IMPORTANCIA

1.2.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Existen pruebas estandarizadas, tanto a nivel nacional, como internacional, con las cuales se espera evaluar las condiciones de los estudiantes frente a los diversos contenidos que debiesen manejar en las distintas áreas del conocimiento.

Uno de estos estudios internacionales es el TIMSS (Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias) el cual es realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA), que busca proveer de información de calidad sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes de educación básica, y los contextos educacionales en los que aprenden. Se aplica desde 1995, cada cuatro años, a estudiantes de 4° y 8° Básico en las áreas de Matemática y Ciencias Naturales (Educación, 2011.)

Chile ha participado en TIMSS en los años 1999, 2003 y 2011, lo que permite comparar las posibles variaciones por año. En esta última evaluación el promedio internacional en Matemáticas presentó un puntaje de 467 puntos mientras que en Ciencias se obtuvo un promedio de 474 puntos. El Ministerio de Educación plantea que en Chile los estudiantes tienen un rendimiento más bajo que el promedio internacional, tanto así, que son muchos los que no consiguen rendir lo mínimo descrito por TIMSS, quienes se califican como logro inferior. Más de la mitad de los estudiantes chilenos está en esa situación en Matemática y poco más de un 40% en Ciencias. Siendo así que un 26% de los estudiantes chilenos se ubica en el nivel de logro bajo en Matemática, es decir, maneja sólo algunos conocimientos matemáticos básicos, especialmente relacionados con la sub-área de números.

Finalmente, apenas un 12% de los estudiantes que participaron en la evaluación, se ubican en el nivel intermedio, demostrando con esto, que son capaces de aplicar conocimiento matemático en situaciones reales.

En definitiva, en relación con todos los países participantes, en el área de matemática, los estudiantes chilenos tienen un rendimiento más bajo que los de treinta y ocho países participantes.

Sin embargo, a pesar de los bajos resultados, los promedios nacionales de Chile en Matemática y Ciencias muestran que, en el plazo de cuatro años, se ha mantenido estable lo que saben y pueden hacer los estudiantes chilenos en éstas dos áreas de conocimiento (Mineduc, Resultados de Chile en TIMSS, 2011).

Además de TIMSS, otra de las evaluaciones estandarizadas de tipo internacional es PISA (Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Esta evaluación aplica cada tres años (desde 2000) a estudiantes de 15 años con pruebas que evalúan las áreas de Lectura, Ciencias Naturales y Matemática, enfatizándose en cada ciclo, la medición de una de ellas. Es así como por ejemplo, en PISA 2012 el énfasis fue dado a Matemática. (Educación., 2012).

Por su parte, Chile ha participado en PISA en los años 2001, 2006, 2009 y 2012, aplicando pruebas en papel y opcionalmente en computador. En esta última evaluación, entre los países de la OCDE, el país que obtuvo más bajo rendimiento es Chile, con un puntaje promedio de 448 puntos. Esto significa, según el documento, que la brecha entre el país con más alto rendimiento y el más bajo de la OCDE es de 113 puntos. Además, señala que cerca del 90% de los estudiantes de Corea se ubican por encima de la puntuación media de Chile y, por el contrario, sólo el 10% de los estudiantes chilenos se posiciona por sobre la puntuación media de Corea (Moreno G. , 2014).

Actualmente en Chile, los resultados de mediciones estandarizadas como el Sistema de Medición de la Calidad de la Enseñanza (SIMCE) ponen de manifiesto una realidad preocupante en el sistema educativo respecto al subsector matemática, la cual señala que los alumnos y alumnas de contextos socioeconómicos vulnerables tienen desempeños en matemática

significativamente más deficientes que los estudiantes de sectores no vulnerables. Dicha relación se explica comúnmente asumiendo que en sectores de pobreza económica se manifiestan carencias de carácter cultural en estos estudiantes, las cuales les impiden desarrollar habilidades relacionadas con el aprendizaje de la matemática, lo cual finalmente se traduce en logros de aprendizaje deficitarios. (Castro, Eduardo, Ortiz, & Quiroga, 2012).

Es así como al analizar y comparar resultados de nuestro país, con el resto de los participantes, en estas evaluaciones, es que es notable los bajos niveles de los estudiantes chilenos. Situación que se presenta no sólo en contenidos matemáticos. Es por esto que surgen ciertas preguntas ¿Por qué se obtienen resultados tan deficientes? ¿Realmente los estudiantes chilenos saben matemáticas? ¿Cómo alcanzar los niveles esperados?

Dada esta situación, es importante la realización de esta investigación para indagar en el cómo nuestros estudiantes aprenden matemáticas, analizando las características de los contextos escolares y del alumnado en sí, para contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación en esta área del conocimiento, como a su vez, a un mejor desempeño matemático en pruebas estandarizadas, nacionales o internacionales. Es por esta razón que queremos probar metodologías no usadas comúnmente para la enseñanza de la matemática, y verificar si su utilización generaría un mayor aprendizaje matemático.

1.2.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Dicho lo anterior, pasamos a formular la siguiente interrogante de investigación:

“¿Existen diferencias significativas en el Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado entre el Método Singapur y el Método Tradicional de Enseñanza?”

1.3 HIPÓTESIS

H₁: El Método Singapur tiene un mayor grado de efectividad en el Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado que el Método Tradicional de Enseñanza.

H₂: Los tres Grupos Experimentales muestran diferencias significativas entre el Pre-test y el Post-test, a diferencia del Grupo Control.

H₃: Los tres grupos que utilizaron el Método Singapur muestran diferencias significativas en el aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado respecto del Método Tradicional de Enseñanza.

1.4 VARIABLES: Método Singapur, Método Tradicional y Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado

1.4.1 DEFINICIONES CONCEPTUALES

a) Variables Independientes

1.- Método Singapur:

Estrategia Metodológica diseñada e implementada en Singapur con la finalidad de ayudar a los alumnos y alumnas de Educación Pre-Básica y Básica a construir una sólida base matemática mediante actividades atractivas y desafiantes, siendo las experiencias prácticas y motivadoras, junto con ilustraciones que modelen el contenido matemático el motor que fomenta la participación activa de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Esta estrategia de enseñanza de la matemática presenta una serie de sugerencias metodológicas variadas y de fácil comprensión, mediante el instrumento “Pensar sin Límites, Matemática Método Singapur”, Libro del alumno A y B, que promueve el desarrollo sistemático de los conceptos matemáticos esenciales y las habilidades básicas del pensamiento lógico, lo que les permite a los educadores aplicarlas de manera significativa en el aula y al igual que a los padres y apoderados en el hogar. (Rodríguez S. , 2011).

2.- Método Tradicional:

El Método Tradicional de Enseñanza, concibe el proceso de enseñanza como el conjunto de prácticas guiadas por el profesor, en donde su función es explicar claramente y exponer de manera progresiva sus conocimientos, enfocándose de manera central en el aprendizaje del alumno. En este método el estudiante es visto como una página en blanco, siendo un mero espectador de su aprendizaje. Es así como el profesor es un especialista que domina la materia a la perfección, quien transmite el saber que se traduce en conocimientos para el estudiante. Sin

embargo en esta metodología se puede correr el riesgo de que el maestro que tiene los conocimientos no sepa enseñarlos.

En definitiva, en esta perspectiva el aprendizaje es la comunicación entre emisor (maestro) y receptor (estudiante) tomando en cuenta la comprensión y la relación con sentido de los contenidos y el medio en el cual se desarrolla el proceso. (Gascón J. , 2004).

b) Variable Dependiente

3.- Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado

Para efectos de esta investigación, se entenderá por Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado al proceso mediante el cual el alumno es capaz de aplicar conocimientos algebraicos a una actividad de resolución. En este caso, el estudiante, utilizando conocimientos previos afronta situaciones reales mediante el álgebra, como a su vez, puede representar un problema de forma abstracta, modelando dichas situaciones mediante la utilización de expresiones algebraicas. La manifestación del aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado consiste en una modificación de la manera en cómo el estudiante concibe los mecanismos de resolución de situaciones cotidianas a su realidad, resultante de la experiencia o del ejercicio. Este aprendizaje se advierte por el rendimiento, reflejado en la habilidad que posea el pupilo de enfrentar problemas que requieran de la necesidad de realizar abstracciones de lo real a lo algebraico y viceversa.

1.4.2 DEFINICIONES OPERACIONALES

Existirá aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado alto cuando aplicado el instrumento denominado “Evaluación de Ecuaciones Lineales de Primer Grado”, generado de las fuentes del Ministerio de Educación de Chile, los alumnos obtengan una nota que fluctúe entre 5,5 y 7,0. Será medio cuando se observe una nota que fluctúe entre 4,0 y 5,4. Finalmente, será bajo cuando se observe una nota inferior a 4,0.

1.5 OBJETIVOS

1.5.1 OBJETIVO GENERAL

Probar si existen diferencias significativas en el Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado entre el Método Singapur y el Método Tradicional.

1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Medir el Nivel de Aprendizaje en el contenido de Ecuaciones Lineales de Primer Grado, mediante la aplicación de Pre-test a los Grupos Experimentales y Grupo Control.
- Aplicar el Método Singapur a tres Grupos Experimentales y el Método Tradicional al Grupo Control.
- Aplicar Post-test a los tres Grupos Experimentales y al Grupo Control.
- Determinar la existencia o no de diferencias significativas entre los Grupos Experimentales y el Grupo Control, a través de la aplicación de la Prueba T de Student.

Capítulo II

Marco Teórico

2.1 APRENDIZAJE MATEMÁTICO

2.1.1 CONCEPCIONES DEL APRENDIZAJE

2.1.1.1 CONDUCTISMO

2.1.1.1.1 CONDICIONAMIENTO CLÁSICO DE J. B. WATSON

La Psicología de la Educación se ha ocupado de estudiar las diversas vertientes teóricas que han procurado comprender y explicar cómo aprenden los individuos. De tal manera, podemos encontrar una cuantiosa bibliografía que nos da cuenta de lo que los psicólogos educativos han encontrado, por ello, no es de sorprender que existan diversas clasificaciones que muestran las distintas teorías del aprendizaje.

Hoy en día, las Teorías de Aprendizaje o las corrientes psicológicas destinadas al estudio de los procesos mentales de cada individuo son fundamentales para el docente, pues, cada una de estas determinan la ruta que orienta el proceso de Enseñanza-Aprendizaje que sigue en su práctica, permitiéndole al educador elaborar su plan de estudios, seleccionar materiales y escoge sus técnicas de instrucción, con la finalidad de alcanzar el éxito en este proceso, en corto o largo plazo. Es por esto que, el manejo de este proceso depende, en gran parte, de cómo se define o es concebido el “aprendizaje”.

El conductismo, es una de las corrientes psicológicas que, en su sentido más general, abarca las teorías del condicionamiento estímulo-respuesta, la que trata de dar respuesta a las problemáticas del Aprendizaje mediante los factores externos que rodean al individuo que aprende, siendo la más destacadas el Conductismo Clásico. Es así como una de las características que permiten distinguir y separar al Conductismo de otras tendencias psicológicas destinadas al proceso de Enseñanza-Aprendizaje es considerar que las acciones de los individuos son el resultado de estímulos externos; es decir, el individuo es sometido a un contexto al que irremediamente responde, no porque él decida hacerlo, sino que estimulado por factores externos a él, se ve obligado a hacerlo.

Siguiendo esta línea, uno de los investigadores más destacados del conductismo es John Watson (1878-1958) quién se ha convertido en el representante más destacado de esta corriente psicológica, y con él la psicología adquirió un papel relevante en los Estados Unidos. John Watson, fundador del Conductismo estableció que los psicólogos debían estudiar la conducta observable y adoptar modelos objetivos. Su postura respecto al efecto del ambiente en el individuo fue clara en su famosa declaración: “Dadme una docena de infantes sanos, bien formados, y un mundo como he delineado para educarlos, y garantizo que tomaré a cualquiera de ellos al azar y lo capacitaré para hacer de él el tipo de especialista que desee: médico, abogado, artista, gran empresario e incluso, ¿por qué no? Mendigo o ladrón, independientemente de sus tendencias, talento, propensiones, habilidades, vocación y raza” (Watson citado por Schunk1997, p. 41) (Mejía, 2011).

Desde esta perspectiva es que los primeros conductistas suscribían los siguientes postulados, los que permitían conocer y comprender con claridad la forma en como cada sujeto se desenvuelve y aprende de su propio entorno, especificando que:

- a) Los psicólogos deben estudiar los sucesos ambientales (estímulos) y la conducta observable (respuesta).
- b) La experiencia constituye una influencia más importante que la herencia respecto a la conducta, habilidades y rasgos. Por ello el aprendizaje es un tema de investigación especialmente importante.
- c) La introspección debe abandonarse, y es necesario optar por métodos objetivos, ya sea la experimentación, observación y pruebas.
- d) El conductismo debe emprender tareas prácticas, como asesorías a padres, legisladores, educadores y hombres de negocio.

- e) Debe investigarse la conducta de animales inferiores (junto a la conducta humana), porque los organismos simples son de más sencillo estudio y comprensión de los complejos.

Los conductistas contemporáneos aún estudian los estímulos, respuestas observables y el aprendizaje. Para este último, según Luis Amigó (Amigó, 2006) en este modelo, el método y el contenido en cierta forma se confunden en la imitación y emulación del buen ejemplo, del ideal propuesto como patrón y cuya enmarcación más próxima se manifiesta en el maestro. En este caso, siguiendo el conductismo, el método básico de aprendizaje es el academicista, verbalista, que dicta sus clases bajo un régimen de disciplina a estudiantes que son básicamente receptores, oyendo, viendo, observando y repitiendo muchas veces.

En este modelo estructural los objetivos se muestran de manera tan solo descriptiva y declarativa, más dirigidos a la tarea que el profesor debe realizar que las acciones que el alumno debe ejecutar, sin establecimiento ni especificación de las habilidades que se deben desarrollar en los educandos, entregándoles a estos últimos el papel de entes pasivos en el proceso de enseñanza, a los cuales se les exige memorizar la información y reflejar la realidad objetiva como algo estático, sin considerar la experiencia existencial de quienes aprenden, haciendo una desvinculación de los contenidos con la realidad. La información la recibe el alumno en forma de discurso y la carga de trabajo práctico es mínima, sin control de desarrollo de los procesos que subyacen en la adquisición del conocimiento.

Es así como, Watson concluyó con una clasificación teniendo en cuenta la doble dimensión del proceso Enseñanza-Aprendizaje en cuatro tipos de respuesta que experimenta cada sujeto o individuo que aprende (Gondra, 1991):

- a) Hábitos Explícitos, tales como nadar, jugar al tenis, construir una casa, pronunciar un discurso, tener buenas relaciones con los demás.

- b) Hábitos Implícitos que debían ser observados con aparatos especiales. A esta categoría pertenecía el pensamiento o habla sub-vocal, las disposiciones o actitudes corpóreas, los sistemas de reflejos condicionados salivales.

- c) Respuestas Instintiva-Explícitas o reacciones innatas patentes a la observación, tales como los reflejos de prensión, parpadeo, estornudo, o las reacciones externas de miedo, cólera, amor.

- d) Respuestas Instintivas-Implicitas, como los movimientos glandulares y viscerales y los cambios circulatorios que no eran visibles al exterior.

Por lo tanto, las relaciones pedagógicas gestadas a través del modelo están basadas en la intención de instruir, predominando la autoridad del profesor como un aspecto cognoscitivo paternalista: “lo que dice el profesor es respetado y cumplido por el alumno”.

2.1.1.1.2 CONDICIONAMIENTO OPERANTE DE B. SKINNER

Continuando en la línea de las Teorías psicológicas de la Educación es posible distinguir a Skinner, el fundador del Condicionamiento Operante, teoría que tomó fuerza a partir de la década de los cuarentas hasta los sesentas del siglo pasado, tanto dentro del propio Conductismo, como en la psicología en general (Hernández, 2008), siendo un aspecto de la postura skinneriana que ha logrado tener un gran impacto en el ámbito educativo.

A partir del Condicionamiento Operante es posible entender la forma en cómo se ha entendido el proceso de Enseñanza-Aprendizaje. En palabras de Skinner, el aprendizaje es definido como “un cambio en la probabilidad de la respuesta” (Skinner citado por Hernández, pág. 95); considerando que se puede incidir en el comportamiento del individuo y hacer que llegue a una respuesta que se pretende o desea como la más probable. En este sentido, se entiende al Condicionamiento Operante como una Teoría Conductista que plantea la posibilidad de condicionar la generación de un determinado comportamiento en el individuo, siendo posible vivenciar esta expectativa en los procesos educativos, encabezado por el liderazgo que debe ejercer el maestro sobre sus estudiantes y la influencia de éste en las respuestas y conductas que presentan los estudiantes ante cualquier situación de aprendizaje (Mejía, 2011).

Es así como Skinner explica que las actividades educativas se basan siempre en esquemas no necesariamente explícitos sobre la naturaleza humana y los procesos de aprendizaje, explicando que muchas de nuestras relaciones se construyen sobre la idea de que los otros poseen un mundo simbólico interno y son capaces de regular, por sí mismos, su conducta. Por ende, las personas no sólo aprenden de lo que hacen de forma efectiva sino también de lo que observan hacer a los demás, basando las tácticas educativas en el supuesto de que los alumnos están motivados por criterios, expectativas y refuerzos que se proporcionan a sí mismos, y no sólo por las sanciones externas impuestas por otros. Además, se debe considerar que dentro del proceso Enseñanza-

Aprendizaje es importante enseñar y potenciar habilidades; enseñarles a emplear su mundo simbólico interno, regular por sí mismos su conducta, motivarse por criterios y expectativas que se propongan a sí mismos, reflexionar por sí solos, aprender de las conductas de los demás. Es así como Skinner plantea la Teoría Social del Aprendizaje, siendo esta uno de los enfoques más fundamentales de la educación, ya que la Teoría Social del Aprendizaje permite orientar las capacidades que implican el atribuir una responsabilidad a los educandos con relación a su propio proceso educativo. Es así como tal premisa condiciona, en buena medida, las formas de enseñanza que el profesor emplea y los recursos que utiliza para motivar a sus alumnos.

Así, esta teoría acentúa la importancia de impulsos y motivos internos de carácter inconsciente, y lo hacen hasta tal punto que desvalorizan el papel de las intenciones y propósitos conscientes del sujeto en la regulación de su propia conducta y aprendizaje. En este caso, con independencia del papel que de hecho puedan jugar los impulsos inconscientes y las contingencias ambientales en la determinación del aprendizaje y la conducta, lo cierto es que el profesor necesita una teoría más completa, que no restrinja arbitrariamente su concepto de la naturaleza humana y reconozca la influencia de los sistemas de auto-regulación en los procesos educativos.

Por ende, puede decirse que el "Condicionamiento Operante" se refiere al conjunto de principios básicos y hallazgos teórico-experimentales, un proceso en el cual la frecuencia con que ocurre una conducta depende de las consecuencias que tiene esa conducta (Coll, Palacios, & Marchesi, 1992).

Tal como lo propone Skinner, la conducta que tiene consecuencias agradables para el sujeto se ve fortalecida y tiende a repetirse, y la conducta que tiene consecuencias negativas para el sujeto se debilita y tiende a desaparecer. La probabilidad de aparición de una conducta es, pues, una función de las consecuencias que esa conducta tiene para el sujeto, a diferencia de la conducta respondiente cuyas posibilidades de aparición sólo dependen de la presencia del estímulo incondicionado.

Uno de los aspectos más importantes en el Condicionamiento Operante, basadas en las características señaladas en el párrafo anterior, son los denominados refuerzos, en donde Skinner distingue:

- a) Refuerzos positivos y negativos. El refuerzo positivo es el que busca el sujeto y, una vez encontrado, trata de mantener. El refuerzo negativo es aquel que el sujeto rechaza. Los refuerzos negativos pueden ser usados como castigo, pero Skinner advierte de inconvenientes que se pueden dar, como es el hecho de que el efecto temporal es breve, produce conductas emocionales indeseables y que el castigador puede quedar convertido en un refuerzo secundario negativo. No se debe confundir refuerzo negativo con castigo, ya que éste puede ser bien un estímulo negativo o bien la supresión de uno positivo, evitando con ello el reforzamiento de una respuesta.

- b) Refuerzos primarios y secundarios. Los primarios son los que refuerzan o aumentan la probabilidad de una respuesta por sí mismo, sin haber tenido que ser condicionado para ello, mientras que los secundarios se adquieren a través de la asociación repetida con el primario (los refuerzos generalizados son refuerzos secundarios que han sido asociados con más de un reforzador).

2.1.1.1.3 TEORÍA COGNITIVA SOCIAL DE A. BANDURA

Dentro del proceso Enseñanza-Aprendizaje es imprescindible considerar el aspecto práctico que tiene tal proceso, o sea, analizar la necesidad de que el proceso educativo no es sólo teórico sino, en un sentido muy fundamental, práctico. Albert Bandura, el creador de la Teoría cognitiva social del aprendizaje, señala: “el concepto de naturaleza humana asumido por las teorías psicológicas es más que una mera cuestión filosófica. Cuando el conocimiento humano es llevado a la práctica, las concepciones sobre las que se apoyan las tecnologías sociales tienen implicaciones incluso mayores”. En este caso, Bandura explica el cómo el tipo de potencialidades humanas influyen en la conducta y de paso en el aprendizaje de un individuo.

Es por esto que, la Teoría Cognitiva Social formulada por Bandura trata de proporcionar una caracterización lo más completa y sistemática posible de los factores, tanto internos como externos, que influyen en los procesos humanos de aprendizaje. Es como un gran esquema de síntesis que describe minuciosamente los determinantes de la conducta. Sin embargo, en general, no define paso a paso los mecanismos concretos a través de los cuales se ejerce la influencia de tales determinantes (Coll, Palacios, & Marchesi, 1992).

El propósito por el que se guía esta construcción teórica es el de ofrecer un cuadro que haga justicia a todos los factores más que el de explicar los procesos. Sin embargo, la relevancia educativa de la teoría de Bandura es enorme, y merece la pena hacer el esfuerzo de extraer principios pedagógicos de esa síntesis cuidadosa sobre los factores que intervienen en los aprendizajes humanos complejos, acentuando la importancia de los procesos vicarios y simbólicos que han sido descuidados por los modelos tradicionales.

El aprendizaje vicario, según Bandura, consiste en la elaboración de un esquema de acción a partir de uno o varios modelos, generalmente varios y

frecuentemente contradictorios; tiene lugar, igualmente, cuando el sujeto elabora sus propios modelos por deducción lógica.

En este sentido, Bandura hace la distinción entre dos procesos importantes que explican la conducta aprendida: el proceso de aprendizaje y el proceso de ejecución. El aprendizaje tiene lugar cuando el sujeto es capaz de retener el esquema de la acción; la ejecución se muestra cuando el sujeto pone en práctica el esquema de acción para obtener un beneficio personal. (Garrido, Herrero, & Masip, 2001).

De los dos procesos el más explicado y fundamentado por Bandura es el del aprendizaje del esquema o proceso de acción, destacándose que los procesos de aprendizaje vicario demuestran que la repetición mental de los esquemas aprendidos es una prueba de que algo se ha aprendido. Es así como Bandura se interesó en los procesos psicológicos que determinan la conducta, como la conducta del aprendizaje lingüístico y el aprendizaje de los estándares de la conducta moral.

2.1.1.2 CONSTRUCTIVISMO

2.1.1.2.1 EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO D. AUSUBEL

Tal como lo expresa la Psicología, el proceso de aprendizaje es visto como una transformación continua del comportamiento del sujeto en conexión con su actuación ante la actividad escolar. Por lo cual, la enseñanza y el aprendizaje se entienden como procesos inseparables (Monereo, Pozo, & Castelló, 2001).

En esta búsqueda constante de éxito en la adquisición de conocimiento, el Constructivismo intenta explicar cómo el ser humano es capaz de construir conocimiento desde los recursos de la experiencia y la información que recibe (Chadwick, 2001) considerando que “es la idea que mantiene que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos, no es un mero producto del ambiente, ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano” (Carretero, 1997), postulando que el saber, sea de cualquier naturaleza, lo elabora el aprendiz mediante acciones que hace sobre la realidad.

Es así como se caracteriza a esta corriente como la que considera que el conocimiento es un proceso mental del individuo, generado a través del proceso de construcción de la realidad. Basándose en esta premisa es que el constructivismo intenta confrontar el aprendizaje con la creación de significados a partir de las propias experiencias fundadas en el entorno que el individuo posea. Es por esto, que esta corriente no percibe al sujeto como un mero receptor pasivo de experiencias y aprendizajes, sino que le concibe como un constructor que participa activamente en la formación de sus propios conocimientos.

Dada esta situación, es que desde la perspectiva de esta corriente, se considera que la participación del profesor, no ha de ser una postura tradicional,

en la que éste se pare frente a la clase e imparta los conocimientos, sino que ha de adoptar una metodología que le permita acudir a materiales con los cuales los alumnos se sientan comprometidos y donde puedan participar activamente, manipulando e interactuando objetos que les permitan la formación de su aprendizaje.

En este caso, considerando entonces, la existencia de diferencias dentro del constructivismo, es que podemos destacar a menos a tres grandes bases de esta corriente. Según (Herrera, 2009) el Constructivismo considera que la construcción de conocimientos se produce en el momento en que:

- El sujeto interactúa con el objeto del conocimiento. (Piaget)
- Cuando esto lo realiza en interacción con otros. (Vigotsky)
- Es significativo para el sujeto. (Ausubel)

Sin embargo, esta teoría posee dentro de sí diversas perspectivas, es así como (Ordóñez, 2004), plantea que el Constructivismo es un conjunto de concepciones sobre el aprendizaje, que provienen de dos teorías básicas del desarrollo cognoscitivo. Igualmente, identifica cinco principios del aprendizaje originados en teoría e investigación psicológica de corte constructivista, que dan soporte a la mayoría de las estrategias pedagógicas activas que caracterizan la práctica pedagógica desde hace ya varios años y que pueden mostrarnos caminos concretos de cambio pedagógico:

- El aprendizaje es un proceso individual de construcción de significado.
- Ocurre a partir de la experiencia directa, de modo que se demuestra y avanza al realizar desempeños que activen y hagan avanzar la verdadera comprensión.
- Ocurre de manera diferente en cada individuo porque resulta significativo.
- Se estimula y ocurre naturalmente al poner las comprensiones individuales en interacción inteligente con las de otros.
- Se hace más significativo, más dirigido a la comprensión de lo real, cuando ocurre por medio de desempeños auténticos, relacionados con lo que verdaderamente hacen quienes usan el conocimiento en el mundo.

Es así como contrario al enfoque Conductista de la Enseñanza y del Aprendizaje, una de las tendencias dominantes en la investigación en educación ha sido la Psicología Cognitiva. Esta perspectiva de análisis se ha centrado en lo que sucede en la mente humana cuando aprende, recurriendo para ello al procesamiento de la información y equiparando metafóricamente el funcionamiento de la mente como al de un computador. En este sentido, las Psicología Cognitiva vuelca su importancia no en conductas observables, sino en lo que ocurre cuando el individuo procesa la información y la convierte en conocimiento y acción.

El avance en la Psicología Cognitiva ha sido sostenido en el tiempo, lo que se ha reflejado en variadas teorías psicológicas y de aprendizaje que se destacan y explican cómo se produce y cómo se facilita la cognición, siendo la Teoría del Aprendizaje Significativo una de ellas.

Es así como ha sido posible encontrar, en el camino del Constructivismo, una teoría psicológica del aprendizaje que se enfoca en la adquisición y abordaje del aprendizaje dentro del aula. En este contexto, Ausubel ha pretendido dar cuenta de los mecanismos por los que se lleva a cabo la adquisición y la retención de los grandes cuerpos de significado que se manejan en la escuela.

Es aquí donde es posible destacar a Ausubel con una teoría psicológica denominada Aprendizaje Significativo, la cual, se ha ocupado de los procesos mismos que el individuo pone en juego para aprender, dando énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza de ese aprendizaje; en las condiciones que se requieren para que éste se produzca; en sus resultados y, consecuentemente, en su evaluación.

La Teoría del Aprendizaje Significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la

asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo.

El origen de la Teoría del Aprendizaje Significativo está en el interés que tiene Ausubel por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social (Rodríguez M. , La Teoría del Aprendizaje Significativo, 2004).

En este caso, Ausubel explica que uno de los factores imprescindibles para que el alumno adquiera un conocimiento significativo, con sentido y aplicabilidad, es necesario que los aprendizajes que se producen en la escuela sean significativos. En este caso, esta teoría de Aprendizaje Significativo es entendida como una teoría del aprendizaje escolar, realista y científicamente viable, ocupándose del carácter complejo y significativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico. Por tanto, para cumplir con tales objetivos es importante prestar atención a todos y cada uno de los elementos y factores que influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del salón de clases. Desde este enfoque, se trata de indagar con la psicología educativa los principios que gobiernan la naturaleza y las condiciones del aprendizaje escolar, como a su vez, las características y rasgos psicológicos que el estudiante pone en juego cuando aprende.

Para Ausubel, para que se produzca aprendizaje significativo deben darse dos condiciones fundamentales:

- a) Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz:
Predisposición para aprender de manera significativa.

- b) Presentación de un material potencialmente significativo: Esto requiere que el material tenga significado lógico, o sea, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva. Por otra parte, que existan ideas de anclaje que le permitan al sujeto interactuar con el material nuevo que se presenta.

Tales requerimientos involucran por una parte, que el material tenga significado lógico, o sea, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva; y, por otra, que existan ideas de anclaje adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta (Rodríguez M. , 2004).

La finalidad última de la intervención pedagógica, respecto de esta teoría es desarrollar en el alumno la capacidad de realizar aprendizajes significativos por sí solo en una amplia gama de situaciones y circunstancias (Díaz & Muriá).

Es así como el paradigma Constructivista propone secuencias de enseñanza, esto significa poner al alumno ante experiencias donde él construya sus conocimientos desde la memoria comprensiva, a través de situaciones en las cuales encuentre un equilibrio adecuado entre la lógica del saber matemático y la lógica de su propia estructura y desarrollo cognitivo. Entonces, el conocimiento matemático es construido (Galán et al, 2007), al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva, en la que el sujeto extrae información de los objetos o de sus propias acciones sobre los objetos (Espinoza & Sánchez, 2014).

2.1.1.2.2 TEORÍA SOCIOCULTURAL DE L. VIGOTSKY

Por su parte Vygotsky entiende el desarrollo cognitivo como un proceso complejo que va de lo interpsicológico a lo intrapsicológico, considerando que los procesos mentales superiores, como el pensamiento, lenguaje y conducta, se originan en contextos sociales y se internalizan y adquieren sentido a través de la mediación, siendo ésta la que posibilita la atribución de significados a los signos e instrumentos socialmente definidos y construidos. En ese caso, el sujeto que maneja los materiales ofrecidos por el profesor como mediador es el encargado de forjar, utilizando dichos materiales su propio aprendizaje.

Vygotsky propuso una nueva psicología que, basada en el método y en los principios del materialismo dialéctico, comprendiera el aspecto cognitivo a partir de la descripción y explicación de las funciones psicológicas superiores, que, en su visión, estaban histórica y culturalmente determinadas. Es decir, propone una teoría marxista del funcionamiento intelectual humano que incluye tanto la identificación de los mecanismos cerebrales subyacentes a la formación y desarrollo de las funciones psicológicas, como la especificación del contexto social en que ocurrió tal desarrollo, siendo los objetivos de su teoría los siguientes (Lucci, 2006):

- a) Caracterizar los aspectos típicamente humanos del comportamiento para elaborar hipótesis de como esas características se forman a lo largo de la historia humana y se desarrollan a lo largo de la vida del individuo.
- b) El hombre es un ser histórico-social o, más concretamente, un ser histórico-cultural: El hombre es moldeado por la cultura que él mismo crea.

- c) El individuo está determinado por las interacciones sociales: Por medio de la relación con otros el individuo es cómo cada sujeto determina su conducta; por medio del lenguaje.
- d) La actividad mental es exclusivamente humana y es resultante del aprendizaje social, de la interiorización de la cultura y de las relaciones sociales.
- e) El desarrollo es un proceso largo, marcado por saltos cualitativos, que ocurren en tres momentos: de la filogénesis (origen de la especie) a la sociogénesis (origen de la sociedad); de la sociogénesis a la ontogénesis (origen del hombre) y de la ontogénesis para la microgénesis (origen del individuo).
- f) El desarrollo mental es, esencialmente, un proceso sociogenético; La actividad cerebral superior no es simplemente una actividad nerviosa o neuronal superior, sino una actividad que interioriza significados sociales que están derivados de las actividades culturales y mediados por signos.
- g) El lenguaje es el principal mediador en la formación y en el desarrollo de las funciones psicológicas superiores: Mediante sus varias formas de expresión: oral, gestual, escritura, artística, musical y matemática.

Es así como la teoría del Desarrollo Vygotskyana parte de la concepción de que todo organismo es activo, estableciendo una continua interacción entre las condiciones sociales, que son mutables, y la base biológica del comportamiento humano. Él observó que en el punto de partida están las estructuras orgánicas elementales, determinantes por la maduración. A partir de ellas se forman nuevas, y cada vez más complejas, funciones mentales, dependiendo de la naturaleza de

las experiencias sociales del niño. Él considera la existencia de dos niveles de desarrollo. Uno corresponde a todo aquello que el niño puede realizar solo y el otro a las capacidades que están construyéndose; es decir, se refiere a todo aquello que el niño podrá realizar con la ayuda de otra persona que sabe más. Esta última situación es la que mejor traduce, según Vygotsky, el nivel de desarrollo mental del niño, siendo posible distinguir dos niveles, uno de transición, en el cual la enseñanza debe actuar, pues es por la interacción con otras personas que serán activados los procesos de desarrollo, y la interiorización de este primer nivel de desarrollo, convirtiéndose en aprendizaje y abriendo espacio para nuevas posibilidades de aprendizaje.

Es de esta manera que Vygotsky plantea el enfoque histórico-cultural como una forma novedosa de comprender al hombre. Desde esta mirada, se concluye que el desarrollo humano es un permanente proceso de culturización en el que el sujeto interioriza una serie de instrumentos que le permiten controlar sus procesos mentales y su comportamiento. Al basarse en el materialismo dialéctico, le era posible sustentar las críticas que realizaba a las teorías que pretendían comprender al ser humano sólo a través de la comparación con los animales, además, le permitía considerar el desarrollo de la especie como parte fundamental de la comprensión del individuo (Arcila, Mendoza, Jaramillo, & Cañón, 2010).

Por tanto, Vygotsky indicó que el aprendizaje es condición para el desarrollo cognoscitivo y que requiere la asistencia de otros que ya se han construido. Para Vygotsky la comunidad tiene un rol preponderante y protagónico en la construcción de significados, en donde el entorno del estudiante afecta fuertemente la forma en cómo éste interpreta la realidad. Concibe el desarrollo cognoscitivo como un proceso dialéctico complejo caracterizado por la periodicidad, la irregularidad en el desarrollo de las distintas funciones, la metamorfosis o transformación cualitativa de una forma a otra, la interrelación de factores externos e internos y los procesos adaptativos que superan y vencen los obstáculos con los que se cruza el niño.

En resumen, Lev Vigotsky, basa su teoría en el concepto de actividad, considerando con esta, que el hombre no se limita a responder a los estímulos sino que actúa sobre ellos, realizando una transformación de ellos. El énfasis de su teoría se centró en argumentar que los factores genéticos juegan un rol menor en la génesis del desarrollo, mientras que los factores sociales son absolutamente determinantes (Vygotsky, 1962).

Es así como en (Vielma & Salas, 2000) citan al autor, quien en sus propios términos expresa “el proceso de desarrollo cultural puede definirse en cuanto a su contenido, como el desarrollo de la personalidad del niño y de la concepción del mundo” (Vygotsky, 1983). Además señala que la acción humana utiliza instrumentos sociales como mediadores, los cuales dan a la acción su forma esencial.

Dada su teoría, desarrolla “La Zona de Desarrollo Próximo”, zona que define las funciones intelectuales que están en “proceso embrionario o las que todavía no han madurado”. Ésta representa un constructo hipotético que expresa la diferencia entre lo que el niño puede lograr independientemente y lo que puede lograr en conjunción con una persona más competente, mediador en la formación de los conceptos (Vygotsky, 1978). Es así como se refiere a la ZDP como “la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (cf. Vygotsky, 1988).

Basándose en su teoría, es que se puede concluir que para Vygotsky (1987,1988), el desarrollo cognitivo no puede entenderse sin referencia al contexto social, histórico y cultural en el que ocurre. Para él, los procesos mentales superiores (pensamiento, lenguaje, comportamiento voluntario) tienen su origen en procesos sociales; el desarrollo cognitivo es la conversión de relaciones sociales en funciones mentales. (Moreira, 1993)

2.1.1.2.3 TEORÍA DE DESARROLLO COGNITIVO DE J. PIAGET

Dentro de las Teorías del Aprendizaje es posible también encontrar Piaget, quien realizó variadas investigaciones, basadas en la observación de niños, colocando sus intervenciones dentro del campo de la Epistemología Genética. Estas publicaciones han hecho referencia al inicio del razonamiento causal en el niño, tales como “La representación del mundo del niño” (1926) y “La causalidad física en el niño” (1927); en relación a su investigación sobre el desarrollo moral de los niños, de acuerdo a sus resultados, publica el libro “El juicio moral del niño” (1932).

Para entender la manera en como cada sujeto aprende, Piaget propone trabajar e investigar sobre el desarrollo cognitivo y moral de las personas, lo que conlleva a estudiar a los niños desde su nacimiento, planteando que no son seres pasivos, más bien todo lo contrario, tienen respuestas frente a estímulos externos, realizando ajustes y modificaciones para adaptarse a una nueva situación, por ende estipula que el desarrollo de la inteligencia está en las respuestas adaptativas. En este caso, para Piaget la inteligencia humana puede ser entendida como una construcción con una función adaptativa, equivalente a lo que ocurre en otras estructuras vitales de los organismos vivos, considera el desarrollo intelectual como una evolución desde las básicas necesidades biológicas hasta niveles intelectuales superiores, siendo la acción frente a algún estímulo la que genera la actividad intelectual. Es así como el desarrollo de la inteligencia de un niño es el resultado del constante ajuste al medio externo en el cual se desenvuelve.

Mediante estas observaciones en sus investigaciones Piaget realizó una selección que le permitió distinguir diversas etapas en el desarrollo cognitivo, a partir de las cuales, en investigaciones posteriores, devela que tienen directa relación con el desarrollo moral del individuo, destacando que el estudio de la moral infantil permite entender la del hombre, postulando entonces que, para

formar hombres, es útil aprender a conocer las leyes de esta formación, paso a paso, desde su infancia.

Por ende, Piaget (1970) localiza el conocimiento en la relación entre la experiencia que se tiene con la realidad del medio circundante y las estructuras de pensamiento que se van desarrollando a partir de ella, para adaptarse al mundo. La teoría piagetiana se preocupa de la construcción de estructuras mentales y ha prestado escasa o nula atención a los contenidos específicos.

Dentro de esta rama de la Epistemología Genética, Piaget distingue tres tipos de conocimientos que la persona puede desarrollar:

- a) Conocimiento Físico: Relacionado a los objetos del mundo natural, posee su origen en el ambiente externo y sus elementos.
- b) Conocimiento Lógico-Matemático: Abstracción reflexiva que está en el interior del individuo.
- c) Conocimiento Social: Adquirido por el niño en su interacción con adultos u otros niños.

Aun cuando las características que presentan en cada conocimiento, Piaget expone que cada uno de ellos están interrelacionados y su desarrollo es un proceso, por tanto, en este desarrollo cognitivo, Piaget identifica las siguientes etapas o períodos que posee el ser humano durante su crecimiento:

La heteronomía, la etapa intermedia y la autonomía (Fuentes, Gamboa, Morales, & Retamal, 2012).

- a) Heteronomía o moralidad de la prohibición: Es la moral de las primeras etapas infantiles y se desarrolla en conjunto con la etapa pre-operacional

del desarrollo cognitivo. Se origina por la presión del adulto sobre el niño, al imponer éste las normas e impulsa el avance al realismo moral: sí o no, bien o mal, justo o injusto. El niño cree que las reglas no pueden ser cambiadas, ya que son sagradas y vienen dadas por los mayores, por lo mismo, el respeto es unilateral. No existe una conciencia de las reglas sino más bien una práctica de estas.

- b) Etapa intermedia: Corresponde al paso de la Heteronomía a la Autonomía. Es la fase de interiorización y de generalización de las reglas y las consignas. El papel de la presión de los adultos se reduce, dando paso a cierto relativismo moral basado en la cooperación entre iguales.
- c) Autonomía o moralidad de cooperación: Esta moral se despliega aproximadamente a partir de los 10 años, en conjunto con la etapa de las operaciones concretas del desarrollo cognitivo. Se origina a partir de la cooperación entre pares, el niño piensa menos egocéntricamente, por lo tanto, en esta moral se genera un respeto mutuo, en donde el otro tiene derechos y faltarle el respeto es faltármelo a mí también. En esta etapa se evidencia la capacidad para valorar las normas y las conductas, la regla ya no sólo se practica, sino que más bien se concientiza, y el niño las juzga en función de sus propios criterios.

La teoría de Piaget, ha tenido un enorme impacto en la educación, tanto en lo que respecta a las elaboraciones teóricas como en la propia práctica pedagógica. La producción pedagógica inspirada en la psicología genética ha sido vasta y diversificada. En lo que respecta concretamente al ámbito iberoamericano, el nombre de Piaget es uno de los que con mayor frecuencia aparece mencionado en las publicaciones pedagógicas.

Desde esta perspectiva, de esta teoría es que se desprenden los principios generales del pensamiento piagetiano sobre el aprendizaje:

- Los objetivos pedagógicos deben, además de estar centrados en el niño, partir de las actividades del alumno.
- Los contenidos, no se conciben como fines, sino como instrumentos al servicio del desarrollo evolutivo natural.
- El principio básico de la metodología piagetiana es la primacía del método de descubrimiento.
- El aprendizaje es un proceso constructivo interno.
- El aprendizaje depende del nivel de desarrollo del sujeto.
- El aprendizaje es un proceso de reorganización cognitiva.
- En el desarrollo del aprendizaje son importantes los conflictos cognitivos o contradicciones cognitivas.
- La interacción social favorece el aprendizaje.
- La experiencia física supone una toma de conciencia de la realidad que facilita la solución de problemas e impulsa el aprendizaje.
- Las experiencias de aprendizaje deben estructurarse de manera que se privilegie la cooperación, la colaboración y el intercambio de puntos de vista en la búsqueda conjunta del conocimiento (aprendizaje interactivo).

(Severo, 2012).

2.1.2 DIFICULTADES PARA APRENDER MATEMÁTICA

Dentro del proceso de aprendizaje, en cualquier área del conocimiento, se pueden encontrar diferentes obstáculos en este proceso, ya sean asociados a la metodología de la enseñanza, dificultades cognitivas del estudiante o en el contexto en el que se desarrolle este proceso. Debido a esto surgen las diferentes Dificultades en el Aprendizaje.

Las dificultades en el aprendizaje de la matemática constituyen una nueva y pujante línea de investigación en matemática educativa que aporta información significativa en torno al origen, efectos y alternativas para la intervención educativa; y en general respuestas a la problemática global del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en todos los niveles.

Se han identificado variados factores que dan origen a las dificultades en el aprendizaje de la matemática entre los que podemos mencionar: la actitud negativa generalizada de la población hacia la matemática, la enseñanza inadecuada, carencia de materiales y recursos didácticos para el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática y la formación didáctico- metodológica insuficiente de los docentes, factores socio – económicos, factores políticos y culturales (Moreno L. , 2011).

Sin embargo, este es un tema cuyo estudio ha sido postergado por los matemáticos educativos, psicólogos escolares, neurólogos, docentes de educación especial y por los sistemas educativos, al destinar pocos recursos para la investigación y acción pedagógica. En la actualidad las dificultades en el aprendizaje de la matemática constituyen un objeto de preocupación especial e intensiva, con un aumento del interés por parte de los investigadores, estudiosos, profesores y maestros. Con el propósito de sustentar la importancia del estudio de las dificultades de aprendizaje en matemática se deben revisar los objetivos de la enseñanza de la matemática y la proyección social de la educación matemática:

Posibilitar que cada alumno desarrolle, dentro de sus capacidades, la comprensión y destrezas matemáticas exigidas para desenvolverse en la vida cotidiana y en la sociedad en general, proporcionar a cada estudiante la posibilidad de que este pueda relacionar las matemáticas con otras áreas del conocimiento, ayudar a cada alumno a desarrollar el gusto por las matemáticas y hacer consciente a cada estudiante de que esta ciencia le proporciona una valiosa herramienta como medio de comunicación, la cual permite explorar, crear y acomodarse a las nuevas modificaciones que se presentan en la vida social. Estos objetivos se complementan con la proyección social que conlleva la educación matemática.

En este contexto el término “dificultades en el aprendizaje de la matemática”, es un término reciente y relativamente moderno en el que destacan connotaciones de tipo pedagógico, se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores.

Es así como el concepto de Dificultades de Aprendizaje surge en las sociedades occidentales al extenderse la educación a la mayor parte de la población infantil. Estas hacen referencia, principalmente a los Aprendizajes, en los cuales se consideran técnicas instrumentales básicas, como la Lectura, Escritura y Matemática, para hacer frente a las demandas de las sociedades desarrolladas (Jimeno, 2002).

La comprensión de las Dificultades en el Aprendizaje de la Matemática exige conocer o saber con claridad y precisión los procesos y pasos en el desarrollo y aprendizaje del estudio de la matemática propiamente tal. (Carrillo S. , 2009). De acuerdo con esta concepción, conocer o saber matemáticas es ser capaz de utilizar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas, siendo posible dar sentido pleno a los objetos matemáticos y a la manera en cómo los alumnos utilizan el saber. Es así como el aprendizaje de las matemáticas tiene un dimensión cultural, en donde el estudiante, a través del proceso de aprendizaje,

puede encontrar o construir un saber cultural y aplicarlo o utilizarlo (Godino, Batanero, & Font, 2003). Sin embargo, se puede destacar que la matemática de generación en generación, durante su desarrollo han sido catalogadas como una rama del conocimiento difícil de comprender, por lo mismo hace que se genere un rechazo colectivo por parte de los alumnos, quienes desde pequeños se encuentran inmersos a esta realidad. Es así como el estatus que se le ha otorgado a la matemática genera dificultades para lograr un aprendizaje óptimo.

Según Ginsburg (1997), se debe tener presente, que los efectos de las dificultades de aprendizaje matemático dependen en gran medida en como los profesores conducen la instrucción, teniendo el docente la responsabilidad de considerar el fracaso de los niños y niñas en matemáticas dentro de un contexto más amplio, ya que los estudiantes están inmersos en una sociedad en particular, una cultura, que tiene sus creencias particulares sobre las matemáticas y su importancia dentro de la educación, los aprendizajes se realizan dentro de un contexto escolar, con sus reglas y sus prioridades, a través de unos profesores y profesoras que tienen sus propias ideas sobre las matemáticas y la forma de enseñarla y, cuyo recurso principal suele ser los libros de texto, siendo esta una de las razones por las cuales las matemáticas tienen una imagen de difícil, de que no todos pueden ser competentes en esta materia, lo cual se gesta debido al hecho de que consideramos una matemática estática, donde priman los hechos y procedimientos y no tenemos en cuenta que existen muy diversas formas de enfrentarse y resolver una tarea matemática (Jimeno M. , 2012).

Uno de los obstáculos que encuentran los profesores a la hora de enseñar matemáticas son las actitudes y las creencias que muchos estudiantes desarrollan ante las mismas. Las percepciones y actitudes que con mayor frecuencia se observa en los alumnos sobre la naturaleza de las matemáticas, las describen como fijas, inmutables, externas, abstractas y que no están relacionadas con la realidad; un conocimiento cuya comprensión está reservada a muy pocos, especialmente dotados, lo que se produce debido a que la enseñan en la escuela

poco o nada tienen que ver con las matemáticas del mundo real. En muchas ocasiones, se trata de una Enseñanza Formalista, desvinculada de un significado real, lo que favorece en los alumnos actitudes negativas hacia esta materia. De este modo, muchas actitudes dependen de la concepción que los profesores tienen de esta ciencia.

La enseñanza tradicional ha estado dominada, en general, por las tendencias formalistas que se han basado más en la manipulación sintáctica de los símbolos y reglas que en el significado de los mismos.

Basada en este tipo de enseñanza formalista surge la creencia frecuente de considerar las matemáticas como un conocimiento dominado por reglas que deben usarse de un modo fundamentalmente mecánico, o que sólo hay un modo correcto de resolver un problema matemático, significando esto para el estudiante una angustia y desmotivación al momento de aprender matemática.

En cambio, un uso eficiente y exacto de las reglas puede ayudar a desarrollar un sentido de logro y proporcionar confianza. Sin embargo, al encontrar problemas en los que la regla no sea inmediatamente aplicable, la confianza puede desaparecer. En la enseñanza de las matemáticas es más difícil conseguir una relación emocional positiva entre el profesor y los alumnos (Carrillo B. , 2009).

Es así como una de las causas más importantes para explicar las dificultades de aprendizaje en matemáticas se deben a la falta de motivación por parte de los estudiantes, la cual se ve reflejada cuando estos dicen “no sirvo para las matemáticas”, patrón motivacional a través del cual justifican sus fracasos.

Según los constructivistas la motivación tiene una estrecha relación con la modificación de los esquemas de conocimientos de los alumnos, por lo cual, el primer paso para conseguir alumnos motivados es lograr que los estudiantes realicen aprendizajes significativos respecto del nuevo contenido de aprendizaje (Coll 1989, pp.20-21). En este sentido, la concepción de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas se relacionan con tareas que pueden provocar una situación de desequilibrio, las cuales pueden suceder cuando: la situación

propuesta es confusa o poco coherente, los alumnos no presentan los conocimientos necesarios para volver a la situación de equilibrio, los estudiantes no estén motivados para trabajar y desarrollar la actividad propuesta o simplemente las estrategias utilizadas para la resolución de dicha situación no permiten volver a la situación de equilibrio (Font, 1994).

Es por esto que las explicaciones que un estudiante se da a si mismo de sus éxitos y de sus fracasos escolares influyen en la actitud que tendrá ante nuevas situaciones de aprendizaje, ya que frente a resultados inesperados o negativos se suelen preguntar las causas que los explican. Estas causas a las cuales se les atribuyen los resultados pueden ser internas (habilidad, esfuerzo, cansancio, etc.) o bien externas (suerte, tiempo, etc.). Estos patrones de atribuciones insiden sobre las consecuencias, en donde, cuando se obtienen resultados positivos se refuerza la autoestima y la generación de nuevas expectativas positivas en el momento de hacer nuevos aprendizajes.

De manera análoga, otra de las causas que influyen en la manera de afrontar las situaciones escolares hace referencia al tipo de metas que se proponen los estudiantes a lo largo de su proceso de escolarización, tales como: metas relacionadas con las tareas, superar el aburrimiento y la ansiedad, experimentar que se es mejor que otros, experiencias relacionadas con la valoración o aprobación social.

En función de si el alumno tiene un patrón motivacional positivo o negativo, su actitud hacia las actividades de aprendizaje matemático será diferente.

2.1.3 TEORÍAS DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO

2.1.3.1 TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS DE G. BROUSSEAU

El Aprendizaje Matemático está marcado por diversas corrientes, ya sean psicológicas, didácticas o epistemológicas, las cuales permiten concebir el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la matemática de variadas formas. Un ejemplo lo conforma el grupo de Psychology of Mathematics Education (Moreno & García, 2009), quienes desde la década del setenta han investigado bajo el indicio de que la Enseñanza es una técnica que se deriva de la Teoría Psicológica del Aprendizaje que sustenta la práctica.

Representantes de la Escuela Francesa en Educación Matemática desarrollaron una didáctica de la matemática en el contexto de la disciplina, desde donde se pudieran hacer teorías capaces de explicar el proceso de Aprendizaje de la matemática escolar (Godino J. , Perspectiva de la Matemática como Disciplina Tecnocientífica., 1991). Dentro de las concepciones didácticas relacionadas con el Aprendizaje Matemático se destacan dos teorías destinadas a este conocimiento. La Teoría de Situaciones Didácticas, creada por Guy Brousseau es una de estas. Formulada en su primera fase a principios de los años setenta y desarrollada en una segunda fase hasta la publicación de su tesis, contempla una concepción constructivista, en el sentido piagetiano, del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau de esta manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

(Guzmán, 2005).

La teoría de situaciones estudia la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la

escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de la matemática y el terreno al cual la teoría de situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. Para los profesores como los alumnos, la presentación de los resultados de estos trabajos renueva su conocimiento así como la idea que tienen de la matemática, y esto incluso si es necesario desarrollar todo un vocabulario nuevo para vincular las condiciones en las que emergen y se enseñan las nociones matemáticas básicas, con la expresión de dichas nociones en la cultura matemática clásica.”(G. Brousseau).

Para llevar a cabo el proceso Enseñanza-Aprendizaje desde la perspectiva didáctica propuesta y desarrollada por Brousseau, se debe considerar un Sistema Didáctico formado esencialmente por tres subsistemas: profesor, alumno y saber, en donde la situación didáctica es un conjunto de relaciones explícitas y/o explícitamente establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, algún entorno, que puede incluir instrumentos o materiales y el profesor, con un fin de permitir a los alumnos aprender, o sea, reconstruir algún conocimiento.

Por otra parte, debido a la peculiaridad del conocimiento matemático, es preciso incorporar varios tipos de situaciones. La teoría de Brousseau plantea una tipología de situaciones didácticas. Cada una de ellas debería desembocar en una situación a-didáctica, es decir, en un proceso de confrontación del alumno ante un problema dado, en el cual construirá su conocimiento.

Dentro de la Teoría de Situaciones Didácticas, en pos de aportar y contribuir a la adquisición de conocimientos dentro del aula, es que es posible distinguir cuatro situaciones claves y fundamentales para cumplir con dicho objetivo, las cuales se presentan a continuación:

- a) Situación de Acción: Etapa en la cual el alumno trabaja de manera individual con un problema, aplicando sus conocimientos previos y desarrollando un determinado saber, es decir, el alumno individualmente interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimiento, sin la intervención del profesor.

- b) Situación de Formulación: Hace referencia a un trabajo grupal, donde se requiere la comunicación de los alumnos, compartir experiencias en la construcción del conocimiento.

- c) Situación de Validación: Consiste en discutir con el profesor acerca del trabajo realizado para cerciorar si realmente es correcto.

- d) Situación de Institucionalización: En esta etapa se enfatiza el cierre de una situación didáctica y tiene por finalidad establecer y dar un status oficial al conocimiento aparecido durante la actividad de la clase.

2.1.3.2 DIALÉCTICA HERRAMIENTA-OBJETO DE R. DOUADY

Otra de las teorías que apuntan hacia cómo generar el conocimiento matemático es la propuesta por Régine Douady, denominada Dialéctica Herramienta-Objeto (Douady, 1990), la cual se caracteriza por organizar esquemáticamente un problema inicial, a través de diversas fases. Cada una de estas fases se fusiona, de tal manera que ellas permiten generar espacios de búsqueda de solución a un problema planteado. Las fases expuestas por la Dialéctica Herramienta-Objeto son las siguientes:

- a) Fase “Antiguo”: Consiste en utilizar los conocimientos a priori para emprender un procedimiento de resolución de un problema o una situación planteada, seguido de una investigación, explicación, institucionalización, familiarización y posteriormente la entrega de un nuevo problema.
- b) Fase de Investigación: Etapa en donde el alumnos encuentra dificultades para resolver completamente su problema, por lo cual, es conducido a buscar otro medio mejor a su situación, colocando en acción nuevas herramientas.
- c) Fase de Explicitación: Se trata de un “nuevo explícito” en donde se manifiestan transformaciones para adaptar el conocimiento. Hasta estas fases el profesor puede intervenir, cuando éste se dé cuenta que la situación tiene el riesgo de bloquearse si él no interviene.
- d) Fase de Institucionalización: Corresponde a las producciones de los alumnos, en donde se pretende retener definiciones, teoremas y demostraciones.
- e) Fase de Familiarización-Reinversión: En esta fase se entrega a los alumnos diversos problemas destinados a provocar el funcionamiento

como herramienta explícita de lo que ha sido institucionalizado, se trata de integrar los conocimientos.

- f) Fase Complejidad de la tarea o Nuevo Problema: En esta última etapa se establece que el nuevo objeto es susceptible de tomar un lugar como “antiguo” y ser utilizado como un conocimiento a priori para futuras formulaciones del saber matemático.

Es así como la Dialéctica Herramienta-Objeto plantea que la adquisición de conocimientos matemáticos dependerá de una buena ejecución en cada una de estas fases, las cuales son un circuito de estrategias para conseguir el saber.

2.3.3 TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA DE Y. CHEVALLARD

En el campo de la enseñanza de las matemáticas, Chevallard (1991, p 214) establece que "Los procesos transpositivos son el resorte esencial de la vida de conocimientos, su difusión y su funcionamiento correcto" (Marandino, 2004).

Para Chevallard, "un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre (...) un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El "trabajo" que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica" (Chevallard, 1991, p. 45). Es decir, la responsabilidad del profesor es transformar el saber sabio (o sea el saber científico o artístico) en un saber enseñado, con el fin de que los estudiantes puedan comprender ese lenguaje y puedan apropiarse de este conocimiento (Grisales-Fuentes & González-Agudelo, 2009).

Según Chevallard, el saber que se va a enseñar es el "saber inicialmente designado como el que debe ser enseñado" (Chevallard, 1991, p. 17), el cual al momento de enseñarse sufre un conjunto de cambios didácticos para hacerlo apto para ser enseñado. El saber tal como es enseñado corresponde al saber enseñado (Chevallard, 1991, p. 16) y es, por necesidad, distinto del saber sabio y del saber que se ha de enseñar.

Como plantea (Marandino, 2004), según Chevallard (1991), en su libro *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*, asume que la educación del elemento particular del conocimiento sólo es posible si este elemento se someten a ciertas "distorsiones" que es capaz de enseñar. A este respecto, indica los elementos que caracterizan la operación de la enseñanza basada en el concepto de *transposición didáctica*, y el conocimiento impartido asume procesos:

- Descontemporización: conocimiento enseñado está exiliado de su casa y separado de su producción histórica en la esfera del conocimiento sabio.

- Naturalización: el conocimiento ha enseñado el poder indiscutible de "cosas naturales" en el sentido de una naturaleza particular, en la que la escuela ahora espera su jurisdicción.

- Descontextualización: hay algo invariante (significativo) y algo variable en el elemento del conocimiento racional que corresponde al elemento del conocimiento enseñado y, en consecuencia, debe ser llevado a cabo a través de una descontextualización de significativo, seguido de una recontextualización en una dirección diferente (hasta el momento, es un proceso común y fácil de ser identificado). Sin embargo, en el proceso, hay algo que queda descontextualizado, ya que no se identifica con el texto de los conocimientos, a los problemas de red y los problemas en los que el elemento descontextualizado encontraba originalmente, cambiando así su empleo, es decir, su significado original.

- Despersonalización: conocimiento considerado en *statu nascendi* está vinculado a su productor y se encarna en él. Para ser compartido en el gimnasio, hay un cierto grado de despersonalización común del proceso social de producción de conocimiento que se requiere para su publicidad. Sin embargo, este proceso es mucho más completa a la hora de enseñar, para cumplir una función de reproducción y representación del conocimiento sin estar sujetos a los mismos requisitos de productividad.

Es así como se (Chevallard, 1998) define el proceso de transposición didáctica como sigue:

1. Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar.
2. Los contenidos de saberes designados como aquellos a enseñar (explícitamente: en los programas; implícitamente: por la tradición, evolutiva,

de la interpretación de los programas), en general preexisten al movimiento que los designa como tales. Sin embargo, algunas veces son verdaderas creaciones didácticas, suscitadas por las “necesidades de la enseñanza”.

3. Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber en un objeto de enseñanza, es denominado transposición didáctica.

4. La transformación de un contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber puede denominarse más apropiadamente “transposición didáctica stricto sensu”. Pero el estudio científico del proceso de transposición didáctica (que es una dimensión fundamental de la didáctica de las matemáticas) supone tener en cuenta la transposición didáctica sensu lato, representada por el esquema:

objeto de saber → objeto a enseñar → objeto de enseñanza

La Transposición Didáctica mueve el saber de una comunidad (científica) a otra (escolar), por lo cual tenemos distintos modos del saber. Dada las diversas transformaciones a las que es sometido el saber, tenemos diversos géneros o modos del saber. En este proceso, el saber ocupa distintos espacios y cumple diferentes funciones. El primer modo del saber corresponde al Saber Sabio. Éste se refiere al saber que es generado por el matemático profesional, el investigador en matemática. Este saber es desarrollado en los centros o institutos de investigación, laboratorios, Universidades, etc. No está necesariamente vinculado con la enseñanza primaria o secundaria. Es un saber especializado; logrado a partir de un conjunto o procedimientos que se llevaron a cabo en algún lugar, espacio y tiempo. El desarrollo del saber científico y de sus posibles resultados tecnológicos depende principalmente del financiamiento de investigaciones del

Estado o bien de otras fuentes del poder económico. El saber científico no puede ser enseñado en la forma como se encuentra redactado en los textos técnicos-científicos y esto constituye un obstáculo a considerar en el proceso de aprendizaje. Por lo cual, es transformado en un Saber a Enseñar, el cual ocupa lugar en los programas de estudio (currículo). Se trata de un saber ligado a una forma didáctica que sirve para presentar el saber al estudiante. Mientras el saber científico se presenta en textos técnicos, el saber a enseñar se limita casi siempre a libros didácticos, programas y otros materiales de apoyo. En el paso del saber científico al saber enseñado, ocurre la creación de un modelo teórico que va más allá de los propios límites del saber matemático. A partir de esta teoría surgen los materiales de apoyo pedagógico, es decir, existe la predominancia de una teoría didáctica cuya finalidad se orienta hacia el trabajo del docente.

Finalmente, este Saber a Enseñar, por la mediación de instituciones y personas, se convierte después en el Saber Enseñado. Así, el proceso de enseñanza resulta finalmente en el verdadero objeto del saber enseñado, esto es, aquél saber registrado en el plano de aula del docente, que no coincide necesariamente con la intención prevista en los objetivos programados al nivel del saber a enseñar. Este saber está ubicado en los Sistemas Didácticos, los cuales, corresponden propiamente a la relación ternaria: profesor-estudiante-saber. (Campos & Edison, 2013)

2.1.4 APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

2.1.4.1 EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA SEGÚN EL CURRÍCULUM NACIONAL

En Chile, la actual normativa de educación establecida en el Marco Curricular Nacional señala como unos de los propósitos formativos de la Educación Matemática el enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo en todos los estudiantes, sean cuales sean sus opciones de vida y de estudios al final de la experiencia escolar, siendo posible alcanzar cada una de estas intenciones mediante la resolución de problemas, formulación de conjeturas, verificando la validez de los procedimientos y relacionando nociones matemáticas con la vida cotidiana. Desde esta perspectiva resulta fundamental, a la hora de enseñar matemáticas, que el proceso de aprendizaje involucre aspectos tales como: observar, razonar, elaborar hipótesis, experimentar y predecir sucesos. En este caso, este currículum enfatiza los aspectos formativos y funcionales de la matemática, considerando que el aprendizaje de la matemática debe buscar consolidar, sistematizar y ampliar las nociones y prácticas matemáticas que alumnos y alumnas poseen, como resultado de su interacción con el medio y lo realizado en los niveles que lo precedan.

Consecuentemente, se busca promover el desarrollo de formas de pensamiento y de acción que posibiliten a los estudiantes procesar información proveniente de la realidad y así profundizar su comprensión acerca de ella, la generación de actitudes positivas hacia el aprendizaje de la matemática, adquirir herramientas que les permitan reconocer, plantear y resolver problemas y desarrollar la confianza y seguridad en sí mismos, al tomar conciencia de sus capacidades, intuiciones y creatividad.

Con el propósito de llevar a cabo cada uno de los objetivos planteados anteriormente, y lograr que cada uno de los alumnos y alumnas de nuestro país

consiga aprender matemática, el actual Marco Curricular Nacional ha establecido un división de los aprendizajes y el conocimiento matemático que los estudiantes deben aprender durante su proceso de escolarización, conformando así los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios del sector, los cuales, han sido organizados de acuerdo con una progresión ordenada, en cuatro ejes que articulan la experiencia formativa de alumnas y alumnos a lo largo de los años escolares. Esta división comienza con la presentación de cuatro ejes fundamentales, tales como (Ministerio de Educación, 2009):

- a) **Números:** Este eje constituye el centro del currículo matemático para la enseñanza básica y media. Incluye los aprendizajes referidos a la cantidad y el número, las operaciones aritméticas, los diferentes sistemas numéricos, sus propiedades y los problemas provenientes de la vida cotidiana, de otras disciplinas
- b) **Álgebra:** Este eje introduce el uso de símbolos para representar y operar con cantidades. Se inicia en quinto grado, mediante la expresión de relaciones generales y abstractas de la aritmética y la medición, que son parte de los aprendizajes de este nivel y anteriores. “El orden de los factores no altera el producto”, “qué número sumado con 3 tiene como resultado 9”, son situaciones que permiten poner en contacto con el lenguaje algebraico a cada estudiante desde los primeros niveles del currículo escolar. El álgebra provee de un lenguaje a la matemática, por ende, contribuye a, y se nutre del desarrollo de los ejes de números, geometría y datos y azar. Este eje introduce también el concepto de función y el estudio de algunas de ellas en particular.
- c) **Geometría:** Este eje se orienta, inicialmente, al desarrollo de la imaginación espacial, al conocimiento de objetos geométricos básicos y algunas de sus propiedades. En particular propone relacionar formas geométricas en dos y tres dimensiones, la construcción de figuras y de

transformaciones de figuras. Se introduce la noción de medición en figuras planas. Progresivamente se introduce el concepto de demostración y se amplía la base epistemológica de la geometría, mediante las transformaciones rígidas en el plano, los vectores y la geometría cartesiana. De este modo se dan diferentes enfoques para el tratamiento de problemas en los que interviene la forma, el tamaño y la posición. El eje se relaciona con el de números, a partir de la medición y la representación, en el plano cartesiano, de puntos y figuras; con el de álgebra y datos y azar, la relación se establece mediante el uso de fórmulas y luego la representación gráfica de funciones y de distribución de datos.

- d) Datos y Azar: Este eje introduce el tratamiento de datos y modelos para el razonamiento en situaciones de incerteza. El tratamiento de datos estadísticos se inicia en primero básico y el azar a partir de quinto. Incluye los conocimientos y las capacidades para recolectar, organizar, representar y analizar datos. Provee de modelos para realizar inferencias a partir de información muestral en variados contextos, además del estudio e interpretación de situaciones en las que interviene el azar. Desde la Educación Básica se propone desarrollar habilidades de lectura, análisis crítico e interpretación de información presentada en tablas y gráficos. Por otra parte, se promueve la habilidad para recolectar, organizar, extraer conclusiones y presentar información. Son también temas de estudio algunos conceptos básicos que permiten analizar y describir procesos aleatorios, así como cuantificar la probabilidad de ocurrencia de eventos equiprobables. En Educación Media, el estudio de Datos y Azar se propone desarrollar conceptos y técnicas propias de la estadística y la teoría de probabilidades que permitan realizar inferencias a partir de información de naturaleza estadística y distinguir entre los fenómenos aleatorios y los deterministas.

Es por esto que la matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. En el caso del eje de álgebra, muchas veces puede ser visto como un campo conceptual abstracto, fuera de contexto y de aplicabilidad inmediata, presentándose serias deficiencias en la destreza de traducir del lenguaje habitual al lenguaje algebraico y viceversa (Erazo & Ospina, 2013).

Por ello, se ha realizado esta división transversal en los cuatro ejes presentados anteriormente, en donde, los conocimientos de cada uno de estos ejes concurren a experiencias de aprendizaje.

La organización en ejes obedece a una necesidad de diseño y de organización de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, en pos de organizar el aprendizaje en torno a problemas, desafíos, modelamiento de situaciones o proposición y exploración de relaciones.

En este caso, la formación matemática debe enfatizar el desarrollo del pensamiento creativo y crítico para la formulación de conjeturas, exploración de caminos alternativos de solución y discusión de la validez de las conclusiones, con lo que se busca, definir objetivos y proponer contenidos que apelen a las bases del razonamiento matemático, en particular a la resolución de problemas, incluyendo el desarrollo de habilidades tales como la búsqueda y comparación de caminos de solución, análisis de los datos y de las soluciones, anticipación y estimación de resultados, búsqueda de regularidades y patrones, formulación de conjeturas, formulación de argumentos y diversas formas de verificar la validez de una conjetura o un procedimiento, el modelamiento de situaciones o fenómenos, para nombrar competencias centrales del razonamiento matemático.

De este modo, la matemática puede ser tratada con una perspectiva más amplia y realista, en una modalidad cercana a las habilidades que se alcanzan con

el uso de las tecnologías de la información, siendo necesario que el proceso de aprendizaje tenga una base en contextos significativos y accesibles para los niños, niñas y jóvenes, favoreciendo la comprensión por sobre el aprendizaje de reglas y mecanismos sin sentido.

En el contexto de nuestra investigación, es indispensable tener en consideración los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de los contenidos anteriores al aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado, para de esta forma contemplar todos los conocimientos previos que los estudiantes deben poseer al momento de abordar un nuevo conocimiento, el cual tendrá estrecha relación con estos. De esta manera, se debe enfocar la mirada hacia el aprendizaje del Álgebra, específicamente a la cursada en 1° Año de Enseñanza Media. Dentro de este eje, dadas las características presentadas anteriormente sobre él, se distinguen los siguientes Objetivos Fundamentales (Ministerio de Educación, 2009):

- a) Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias utilizando diversas estrategias y utilizar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas.
- b) Identificar regularidades en la realización de transformaciones isométricas en el plano cartesiano, formular y verificar conjeturas respecto de los efectos de la aplicación de estas transformaciones sobre figuras geométricas.
- c) Comprender los conceptos y propiedades de la composición de funciones y utilizarlos para resolver problemas relacionados con las transformaciones isométricas.

- d) Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables, diferenciar entre verificación y demostración de propiedades y analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos, para fundamentar opiniones y tomar decisiones.

Respecto a los Contenidos Mínimos Obligatorios que se presentan en el eje de Álgebra se pueden encontrar los mencionados a continuación:

- a) Establecimiento de estrategias para transformar expresiones algebraicas no fraccionarias en otras equivalentes, mediante el uso de productos notables y factorizaciones.
- b) Resolución de problemas cuyo modelamiento involucre ecuaciones literales de primer grado.
- c) Análisis de las distintas representaciones de la función lineal (Mediante expresiones algebraicas, tablas y gráficos), su aplicación en la resolución de diversas situaciones problema y su relación con la proporcionalidad directa.
- d) Estudio de la composición de funciones, análisis de sus propiedades y aplicación a las transformaciones isométricas.
- e) Uso de un software gráfico en la interpretación de la función afín; análisis de las situaciones que modela y estudio de las variaciones que se producen por la modificación de sus parámetros (Pendiente e intercepto con el eje Y).

Cada uno de estos Contenidos Mínimos Obligatorios es un prerrequisito para el aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado.

2.1.4.2 APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES DE PRIMER GRADO

El aprendizaje de las matemáticas ha constituido, a lo largo de la historia uno de los fundamentos más importantes y relevantes en el surgimiento y desarrollo de la sociedad. Desde la conformación de las primeras civilizaciones tales como India, Mesopotámica, Egipcia, China y Griega las matemáticas han estado presentes, forjando la base y el sustento de éstas, conectándose y evolucionando junto a las necesidades que estas mismas presentaron en su desarrollo en el tiempo. Esta importancia es resaltada en la resolución de problemas de la vida cotidiana que presentaron estas civilizaciones, en donde esta rama del conocimiento jugó un papel fundamental. Las matemáticas no solo constituían la vida económica de estas formas de vida, sino que marcaron un precedente y legado cultural, social y artístico que es reconocido hasta nuestros días (Arias & Breccia, 2010).

Dada la relevancia e importancia que las matemáticas ofrecen para el surgimiento de la sociedad es que se ha puesto gran énfasis en el cómo transmitir este conocimiento de generación en generación, a fin de superar obstáculos de la vida cotidiana a través de esta ciencia, que, además crece y avanza en la medida que los seres humanos evolucionan y cambian.

Dentro de la matemática, es común el trato de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado, como uno de los contenidos matemáticos más complejos a los cuales se exponen los alumnos que comienzan el eje de álgebra, en 1° Año de Enseñanza Media.

El aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado, en el proceso escolar, se ha basado netamente en un aprendizaje mecánico, regido por reglas y símbolos que carecen de significado y sin referentes concretos para los alumnos (Arias & Breccia, 2010).

Sin embargo, para que haya aprendizaje, el alumno necesita comprender enunciados, reconocer objetivos y eventos presentes, recordar lo que sabe,

abstraer, hacerse un plan, utilizar procedimientos, operar, encontrar un resultado y contrastarlo. Para esto es necesario que el concepto de ecuación reciba un sentido de aplicación en diversos contextos, como una herramienta que permite obtener valores desconocidos.

Es por esto que, entendiendo el nivel de abstracción de este contenido matemático y comprendiendo una ecuación de primer grado como una igualdad en la que hay un dato desconocido, denominado incógnita, cuyo valor está determinado o relacionado a través de operaciones aritméticas y que la dicha incógnita posee exponente uno, es importante reconocer y observar las dificultades y los conocimientos previos que los alumnos presentan al momento de trabajar con ecuaciones de este tipo.

Algunas de las dificultades frecuentes observadas en los alumnos al momento de resolver Ecuaciones Lineales de Primer Grado son:

- a) No separar la ecuación en términos semejantes.
- b) No respetar la jerarquía de las operaciones para resolver la ecuación, omitiendo la regla del Papomudas (Paréntesis, potencias, multiplicación, división, adición (suma) y sustracción (resta)).
- c) No conocer o manejar apropiadamente las propiedades de las operaciones en el conjunto de los números Enteros.
- d) Sumar términos que no son semejantes.
- e) No comprobar la solución obtenida, ya sea en la ecuación propiamente tal o en el contexto del problema.

Sin embargo, estas dificultades en el abordaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado pueden ser satisfechas y mejoradas en el tiempo, dependiendo del refuerzo y el trabajo constante con ellas, aplicadas en un contexto real y de significancia para los estudiantes. De igual manera, y aludiendo a lo mencionado

anteriormente, se hace necesario poder cumplir con cuatro dimensiones, las cuales permitirán desarrollar un trabajo óptimo y significativo en cada alumno que aprende Ecuaciones Lineales de Primer Grado (Arias & Breccia, 2010).

- 1) Dimensión de Contenidos: En esta dimensión se deben destacar dos aspectos importantes para el aprendizaje de este contenido matemático, contenidos previos y contenidos a desarrollar:
 - Contenidos previos: Corresponden a los prerequisites para la construcción del concepto de ecuaciones lineales de primer grado, como por ejemplo, el trabajo con ecuaciones sencillas con números naturales; suma, resta, multiplicación, división, potencia y radicación enfocados a los números enteros; el manejo de propiedades de las cuatro operaciones aritméticas: conmutativa, asociativa, elemento neutro, cancelación y distributividad de la multiplicación y de la división respecto a la suma y a la resta. Por otra parte, el manejo de un lenguaje simbólico y pictórico, que le permita al alumno que está aprendiendo representar ecuaciones Lineales de Primer Grado en diversos contextos, como a su vez, manejar aspectos geométricos para dichas representaciones tales como: segmento, semirrecta y ángulos.
 - Contenidos a Desarrollar: Corresponden a los aspectos que se potenciarán mediante el trabajo de resolución de ecuaciones lineales de primer grado, tales como: Expresiones algebraicas, identidades, términos semejantes, ecuaciones equivalentes, solución de una ecuación en el conjunto de los números enteros y verificación y constatación de resultados.
- 2) Dimensión de la metodología a través del tiempo: En esta dimensión se rescata el trabajo y abordaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado utilizando un contraste en el tiempo, utilizando material como

libros que hablen sobre esta rama de la matemática en diferentes décadas y lugares, con la finalidad de que el alumno se familiarice con el aprendizaje de este contenido, destacando la importancia de este a través del tiempo y la cultura en su diversidad.

- 3) Dimensión de Propósito: Mediante esta dimensión se pretende dar a conocer el cómo las ecuaciones nacen del modelamiento de situaciones que pueden reflejar el comportamiento de fenómenos físicos o problemas que son factibles de encontrar en la vida diaria, como por ejemplo, en la naturaleza, el área contable, en la física moderna, en las escalas de temperaturas, entre otras.
- 4) Dimensión Comunicativa: A través de esta, se pretende que los estudiantes conciban la matemática y en especial las Ecuaciones Lineales de Primer Grado como una forma de comunicar, que permita representar la información de la vida real a lenguaje matemático y viceversa.

2.2 MODELO TRADICIONAL DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

2.2.1 ENFOQUES CURRICULARES

2.2.1.1 RACIONALISMO ACADÉMICO

2.2.1.1.1 CARACTERÍSTICAS DEL RACIONALISMO ACADÉMICO

La llamada Pedagogía Tradicional, es aquella que formula conseguir el aprendizaje a través de la transmisión de informaciones. Es así como, basándose en tal corriente, es que se define al Diseño basado en los Contenidos como el denominado Racionalismo Académico, por Eisner (1979). Este diseño se sostiene en la creencia de que aquello que hace al ser humano único y distintivo "es su intelecto" (O. y H., p. 243), la búsqueda y logro del conocimiento son el fin natural del intelecto (Silva, 2000).

2.2.1.1.2 ESTRUCTURA DEL ENFOQUE

Tal como lo plantea Manuel Silva, la estructura que adquiere el diseño curricular conocido como el Racionalismo Académico, entendido como una articulación sistémica de las finalidades educativas, se sostiene en cuatro componentes o elementos sustantivos (Silva, 2000):

- a) **Objetivos:** Finalidad que se desea alcanzar a través del trabajo o actividad educativa al final del proceso.

- b) **Contenidos:** Lo que se debe aprender o adquirir, mediante objetivos de trabajo.

- c) **Organización:** Disposición y colaboración frente a la entrega y a la adquisición de conocimientos.

- d) **Evaluación:** Emitir un juicio respecto al cumplimiento de objetivos, valorando cuantitativamente cuanto se sabe.

2.2.1.1.3 ROL DEL DOCENTE

Según (Vendruscolo & Manzoli, 1996) en este enfoque, el plan de estudios se ve como contenido organizado y transmitido a los alumnos, siendo el profesor un elemento de la comunicación y la transmisión. Este modelo se caracteriza por considerar a la escuela como un lugar de apropiación del conocimiento a través de la transmisión de contenidos, con el énfasis en la intervención del maestro. En el Racionalismo Académico los materiales son un método lógico y eficaz para organizar nuevos conocimientos. El método de conferencia se utiliza como la principal actividad docente en la transmisión de conceptos y la información; el profesor tiene el control de la toma de decisiones de la actividad educativa, mientras que el estudiante es un ser pasivo en el proceso.

Es por esto que, según este enfoque, la función de la escuela es la de difundir la instrucción, objetivo que será llevado a cabo organizándose como una agencia centrada en el profesor, la que transmite, una mera acumulación de contenidos a los alumnos.

Por lo tanto, los rasgos más notables del Modelo Tradicional según (Posso, 2009) pueden resumirse en una escasa autonomía de las escuelas para poder innovar, además de un agrupamiento rígido y único de alumnos de cada curso, considerando también la implementación de un programa idéntico para todos los educandos de cada nivel.

2.2.1.1.4 MODELO DOCENTE TEORICISTA EN EL RACIONALISMO ACADÉMICO Y SU RELACIÓN CON EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

Dada las características que presenta este diseño curricular, es posible identificar dentro de éste, el Modelo Docente Teoricista.

Denominaremos Modelos docentes Teoricistas (Gascón J. , 2004) a los que se sustentan en una concepción del saber matemático que pone el acento en los conocimientos acabados y cristalizados en “teorías”, al tiempo que se sitúa entre paréntesis la actividad matemática y solo toma en consideración el fruto final de esta actividad, menospreciando el dominio que el estudiante puede tener dentro del proceso de aprendizaje.

Cuando en un sistema de enseñanza predomina el Teoricismo, se da una gran preeminencia al momento en el que los alumnos se encuentran por primera vez con los objetivos matemáticos que le presenta el profesor, lo que llamamos “momento del primer encuentro”(Chevallard, Bosch y Gascón, 1997) y que se ha identificado cuando el profesor presenta a los alumnos un cuerpo de conocimientos cristalizados en una teoría, lo que se justifica en que enseñar y aprender matemáticas es enseñar y aprender teorías. Es así como se genera un vacío en el contenido de enseñanza, en donde el alumno no muestra ningún avance en el aprendizaje al final del proceso didáctico (Gascón J. , 2004).

En este caso, las matemáticas se deducen por canales deductivos a partir de un conjunto de axiomas triviales verdaderos en que sólo figuran términos perfectamente conocidos y dado que enseñar matemáticas es mostrar estas teorías, resulta que la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debería ser también y proceso trivial.

En cuanto a la resolución de problemas, hay que decir que en el Teoricismo es considerada como una actividad secundaria dentro del proceso didáctico global y, en todo caso, como auxiliar en el aprendizaje de las teorías.

Es así como el Teoricismo ignora las tareas dirigidas a elaborar estrategias de resolución de problemas complejos y, por tanto, cuando aparece un problema que no puede resolverse a través de la aplicación inmediata de un teorema, entonces el Teoricismo trivializa los problemas mediante la descomposición en ejercicios rutinarios, lo que comporta no sólo la eliminación de la dificultad principal del problema sino, incluso, se desaparece (Gascón, 1989, p. 3) (Gascón J. , 2004).

Por ende, el Teoricismo ignora absolutamente los procesos de la actividad matemática como tal y, en consecuencia, no concede ninguna importancia, epistemológica ni didáctica, a la génesis y el desarrollo de los conocimientos matemáticos.

2.2.1.1.5 ROL DEL ALUMNO

El Esquema Tradicional de Enseñanza que se utiliza habitualmente en el Sistema Educativo de nuestro país no da lugar a que los estudiantes interactúen de manera dinámica con los conocimientos matemáticos que se les entregan, debido a que es el docente quien especifica cómo se deben llevar a cabo las prácticas educativas dentro del aula, restando mérito al trabajo que el alumno puede realizar por sí mismo en pos de su propio conocimiento, ya que desde esta perspectiva de enseñanza la concepción del conocimiento matemático pone acento en los conocimientos teóricos, con lo cual se genera una trivialización de los problemas matemáticos mediante la descomposición de ejercicios rutinarios sin sentido, al no ser aplicados a un contexto social, ignorando así por completo las tareas de elaboración de estrategias de resolución de problemas, convirtiendo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en un trabajo de técnicas, mediante la utilización de algoritmos, siendo una concepción conductista ingenua del proceso didáctico (Ministerio de Educación, 2009).

2.2.1.1.6 TIPOS DE EVALUACIÓN

Por otra parte, la forma de verificar si el alumno ha logrado la adquisición de conocimientos, es la evaluación, la cual se lleva a cabo a través de pruebas y exámenes destinados a la reproducción del contenido de la declaración (Vendruscolo & Manzolli, 1996).

Para el Racionalismo Académico los contenidos curriculares están constituidos por las normas y las informaciones socialmente aceptadas. El aprendizaje tiene carácter acumulativo, sucesivo y continuo, por ello el conocimiento debe secuenciarse instruccional o cronológicamente. Las metodologías que emplean no estimulan la participación del niño en el proceso de aprendizaje, por el contrario, están basadas en el autoritarismo y la mera reiteración de contenidos irrelevantes. La finalidad de la evaluación será la de determinar (con una nota cuantitativa) hasta qué punto han quedado impresos los conocimientos transmitidos. En el modelo tradicional es fundamental el papel de la memoria en el aprendizaje (Posso, 2009).

Considerando este enfoque es que se pueden distinguir la presencia de reconocimientos en establecimientos de acuerdo a sus puntajes obtenidos en Pruebas estandarizadas tales como SIMCE o PSU, no centrándose en las dificultades, ni esfuerzos surcados por los estudiantes, sino que solamente fijándose en resultados obtenidos.

2.2.1.2 CURRÍCULUM TECNOLÓGICO

2.2.1.2.1 CARACTERÍSTICAS DEL CURRÍCULUM TECNOLÓGICO

Otro de los enfoques curriculares es aquel que se destaca por comprender a la educación como un proceso de transmisión cultural, donde el desarrollo del aprendizaje es a partir de experiencias curriculares planificadas, dirigidas a la consecución de los objetivos o el comportamiento final.

Este modelo empieza a configurarse en la década del cincuenta en Estados Unidos, cuando su sistema educativo se desestabiliza debido al descontento nacional producido por el lanzamiento del SPUTNIK I por los rusos, hecho que fue considerado como una amenaza a la seguridad nacional y era urgente que compitiese tecnológicamente con la Unión Soviética y la superase. Por consiguiente, para bien de la seguridad nacional y en nombre del patriotismo había que elevar el nivel de enseñanza. La reacción no se hizo esperar y como propuesta de reforma, se recomendó introducir en la enseñanza unos procedimientos directivos, copiados de la gestión empresarial, que impusieron disciplina y trabajo al alumno, asegurando así su productividad académica. (Posso, 2009).

2.2.1.2.2 ROL DEL DOCENTE

Considerando tal situación es que surge este modelo que se centra en la organización racional de los medios, donde, para cumplir con los objetivos planteados, el profesor y el alumno acogen un papel secundario, adquiriendo roles que serán llevados a cabo según la planificación, coordinación y control de “especialistas”.

Es así como a diferencia del Modelo Racionalista Académico el proceso ya no está centrado en el profesor, sino que plenamente en la organización y planificación de contenidos.

2.2.1.2.3 MODELO DOCENTE TECNICISTA EN EL CURRÍCULUM TECNOLÓGICO Y SU RELACIÓN CON EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

Dentro de este modelo, es posible encontrar el Modelo Docente Tecnicista. El Tecnicismo, como Modelo Docente enfatiza los aspectos más rudimentarios del momento del trabajo de la técnica (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). La defensa que hace el Tecnicismo del dominio de las técnicas es ingenua y está poco fundamentada; de hecho, corre el peligro en una apología del dominio de las técnicas, especialmente de las algorítmicas, que son las más visibles, hasta el punto de tomarlas como objeto último del proceso didáctico. Este extremismo conduce directamente a un “operacionismo” estéril (Gascón, 1994).

El Modelo Docente Tecnicista identifica implícitamente “enseñar y aprender matemáticas” con “enseñar y aprender técnicas algorítmicas”, por lo cual constituye otra forma extrema de trivializar el proceso de enseñanza de las matemáticas. Dado el énfasis tan exclusivo que pone en las técnicas, el tecnicismo tiende a olvidar los auténticos problemas, esos cuya dificultad principal consiste en escoger las técnicas adecuadas para construir una estrategia de resolución.

Dentro del Tecnicismo se parte de ciertas técnicas algorítmicas y se proponen únicamente aquellos ejercicios que sirven como entrenamiento para llegar a dominarlas, así se excluyen del repertorio de técnicas las estrategias de resolución complejas y no algorítmicas.

Fijación tan fuerte en las técnicas elementales que impide tomar en consideración problemas matemáticos no rutinarios.

Es así como este modelo comparte una concepción psicologista ingenua del proceso didáctico, basada en el Conductismo. El proceso de enseñanza como algo mecánico y trivial, totalmente controlable por el profesor.

Para este modelo, la actividad de resolución de problemas trata de ejercicios mecanizados, aislados y descontextualizado.

Desde esta perspectiva, las estrategias de cómo transmitir el conocimiento matemático se reflejan en concebir habilidades comunicativas, argumentativas, de modelación y resolución de problemas, siendo aplicadas a un contexto real.

2.2.1.2.4 ROL DEL ALUMNO

El Currículum Tecnológico, tal como se ha mencionado anteriormente, deja en segundo plano el rol del docente como el del alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje, destacándose primordialmente la actividad de planificar y el cumplimiento de objetivos dentro de este proceso. Es así como el acento que se le da al alumno dentro de este enfoque es el receptor pasivo, al igual que en el Racionalismo Académico, en donde el profesor es siempre quien educa y el alumno el educado (Jadue, 1997), limitando la motivación, creatividad y la oportunidad de ser parte de un aprendizaje activo.

Es importante resaltar que, aunque este modelo presenta una tendencia a destacar la importancia de la planificación como uno de los factores más destacables del proceso educativo, dentro del aula el maestro es el encargado de guiar los mecanismos de enseñanza-aprendizaje, mediante técnicas y ejercicios rutinarios y descontextualizados.

2.2.1.2.5 TIPOS DE EVALUACIÓN

Dentro del Currículum Tecnológico la manera de medir los conocimientos de los estudiantes es mediante instrumentos que se destinan a supervisar el avance que el alumno ha alcanzado, en relación directa de lo que el maestro ha estipulado en sus planificaciones del contenido a enseñar. En este aspecto, es posible encontrar variados instrumentos de evaluación dependiendo del tipo de ésta:

- a) Según la intencionalidad: En este caso se encuentran tres tipos de evaluaciones.
 1. Diagnóstica: Se enfoca en evaluar cuánto sabe el alumno respecto a un Aprendizaje Esperado.
 2. Formativa: Evalúa el desarrollo de la clase, verificando cuanto han aprendido y lo que les falta por aprender.
 3. Sumativa: Evaluación destinada a calificar.

- b) Según el Agente Evaluador:
 1. Externa: Ajeno al agente escolar, como por ejemplo el SIMCE y PISSA.
 2. Interna: Correspondiente al centro escolar, tales como autoevaluación, hetero-evaluación y co-evaluación.

- c) Según el momento:
 1. Inicial: Verificar cuanto recuerda de lo visto anteriormente en clases.
 2. Procesual: Evaluar cuanto ha adquirido durante el proceso de la clase.
 3. Final: Corroborar cuanto a aprendido al final de la clase, verificando el cumplimiento del objetivo de ésta.
 4. Deferida: Evaluar conocimientos fuera del salón de clases.

2.3 MÉTODO SINGAPUR

2.3.1 ORIGEN

2.3.1.1 YEAP BAN HAR

Yeap Ban Har, el principal fundador mundial de profesores de matemática, director del Marshall Cavendish Institute y articulador del denominado Método Singapur, quien, en conjunto con el Ministerio de Educación han dado la oportunidad de aplicar esta exitosa metodología en treientos establecimientos educacionales de nuestro país, en alumnos de 1° y 2° Año Básico desde el 2011 (Rodríguez S. , 2011).

Como toda su generación, Ban Har se educó con la fórmula tradicional de las matemáticas. Sólo cuando estudió para ser profesor aprendió el Método Singapur, el mismo que ha sido exportado a cuarenta y nueve países, entre ellos Estados Unidos, Inglaterra, Holanda, Perú, El Salvador, Paraguay, Brasil, Chile y varios del Sudeste Asiático (Sanhueza, 2011).

El autor ha puesto gran fuerte énfasis en la visualización de los problemas matemáticos mediante el uso de diagramas, el empleo de rutinas familiares al entorno del estudiante y la práctica intencionada de esquivar a la memorización para el aprendizaje de fórmulas.

En este sentido, el Doctor Yeap Ban Har explica que los ejercicios matemáticos constan de cuatro partes: entender el problema, saber qué hacer con él, resolverlo y repasar lo hecho, a fin de promover un sistema educativo similar al utilizado en Singapur, quienes han mantenido los primeros lugares de exámenes tan prestigiosos como PISA y TIMSS (Biblioteca del Congreso Nacional, 2008).

Hoy en día, el Dr. Ban Har es académico en el Instituto Nacional de Educación de la Universidad Tecnológica de Singapur, donde imparte educación matemática. Ban Har ha sido profesor y jefe de departamento de matemática en educación básica y media de distintos colegios de Singapur. También enseña a alumnos de magíster y doctorados en el área de resolución de problemas y

numeración temprana. Ha sido investigador por dos años del Centro de Pedagogía y Práctica de Singapur.

Actualmente, es el investigador principal de un proyecto del Ministerio de Educación de Singapur con 11 colegios, el que está focalizado en la resolución de problemas con palabras que requieren consideraciones de contexto en los niños. Sus otras áreas de investigación incluyen resolución de problemas matemáticos, planteamiento de problemas y el rol de los textos de estudio en distintos países.

2.3.1.2 MINISTERIO DE SINGAPUR

Desde el año 1992, Singapur cambió la enseñanza de la matemática en sus aulas, con la convicción de que era necesario, independientemente de las habilidades de cada estudiante, que todos sus alumnos pudieran aprender. Según las cifras, de acuerdo a los resultados obtenidos en pruebas, más del 40% de sus estudiantes se encuentran dentro de un nivel avanzado. Es por esta razón nuestro país vio la oportunidad de adoptar esta metodología para la enseñanza de la matemática, como una herramienta útil a la hora de aprender. En este sentido, lo que se pretende es promover una mirada hacia la heurística en las matemáticas. Tal como lo expone el Método Singapur para el Aprendizaje Matemático (Rodríguez S. , 2011), el cuál ha sido tratado en Singapur con éxito, el que ha generado la necesidad de modificar sus Planes y Programas Académicos.

El método, como explica Ban Har, tiene cinco elementos base, los cuales deben ser incorporados en el Currículum, en los que siempre el centro será la resolución de problemas: (Sanhueza, 2011).

- a) Habilidades: Cálculo numérico, manipulación algebraica, visualización espacial, análisis de datos, medición, uso de herramientas matemáticas y estimación.
- b) Actitudes: Creencias, intereses, comprensión, confianza y perseverancia.
- c) Procesos de razonamiento: Comunicación, conexiones analíticas y heurísticas, aplicación y modelamiento.
- d) Metacognición: Monitoreo del propio conocimiento, en función de una autorregulación del aprendizaje, las herramientas para abordarlos.
- e) Conceptos: Numéricos, algebraicos, geométricos, estadísticos, probabilísticos y analíticos.

Tal como lo plantea el Ministerio de Singapur, las matemáticas son un excelente motor para desarrollar y mejorar las habilidades intelectuales de una persona, respecto al razonamiento lógico, la visualización espacial, el análisis y el pensamiento abstracto.

2.3.2 CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO

2.3.2.1 CARACTERÍSTICAS DIDÁCTICAS

Una de las características que presenta el Método Singapur para su éxito en Matemática es el agrupar un compendio de las teorías metodológicas británicas más exitosas. El resultado de esta recolección, un método que se enfoca en la resolución de problemas en vez de la memoria y que obliga a los estudiantes a visualizar, pensar y razonar antes de ejecutar una operación numérica.

"Antiguamente, con la manera tradicional, aprender las matemáticas era mucho de memoria y procedimientos, mientras que el Método Singapur facilita su aprendizaje a través de la visualización, generalización y el sentido del número. Es decir, si antes se focalizaba en el cálculo matemático, ahora es en la resolución de problemas y el pensamiento adecuado", dice Ban Har (Sanhueza, 2011).

Sin embargo, a través del Método Singapur, se ha pretendido llevar el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática más allá del trabajo memorístico y mecanizado, abordando la matemática como un conjunto de conceptos aplicables a la cotidianidad, o sea, hacia la heurística de esta ciencia. Es así como, la principal característica didáctica de este método es trabajar la matemática en clases, con elementos bases, considerando tres fases que son claves: una concreta, una pictórica y una abstracta.

Estas tres claves que el Doctor Yeap Ban Har entregó en el Seminario "Las claves del éxito en Singapur en las enseñanzas de las matemáticas" en la Universidad del Pacífico, las cuales, han trascendido en la búsqueda de una nueva estrategia metodológica para enseñar matemática, como lo es el conocido Método Singapur para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en diversos contextos.

Según el profesional, las claves del aprendizaje están en el método y no en una condición inherente a la persona. "No creemos en eso de ser malo para las

matemáticas. Lo que hay que tener en muy en claro es dónde poner el énfasis y es ahí en que creemos que lo hacemos bien porque trabajamos en la visualización de los problemas y en incentivar que los alumnos los resuelvan viéndolos y porque no decirlo, tocando los ejercicios”, explica (Biblioteca del Congreso Nacional, 2008).

2.3.3 EVALUACIÓN PROGRESIVA

Actualmente en nuestro sistema educacional nacional es posible identificar diversos instrumentos de evaluación, los cuales están destinados a realizar un juicio en torno a si, al final del proceso, el alumno aprendió o no. Por lo tanto, la evaluación está destinada facilitar y mejorar el aprendizaje, comprobando si se han alcanzado los objetivos de aprendizaje, proporcionando información para la gestión de la calidad en todos los niveles.

En este aspecto, es posible encontrar variados instrumentos de evaluación, sin embargo, en el caso del Método Singapur como metodología de enseñanza-aprendizaje utiliza una Evaluación Progresiva, clase a clase, en donde los instrumentos de evaluación utilizados desean medir el aprendizaje de los estudiantes de forma cualitativa, tales como entrevista, portafolio, rúbrica, registro de documentos y mapas conceptuales.

Según esta metodología, el proceso evaluativo que afronta el Método Singapur se basa en una evaluación progresiva ya que consiste en ir verificando, por parte del profesor, que en cada momento del proceso de enseñanza-aprendizaje el alumno valla adquiriendo conocimiento, involucrando cada una de las fases del Método Singapur. En este sentido, esta metodología puede involucrar instrumentos de evaluación de corte cuantitativo y cualitativo aunque dadas las características estructurales de la metodología en cuestión predominan evaluaciones de tipo cualitativas, como a su vez, en el momento procesual del trabajo, en donde cada alumno experimenta diversos niveles de abstracción, dependiendo de cómo aborde cada una de las fases del método.

En este caso, según Ban Har, lo que garantiza el éxito de esta metodológica es que el método no está orientado a potencian la memorización, ni en procedimientos ni en la aplicación de fórmulas o algoritmos, sino en potenciar el desarrollo del pensamiento lógico matemático, mediante la evaluación del proceso de aprendizaje por parte del docente de forma constante (Biblioteca del

Congreso Nacional, 2008), el cual es responsable de guiar la adquisición del conocimiento corrigiendo aquellas extracciones poco adecuadas que puede realizar el alumno en el quehacer del trabajo a desarrollar.

2.3.4 ESTRUCTURA DEL MÉTODO

2.3.4.1 EL TRABAJO MATEMÁTICO CON MATERIAL CONCRETO

El Método Singapur emplea el enfoque metodológico CPA. Este enfoque consiste en enseñar matemática mediante tres etapas: la primera consiste en el trabajo con material concreto, en donde los estudiantes puedan indagar, descubrir y aplicar conceptos matemáticos en la resolución de problemas. La segunda etapa consiste en el desarrollo del trabajo pictórico, en donde los estudiantes tienen la oportunidad de dibujar e interpretar la información a partir de modelos gráficos o pictóricos, pudiendo representar datos conocidos y desconocidos, crear relaciones que permitan establecer comparaciones que ayudan a visualizar y resolver problemas de la vida real. Y finalmente, la formación del pensamiento abstracto, en donde los estudiantes puedan resolver los problemas utilizando signos y símbolos matemáticos que traducen la experiencia y lo aprendido de forma concreta y pictórica, como por ejemplo algoritmos, secuencias numéricas, progresiones, ecuaciones, entre otras.

En el caso de la primera etapa, el trabajo con material concreto se enfoca a llevar el trabajo matemático mediante la manipulación de elementos materiales. Según el fundador del Método Singapur, es hacer un esfuerzo en los primeros años de enseñanza apuntando al trabajo intelectual de desarrollo despreciando la memorización. “En la enseñanza del kinder y hasta el primer año de básica, hacemos que los alumnos tengan los elementos que les ayuden a visualizar los problemas matemáticos (cubos, dulces, frutas etc); entre segundo y séptimo hacemos que toda la enseñanza se vuelque a la visualización. Todo lo anterior asegura que el desarrollo mental alcance madurez” (Biblioteca del Congreso Nacional, 2008).

2.3.4.2 EL TRABAJO MATEMÁTICO CON REPRESENTACIONES PICTÓRICAS

Otra indicación que el Método Singapur recomienda es evitar la utilización de problemáticas de cálculos mecánicos en la primera parte de la enseñanza básica. “Nosotros permitimos el uso de las calculadoras desde 6to año básico para la resolución de algunos temas de cálculo complejo. No nos interesa ver a un alumno frustrado tratando de sacar una ecuación, queremos que entienda el proceso y sólo así podremos hacerlo a alcanzar las temáticas más abstractas como las que se ven en la enseñanza media y superior”. (Biblioteca del Congreso Nacional, 2008).

Es así como en esta segunda etapa o fase del Método Singapur lo que se espera es que el alumno pueda representar lo que ha adquirido en su formación, utilizando iconos y representaciones pictóricas a fin de que se familiarice con el aprendizaje de nuevos contenidos, por ejemplo, representar una situación planteada mediante dibujos.

2.3.4.3 EL TRABAJO MATEMÁTICO DE FORMA ABSTRACTA

Si bien con el Método Singapur en la primera etapa trata del acercamiento inicial de los niños con los conceptos matemáticos a través del uso de materiales como barras o galletas; en la segunda se utilizan los coloridos dibujos de sus libros para entender los conceptos y problemas matemáticos. Recién en la tercera fase, y una vez que ya están familiarizados, se pasa a la etapa de los números y abstracción. Es en esta tercera fase en la cual se pretende que el alumno sea capaz de realizar abstracción sin la necesidad de la utilización de material concreto ni representaciones o imágenes, si no que el alumno pueda dar respuesta a una situación o problema planteado mediante el uso de la matemática pura. Por ejemplo, previo a aprender de memoria las tablas de multiplicar, los niños conocen el proceso. "Ellos tienen que saber qué están haciendo. Deben saber que las tablas son una agrupación de elementos, una suma reiterada que les va a dar un resultado y no un número mágico" (Sanhueza, 2011).

Por lo cual, en esta etapa se tienen que trabajar con el sentido numérico y saber, por ejemplo, que el 10 es $8+2$. Por eso el método tiene un sistema espiral, donde todo se va viendo varias veces pero con distinta dificultad, a fin de que el alumno sepa que es posible llegar de diversas maneras y métodos a dar respuesta a problemáticas, independizándose así de que el trabajo matemático es estructurado y que existe una fórmula o mecanismo para cada ejercicio o problema.

2.3.5 FINALIDAD U OBJETIVO DEL MÉTODO

2.3.5.1 DESARROLLO ABSTRACTIVO DESDE LO CONCRETO

En el abordaje de problemas o situaciones mediante ejercicios tipos con el Método Singapur es obligar a los niños a buscar opciones distintas para llegar a un resultado. "Para Singapur es muy importante que los niños jueguen con los números, eso implica que los desarmen. La descomposición de los números es vital en el método y éste es un ejemplo" "Esto demuestra que este método no es mecánico, que no se aprende de memoria y que las clases presentan siempre un desafío intelectual" (Sanhueza, 2011). De esta forma, lejos del miedo que estigmatizó por años al ramo, se pretende que el alumno diga: "¡Me encanta la clase de matemáticas!".

Ban Har tiene una explicación para ello: "Con el método, la actitud de los niños es que les gustan las matemáticas y se nota que lo están pasando bien. Y en ello es muy importante la metacognición, es decir, que ellos se den cuenta de cómo están aprendiendo" (Sanhueza, 2011).

En este aspecto, el objetivo de esta metodología es mejorar las competencias intelectuales, logrando aprendizajes profundos en cada estudiante.

2.3.5.2 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL CONOCIMIENTO ADQUIRIDO

En este énfasis de guiar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática mediante la resolución de problemas, omitiendo la mecanización y la utilización de fórmulas, se espera que cada estudiante desarrolle el pensamiento abstracto. Para esto, el enfoque se centra en que el alumno vuelva a trabajar con ideas fijas, a medida que profundiza su comprensión por aquellas en formación.

Para esto, según esta metodología, la enseñanza de la matemática debe estar dirigida a que los estudiantes puedan comprender de manera natural los conceptos matemáticos por medio de objetos pictóricos (Rodríguez S. , 2011). Representaciones como dibujos, mapas conceptuales, esquemas, la utilización de textos escolares llamativos e ilustrativos son elementos claves para guiar el trabajo matemático.

Pero más allá de que el alumno pueda aprender de esta forma, se espera que el estudiantes también, dentro de sus capacidades y habilidades tenga la oportunidad de por su cuenta realice representaciones gráficas de lo que ha aprendido, con lo cual le permitirá conectar la matemática con la realidad en la que vive y se desenvuelve.

2.3.6 CONSTATACIÓN DE RESULTADOS

En el año 2011, cuarenta mil niños de treientos colegios, la mayoría vulnerables, comenzaron a aprender matemáticas con el Método Singapur, una fórmula con la que el país asiático se convirtió en el mejor del mundo en la materia.

Ejemplo de lo anteriormente señalado, los alumnos de 2° básico del colegio Dagoberto Godoy de La Granja habían mejorado considerablemente en Matemáticas este año, pero sí la más decidora. Porque cuando una apoderada le contó a la profesora Tabita Salazar que sorprendió a su hijo de siete años explicándole cómo se divide a su hermana mayor, que cursa 4° básico, constató in situ que el Método Singapur, que imparte en su sala de clases desde marzo de 2011, le estaba dando resultados asombrosos. "Ella me dijo que estaba impresionada, porque lo vio explicándole el proceso de la división", recuerda Tabita (Sanhueza, 2011).

Sin embargo, había una razón muy poderosa para que el colegio cambiara la manera de enseñar matemáticas: gracias al método, que Singapur aplica desde 1992, sus alumnos lideran los puntajes internacionales en la prueba TIMSS. Chile está lejos: mientras en 2003 obtuvo 387 puntos en esa medición, Singapur sacó 605 puntos. En 2007 obtuvo 593 y lo superó Taiwán y Corea del Sur.

Pero más importante aún que los puntajes en la prueba TIMSS, en 1995, 1999 y 2003 Singapur salió primero y superó los 600 puntos, es que a partir de la aplicación del método en el 75% de sus colegios (todos fiscales), el 40% de los alumnos que se midieron demostró estar en el nivel más avanzado en la materia (Sanhueza, 2011). "En los años sesenta, al 60% de los estudiantes que dieron el primer examen nacional de Matemáticas le fue mal, mientras que hoy el 40% tiene distinción. En tanto, el 60% restante se reparte entre los grados siguientes, pero todos están aprobados.

Es por esta razón que, surgió el interés de nuestro país por utilizar esta metodología en las aulas. Es por esto que Ban Har no es un desconocido en Chile. La primera vez que vino fue en 2007, período en que un grupo de establecimientos privados, entre ellos el Colegio San Miguel Arcángel, The English Institute, Villa María Academy y el Saint Margaret de Viña del Mar, adoptó el método. Este año, además, el Ministerio de Educación sumó su aplicación a 300 establecimientos vulnerables, que abarcan a unos 40 mil alumnos de 1° y 2° básico, a los que entregó la serie de libros Pensar sin límites. Entre ellos se encuentran los colegios Dagoberto Godoy de La Granja y El Bosque, ambos de la Red Educacional Crecemos. En paralelo se sumó el Colegio Saint George, que adoptó el método a partir del 2010. Allí, hasta el momento, la experiencia ha sido reveladora. Y tal como le ocurrió a la profesora Salazar, Paula Jeanneret, coordinadora académica de 1° y 2° básico, cuenta que también hay apoderados que se han sorprendido viendo a sus hijos menores explicar matemáticas a sus hermanos mayores. "Se notan cambios inmediatos en el cálculo mental y la resolución de problemas. Incluso, matemáticas pasó de ser la asignatura que más les cargaba, a la que más les gusta" (Sanhueza, 2011). Todos estos procesos han derivado en que hoy, tras la aplicación del método, niños de 1° y 2° básico conozcan el proceso de multiplicar y dividir antes, incluso, de llegar a la fase numérica. "Antes de responder por escrito, el niño debe visualizar los números. Por eso es que después de trabajar con lo concreto y lo pictórico, viene el proceso abstracto. Este es un método muy ordenado", explica Jéssica González, profesora de tercero básico del Colegio Dagoberto Godoy de la comuna de El Bosque. "La gracia es que recogió lo mejor de todas partes y lo sintetizó", dice Soledad Pinto, coordinadora académica del Colegio San Miguel Arcángel, uno de los primeros establecimientos en Chile en implementarlo.

Capítulo III

Metodología

de la

Investigación

3.1 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El esquema de la presente investigación corresponde a un diseño Cuasi Experimental de Cuatro Grupos Intactos con Grupo de Control.

Los diseños Cuasi Experimentales manipulan deliberadamente, al menos, una variable independiente para observar su efecto y relación con una o más variables dependientes, solo que difieren de los experimentos "puros" en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. En los diseños Cuasi Experimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos (la razón por la que surgen y la manera como se formaron es independiente o aparte del experimento) (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006).

Es por eso que, en el caso de este estudio se ha utilizado un diseño Cuasi Experimental, debido a que los grupos no fueron escogidos azarosamente. Se trabajó con grupos intactos, es decir, estaban establecidos con anterioridad. No obstante, para llevar a cabo esta investigación, se procedió a realizar la equivalencia de los grupos, mediante la aplicación de Pre-test y luego a establecer si había diferencias significativas entre cada Grupo Experimental y el Grupo Control, calculando el estadígrafo diferencial t de Student, con lo cual se estableció la equivalencia entre los cuatro grupos en estudio.

El diseño que se describe anteriormente se muestra en la siguiente tabla:

Tabla N° 1: Esquema del diseño Cuasi Experimental de Cuatro Grupos Intactos con Grupo de Control

O ₁	X	O ₂
O ₃	X	O ₄
O ₅	X	O ₆
O ₇	—	O ₈

3.2 SUJETOS DE INVESTIGACIÓN

3.2.1 UNIVERSO

Esta investigación define un Universo conformado por un Establecimiento Educacional denominado “Instituto Técnico Mabel Condemarín” de la comuna de Chillán. Este establecimiento pertenece a la Fundación Nacional del Comercio para la Educación “COMEDUC” e imparte educación de Enseñanza Media de tipo Técnico Profesional.

Cuenta con una matrícula de aproximadamente quinientas alumnas, quienes constituyen seis cursos de Primer Año Medio y cinco cursos de Segundo Año Medio, formados por un promedio de treinta alumnas por curso. Mientras que en Tercero y Cuarto Medio las alumnas conforman cinco cursos por nivel, correspondientes a las siguientes Especialidades de Formación Técnica: Atención de Adultos Mayores, Atención de Enfermería, Atención de Párvulos, Servicios de Alimentación Colectiva y Servicios Hoteleros.

3.2.2 MUESTRA

Del Universo antes descrito se seleccionó una muestra razonada formada por cuatro cursos de los Primeros Años Medios del Instituto Técnico Mabel Condemarín G., quienes participaban de los Planes de Intervención en Matemática que ofrece el Establecimiento Educacional. Estos Planes de Intervención estaban dirigidos y orientados al trabajo exclusivo con aquellas alumnas de Primeros Medios, quienes presentaron un bajo rendimiento en sus primeras evaluaciones de matemática. Es así como estas alumnas trabajaron de manera separada, en una sala diferente y con un docente distinto al del resto de sus compañeras de nivel. De esta forma, los cursos a investigar fueron los Primeros Medios A, B, D y E.

Cabe señalar que para efectos de la investigación se considerarán los grupos a estudiar, como se menciona a continuación:

Tabla n° 2: Clasificación de los Grupos en estudio

N°	Grupo	Curso	Clasificación	N
1	G ₁	Primero Medio A	Grupo Experimental	10
2	G ₂	Primero Medio D	Grupo Experimental	7
3	G ₃	Primero Medio E	Grupo Experimental	8
4	G ₄	Primero Medio B	Grupo Control	11

Tal como lo muestra la tabla N° 2, el grupo control correspondió al Primer Año Medio B. Este curso estuvo formado por once alumnas, de regular rendimiento académico y en general buen comportamiento y buena convivencia y compañerismo.

Por otra parte, los grupos de Experimentación, correspondieron a los Primeros Años Medios A, D y E. Estos cursos estuvieron formados por diez, siete

y ocho alumnas respectivamente, quienes se caracterizan por ser grupos pequeños, poco activos, desmotivados y sin gran presencia de interés por su propio aprendizaje, dando prioridad a otras asignaturas y actividades de su interés. Sin embargo, generalmente presentan un buen ambiente en la sala de clases, respetando y tolerando las opiniones de sus profesores y pares.

3.3 INSTRUMENTO

Para llevar a cabo esta investigación, el instrumento denominado “Ecuaciones Lineales de Primer Grado” fue utilizado en dos oportunidades, por un lado, como Pre-test, para establecer equivalencias entre los grupos y posteriormente como Post-test, para determinar la diferencia significativa entre los grupos Experimentales y el Grupo Control.

Este instrumento fue sometido a un proceso de validación que contó en primera instancia con la revisión de expertos respecto del contenido de Ecuaciones Lineales de Primer Grado, quienes hicieron las observaciones pertinentes. Luego fue sometido a Criterio de Jueces, para analizar la estructuración formal de los ítems. Posteriormente se realizó una aplicación experimental a un grupo seleccionado de nueve alumnas para analizar su comportamiento. Finalmente, fue aplicado a la muestra seleccionada.

Este instrumento contó con cinco ítems, los cuales son descritos a continuación:

- I. Preguntas: Se presentan cuatro preguntas, las que se piden responder fundamentando cada una de ellas. Estas preguntas estuvieron dirigidas a medir si las alumnas tenían noción del contexto histórico y epistemológico de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado.
- II. Interpretación de imágenes: Se presentaron cuatro ecuaciones, de manera pictórica, las cuales debían ser descritas de forma algebraica. En cada caso, las imágenes representaban la igualdad en una balanza, mostrando diversas y combinadas frutas en cada una de sus bandejas.
- III. Representación Pictórica: Mediante la utilización de fichas de colores, las alumnas debieron representar cuatro ecuaciones lineales de primer grado,

utilizando rectángulos amarillos las incógnitas positivas y rojas las incógnitas negativas; mientras que los cuadrados azules y verdes, que representan unidades positivas y negativas respectivamente.

- IV. Resolución de Ecuaciones Lineales: Resolver ecuaciones Lineales de Primer Grado, comprobando en cada caso si la solución obtenida satisfacía la igualdad estipulada.

- V. Resolución de Problemas: Las alumnas, en esta parte del instrumento, debieron resolver cuatro problemas de planteo, expresando paso a paso el desarrollo del proceso de resolución, los cuales estuvieron enfocados a la utilización de ecuaciones lineales de primer grado para su resolución.

3.4 MECANISMOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para efectos de esta investigación, la manera en cómo se obtuvo la información, lo que permitió posteriormente realizar un análisis de ésta, se basó en tres pasos fundamentales:

- **Autorizaciones para llevar a cabo el estudio:** Para llevar a cabo esta investigación se procedió a solicitar la autorización a la directora del establecimiento Instituto Técnico Mabel Condemarín G, la señora Luz Sepúlveda Zurita, quien aceptó a que se realizará la intervención.
- **Consentimiento Informado:** A cada una de las integrantes de la muestra seleccionada se les entregó un documento en el cual las alumnas autorizaban, por escrito, a participar de la intervención clase a clase y a la utilización de los resultados obtenidos de los Pre-test y Post-test realizados por ellas. Se destaca que el consentimiento informado entregado a las alumnas se encuentra en los Anexos de esta investigación.
- **Condiciones Medio-Ambientales en las que se aplicaron los Instrumentos:** En el caso de la aplicación de los Pre-test y Post-test se destaca que cada uno de estos instrumentos fueron aplicados el mismo día y hora para todos los grupos del estudio, antes y después de la realización de la intervención respectivamente. Respecto del ambiente, se destaca que la muestra participante del estudio, en sus grupos correspondientes pudieron dar respuesta a los instrumentos en salas de clases equipadas para la ocasión, aisladas de ruido, con espacio óptimo para cada una y con una buena iluminación.

3.5 PROCESAMIENTO DE LOS DATOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

3.5.1 PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

Una vez aplicados los Instrumentos a la muestra, se procedió a tabular los datos que fueron incorporados al software estadístico informático SPSS (Statistical Product and Service Solutions).

Este programa es altamente utilizado para investigaciones de tipo cuantitativo. Es un software que fue creado en 1968 por Norman H. Nie, C. Hadlai (Tex) Hall y Dale H. Bent, desarrollado y distribuido por la Universidad de Chicago entre los años 1969 y 1975. Desde esta última fecha corresponde a “SPSS Inc”. Originalmente el programa fue creado para grandes computadores y poco a poco comenzó a difundirse su uso en instituciones de Educación Superior de Estados Unidos, debiendo, en la década de los 80, generarse el programa para computadores personales. El programa consiste en un módulo base y módulos anexos que se han ido actualizando constantemente con nuevos procedimientos estadísticos. Desde la versión 14, pero más específicamente desde la versión 15 se ha implementado la posibilidad de hacer uso de las librerías de objetos del SPSS desde diversos lenguajes de programación. SPSS Inc. desarrolla un módulo básico del paquete estadístico SPSS, del que han aparecido varias versiones, como SPSS-X (para grandes servidores tipo UNIX); SPSS for Windows 16 (Octubre de 2007), en la que se incorporó una interfase basada en Java que permite realizar algunas mejoras en las facilidades de uso del sistema; SPSS for Windows 17 (2008): Incorpora aportes importantes como el ser multilenguaje, pudiendo cambiar de idioma en las opciones siempre que se quiera. También incluye modificaciones en el editor de sintaxis de forma tal que resalta las palabras claves y comandos, haciendo sugerencias mientras se escribe.

En esta investigación se ha utilizado la versión 19 del programa SPSS, el cual es un sistema global para el análisis de datos. SPSS Statistics puede adquirir datos de casi cualquier tipo de archivo y utilizarlos para generar informes

tabulares, gráficos y diagramas de distribuciones y tendencias, estadísticos descriptivos y análisis estadísticos complejos. SPSS Statistics consigue que el análisis estadístico sea accesible para el principiante y muy práctico para el usuario experto. Las selecciones de menú y los cuadros de diálogo permiten realizar análisis complejos sin necesidad de teclear ni una sola línea de sintaxis de comandos. El Editor de datos le ofrece una herramienta simple y eficaz con un diseño del tipo de hoja de cálculo, que le permitirá introducir datos y examinar el archivo de datos de trabajo (IBM, 2010).

El programa estadístico fue utilizado en la investigación con la finalidad de realizar un análisis descriptivo, realizando estudios como la Comparación de Medias, la Prueba de Levene, y la prueba T de Student, además del análisis de gráficos. Conjuntamente con la aplicación de este Programa, se realizó un análisis de los resultados obtenidos en la variable Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado, aplicando los Métodos Tradicionales y el Método Singapur, respectivamente.

Seguidamente, se presentan de forma resumida los resultados obtenidos en la aplicación de las pruebas de Pre-test y Pos-test, con los grupos determinados y definidos con anterioridad.

3.5.2 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Luego de procesados los datos se ha procedido a realizar el análisis de la información. Para tal efecto se ha considerado importante iniciar este procedimiento con el estudio de la equivalencia de los grupos, a través del análisis del Pre-test de los tres Grupos Experimentales y el Grupo Control.

Una vez realizados los cálculos para determinar la equivalencia inicial de los grupos, se pudo determinar que los todos; G_1 , G_2 , G_3 y G_4 son equivalentes, porque aplicada la Prueba T no hubo diferencias significativas entre las media estadísticas de los grupos, por tanto, se puede realizar el experimento.

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes tablas, que muestran la equivalencia de los grupos:

Tabla N° 3: Diferencia de Medias entre G_1 (Primero A) y G_4 (Primero B)

	Curso	N	Media
Pre-test	G_1 Primero A	10	1,840
	G_4 Primero B	11	1,845

Como se puede observar en la tabla 3, la media obtenida en el Pre-test del G_1 que corresponde Primero Medio A y que para efectos de esta investigación se ha constituido en el primer Grupo Experimental, es de $\bar{x} = 1,840$. Por su parte el G_4 correspondiente al Primero Medio B, en esta investigación considerado el Grupo Control, obtuvo una nota en el test de “Ecuaciones Lineales de Primer Grado” de $\bar{x} = 1,845$

A simple vista, los grupos parecen ser equivalentes, sin embargo, para definir la equivalencia en términos estadísticos, entre ambos grupos se procedió a aplicar la Prueba de Levene, para la igualdad de las varianzas y determinar si los grupos eran homogéneos.

Tabla N° 4: Prueba de Levene entre G₁ y G₄

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
	F	Sig.
Pre-test Se han asumido varianzas iguales	1,547	,229

La tabla N° 4 muestra que $p = 0,229$, lo que resulta ser un $p > 0,05$, lo que significa que los grupos son homogéneos y que por lo tanto se puede proceder a aplicar la Prueba T para determinar la significación de la diferencia de las medias estadísticas.

Tabla N° 5: Prueba T para la igualdad de medias de G₁ y G₄.

	Prueba T para la igualdad de medias			
	T	GI	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Pre-test Se han asumido varianzas iguales	-,026	19	,980	-,0055
No se han asumido varianzas iguales	-,026	18,671	,980	-,0055

Para determinar la significación de la diferencia de las medias de ambos grupos, se procedió a aplicar la Prueba T.

Como se puede observar en la tabla N° 5, se obtiene el valor $p = 0,980$, siendo $p > 0,05$, sin embargo, para que existan diferencias significativas, se debe tener un valor $p < 0,05$, por lo tanto no existen diferencias significativas entre las medias estadísticas de los Grupos Experimental y Control mencionados.

Tabla N° 6: Diferencia de Medias entre G₂ (Primero D) y G₄ (Primero B)

	Curso	N	Media
Pre-test	G ₂ Primero D	7	1,686
	G ₄ Primero B	11	1,845

Como se puede observar en la tabla 6, la media obtenida en el Pre-test del G₂ que corresponde Primero Medio D y que para efectos de esta investigación se ha constituido en el segundo Grupo Experimental, es de $\bar{x} = 1,686$. Por su parte el G₄ correspondiente al Primero Medio B, en esta investigación considerado el Grupo Control, obtuvo una nota en el test de “Ecuaciones Lineales de Primer Grado” de $\bar{x} = 1,845$

Tabla N° 7: Prueba de Levene entre G₂ (Primero medio D) y G₄ (Primero medio B)

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
	F	Sig.
Pre-test Se han asumido varianzas iguales	4,586	,048

Aplicada la Prueba de Levene para determinar la igualdad de las varianzas, la significación es $p = 0,048$, lo que resulta ser un $p < 0,05$ lo que significa que los grupos no son homogéneos.

Tabla N° 8: Prueba T para la igualdad de medias de G₂ y G₄.

	Prueba T para la igualdad de medias			
	T	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Pre-test Se han asumido varianzas iguales	-,705	16	,491	-,1597
No se han asumido varianzas iguales	-,787	15,990	,443	-,1597

Como se puede observar en la tabla N° 8, se obtiene el valor $p=0,491$, siendo $p>0,05$, sin embargo, para que existan diferencias significativas, se debe tener un valor $p < 0,05$, por lo tanto no existen diferencias significativas entre las medias estadísticas de los Grupos Experimental y Control mencionados.

Tabla N° 9: Diferencia de Medias entre G₃ (Primero E) y G₄ (Primero E)

Curso	N	Media
Pre-test G ₃ Primero E	8	1,813
G ₄ Primero B	11	1,845

Como se puede observar en la tabla 9, la media obtenida en el Pre-test del G₃ que corresponde Primero Medio E y que para efectos de esta investigación se ha constituido en el tercer Grupo Experimental, es de $\bar{x} = 1,813$. Por su parte el G₄ correspondiente al Primero Medio B, en esta investigación considerado el Grupo Control, obtuvo una nota en el test de “Ecuaciones Lineales de Primer Grado” de $\bar{x} = 1,845$

Tabla N° 10: Prueba de Levene entre G₃ y G₄

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
	F	Sig.
Pre-test Se han asumido varianzas iguales No se han asumido varianzas iguales	1,047	,320

Aplicada la Prueba de Levene para determinar la igualdad de las varianzas, la significación es $p = 0,320$, lo que resulta ser un $p > 0,05$ lo que significa que los grupos son homogéneos.

Tabla N° 11: Prueba T para la igualdad de medias de G₃ y G₄.

		Prueba T para la igualdad de medias			
		T	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Pre-test	Se han asumido varianzas iguales	-,135	17	,894	-,0330
	No se han asumido varianzas iguales	-,137	15,775	,893	-,0330

Como se puede observar en la tabla N° 11, se obtiene el valor $p = 0,894$, siendo $p > 0,05$, sin embargo, para que existan diferencias significativas, se debe tener un valor $p < 0,05$, por lo tanto no existen diferencias significativas entre las medias estadísticas de los Grupos Experimental y Control mencionados.

Además de los análisis presentados anteriormente, en las siguientes tablas se adjunta el análisis comparativo realizado entre Pre-test y Post-test de cada grupo estudiado.

Tabla N° 12: Diferencia de medias entre Pre-test y Post-test de G₁

		Media	N
G ₁	Pre-test	1,840	10
Primero A	Post-test	4,020	10

En la tabla N° 12 se puede observar que el G₁ correspondiente al primer grupo Experimental (Primero A) obtuvo en el Pre-test una $\bar{x} = 1,840$, mientras que en el Post-test una $\bar{x} = 4,020$.

Tabla N° 13: Prueba de muestras relacionadas; Pre-test y Post-test de G₁

		Diferencias relacionadas					T	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
G ₁	Pre-test	-2,1800	1,3357	,4224	-3,1355	-1,2245	-5,161	9	,001
Primero A	Post-test								

Al analizar la tabla N° 13 se puede observar que la significación bilateral= 0,001, que resulta ser menor que 0,05, lo que significa que existen diferencias significativas entre las medias estudiadas.

Tabla N° 14: Diferencia de medias entre Pre-test y Post-test de G₃

	Media	N
Grupo N° 2 Pre-test	1,686	7
Primero D Post-test	4,771	7

En la tabla 14 se puede observar que G₂, correspondiente al segundo Grupo Experimental (Primero D) obtuvo en el Pre-test una $\bar{x} = 1,686$, mientras que en el Post-test una $\bar{x} = 4,771$.

Tabla N° 15: Prueba de muestras relacionadas

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Grupo N° 2 Pre-test Primero D Post-test	-3,0857	,7471	,2824	-3,7766	-2,3948	-10,928	6	,000

Al analizar la tabla N° 15 se puede observar que la significación bilateral= 0,000, que resulta ser menor que 0,05, lo que significa que existen diferencias significativas entre las medias estudiadas.

Tabla N° 16: Diferencia de medias entre Pre-test y Post-test de G₃

		Media	N
G ₃ Primero E	Pre-test	1,813	8
	Post-test	4,525	8

En la tabla 16 se puede observar que G₃, correspondiente al tercer grupo Experimental (Primero E) obtuvo en el Pre-test una $\bar{x} = 1,813$, mientras que en el Post-test una $\bar{x} = 4,525$.

Tabla N° 17: Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bi lateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
G ₃ Primero E	Pre-test Post-test	-2,7125	,5167	,1827	-3,1445	-2,2805	-14,849	7	,000

Al analizar la tabla N° 17 se puede observar que la significación bilateral= 0,000, que resulta ser menor que 0,05, lo que significa que existen diferencias significativas entre las medias estudiadas.

Tabla N° 18: Diferencia de medias entre Pre-test y Post-test de G₄

		Media	N
G ₄ Primero B	Pre-test	1,845	11
	Post-test	3,155	11

En la tabla 18 se puede observar que el Grupo N° 4 correspondiente al Grupo Control (Primero B) obtuvo en el Pre-test una media de $\bar{x} = 1,845$, mientras que en el Post-test una $\bar{x} = 3,155$.

Tabla N° 19: Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	Gl	Sig. (bilat eral)
		Media	Desvia ción tí. p.	Error típ. de la medi a	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superi or			
G ₄ Primero B	Pre-test Post-test	-1,3091	1,5003	,000	-2,3170	-,3012	-2,894	10	,016

Al analizar la tabla N° 19 se puede observar que la significación bilateral = 0,016, que resulta ser menor que 0,05, lo que significa que existen diferencias significativas entre las medias estudiadas.

Una vez aplicada la secuencia didáctica, mediante el desarrollo de talleres clase a clase, se procedió a medir los conocimientos a través del Post-test establecido para dicho fin. A continuación se presentan las tablas que exponen los resultados:

Tabla N° 20: Diferencia de Medias entre G₁ (Primero A) y G₄ (Primero B)

	Curso	N	Media
Post-test	G ₁ Primero A	10	4,020
	G ₄ Primero B	11	3,155

En la tabla 20 se puede observar que G₁ que corresponde al Primer grupo Experimental (Primero Medio A) obtuvo en el Post-test una $\bar{x} = 4,020$, mientras que G₄, correspondiente al grupo Control (Primero Medio B) obtuvo una $\bar{x} = 3,155$.

Tabla N° 21: Prueba de Levene entre G₁ y G₄

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
		F	Sig.
Post-test	Se han asumido varianzas iguales	,728	,404

Aplicada la Prueba de Levene para determinar la igualdad de las varianzas, en donde el $p = 0,404$, lo que resulta ser un $p > 0,05$ que corresponde al valor de p y lo que significa que los grupos son homogéneos y que por lo tanto se puede proceder a aplicar la Prueba T para determinar la significación de la diferencia de las medias estadísticas.

Tabla N° 22: Prueba T para la igualdad de medias de G_1 y G_4 .

		Prueba T para la igualdad de medias			
		T	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Post-test	Se han asumido varianzas iguales	1,407	19	,176	,8655
	No se han asumido varianzas iguales	1,422	18,776	,171	,8655

Como se puede observar en la tabla N° 22, el valor de $T = 0,176$ y el parámetro T es $p < 0,05$, lo que significa que no existen diferencias significativas entre las medias estadísticas obtenidas.

Tabla N° 23: Diferencia de Medias entre G_2 (Primero D) y G_4 (Primero B)

Curso	N	Media
Post-test G_2 Primero D	7	4,771
G_4 Primero B	11	3,155

En la tabla 23 se puede observar que el grupo N° 2 que corresponde al segundo grupo Experimental (Primero Medio D) obtuvo en el Post-test una $\bar{x} = 4,771$, mientras que el grupo N° 4, correspondiente al grupo Control (Primero Medio B) obtuvo una $\bar{x} = 3,155$.

Tabla N° 24: Prueba de Levene entre G_2 y G_4

			Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
			F	Sig.
Post-test	Se han asumido varianzas iguales		3,071	,099

Aplicada la Prueba de Levene para determinar la igualdad de las varianzas, en donde el $p = 0,099$, lo que resulta ser un $p > 0,05$ que corresponde al valor de p y lo que significa que los grupos son homogéneos y que por lo tanto se puede proceder a aplicar la Prueba T para determinar la significación de la diferencia de las medias estadísticas.

Tabla N° 25: Prueba T para la igualdad de medias de G₂ y G₄.

	Prueba T para la igualdad de medias			
	T	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Post- Se han test asumido varianzas iguales	2,509	16	,023	1,6169
No se han asumido varianzas iguales	2,822	15,938	,012	1,6169

Como se puede observar en la tabla N° 25, el valor obtenido $T = 0,023$, mientras que el parámetro T corresponde a $p < 0,05$, lo que significa el valor obtenido cumple con el parámetro solicitado, por ende existen diferencias significativas entre las medias estadísticas analizadas.

Tabla N° 26: Diferencia de Medias entre G₃ (Primero E) y G₄ (Primero B)

Curso	N	Media
Post-test G ₃ Primero E	8	4,525
G ₄ Primero B	11	3,155

En la tabla 26 se puede observar que G₃, que corresponde al tercer grupo Experimental (Primero Medio E) obtuvo en el Post-test una $\bar{x} = 4,525$, mientras que G₄, correspondiente al grupo Control (Primero Medio B) obtuvo una $\bar{x} = 3,155$.

Tabla N° 27: Prueba de Levene entre G_3 y G_4

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
		F	Sig.
Post-test	Se han asumido varianzas iguales	4,958	,040

Aplicada la Prueba de Levene para determinar la igualdad de las varianzas, en donde el $p = 0,040$, lo que resulta ser un $p > 0,05$ que corresponde al valor de p , se puede determinar que los grupos son homogéneos y que por lo tanto se puede proceder a aplicar la Prueba T para determinar la significación de la diferencia de las medias estadísticas.

Tabla N° 28: Prueba T para la igualdad de medias de G_3 y G_4 .

		Prueba T para la igualdad de medias			
		T	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Post-test	Se han asumido varianzas iguales	2,283	17	,036	1,3705
	No se han asumido varianzas iguales	2,506	15,869	,023	1,3705

Como se puede observar en la tabla N° 28, el valor de $T = 0,036$ y el parámetro T es $p < 0,05$, lo que significa que existen diferencias significativas entre las medias estadísticas obtenidas.

Conclusiones

La pregunta de investigación que originó este experimento fue: “¿Existen diferencias significativas en el Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado entre el Método Singapur y el Método Tradicional de Enseñanza, aplicados?” la cual se dirigió al estudio de los Métodos Tradicional y Singapur, con el fin de analizar si existían diferencias significativas en el aprendizaje del contenido de “Ecuaciones Lineales de Primer Grado”.

Para dar respuesta a tal pregunta, es que se establecieron tres Hipótesis de investigación, las cuales son las siguientes:

H₁: El Método Singapur tiene un mayor grado de efectividad en el Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de Primer Grado que el Método Tradicional de Enseñanza.

A simple vista, las medias estadísticas de los Grupos Experimentales son similares, en tanto, la del Grupo Control es menor. Para determinar la existencia de diferencias o no entre las medias estadísticas observadas se procedió a aplicar el cálculo estadístico de la significancia.

Dichos resultados consignados en las tablas del análisis nos permiten concluir respecto de la hipótesis H₁ que se acepta, ya que el Método Singapur es más efectivo que el Método Tradicional de Enseñanza dado que los tres grupos Experimentales obtuvieron resultados superiores que el grupo Control de la Investigación.

H₂: Los tres Grupos Experimentales muestran diferencias significativas entre el Pre-test y el Post-test, a diferencia del Grupo Control.

Luego de haber analizado los resultados obtenidos tras la investigación, y después de aplicar la Prueba T de Student, mediante el cálculo estadístico de la significancia de la diferencia de las medias de los cuatro grupos, es que se puede determinar que los resultados al comparar la evaluación inicial (Pre-test) respecto

de la final (Post-test), presentan una diferencia significativa, lo cual permite la aceptación parcial de la hipótesis H_2 .

H₃: Los tres grupos que utilizaron el Método Singapur muestran diferencias significativas en el aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado respecto del Método Tradicional de Enseñanza.

Por otra parte, al analizar las medias estadísticas de los grupos estudiados y comparar los resultados de éstos que utilizaron el Método Singapur, se pudo constatar que dos de los grupos presenta diferencias significativas con respecto al Método Tradicional de Enseñanza, ya que G_1 obtuvo $\bar{x} = 4,020$ lo que representa una diferencia no significativa al calcular la Prueba T de Student.

Bibliografía

(s.f.).

Amigó, L. (2006). *Pedagogía de la Educación Tradicional: Módulo, Teorías y Modelos Pedagógicos. Facultad de Educación, Medellín.*

Arcila, P., Mendoza, Y., Jaramillo, J., & Cañón, Ó. (2010). Comprensión del significado desde Vygotsky, Bruner y Gergen. *Revista Diversitas: Perspectivas en Psicología, Vol. 6*, 37-49.

Arias, A., & Breccia, C. (2010). Enseñando a comprender Ecuaciones de Primer Grado. *Trayectorias Educativas en tiempos tecnoinformacionales* (págs. 1-28). Universidad Nacional del Comahue.

Biblioteca del Congreso Nacional, C. (3 de Julio de 2008). Obtenido de Las Matemáticas de Singapur se asoman a la Universidad del Pacífico: <http://observatorio.bcn.cl/asiapacifico/noticias/matematicas-singapur-asoman-upacifico>

Boscán, M., & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico. *Vol. 10, N° 2*, 7-19.

Campos, D. F., & Edison. (2013). Transposición Didáctica: Definición, Epistemología, Objeto de estudio. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Año 1, Número 2.*

Carretero, M. (1997). *Constructivismo y Educación*. México: Progreso.

Carrillo, B. (2009). *Dificultades en el Aprendizaje Matemático: Creencias y actitudes sobre las matemáticas.*

Carrillo, J. (2000). La formación del profesorado para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Uno.*

Carrillo, S. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. *Innovación y Experiencias Educativas*, (págs. 1-10).

Castro, A., Eduardo, M., Ortiz, A., & Quiroga, F. (2012). Interacciones Alumnos-Profesor en Contextos de Vulnerabilidad Respecto de la Ocurrencia de Episodios de Violencia Simbólica en Clases de Matemáticas. *Formación Universitaria Vol VI*, 29-40.

Centro de Investigación y Desarrollo de la Educación, CIDE. (1980). *Una Metodología para Aprender Matemática y Ciencias.*

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica; del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE Grupo Editor.

Cibeles, D. (s.f.). Cuba: Centro Universitario José Martí Pérez.

- Coll, C., Palacios, J., & Marchesi, A. (1992). *La Teoría Social del Aprendizaje: Implicaciones Educativas*. Madrid: Editorial Alianza.
- Costa, A., & Garmston, R. (1999). *El Coaching Cognitivo: Una plataforma para el renacimiento de las escuelas*. Caracas: Experimental Simón Rodríguez.
- Díaz, F., & Muriá, I. (s.f.). El desarrollo de habilidades cognoscitivas para promover el estudio independiente. *Revista Electrónica Tecnología y Comunicación Educativas*.
- Doron, R., & Parot, F. (1998). *Diccionario Akal de Psicología*. Madrid, España: Ediciones Akal S.A.
- Douady, R. (1990). Rapport Enseignement Apprentissage: Dialectique outil-objet, jeux de cadres. *Cahier de Didactique des Mathématiques*. París: IREM.
- Educación, A. d. (2011.). *Resultados TIMSS 2011 Chile*.
- Educación., A. d. (2012). *Resultados PISA 2012*.
- Erazo, J., & Ospina, L. (2013). Una Estrategia Didáctica para la Enseñanza de Ecuaciones Lineales con una incógnita en el Marco de la Pedagogía Conceptual. *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. (págs. 1315-1326). Montevideo: Universidad de Quindío, Armenia, Colombia.
- Ernest, P. (2000). Los valores y la imagen de las matemáticas: Un perspectiva filosófica. *Revista Uno (Revista en Línea)*. Disponible: <http://ocenet.oceano.com/consulta/welcome.doc>.
- Espeleta, V., & Castillo, T. (1995). *La Matemática: Su Enseñanza y Aprendizaje*. Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a distancia.
- Espinoza, C., & Sánchez, I. (2014). *Aprendizaje basado en problemas para Enseñar y Aprender Estadística y Probabilidad*. Concepción: Universidad del Bío-Bío.
- Font, V. (1994). Motivación y Dificultades de Aprendizaje en Matemática. 10-16.
- Fuentes, Gamboa, Morales, & Retamal. (2012). Jean Piaget, aportes a la educación del desarrollo del juicio moral para el siglo XXI. *Universidad Católica del Maule* (págs. 55-69). Talca: Facultad de Ciencias de la Educación.
- García, V. (1964). *Diccionario de Pedagogía Labor*. Barcelona, España: Editorial Labor, S.A.
- Garrido, E., Herrero, C., & Masip, J. (2001). *Teoría Cognitiva Social de la Conducta Moral y de la Delictiva*. Salamanca: Universidad de Salamanca .
- Gascón, J. (2001). *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes*.

- Gascón, J. (2001). Incidencia del Modelo Epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 129-159.
- Gascón, J. (2004). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docente. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 135.
- Gascón, J. (2004). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docente. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 134.
- Godino, J. (1991). Perspectiva de la Matemática como Disciplina Tecnocientífica. *Hacia una teoría de la Educación Matemática*, 6-10.
- Godino, J. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. . *International Handbook of Mathematics Education* (págs. 827-876). A. J. Bishop. Disponible: <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/escorial/S>.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: ReproDigital.
- Gondra, J. (1991). La Definición Conductista de la Psicología. *Anuario de Psicología, Facultad de Psicología, Universidad de Barcelona*, 47-65.
- González, C., Martínez, M., Martínez, C., Cuevas, K., & Muñoz, L. (2009). La Educación Científica como apoyo a la modalidad social:Desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico. *Estudios Pedagógicos XXXV* (págs. 63-78). Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- González, T. (2000). Metodología para la Enseñanza de las Matemáticas a través de la Resolución de problemas: Un Estudio Evaluativo. *Revista de Investigación Educativa, vol 18*, 175-199.
- Grisales-Fuentes, L., & González-Agudelo, E. (2009). El saber sabio y el saber enseñado: un problema para la didáctica universitaria. *Pedagogía Universitaria, volumen 12, n° 2*, 77-86.
- Gutiérrez, C., & Gutiérrez, F. (2013). Ricardo Poenisch: La Profesionalización de la Enseñanza de las Matemáticas en Chile (1889-1930). *Atenea, N° 509.*, 187-209.
- Guzmán, R. (2005). Reseña de "Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas" de Mabel Panizza (comp.). *Grupo Santillana México*, 141-144.
- Herrera, Á. (2009). El construtivismo en el aula. *Innovación y Experiencias Educativas*.
- IBM. (2010). *Guía breve de IBM SPSS Statistics 19*. SPSS Inc.
- Jadue, G. (1997). Factores Ambientales que afectan el Rendimiento Escolar de los niños provenientes de familias de bajo nivel socioeconómico y cultural . *Estudios Pedagógicos, n° 23*, 75-80.

- Jimeno, M. (2012). Las Dificultades en el Aprendizaje Matemático de los niños y niñas de Primaria: Causas, dificultades y casos concretos. 1-28.
- Jimeno, P. (2002). *Al otro lado de las fronteras de las Matemáticas Escolares: Problemas y dificultades en el aprendizaje matemático de los niños y niñas de tercer ciclo de Primaria. Tesis doctoral no publicada*. Malaga: Universidad de Malaga.
- Lakatos, I. (1981). *Matemática, Ciencia y Epistemología*. Madrid: Alianza Editorial.
- Lucci, M. (2006). La respuesta de Vygotsky: La Psicología Socio-Histórica. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*.
- Marandino, M. (2004). Transposición y re contextualización en la producción de conocimiento sobre la educación en los museos de ciencia. *Revista de Educación, n° 26*.
- Matamala, R. (2005). *Estrategias utilizadas por el profesor de matemática en la Enseñanza Media y su relación con el desarrollo de Habilidades Intelectuales de Orden Superior en sus alumnos y alumnas*.
- Matamala, R. (2005). *Estrategias utilizadas por el profesor de matemática en la Enseñanza Media y su relación con el desarrollo de Habilidades Intelectuales de Orden Superior en sus alumnos y alumnas*.
- Mejía, A. (2011). Temas de Ciencia y Tecnología. 51-54.
- Mineduc. (2011). Resultados de Chile en TIMSS. *Estudio Internacional en Matemática y Ciencias*.
- Mineduc. (2011). Resultados de Chile En TIMSS 2011 Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias.
- Mineduc. (s.f.). Resultados de Chile En TIMSS 2011 Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias. <http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201212111516450.Presentacion%20Resultados%20General.pdf>, Tabla 2.1.
- Ministerio de Educación, R. d. (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media*. Santiago: Registro de propiedad Intelectual N° 185350.
- Monereo, C., Pozo, J., & Castelló, M. (2001). La enseñanza de estrategias de aprendizaje en el contexto escolar. <http://www.researchgate.net/publication/261082782>, 8-11.
- Moreira, M. A. (1993). *Aprendizaje significativo: un concepto subyacente*. Porto Alegre, Brasil: Instituto de Física, UFRGS.
- Moreno, & García. (2009). La Epistemología Matemática y los enfoques del Aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor. *Investigación y Postgrado, vol. 24*, 218-240.

- Moreno, G. (2014). Prueba PISA: Las cifras que reflejan el bajo rendimiento de Chile dentro de la OCDE. <http://www.latercera.com/noticia/nacional/2014/04/680-572150-9-prueba-pisa-las-cifras-que-reflejan-el-bajo-rendimiento-de-chile-dentro-de-la.shtml>.
- Moreno, L. (2011). Dificultades de Aprendizaje en Matemática. *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, (págs. 1-12). Brasil.
- Mundomate: Recursos para Docentes Formadores del Área de Matemática*. (16 de Diciembre de 2015). Obtenido de Blog de Formación Inicial Docente.: http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/mundomate/pdf/001_Mundomate_estrategias_de_matematica.pdf
- Olfos, R., Soto, D., & Silva, H. (2007). Renovación de la Enseñanza del Álgebra Elemental: Un aporte desde la Didáctica. *Estudios Pedagógicos XXXIII* (págs. 81-100). Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Ordóñez, C. (2004). Pensar Peadgógicamente desde el Constructivismo. De las concepciones a las prácticas pedagógicas. *Resvista de Estudios Sociales*, 7-12.
- Pólya, G. (1945). How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. *Penguin Science*.
- Pólya, G. (1965). *Como Plantear y Resolver Problemas*. México: Editorial Trillas.
- Posso, M. (2009). *Teorías del Aprendizaje*. Loja, Ecuador: Universidad Técnica Particular de Loja.
- Rodríguez, M. (2004). La Teoría del Aprendizaje Significativo. *Conference on Concept Mapping Pamplona, Spain*. España: Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D).
- Rodríguez, M. (2004). *La Teoría del Aprendizaje Significativo*. Santa Cruz de Tenerife : Centro de Educación a Distancia.
- Rodríguez, S. (2011). El Método de Enseñanza de Matemática Singapur: "Pensar sin Límites". *Revista Pandora Brasil*.
- Sampieri, Fernández, & Baptista. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Sampieri, Fernández, & Baptista. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana. Quinta Edición.
- Sanhueza, A. (21 de Julio de 2011). *Sin miedo a las Matemáticas*. Obtenido de <http://www.quepasa.cl/articulo/actualidad/2011/07/1-6171-sin-miedo-a-las-matematicas.shtml/>
- Schunk, D. (1997). *Teorías del Aprendizaje*. México: Atlacomulco.

- Severo, A. (2012). *Teorías de Aprendizaje; Jean Piaget, Lev Vigotsky*. Tacuarembó - Uruguay: IFD Tacuarembó.
- Silva, M. (2000). Alcances curriculares de la Reforma Educacional . *Estudios Pedagógicos N° 26*, 69-77.
- Socas, M. (2011). La Enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la Investigación. *Revista de Didáctica de las Matemáticas.*, 5-34.
- Socas, M. (s.f.). La Enseñanza del Álgebra.
- Texas: Cord Communications. (1995). *Manual de Implementación de Seminarios de Matemática Aplicada*.
- Texas: Cord Communications. (1995). *Una Nueva Metodología para Aprender Matemática* .
- Vendruscolo, D. S., & Manzolli, M. C. (1996). O currículo na e da enfermagem: por onde começar e recomeçar. *Revista Latino-Americana de Enfermagem*, 55-70.
- Vielma, E., & Salas, M. L. (2000). Aportes de las Teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner; Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo. *Educere*, 30-37.

Anexos

Anexo 1:

Consentimiento Informado

Estamos investigando sobre el Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado, por lo cual, le invitamos a participar de este estudio.

El objetivo de éste es verificar como una nueva metodología de enseñanza de la matemática, como lo es el Método Singapur puede resultar eficaz para el aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado. El analizar si esta nueva metodología en investigación es mejor que el Método Tradicional de Enseñanza utilizado actualmente, es la razón por la cual se realiza este estudio.

Esta investigación incluirá una intervención directa en las clases de matemática, involucrándose en el trabajo que usted realiza en cada una de ellas, aplicando evaluaciones respecto del contenido Ecuaciones Lineales de Primer Grado antes y después de la intervención.

Su participación en esta investigación es totalmente voluntaria. Usted puede elegir participar o no hacerlo, sin embargo, si acepta, no podrá cambiar de opinión durante el proceso y evolución de la intervención. Cabe destacar que la información entregada por usted es exclusivamente confidencial, la que será manipulada por las investigadoras para efectos de este estudio.

A continuación se adjunta su autorización a participar de la investigación:

Autorización

Yo _____; C.I. _____ acepto voluntariamente participar de esta investigación. He leído la información proporcionada o me ha sido leída. He tenido la oportunidad de preguntar sobre ella y se me ha contestado satisfactoriamente las preguntas que he realizado.

Firma _____ y Fecha _____

Anexo 2:

Secuencia Didáctica

La importancia de esta investigación está enfocada en mostrar cómo una nueva Metodología de Enseñanza de la Matemática puede provocar resultados satisfactorios en el conocimiento de esta ciencia en los alumnos y alumnas de nuestro país. Es así como, nos enfocamos en mostrar cómo el Método Singapur para la Enseñanza de la Matemática, siendo un método exitoso y tradicionalmente utilizado para la enseñanza de la matemática en alumnos de escolaridad básica, puede resultar una consistente herramienta para mejorar los niveles de conocimiento, interés y aplicabilidad de la matemática a la vida de cada estudiante de Enseñanza Media, específicamente en el área de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado.

Es en este contexto que, para poder llevar a cabo la aplicación del Método Singapur en las clases con las alumnas de los Primeros Medios A, D y E, quienes fueron nuestros Grupos Experimentales en esta investigación fue necesario idear un “Plan de Acción Clase a Clase”, con la finalidad de abordar la matemática desde una perspectiva activa, lúdica, concreta y directa, tal como lo propone el Método Singapur.

Las actividades trabajadas clase a clase con las alumnas, fueron desarrolladas bajo la modalidad de diez talleres, los cuales contemplaron análisis de videos, manipulación de material concreto, trabajo con fichas de colores, interpretación pictográfica y actividades de abstracción, todas dirigidas al contenido de Ecuaciones Lineales de Primer Grado. Se enfatiza que cada uno de los talleres trabajados clase a clase con las alumnas se encontrará disponible en el apartado de Anexos de la presente investigación.

Es importante destacar que, cada una de las actividades realizadas fue planificada con la intencionalidad de cumplir con algunas etapas que podrán potenciar un mayor nivel de abstracción en el contenido matemático a trabajar.

Con la Etapa de Inicio, se buscó generar motivación, vinculando a las estudiantes con el aprendizaje efectivo, haciendo que las alumnas participen activamente de la clase, siendo ellas, un agente importante del desarrollo de la clase y encuadre con el contenido a tratar, disponiendo de un ambiente propicio para el aprendizaje, establecidos mediante reglas, roles y factores esperados en cada clase, realizando retroalimentaciones del contenido a enseñar, sino también actitudinales.

En la segunda Etapa de Comprensión, se pretendió que las estudiantes fueran capaces de realizar argumentaciones y síntesis de lo aprendido, como una forma de verificar si ha comprendido lo enseñado. Esto tiene una estrecha relación con la modelación que las estudiantes deben realizar al explicar los procedimientos aplicados a una situación.

Finalmente, en la Tercera Etapa de Desarrollo y Aplicación se esperó que las estudiantes pudieran simular, respecto de sus aciertos y posibles errores, estrategias para resolver situaciones dadas, para posteriormente llevar a cabo la ejecución de dicha estrategia.

De esta manera se pretendió que las estudiantes tuvieran la posibilidad de constatar que al momento de aprender matemática no solo se trata de memorización y aplicación de fórmulas, sino que va más allá, a la aplicación en situaciones problemas, teniendo en cuenta conceptos previos, historia, realidad, fase gráfica y simbólica lo cual facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier concepto matemático, como el de Ecuaciones Lineales de Primer Grado.