UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

IMPACTO DE LAS TIC EN EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO DE LOS ESTUDIANTES DEL LICEO POLIVALENTE VIRGINIO ARIAS DE ÑIPAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTORES: LLANOS MORA, ANIXA FRANCISCA
ACUÑA VERGARA, GABRIEL ALBERTO
MARTÍNEZ LABRA, JONATHAN ALFONSO

Profesora Guía: Castillo Valenzuela, Nancy

CHILLÁN, 2016

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo evaluar el impacto en el razonamiento geométrico la utilización de TIC como herramienta de enseñanza. Con esta finalidad se utilizó una metodología basada en Geometría Dinámica y el software GeoGebra para la enseñanza de simetrías del plano, posterior a esto se clasificó el razonamiento según la metodología descriptiva de los niveles de razonamiento geométricos de Van Hiele. Finalmente se diseñó una secuencia didáctica de geometría dinámica con el software GeoGebra apoyando a la metodología tradicional para mejorar la adquisición de estos niveles.

Palabras clave: uso de TIC, GeoGebra, Razonamiento Geométrico, Modelo Van Hiele, Geometría Dinámica, Simetrías.

ABSTRACT

This research aims to evaluate the impact of the use of ITC as a teaching tool in the geometric reasoning. For this purpose, it was used a methodology based on Dynamic Geometry and GeoGebra software for the teaching of plane symmetries. After this, it was classified the reasoning according to descriptive methodology in the levels of reasoning of Van Hiele. Finally, it was designed a didactic sequence of dynamic geometry with GeoGebra software, supporting the traditional methodology to improve the acquisition of these levels.

Keywords: Uses of ITC, GeoGebra, Geometric Reasoning, Van Hiele Model, Dynamic Geometry, Symmetries.

A nuestra profesora Nancy Castillo,

Por creer en nosotros y apoyar la realización de nuestra visión.

Agradecimientos

Mi Señor y Dios, que ha sido el puntal fundamental para lograr el éxito y la prosperidad que me acompañan y la razón por la que existo.

Introducción

Si bien las dificultades en simetrías del plano están documentadas por variadas fuentes, las secuencias metodológicas generadas para ayudar a superar estas dificultades son limitadas. Más aún para las realidades de las zonas rurales de Chile. Razón que nos motivó a realizar ésta investigación y una propuesta metodológica que sea de real utilidad y pertinencia, sin dejar de lado la realidad cultural, apoyándonos en la utilización de las tecnologías presentes en los establecimientos rurales chilenos.

Para poder estudiar de manera confiable hemos considerado uno de los modelos educativos de mayor aceptación para describir el razonamiento geométrico llamado Modelo Descriptivo del Razonamiento de Van Hiele; este modelo ha tenido gran aceptación a nivel internacional y ha sido extendido al análisis matemático y otras áreas en las cuales la visualización juega un papel importante. Esta visualización muchas veces es difícil de conseguir con metodologías tradicionales; es allí, donde la Geometría Dinámica es de utilidad y de gran apoyo, que en nuestra época y con los recursos existentes a nivel nacional, no debemos dejar de lado para favorecer las habilidades de visualización de los estudiantes.

Para evaluar el beneficio de la Geometría dinámica, finalmente se midió y luego se clasificó el Razonamiento Geométrico de los estudiantes analizándose la existencia del verdadero impacto en términos de la geometría dinámica con el uso del software GeoGebra. El resultado de uso e impacto de este software en el razonamiento, nos llevó a generar una secuencia metodológica que se adecua tanto a las necesidades curriculares nacionales, como a la realidad misma de los estudiantes del Liceo Virginio Arias.

CAPÍTULO I: PROBLEMATIZACIÓN

CAPÍTULO I PROBLEMATIZACIÓN

Durante los últimos años el avance que ha experimentado el mundo a través del desarrollo de la tecnología ha revolucionado la sociedad.

> Las Tecnologías de información y comunicación han asistido al progreso de la humanidad en múltiples campos y ramos de ciencia y se han encontrado sorpresas con la inmensa variedad de cambios que el avance de la tecnología ha ido proporcionando a medida que pasa la historia (Montes y Zambrano, 2012, p.3)

No debemos asombrarnos de que también se encuentren afectando la forma de organizar las ideas y en consecuencia, el modo de aprender.

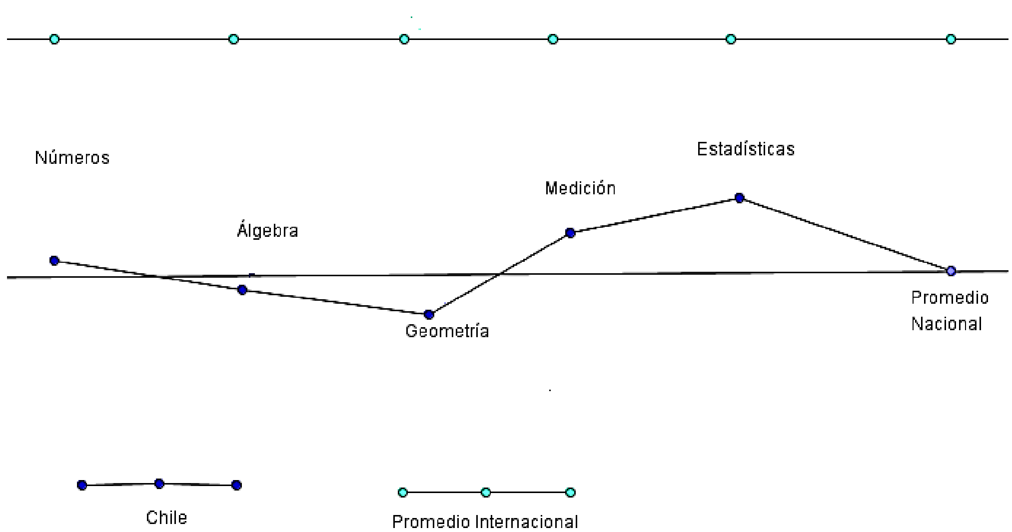
El auge de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en los últimos tiempos, ha tenido gran influencia en el ambiente escolar especialmente para el área de la tecnología computacional; la cual, desarrolla notablemente programas que influyen en las diferentes áreas del conocimiento.

En el ámbito educativo, además, las TIC han desarrollado cambios acelerados en todos los aspectos: Planes, Programas, Métodos, Medios e Infraestructura, etc… esto se ha observado en los cambios constantes de los Planes y Programas en el ámbito educativo en los últimos años en Chile.

También, se debe considerar que a nivel nacional la Educación Matemática, tanto en enseñanza básica como en enseñanza media, es una disciplina con bajos logros de aprendizaje. Esto se ve reflejado en los resultados de pruebas estandarizadas como el SIMCE 2014 de octavo básico, cuya media nacional en matemática fue de 256 puntos. En Chile, 25,9% de los alumnos logra los aprendizajes descritos para el nivel avanzado. Mientras que sólo el 36,7% de ellos logra los elementales y el 37,5% insuficiente.

De la misma forma, al analizar los resultados en el área de la matemática, el eje de Geometría es el que presenta mayor dificultad dentro de las pruebas estandarizadas internacionales como el TIMSS 3 , puede verse en gráfico (Figura 1) , o nacionales como la evaluación SIMCE.

Figura 1: Rendimiento relativo de en subáreas de contenidos en matemática (TIMMS 3, Año 2011)



En las actuales Bases Curriculares nacionales se promueve el uso integrado de las tecnologías en el estudio de los objetos geométricos, para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. “Los procesadores geométricos permiten experimentar con nociones y relaciones de la geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Se trata de un espacio muy atractivo para los estudiantes y que los ayudará mucho a formarse para una vida cada vez más influida por las tecnologías digitales” (Mineduc, 2010).

Sin embargo, y a pesar de los esfuerzos desplegados para implementar políticas de integración de estas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje, la evidencia empírica muestra la existencia de una brecha entre la implementación de políticas y la real aplicación de las tecnologías en el aula (Sancho, 2012).

En este sentido, las evidencias nacionales e internacionales muestran un bajo nivel de uso de las tecnologías digitales en las aulas, lo cual constata la carencia experiencial que viven los docentes para aprender a utilizar estas tecnologías, como parte de su formación profesional. (OCDE, 2009).

Se puede argumentar que el hecho de que los docentes desconozcan, el uso de software específico en sus disciplinas, podría limitarlos en uso de metodologías más adecuadas, sin las cuales muchas veces no se lograrán los objetivos deseados, o se conseguirán en un tiempo mayor al destinado. Es por esto, que es necesario conocer y validar el uso de nuevos programas y metodologías dinámicas para mejorar el logro de aprendizajes en los alumnos (Maldonado, 2013).

1.1 Antecedentes del problema

En 1998, el Investigador Gil Pérez realizó una investigación en la que concluyó que con el nacimiento de la matemática moderna, y la importancia que se le dio a la Teoría de Conjunto como base de toda la matemática, la geometría fue dejada de lado. Desde los sesenta, en América Latina esta teoría tiene un gran avance; diez años después, en los setenta, investigaciones muestran que la Teoría de Conjuntos no estaba permitiendo al alumnado desarrollar competencias intelectuales, lo que llevó a que fuese primeramente criticada. Los alumnos perdieron capacidades concretas de modelización, interpretación, visualización. Llevando a que desde principios de los ochenta, en Europa, se comience a dar lugar al estudio de la geometría.

En el año 1998, los investigadores Fortuny y Giménez realizaron una investigación titulada *Geometría: La forma y las transformaciones geométricas.* En esta investigación se obtuvo como conclusión que el uso de definiciones y clasificación de figuras geométricas por los alumnos, obtuvo resultados desfavorables, ya que los alumnos no son capaces de reconocer las figuras geométricas y que estas están dotadas de propiedades (visualización).

En el año 2004, los investigadores Gutiérrez y otros, realizaron una investigación titulada *Doblado de papel en el primer nivel de razonamiento del Modelo Didáctico de Van Hiele y su proyección hacia la formalización del Pensamiento Geométrico*. En esta investigación se obtuvo como conclusión que se ha detectado una serie de dificultades y obstáculos que pone en evidencia un alto porcentaje de alumnos que identifican atributos geométricos pero desconocen las propiedades matemáticas.

En el año 2004, el investigador Silva nos menciona que en variadas investigaciones de diversas partes del mundo se muestra un escaso uso pedagógico de los recursos informáticos, a pesar que se reconoce el potencial de las herramientas y su utilidad para transformar los ambientes de aprendizaje.

En el año 2005, el investigador Hoyos realizó una investigación titulada *Funciones complementarias de los artefactos en el aprendizaje de las transformaciones geométricas en la escuela secundaria*, en el que se obtuvo como resultado los beneficios del uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática. En sesiones de trabajo dirigido, los alumnos son capaces de desplegar recursos matemáticos que se desencadenan por medio de la comprensión de nociones matemáticas.

En el año 2007, los investigadores Aravena, Caamaño y Cabezas realizaron una investigación titulada *Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule*, llegando a la conclusión que los alumnos presentan serias dificultades y obstáculos en la compresión de los conceptos y procesos geométricos en el desarrollo de un pensamiento argumentativo y deductivo. Lo que no les permite desarrollar procesos de pensamiento y razonamiento matemático. Además, uno de los mayores obstáculos es establecer generalizaciones y conjeturas. Este hecho les dificulta intentar alguna demostración, aunque sea de manera empírica o informal. El escaso porcentaje del alumnado que intentó realizar alguna demostración, mostró dificultades, incluso al verificar con ejemplos su veracidad y aquellos que lo intentaron mediante alguna explicación, presentaban inconsistencias en los procesos lógicos.

En el año 2007, los investigadores Fernández y Cajaraville realizaron una investigación titulada *Un estudio de evaluación sobre el tratamiento de las isometrías en el segundo ciclo del ESO en Galicia*., en la que obtuvieron como conclusión que los contenidos geométricos en los programas y de las propuestas en ese sentido de los textos de mayor incidencia en las aulas, Aíslan todo lo que suponga manipulación y construcción activa, así como el uso de diferentes materiales y contextos. Esta situación, lejos de aumentar la cultura matemática de los alumnos, impide el desarrollo de las capacidades básicas.

En el año 2009, la autora Gusmán realizó una investigación titulada *Actividades Geométricas en la enseñanza. Análisis desde el punto de vista cognitivo,* en el que obtuvo por conclusión que el problema se radica en una falta de reflexión sobre la geometría que debe ser aprendida y el para qué. Las actividades verdaderamente geométricas que han dejado en evidencia, visualización, construcción y deducción merecen un lugar central en la enseñanza de la geometría, pues son ellas las que permiten poner en juego las actividades cognitivas que favorecen el razonamiento matemático.

En el año 2009, los investigadores Rosich y Gimenez realizaron una investigación titulada *Aprender a enseñar transformaciones geométricas en primaria desde una perspectiva cultural*, esta investigación arrojó como conclusiones que es posible prever un aprendizaje por adaptación en materia de transformaciones isométricas en el movimiento de simetría, con una serie de actividades que concluyen con la construcción de la imagen de un objeto.

En el año 2010, el investigador Acosta G. realizó una investigación titulada *Enseñando Transformaciones Geométricas con software de geometría dinámica,* en la que obtuvo como conclusión que un software de geometría dinámica es una herramienta invaluable para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, pues constituye un medio que garantiza que sus retroacciones corresponden al saber teórico que se desea enseñar.

1.2 El problema y su importancia

1.2.1 Justificación

La motivación de la investigación nace de la preocupación de los autores de este trabajo, por la problemática nacional relacionada con los bajos rendimientos en los resultados las pruebas TIMS y PISA, sobre el Razonamiento Geométrico.

A nivel más básico, la principal razón para enseñar geometría es el formar parte de la cultura elemental de las personas, por aparecer en la vida cotidiana de diferentes formas: naturaleza, folletos turísticos, deportes, manuales de construcción, etc., esto sin mencionar que la geometría es fundamental otras áreas del conocimiento (Díaz, 2009).

Debemos considerar, además, lo mencionado en el *Segundo Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (Cuernavaca, México, 1990), en la conferencia titulada "Investigaciones Actuales sobre el Aprendizaje de la Geometría"(Gutiérrez, 1990) donde se expuso el interés del modelo de Van Hiele como marco de referencia para comprender la evaluación del razonamiento de los estudiantes en Geometría y también como guía orientativa para que los profesores puedan organizar las clases de manera que se vea favorecido el progreso de los alumnos. Lo que nos recalca la importancia que tiene el modelo de Van Hiele para los profesores, importancia que en Chile no está muy presente y que además los resultados de otros estudios de impactos de razonamiento muestran los bajos razonamientos geométricos en estudiantes de nuestro país.

El motivo para estudiar el impacto producido en el Razonamiento Geométrico del objeto Transformaciones Isométricas y en particular el movimiento de simetría, es que "las *transformaciones son aplicaciones de las funciones en geometría, y este tratamiento es fundamental para toda la* *matemática"* (Jackson, 1975). De no lograr un aprendizaje correcto, la articulación con otras áreas de la matemática se verá limitada.

Un segundo punto para justificar nuestra investigación es el mencionado al comienzo: los estudiantes a nivel nacional muestran un bajo nivel de aprendizaje de las simetrías y transformaciones isométricas (International Mathematics and Sciences Study , 1998).

Como muestran, además, Aravena y Caamaño (2013), la enseñanza de la geometría sigue siendo un gran desafío en Chile, especialmente en los establecimientos escolares que atienden estudiantes de alta vulnerabilidad social. Si bien hay muchas causas que originan esta situación, un elemento relevante es la interacción didáctica de baja exigencia cognitiva a la que están expuestos los alumnos, donde el profesor es el protagonista del proceso (Villalta, Martinic y Guzmán, 2011). Situación que podrá revertirse si generamos metodologías con mayor exigencia cognitiva, que sean más actuales y significativas, logradas mejormente con TIC en educación.

Por estas razones, el presente trabajo incorpora una propuesta de Secuencia Metodológica relativa a la enseñanza y aprendizaje de Simetrías del Plano. Esperamos que esta brinde mejores resultados en la formación de los alumnos y que al aplicarla se puedan mejorar los resultados de las pruebas TIMSS y PISA. Esto porque si bien en Chile existe un acuerdo general sobre los contenidos a enseñar, no pasa lo mismo con las estrategias de enseñanza (métodos) y es el uso de materiales concretos, lo que se relaciona mejor con el logro y actitudes hacia la matemática (Sowell 1989).

Los resultados de ésta investigación no solo servirán para documentar los niveles de Razonamiento Geométrico alcanzados por los estudiantes, sino proporcionar los profesores nuevos recursos para el aula, Incluyendo cambios metodológicos a su rutina, cambios que incorporan las nuevas tecnologías que se alejan de la tradicional pizarra y acercan más a las realidades tecnológicas actuales.

Las TIC se deben considerar como un aliado, ya que con los nuevos cambios en la sociedad son cada vez más necesarias, el campo educativo debe ir al ritmo de los cambios culturales y por ende sociales (Rosario, 2005). Estas herramientas TIC junto con el uso de metodologías de geometría dinámica presentan un gran aumento en la visualización, lo que mejora desarrollo del pensamiento matemático. Con ayuda de sistemas computacionales la visualización puede convertirse en un elemento central en la enseñanza de la matemática, despertando interés en los estudiantes (Córdoba, 2011).

En este sentido las aplicaciones desarrolladas a través de la utilización de un programa de geometría dinámica como GeoGebra nos permiten alejarnos de las exposiciones estáticas en pizarra. Las ventajas sobre sistemas "convencionales" de enseñanza son innegables. En Chile, al igual que en otros países, se comienzan a efectuar cambios importantes en la educación pues las demandas al sistema escolar tienen que ver con el desarrollo de nuevas competencias, necesarias para una sociedad de la comunicación e información globalizada (Pérez, 1998).

1.2.2 Formulación del problema

Lo anterior, nos hace cuestionarnos sobre el mejoramiento de los aprendizajes de los alumnos, específicamente, si con la incorporación de recursos TIC, podrían los alumnos y alumnas aumentar su nivel de razonamiento geométrico. Por lo tanto la presente investigación pretende identificar los efectos que el uso de un software de geometría dinámica tiene en el nivel de razonamiento geométrico de los alumnos.

Lo que nos lleva a la siguiente pregunta;

¿Existe un efecto significativo mayor en el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes cuando se utiliza un software de geometría dinámica en comparación a los métodos tradicionales?

1.3 Hipótesis

Nuestra hipótesis de trabajo versa en torno a responder afirmativamente a la pregunta: ¿Existe un efecto significativo mayor en el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes cuando se utiliza el software GeoGebra en comparación a los métodos tradicionales de enseñanza?

La Hipótesis

La utilización del software GeoGebra genera mayor desarrollo en el razonamiento geométrico de los estudiantes que los métodos tradicionales de enseñanza.

1.4 Variables, Conceptualización y Operacionalización

1.4.1 Variables

Variable Independiente

- Software GeoGebra

Variable dependiente a medir:

- *Nivel de Razonamiento geométrico*

1.4.2 Definiciones conceptuales

1.4.2.1 Software GeoGebra

Como se mencionó anteriormente el uso de un software en geometría como herramienta pedagógica facilita el ambiente de enseñanza y aprendizaje, pues se pueden construir imágenes estáticas o dinámicas, tanto en el plano liso o con cuadrícula incluyendo los ejes del plano cartesiano. En geometría, las imágenes juegan un factor muy importante pues permite acercar a los estudiantes a los conceptos, los saca del plano abstracto para llevarlos a uno natural, por medio de la animación de acuerdo a reglas o valores preestablecidos.

GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, entre otros.

Con GeoGebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, entre otros, mediante el empleo directo de herramientas operadas con el ratón o la anotación de comandos en la Barra de Entrada, con el teclado o seleccionándolos del listado disponible. Todo lo trazado es modificable en forma dinámica: es decir que si algún objeto B depende de otro A, al modificar A, B pasa a ajustarse y actualizarse para mantener las relaciones correspondientes con A.

1.4.2.2 Razonamiento geométrico de los estudiantes.

"El razonamiento geométrico es aquel que se manifiesta en un individuo cuando, en un determinado campo de la geometría, a partir de los datos y relaciones geométricas que se le suministran, es capaz de llegar a una conclusión en una situación con la que nunca se había enfrentado antes, proceso que el individuo puede desarrollar dentro de uno de cinco posibles niveles de complejidad, cada uno de los cuales, a partir del segundo, incluye y supera a los anteriores" (Bohórquez 2011).

1.4.2.3 Modelo descriptivo del razonamiento geométrico de Van Hiele

En la parte descriptiva del modelo de Van Hiele, los niveles de razonamiento comparten ciertas características comunes: la jerarquización y secuencialidad, relación entre el lenguaje y los niveles y, la continuidad del paso por los niveles.

Como cada uno de los niveles representa un grado de sofisticación en el razonamiento matemático, entonces es válido afirmar que cada nivel se apoya en el inmediatamente anterior. Luego, "no es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado el nivel anterior" (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 312). Esto es importante en la medida en que se puede recurrir a los conceptos y definiciones desarrollados en un nivel anterior.

1.4.2.4 Evaluación en el modelo de Van Hiele

La evaluación es una de las claves de este modelo ya que la asignación de niveles, es el punto de partida para la didáctica, el seguimiento del avance en las fases, debe hacerse con una evaluación adecuada. El test es la herramienta que se considera más útil para realizarla y, para ello se deben tener en cuenta algunas ideas previas, así apuntamos que;

1. El nivel de razonamiento de los alumnos depende del área de las Matemáticas que se trate.

2. Se debe evaluar cómo los alumnos contestan y el porqué de sus respuestas, más que lo que no contestan o contestan bien o mal.
3. En las preguntas no está el nivel de los alumnos/as sino que está en sus respuestas.
4. En unos contenidos se puede estar en un nivel y, en otros diferentes, en nivel distinto.
5. Cuando se encuentran en el paso de un nivel a otro puede resultar difícil determinar la situación real en que se encuentran.

1.4.3 Definiciones operacionales

Las variables que ocuparemos serán entonces

Variable Independiente

- Software GeoGebra

Variable dependiente a medir:

- ***Nivel de Razonamiento geométrico***
- ***EL logro de los niveles está estrechamente vinculado con las características de los niveles que enunciaremos a continuación (propios para el objeto trasformaciones isométricas):***

Nivel 1 (Reconocimiento):

La consideración global de los movimientos se refleja en:

- El reconocimiento de la conservación del tamaño y la forma de las figuras.
- La posibilidad de reconocer los movimientos y realizarlos sirviéndose de materiales auxiliares.
- La utilización de propiedades fuertemente visuales para identificar Simetría, y la visión del eje de simetría como separador "por la

mitad" de las dos figuras simétricas, junto con el cambio de orientación en éstas.

- El empleo del vocabulario elemental de las isometrías: Plano, simetría, eje de simetría, coordenada, módulo, etc.

Nivel 2 (Análisis):

La consideración de los movimientos a través de sus elementos permite:

- Hacer uso de forma intencionada y explícita de los elementos que caracterizan cada una de las isometrías.
- Determinar los elementos que caracterizan una isometría concreta, sólo en situaciones particulares, que no requieran recurrir a relaciones de propiedades propias del tercer nivel.
- Descubrir y utilizar nuevas propiedades de las isometrías, a partir de su verificación en casos concretos. En particular:
    - Las asociadas directamente a la definición del movimiento: equidistancia y perpendicularidad al eje en una simetría.
    - La determinación de la mediatriz de un segmento PQ como el lugar geométrico de los centros de los giros que transforman P en Q.
- Utilizar la definición de cada movimiento en tareas de reconocimiento y de aplicación directa del movimiento en cuestión.
- Aplicar composiciones de isometrías, realizando sucesivamente los movimientos correspondientes, sobre figuras concretas.
- Tras la realización sucesiva de las isometrías correspondientes, identificar el movimiento resultante de una composición de isometrías y sus características, cuando ello no suponga utilizar técnicas basadas en el empleo de relaciones correspondiente al tercer nivel. En particular, se puede trabajar con las composiciones de traslaciones, de giros del mismo centro y de dos simetrías.
- Descubrir la no conmutatividad de la composición de reflexiones.

- Utilizar notación y vocabulario matemáticos asociados a las isometrías: $\mathrm{p}, \mathrm{p}', \mathrm{T_a}, \mathrm{S_e}$ perpendicularidad, mediatriz, módulo, dirección, sentido, etc.

Nivel 3 (Clasificación):

Al establecer relaciones entre las propiedades y comprender planteamientos generales, se consigue:

- Comprender y utilizar el corte de mediatrices de segmentos que unen puntos homólogos para determinar el centro de simetría.
- Comprender y utilizar la posibilidad de descomposición, de infinitas formas, de una traslación y de un giro en producto de dos simetrías. Comprender y utilizar la posibilidad de descomposición, de infinitas formas, de un giro y de una traslación en producto de dos giros de distinto centro.
- Simplificar adecuadamente composiciones de isometrías: Utilización de la conmutatividad en los casos posibles, de la idempotencia de las simetrías, de la asociatividad y de las relaciones conocidas entre las distintas isometrías.
- Comprender la definición de cada isometría, en términos de un conjunto mínimo, suficiente, de condiciones, así como su enunciado formal.
- Comprender demostraciones formales, sencillas, cuando se presentan hechas. Por ejemplo, la demostración de que la composición de dos simetrías cuyos ejes se cortan es un giro.
- Completar alguna implicación en una demostración formal. Hacer demostraciones simples, que sólo supongan la adaptación de una demostración formal o la aplicación de una propiedad ya conocidas a la situación que se presenta.

- Pasar de una situación concreta a una general, completando algunas implicaciones en una demostración particular cuya organización es análoga a la demostración formal general.

Mencionamos además que no hemos incluido los últimos 2 niveles, que corresponden al trabajo de diferentes sistemas axiomáticos, y que no hemos considerado para los test ni en el desarrollo de objetivos en la secuencia metodológica que proponemos, ya que sólo algunos alumnos de cursos universitarios de ramos Geométricos o Matemáticos lo pueden alcanzar y esta propuesta está enfocada a las aulas de enseñanza Media (Maldonado, 2013).

1.5 Objetivos de la investigación

1.5.1 Objetivo general: Determinar el nivel de significación del uso del software GeoGebra en el desarrollo de los nivel del razonamiento geométrico en alumnos de primero medio del Liceo Polivalente Virginio Arias.

1.5.2 Objetivos específicos

1. Medir el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes a través de una evaluación de pre-test y post-test.
2. Implementar una intervención didáctica incorporando el uso del software GeoGebra.
3. Implementar una intervención con el uso de una metodología tradicional (sin uso de software).
4. Clasificar y comparar el nivel de razonamiento alcanzado por los estudiantes de acuerdo al modelo de razonamiento descriptivo de Van Hiele.
5. Describir el nivel de uso y de las TIC que tienen los estudiantes.
6. Proponer una metodología didáctica integrando el uso del software GeoGebra para la consecución de los distintos niveles del modelo descriptivo de Van Hiele.

1.6 Limitaciones y Viabilidad

Considerando los objetivos anteriores. También debemos tener en cuenta las posibles limitaciones y la viabilidad de nuestro estudio.

1.6.1 Limitaciones del estudio

- Limitaciones en infraestructura (falta de acceso a los computadores por parte de los alumnos, cantidad de computadores insuficientes)
- Capacidad del docente (Sus habilidades con el software y metodologías didácticas).
- Conocimientos previos del alumnado.
- Cambios metodológicos y capacidad de adaptación del alumnado.
- Habilidades o competencias de los participantes en la creación del conocimiento.
- Los estilos de aprendizaje individuales de los estudiantes.
- Las necesidades y motivaciones en torno al contenido a aprender.
- La eficacia de la estrategia frente a otras alternativas didácticas.
- Poca experiencia visual del alumnado.

1.6.2 Viabilidad del estudio

El estudio se aplicó en la comuna de Ránquil donde Directivos y Docentes accedieron a nuestra petición de implementar las nuevas metodologías siempre que no se comprometiese el aprendizaje de los estudiantes.

Además el establecimiento contaba con las tecnologías y el acceso para poder desarrollar el proyecto de buena forma.

En el establecimiento se nos autorizó la realización de la docencia directa (implementación de metodologías) en dos cursos de Primer Año Medio del establecimiento, además de la utilización de los laboratorios computaciones las veces que fue necesario.

CAPÍTULO II:
MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1 Bases teóricas

2.1.1 El modelo educativo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele supone, en su aspecto descriptivo del proceso de aprendizaje, una contribución fundamental para establecer de una forma objetiva la eficacia de ese proceso de aprendizaje.

Es importante aclarar que esta teoría no está limitada a la Geometría, sino que también puede aplicarse en otras áreas de la Matemática.

De acuerdo a Rizzolo (2008), el modelo abarca dos aspectos; uno descriptivo y otro instructivo:

I. Descriptivo: mediante el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar el progreso de estos.

II. Instructivo: que marca unas pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en su nivel de razonamiento geométrico.

La idea central del componente descriptivo, es que a lo largo del proceso de aprendizaje, los estudiantes pasan por una serie de niveles de razonamiento, que son secuenciales, ordenados y tales que no se pueden saltar ninguno. Cada nivel supone la comprensión y utilización de los conceptos geométricos de una manera distinta, lo cual se refleja en una manera diferente de interpretarlos, definirlos, clasificarlos y hacer demostraciones.

El componente instructivo del modelo, se basa en las fases de aprendizaje, éstas constituyen unas directrices para fomentar el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático de los estudiantes y su paso de un nivel de razonamiento al siguiente, mediante actividades y problemas particulares para cada fase. La definición geométrica de cada sección cónica (elipse, hipérbola y parábola) se puede lograr con base en el modelo educativo de Van Hiele porque, aunque es un modelo diseñado inicialmente para la geometría pura, su carácter visual geométrico, apoyado con el software GeoGebra, facilita la comprensión de dichas definiciones formales, a partir del reconocimiento manipulativo, el análisis y la clasificación.

Los niveles de razonamiento propuestos por Van Hiele se resumen en lo siguiente:

I RECONOCIMIENTO VISUAL

El estudiante reconoce las figuras como un todo, es decir, se le dificulta encontrar partes constitutivas de los objetos; se limita a describirlos en su forma física: el color, la forma, etc.

La adquisición de destrezas y habilidades de percepción visual pueden ser aprendidas y potenciadas a través del estudio de la geometría, ya que esta requiere que el alumno identifique y reconozca formas geométricas, relaciones y propiedades en una, dos y tres dimensiones (Alsina, y otros,1995).

II ANÁLISIS El estudiante es capaz de determinar las partes constitutivas de los objetos; es capaz de encontrar propiedades, pero todavía no cuenta con las capacidades para relacionar unas propiedades con otras, o hacer clasificaciones correctas.

III CLASIFICACIÓN El estudiante es capaz de relacionar unas propiedades con otras; de hecho puede establecer que unas propiedades se deducen de otras; es capaz de hacer clasificaciones lógicas correctas. En este nivel, el estudiante empieza a comprender la estructura axiomática de las matemáticas, es capaz de seguir demostraciones, pero todavía se le dificulta hacerlas sin ayuda.

IV DEDUCCIÓN FORMAL El estudiante en este nivel comprende la estructura axiomática de las matemáticas y es capaz de realizar demostraciones de propiedades que antes había mencionado de manera informal.

V RIGOR El estudiante trabaja sin necesidad de objetos geométricos concretos, conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y puede analizar y comparar. Aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido.

Las capacidades de razonamiento de cada uno de los niveles no sólo tienen relación con la resolución de problemas, sino también con la manera de expresarse y con la forma de utilizar cierto vocabulario. Luego, "a cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico… y dos personas que razonan (y que interpretan los argumentos del otro), en diferentes niveles no podrán comprenderse" (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 315).

El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua. Esto es, en palabras de Jaime y Gutiérrez (1990), "el paso de un nivel de razonamiento al siguiente se produce de manera gradual y durante algún tiempo el estudiante se encontrará en un período de transición en el que combinará razonamientos de un nivel y del otro" (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 319).

Esto implica que los estudiantes podrán mostrar rasgos en sus procedimientos y razonamientos que corresponden a un estado de transición entre dos niveles. El estudiante es capaz de determinar las partes constitutivas de los objetos; es capaz de encontrar propiedades, pero todavía no cuenta con las capacidades para relacionar unas propiedades con otras, o hacer clasificaciones correctas.

Si bien el Modelo Descriptivo de Van Hiele fue generado para la Geometría y es actualmente aplicable a toda la matemática, lo que nos interesa a nosotros es el desarrollo del Razonamiento en el objeto transformaciones Isométricas y más específicamente, el movimiento de Simetrías en el plano. Para poder hablar posteriormente sobre el objeto tenemos que definir el conocimiento matemático y cómo se conoce en el contexto chileno, por eso se describe a continuación.

2.1.2 Trasformaciones isométricas, simetrías y su base matemática en el currículum chileno.

Dentro de las matemáticas, las transformaciones isométricas son movimientos que producen cambios en una figura geométrica, sin alterar su forma ni tamaño, es decir, están asociadas a un cambio de posición. Cuando se aplica una Isometría una figura, se genera una figura homóloga llamada imagen, la cual conserva la forma y el tamaño de la figura original. Las Transformaciones Isométricas presentes en el currículo nacional chileno son: Traslación, Simetría Axial, Simetría Central y Rotación.

Traslación: Sea $\vec{a}$ un vector del plano. La traslación de vector $\vec{a}$ es la aplicación del plano en sí mismo $T_{\vec{u}}: \Pi \to \Pi \ / \ T_{\vec{u}}(A) = A'$ Si y sólo si $\overline{AA'} = a, \forall A \in \Pi$. El vector $\vec{a}$ es el vector Traslación (Jaime, 1993) Traslación en el Plano Cartesiano: Las nuevas coordenadas del punto $P'(x, y)$ de un punto $P(a, b)$ trasladado según un vector $\vec{v}(m, n)$ son: $(x, y) = (a, b) + (m, n) \Longrightarrow (x, y) = (a + m, b + n)$.

Simetría Axial: Sea una recta l del plano. La simetría axial (o reflexi) de eje la recta l es una aplicación del plano en sí mismo $S_l: \Pi \to \Pi$ tal que $S_l(A) = A'$ si y sólo si l es loa mediatriz del segmento $AA'/\forall\, A \in \mathfrak{D} \ \wedge\ \forall A' \in \mathfrak{D}$. La recta l se llama eje de simetría (Jaime, 1993).

Simetría Axial en el plano cartesiano: El simétrico de un punto $A(x, y)$ con respecto al eje X es $A´(x, -y)$ y con respecto al eje Y es $A´´(-x, y)$

Rotación: Sea un punto O del plano y un ángulo α la rotación de centro O y de ángulo α es una aplicación del plano en si mismo $R(O, \alpha): \Pi \to \Pi$ tal que $R(O, \alpha)(A) = A´$ si y solo si $d(O, A) = d(O, A´)$ y $\angle AOA´ = \alpha, \forall A \in \Pi$. El punto O es el centro de rotación y α es el ángulo de rotación (Jaime, 1993).

Rotación en el plano cartesiano respecto al origen: $R[(0,0), 90°](x, y) = (-y, x)$; $R[(0,0), 180°](x, y) = (-x, -y)$ y $R[(0,0), 270°](x, y) = (y, -x)$

De las Transformaciones vistas anteriormente sólo evaluamos la de Simetría tanto central como axial, pues la simetría es la que tiene más importancia, pudiendo incluso generar las otras transformaciones isométricas a partir de ella.

2.1.3 Definiciones matemáticas de simetrías en el plano

Definición 1: Una isometría en el plano es una aplicación del plano en sí mismo $f: \Pi \to \Pi$ que mantiene las distancias entre los puntos:

$d\big(f(p), f(q)\big) = d(p, q)$, $\forall\, p \in \Pi$ y $\forall\, q \in \Pi$

Definición 2: Sea una recta e del plano. La simetría axial (o simplemente simetría) de eje la recta e es una aplicación del plano en sí $S_e: \Pi \to \Pi$ tal que:

$S_e(p) = p'$ Si y sólo si e es la mediatriz del segmento pp' $\forall\, p \in \Pi$.

La recta e es el eje de simetría.

Definición 3: Dos isometrías del plano f y g son equivalentes si y solo si $f(p) = g(p)$, $\forall\, p \in \Pi$.

2.1.4 Propiedades básicas de las simetrías

- Toda simetría es una isometría.
- Si $p' = S_e(p)$, entonces el segmento pp' es perpendicular al eje e.
- Si $p' = S_e(p)$ y $q \in e$, entonces $d(p, q) = d(p', q)$.
- Los puntos del eje de simetría son los únicos puntos que se mantienen invariantes por esa simetría: sea $p \in \Pi$. Entonces, $S_e(p) = p$ si y s´olo si $p \in e$.
- La composición de dos simetrías $S_{e_1} \circ S_{e_2}$ de ejes paralelos es la traslación T_a tal que: $\vec{a} \perp e_i, i = 1,2$, $|\vec{a}| = 2d(e_1, e_2)$ y el sentido del vector $\vec{a}$ es desde el eje e_2 hacia el eje e_1

- La composición de dos simetrías $S_{e_1} \circ S_{e_2}$ de ejes que se cortan en el punto O es el giro $G(0, \hat{a})$ tal que: $\hat{a} = 2\angle e_2 e_1$ y el sentido del ángulo $\hat{a}$ es igual al del ángulo que va desde el eje e_2 hasta el eje e_1.

2.1.5 Teoremas de clasificación de las isometrías del plano

- Toda Isometría, o conserva la orientación de los ángulos o la invierte.
- Toda Isometría que conserve la orientación de los ángulos o es una traslación o es un giro.
- Toda isometría que invierta la orientación de los ángulos o es una simetría axial o es una simetría en deslizamiento.
- Toda isometría del plano se puede descomponer como producto de tres o menos simetrías axiales

2.1.6 Geometría dinámica

Para nuestra investigación, utilizaremos una metodología en base a la Geometría dinámica. Con las herramientas que nos ofrecen los ordenadores, podemos mostrar la geometría de una forma dinámica y práctica para el alumno sin necesidad de tener que hacer dibujos imprecisos en la pizarra que al final se quedan sólo en eso, simples dibujos que se borran con facilidad y que el alumno difícilmente los puede transportar a su cuaderno.

Haciendo una revisión del estado actual del desarrollo de software de geometría dinámica, nos trasladamos inicialmente a trabajos sobre la teoría del condicionamiento operante, los ambientes constructivistas y la utilización de programas educativos como material didáctico de la década de los 80, sobre todo en los trabajos de Bruner, en los trabajos de Piaget y la posición constructivista psicogenética; en esta misma vía se encuentran los trabajos de Rogers, Ausubel y Novak sobre los aprendizajes significativos. Los resultados de la utilización de herramientas tecnológicas en el aprendizaje de la geometría se han caracterizado por el uso de herramientas de geometría dinámica (Silva 2004).

2.1.7 Software GeoGebra

Dentro de la gama de software de geometría dinámica nos encontramos con el software GeoGebra, el da posibilidad de generar variación de problemas para que el alumno explore en forma autónoma, durante el proceso de solución permite que aparezca la búsqueda y exploración de relaciones matemáticas, así como visualizar y explorar el significado de esas relaciones. Como dice Santos Trigo (2007), "Este ciclo de visualizar, reconocer y argumentar son procesos fundamentales del quehacer de la disciplina que los estudiantes pueden practicar sistemáticamente con la ayuda de este tipo de herramientas" (p. 51).

Además GeoGebra es uno de los software de mayor importancia ya que facilita y ayuda al docente a interactuar dinámicamente con temáticas en el área de las matemáticas; este programa es una de las opciones tecnológicas que enriquece la calidad de las investigaciones y visualiza las matemáticas desde diferentes perspectivas, apoyando a la retroalimentación; además de ofrecer a los docentes estrategias para la instrucción de acuerdo a las necesidades de los alumnos. Así mismo facilita el aprendizaje mediante representaciones virtuales que son representaciones de la realidad y concentra beneficios pedagógicos (Roger, 2008, pág. 41)

En la investigación "Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el Aula" realizada por María del Mar García López (2011), se menciona que un alto porcentaje de los estudiantes admitió una mejora de su autoconfianza en matemáticas (componente cognitiva) debido al uso de GeoGebra, es decir, el uso del software contribuyó a una mejora afectiva de los estudiantes hacia las matemáticas trabajadas en el aula, pues, les resultó más fácil realizar las actividades planteadas en la asignatura, ayudándoles a reconocer mejor sus errores.

El uso de GeoGebra puede promover un pensamiento más geométrico y facilita un soporte visual, algebraico y conceptual a la mayoría de alumnos (categorías instrumental, procedimental). Considerando que el uso de GeoGebra también favorece múltiples representaciones de conceptos geométricos, ayuda a evitar obstáculos algebraicos permitiendo centrarse en los conceptos geométricos, así, como a resolver los problemas de otra forma. Hay que señalar, sin embargo, que la influencia del uso de GeoGebra depende de los alumnos y problemas planteados (Iranzo & Fortuny, 2009).

Torres y Racedo en su investigación “Estrategia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria”, realizada en el año 2014, concluyen que GeoGebra es un software de gran importancia ya que facilita y ayuda al docente a interactuar dinámicamente con contenidos temáticos en el área de geometría, estadística y calculo, entre otras; para la producción del conocimiento a partir de la manipulación, visualización, la utilización de software educativos y el uso de diversos contextos o representaciones, permiten que los docentes mejoren significativamente sus herramientas de trabajo dentro del aula. Este programa es una de las opciones tecnológicas que enriquece la calidad de la investigación y visualiza geométricamente desde diferentes perspectivas la enseñanza y aprendizaje de la Geometría; además de ofrecer a las y los docentes estrategias para la enseñanza de acuerdo a las necesidades de cada estudiante.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

Capítulo III: Metodología

3.1 Diseño de la investigación

La investigación utilizó un diseño experimental puro, pre test-post test con grupo control, usando la prueba T-Student para comparar el nivel de razonamiento geométrico alcanzado por el grupo experimental con respecto a un grupo control. La manipulación de la variable independiente (*Software GeoGebra*) alcanza solo dos niveles: presencia y ausencia. En ambos casos (presencia o ausencia de la variable independiente) la metodología didáctica diseñada estuvo inspirada en las Guías Didácticas del Ministerio de Educación de Chile y en el caso del grupo experimental, se incorporó el uso del software GeoGebra.

Los sujetos se asignan a los grupos de forma azarosa. Posteriormente a ambos grupos se les realizó la misma prueba *(pre-test).* Cuando concluyó la manipulación, a ambos grupos se les administró una medición sobre la variable dependiente en estudio (Test de R*azonamiento Geométrico post-test*) (*ver Tabla 1)*.

Para el grupo experimental, se utilizó una metodología basada en la utilización del software GeoGebra.

Para el grupo Control, se utilizó la metodología didáctica sugerida en la Guía docente del ministerio de educación.

Tabla 1: Diseño experimental según Campbell y Stanley

Grupo	Pre Test	Manipulación	Post Test
(R) Experimental	o_1	x	o_2
(R) Control	o_3	___	o_4

3.2 Sujetos de la investigación

El Universo y Población estuvo compuesta por alumnos de Primeros Medio del Liceo Polivalente Virginio Arias de la comuna de Ranquíl, el establecimiento es de dependencias municipales, con una matrícula de 248 estudiantes. Los resultados en el SIMCE 2015 fueron de 231 puntos (bajo la media nacional de 259 puntos) en matemáticas (resolución de problemas). Los cursos están compuestos por un total de 56 estudiantes entre alumnos y alumnas, cuyas edades varían entre 14 y 15 años. La mayoría de los estudiantes vienen de sectores rurales aledaños a Ñipas, de familias con bajo nivel de estudio y de estrato socioeconómico primordialmente medio bajo y bajo.

La muestra de participantes estuvo conformada por dos grupos: uno experimental y un grupo control; los grupos estuvieron conformados por 28 estudiantes (alumnos y alumnas) que fueron escogidos de manera azarosa.

3.3 Instrumentos de medición

El instrumento utilizado tanto para el pre-test como para post-test fue una prueba de selección múltiple, generada para primero medio y con ejercicios liberados de las pruebas SIMCE.

El instrumento cuenta con 25 preguntas, cada una con 5 alternativas, hecha para realizarse en el horario normal de clases (2 horas pedagógicas). Su creación y validación estuvo a cargo de la Magister en Educación Mención Informática Educativa, Lesly Maldonado Rodríguez, de la Universidad de Chile quién generó el instrumento y lo validó dos veces antes de su primera implementación (la primera etapa trató de una validación empírica con varios expertos, la segunda con un grupo objetivo de estudiantes). Luego de esto fue refinado y nuevamente validado por expertos. (Ver Anexo)

<u>Factores de Validez</u>

- **Credibilidad**

En el diseño de los tests se consideraron los aprendizajes esperados de la unidad según el programa de estudio del Ministerio de Educación de Chile, cada uno con su tabla de especificaciones.

- **Confiabilidad**

El test fue construido con ejercicios liberados de pruebas SIMCE de años anteriores.

- **Validez**

Se pidió la ayuda para la revisión de los instrumentos construidos a expertos en geometría, currículo y evaluación de la Universidad de Chile y docentes de la Universidad de Santiago.

Factores de Invalidez

Se cautelaron las siguientes fuentes, para evaluar el grado de influencia que tiene GeoGebra en el aprendizaje de simetrías, y ejercer un control en la explicación de que esta influencia, sólo se debe a la presencia o ausencia de la variable independiente.

- **Maduración**

Desarrollo de la experiencia en un período de aproximadamente dos semanas y medias. Dedicación de siete horas semanales en la enseñanza de la geometría, durante diferentes horarios.

- **Inestabilidad**

Aplicación de una prueba objetiva al inicio y al término del proceso, para medir el nivel de aprendizaje geométrico de los estudiantes.

- **Instrumentación**

Aplicar el mismo instrumento a los dos cursos.

3.4 Mecanismos de recolección de la información

Con el fin de describir el nivel de uso y competencias digitales de los estudiantes se utilizó un cuestionario con preguntas de tipos cerradas y escalas de frecuencias del tipo Likert. El cuestionario fue validado por la profesora guía de la presente investigación.

Con el fin de determinar el nivel de razonamiento de los estudiantes, se aplicó un instrumento cuantitativo, un formulario de selección múltiple que detallemos más adelante (ver anexo 2), conocido como Prueba de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, fue generada en Chile con ejercicios liberados del SIMCE. Ocupando la teoría del modelo descriptivo de Van Hiele.

3.5 Análisis y procesamiento de datos

3.5.1 Procesamiento de datos

Para el análisis de datos de esta investigación se utilizó el Software gratuito PSPP versión 0.10.1.

GNU PSPP

PSPP es un software estadístico para el análisis y manejo de grandes conjuntos de datos. Fue diseñado como una alternativa libre a SPSS el año 1998, por lo que muchas de las tareas de rutina —análisis de varianza, regresión lineal, pruebas no paramétricas, entre otras— PSPP las cumple sin ningún problema.

Algunas de sus principales características y ventajas:

- Soporta más de 1000 millones de variables.
- Sintaxis y archivos de datos compatibles con SPSS.
- Manejo desde interfaz gráfica o línea de comandos.
- Interacción con Gnumeric y OpenOffice.Org.
- Admite hojas de cálculo, archivos de texto y base de datos.
- Formatos de salida en ASCII, PostScript y HTML.
- Multiplataforma. Soporta Linux, Mac OS X y Windows.
- Amplia documentación (en inglés y francés) sobre su uso.

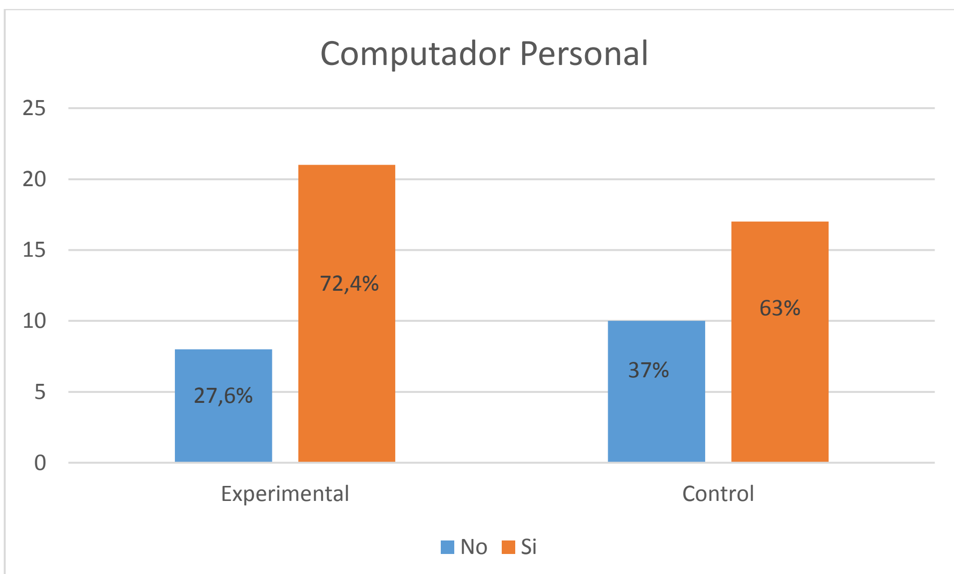
3.5.2 Análisis de la información

3.5.2.1 Análisis de los resultados de las encuestas

Se les aplicó una encuesta de uso de TIC (ver Anexo 5) a 56 estudiantes de primero medio con un total de 10 ítems. Para esta investigación era importante conocer el uso que le dan los alumnos a las tecnologías de información y comunicación como parte de su desarrollo intelectual y social, dado que el uso o las habilidades que ellos tengan de éstas puede ser un factor que interfiera o favorezca la aplicación y posteriores resultados de la investigación.

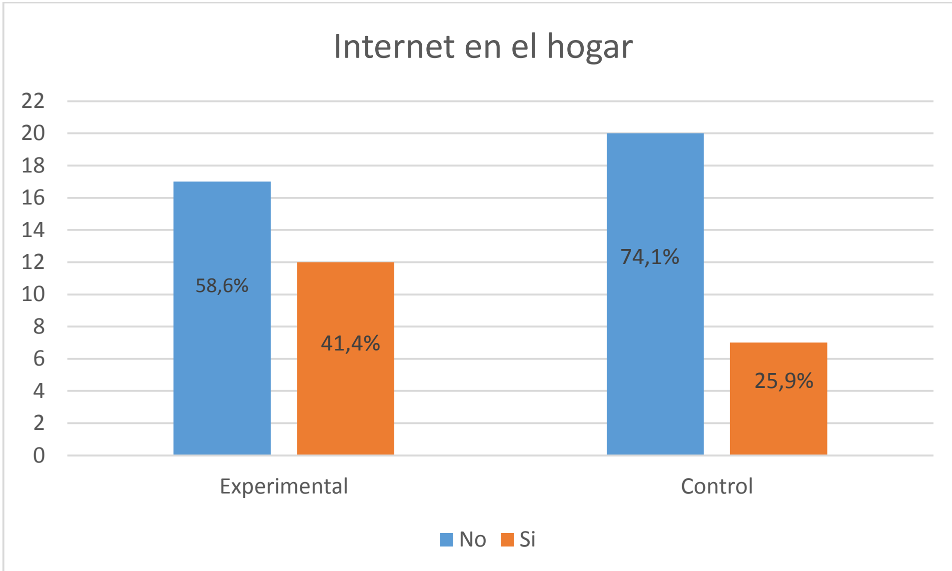
A continuación se presentan los resultados, a través de gráficos.

Gráfico 1: Computador Personal



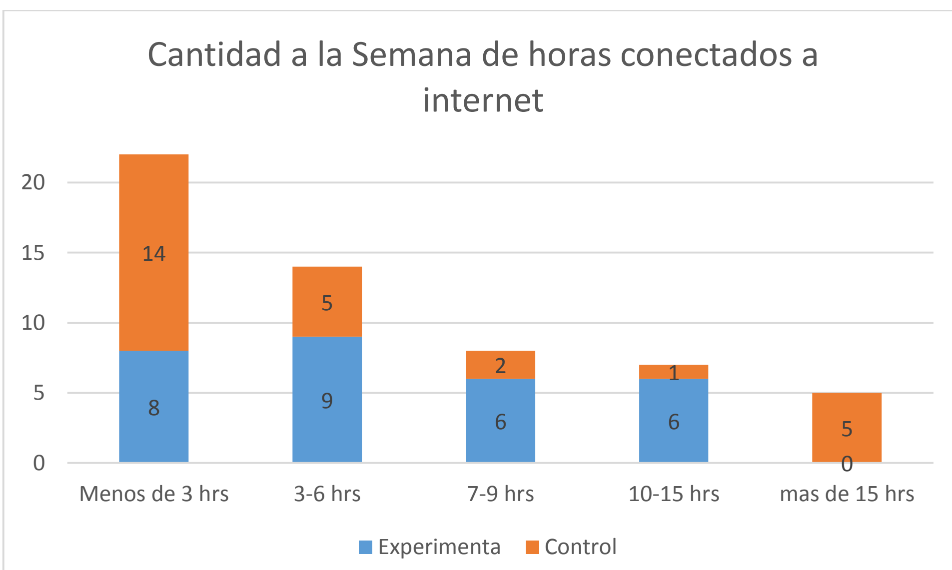
Se observa en el Gráfico 1 que la mayoría de los estudiantes del grupo experimental tienen computadores personales, y de estos solo 12 alumnos tienen conexión a internet en sus hogares. Del grupo control solo 7 cuentan con internet (Gráfico 2), lo que implica que la mayoría de los alumnos no tiene internet en sus hogares.

Gráfico 2: Internet en el hogar.



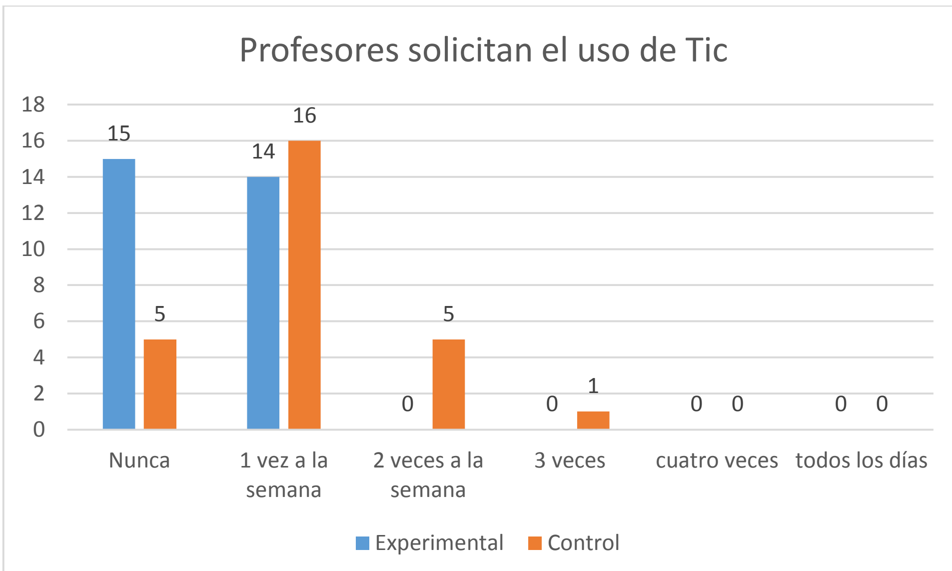
Con respecto a la cantidad de horas de conexión a internet en la semana, podemos observar en el Gráfico 3, del grupo experimental 12 (41,4%) estudiantes pasan más de 7 horas conectados, en cambio el grupo control son 8 (29,6%), una cantidad mucho menor.

Gráfico 3: Cantidad de horas a la semana que pasan conectados



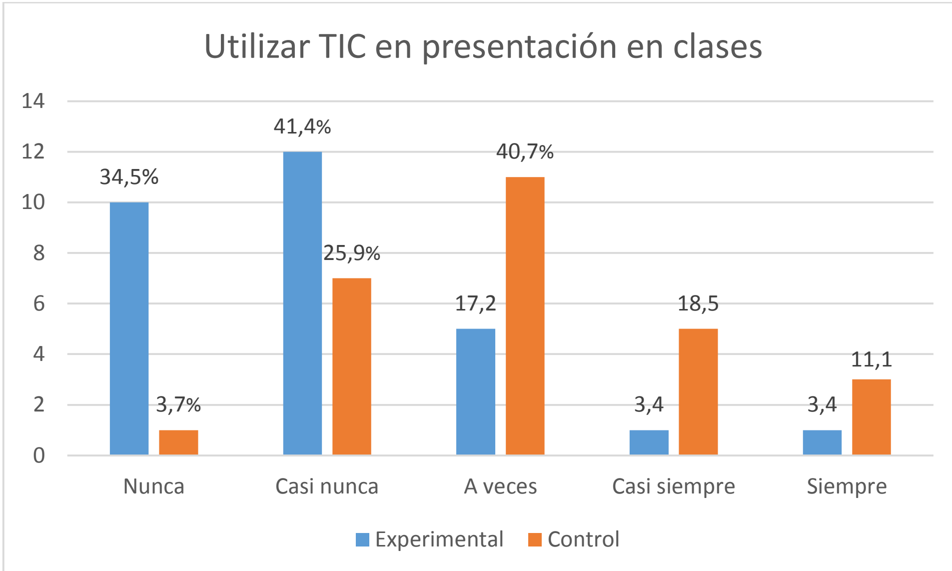
Es interesante saber si los profesores solicitan que sus estudiantes (Gráfica 4) realicen trabajos con el apoyo de tecnología, cabe señalar que 48,2% del grupo experimental dicen que al menos una vez a la semana les solicitan que usen tecnología y del grupo control el 59,2%. Llama la atención que el 51,7% del grupo experimental dice que no se les pide utilizar tecnologías para trabajos escolares.

Gráfica 4: Profesores solicitan el uso de Tic



No necesariamente la idea de utilizar Tic en los trabajos puede ser por parte del profesor, en la Gráfica 5 indica el porcentaje de veces por semana que utilizan Tic en la presentación de un trabajo. 41,4% de los estudiantes del grupo experimental indican que casi nunca utilizan TIC comparado con un 25,9% del grupo Control.

Grafica 5: Utilización de Tic en presentación en clases

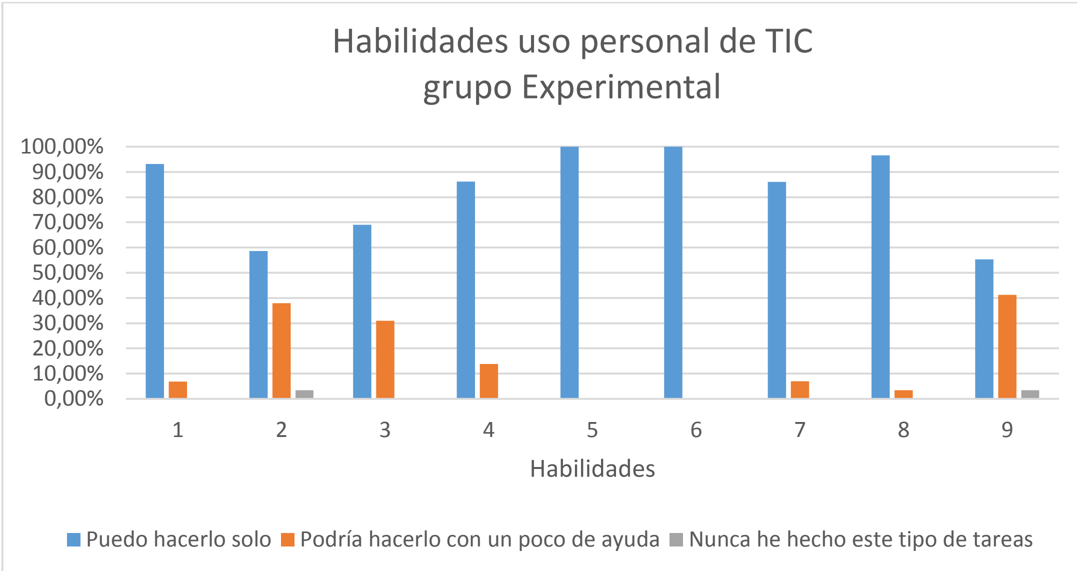


Es importante conocer las habilidades que los estudiantes dicen poseer en el uso de Tic de cada grupo (Gráfica 6 y Gráfica 7),

Habilidades en el uso de TIC

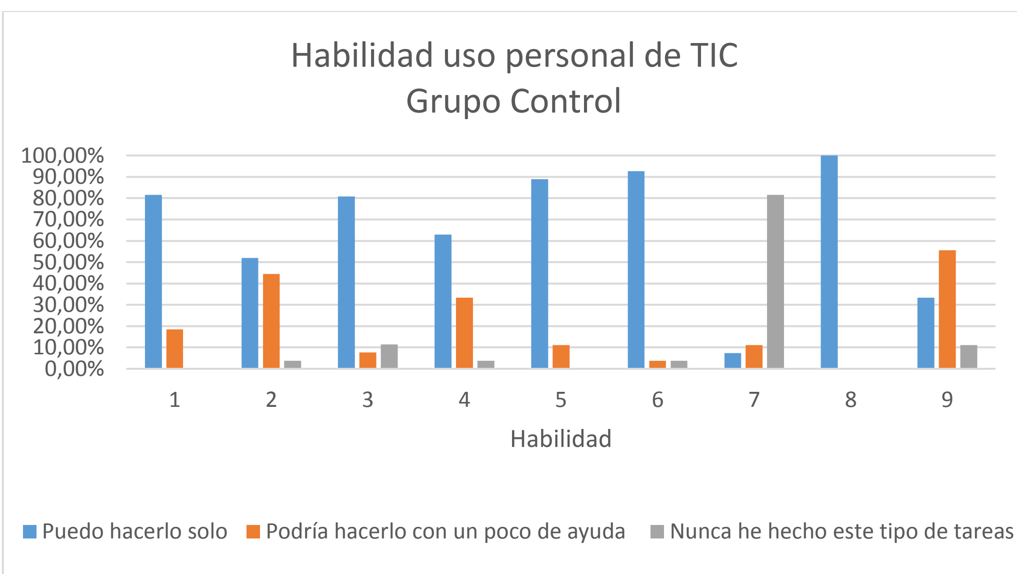
1. Escribir trabajos en un Procesador de texto
2. Resolver problemas numéricos en Hoja de Cálculo
3. Enviar y leer correos electrónicos
4. Crear y Modificar imágenes con programa de edición de gráficos
5. Hacer una presentación sencilla por ejemplo con PowerPoint.
6. Buscar información en un Navegador de Internet
7. Jugar video juegos
8. Comunicarse con amigos
9. Insertar una coordenada en un Software educativo

Gráfica 6: Habilidades uso de Tic grupo experimental



Se destacan las habilidades "hacer una presentación sencilla" y "buscar información" con un 100%, le siguen "comunicarse con amigos" y "jugar video juego". Con respecto a las habilidades de "resolución de problemas numéricos en Hoja de Cálculo", Enviar y leer correos electrónicos e insertar una coordenada en un software educativo, los estudiantes señalan necesitar un poco de ayuda para realizarlo.

Gráfica 7: Habilidades uso de Tic grupo control



Cabe destacar en los resultados de la habilidad "jugar video juegos" en la que grupo control tiene un 8% de logro, en comparación con el grupo experimental que acá solo alcanza un 85% logro. Que nos muestra el quehacer mayoritario de los alumnos al utilizar las tecnologías.

En ambos grupos se observa que hay un alto porcentaje en la habilidad de comunicación por medio de las redes sociales.

3.5.2.2 Interpretación de los resultados de las encuestas.

En el grupo experimental, el 41,3% de los estudiantes está conectado más de 7 horas al día, se deduce que ellos parecieran no utilizar internet para realizar sus tareas, pues casi nunca las usan para realizar presentaciones en las clases (41,4%), ni tampoco para aprender a resolver problemas en hoja de cálculo (38%), enviar y leer correos electrónicos (31%) e insertar una coordenada en un software educativo (41,3%), pues necesitan ayuda para realizarlo. No obstante, pareciera que los alumnos poseen mayor habilidad para comunicarse con sus amigos y jugar.

Cabe mencionar que como lo indica la gráfica de las habilidades del grupo experimental "enviar correo electrónico" concluye que el 38% de los estudiantes, necesita ayuda para enviar un correo electrónico. En tanto que para "insertar una coordenada en un Software educativo" el porcentaje de alumnos que necesita ayuda alcanza el 40,3% (Gráfica 6). Con esto se podría concluir que el curso posee las habilidades mínimas necesarias para llevar a cabo la investigación.

3.5.2.3 Análisis de resultados de pre-test y post-test

Se realizó Prueba T puesto que los dos grupos (Control y Experimental) fueron designados de forma azarosa, son independientes entre sí, la prueba de kolmogorov Smirnov arrojó que los datos se distribuyen de forma normal (ver

Anexos 7), así cualquier diferencia en la respuesta se debe al tratamiento (o falta de tratamiento) y no a otros factores.

La media estadística del pre-test del grupo control fue de 22,79% y la del grupo Experimental fue de 24,7%. Al calcular la T-Student arrojó que no hubo diferencia de medias significativa, lo que nos indica que ambos grupos son equivalente, en consecuencia con esto, se pudo llevar a cabo la investigación (ver Anexo 7).

La intervención que se realizó fue para un grupo Control utilizando metodología tradicional y un grupo experimental con el uso de geometría dinámica (software GeoGebra)

El test aplicado a los cursos contenía de 25 preguntas, y están separadas por Niveles de razonamiento Geométrico de Van Hiele, como se indica a continuación.

Tabla 1: Porcentaje de preguntas por nivel

Niveles	***N° de Ítem***	***% del total***
Visualización	3	12%
Análisis	17	68%
Deducción informal	5	20%
Total	**25**	**100%**

Resultado entre el pre-test y el post-test

Según la Tabla 2, el grupo Experimental fue el que obtuvo una mayor variación porcentual.

Tabla 2: Variación Porcentual entre pre y pos test

Variación Porcentual		
	Control	***Experimental***
Pre Test	22,8 %	24,7 %
Post Test	40 %	48,4 %
Variación	75,4%	94,3 %

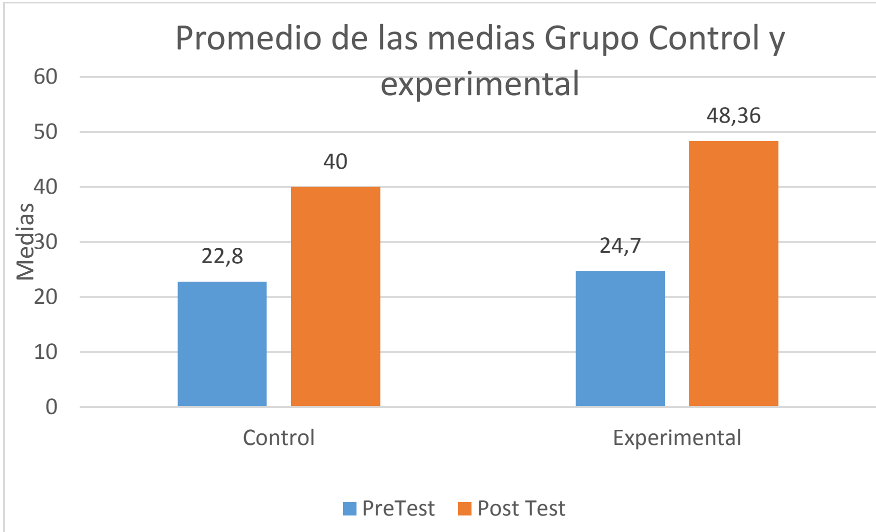
En la Tabla 3 que se muestra a continuación, se indica el número de la muestra para el grupo experimental y control en el Pre Test y Post Test y los estadísticos: media y desviación típica.

Tabla 3: Medias de Pre Test Post Test en los cursos Experimental y Control

Pre Test				Post Test			
Curso	**N**	**Media**	**Desv. Tipica**	**Curso**	**N**	**Media**	**Desv. Típica**
Control	28	22,79	9,29	**Control**	28	40,00	18,76
Experimental	28	24,7	12,70	**Experimental**	28	48,36	19,84
Total	**56**	**23,75**	**10,995**	**Total**	**56**	**44,18**	**19,3**

Estos estadísticos se utilizan para probar si las diferencias entre las medias se deben o no al azar, vale decir a las variaciones propias de la muestra que pueden evidenciar valores diferentes en los grupos comparados, que no se dan en sub conjuntos del universo.

Gráfico 1



Tal como se aprecia en el Gráfico Nº 1 las medias de los puntajes en el pre-test y post-test, muestran una diferencia entre el grupo control y el experimental.

Para responder si esta diferencia es estadísticamente significativa, se utiliza la prueba T-Student para muestras emparejadas o relacionadas de cada grupo (Tabla 4 y Tabla 5).

Tabla 4: Grupo Control, Prueba T Student

Grupo Control	**Dif. De medias**	**95% int. Confianza**		**T**	**Gl**	**Sing.**
		Inferior	**Superior**			**(bilateralidad)**
Pre Test & Post Test	-17.21	-24,46	-9,97	-4,87	27	0,00

Al comparar las medias en el grupo Control de los resultados del pre-test y post-test se puede observar que existe diferencia significativa (t=-4,87) con un 95% de confianza (P_valor <0.05).

Tabla 5: Grupo Experimental, Prueba T Student

Grupo Experimental	Dif. De medias	95% int. Confianza Inferior	Superior	T	Gl	Sing. (bilateralidad)
Pre Test & Post Test	-23,64	-32,68	-14,60	-5,37	27	0,00

Al comparar las medias en el grupo experimental de los resultados del pret-test y post -test se puede observar que existe diferencia significativa (t=-5,40) con un 95% de confianza (P_Valor < 0.05).

Cabe señalar que es normal que los estudiantes de ambos grupos hayan experimentado este cambio significativo, pues al aplicar el pre-test no conocían el concepto Simetría y al incorporar la enseñanza sobre este concepto, ellos aprenden nuevos conocimientos. Los alumnos tienen 8 años de escolaridad, cuentan con capacidades cognitivas y memoria que le permiten una comprensión. Los grupos al inicio de la experiencia tenían niveles de conocimientos previos diferentes sobre simetría (la simetría se trabaja también en enseñanza básica, pero sin ubicarlo en un espacio como es el plano cartesiano), al aplicar su enseñanza durante casi dos semanas y media, ambos cursos incrementaron significativamente este aprendizaje; cabe entonces plantearse la siguiente pregunta ¿el incremento mayor que se obtuvo en el grupo experimental, es realmente significativo?

Para esto se realizará una comparación de medias con una prueba T Student para muestras independientes (Tabla 6) comparando el Post Test del Grupo Control, con el Post Test del grupo experimental, asumiendo igualdad de varianzas.

Prueba T Student para muestras independientes

Tabla 6: Prueba T Student Pos Test Grupo Control y Grupo Experimental

Variable	**Dif. medias**	**95% int. Confianza**		**T**	**Gl**	**Sing.**
		Inferior	**Superior**			**(bilateralidad)**
Post Test	8,36	-1,99	18,70	1,62	54	0,111

Al comparar las medias del grupo experimental y del grupo control de la variable Post Test se puede observar que no existe diferencia significativa (t= 1,62) con un 95% de confianza (P-valor >0.05).

Ahora analizaremos los niveles de Van Hiele por separado, pues si bien la comparación de medias de la Tabla 6 indica que no hay una diferencia significativa global del post-test, no sabemos si es así para cada nivel.

La comparación de medias, asumiendo igualdad de varianzas del pre-test de ambos grupos, no es significativa (P-valor >0,05) indicando con esto que al comienzo son bastante heterogéneo (ver Tabla 7), la media resulta ser representativa, por lo que el valor agregado se verá reflejado al compararla con la media del post-test mediante la diferencia de medias, cuyos cálculos se encuentran reflejados en la Tabla 7 (ver Anexo 7).

Tabla 7: Prueba T Student Pre Test, grupo Control y grupo Experimental.

Variable	**Dif. medias**	**95% int. Confianza**		**T**	**Gl**	**Sing.**
		Inferior	**Superior**			**(bilateralidad)**
Pre Test	1,93	-4,03	7,89	,65	54	,519

Tabla 8: Medias por Niveles de Van Hiele

Medias						
	Grupo Control			**Grupo Experimental**		
	Nivel 1	***Nivel 2***	***Nivel3***	***Nivel 1***	***Nivel 2***	***Nivel 3***
Pre Test	**4,57**	**14,29**	**3,93**	**7,29**	**14,00**	**3,43**
Post Test	**7,29**	**27,00**	**5,71**	**8,29**	**32,36**	**7,71**
Diferencia de medias	**2,72**	**12,71**	**1,78**	**1**	**18,36**	**4,28**

En la Tabla 8, se logra observar que para el Nivel 1 la mejor forma de abordarlo es con una metodología tradicional, en cuanto a los Niveles 2 y 3, presentan una mayor diferencia de medias, pero ¿cuántos estudiantes se encuentran en estos niveles? La respuesta a ésta pregunta se encuentra a continuación (Tabla 9).

3.5.2.4 Clasificación de los estudiantes según el Modelo de Van Hiele.

Para determinar en qué nivel se encuentran los alumnos según este modelo, se consideraron los siguientes criterios porcentuales: para estar en Nivel 1 los estudiantes debían contestar el 100% de las preguntas de este nivel, para estar en el Nivel 2 el 75% de estas preguntas y para el Nivel 3 tenían que contestar el 60% de las preguntas del Nivel 3. La Tabla 9 muestra cómo se distribuyeron los estudiantes en cada grupo según el nivel alcanzado en la taxonomía de Van Hiele.

Tabla 9: Cantidad de alumnos por niveles

Pre Test			
Niveles de Van Hiele	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Experimental	8	0	0
Control	1	0	1
Post Test			
Experimental	12	4	11
Control	8	2	4

3.5.2.5 Interpretación de los resultados del pre-test y post-test

Después de realizar el análisis de los resultados del pre-test y post-test, la Tabla 10 indica la cantidad de estudiantes que se ubican por cada nivel y el incremento de porcentaje de logro.

Tabla 10: Incremento de porcentaje de logro entre el pre test y pos test según niveles de Van Hiele

	Pre Test	Post Test	Total	Incremento
Nivel 1				
Experimental	8	12	20	40%
Control	1	8	9	77,70%
Nivel 2				
Experimental	0	4	4	100%
Control	0	2	2	100%
Nivel 3				
Experimental	0	11	11	100%
Control	1	4	5	60%

Para realizar la interpretación de los resultados, debemos recordar la pregunta de investigación planteada, *¿Existe un efecto significativo mayor en el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes cuando se utiliza el software GeoGebra en comparación a los métodos tradicionales de enseñanza?* no podemos responder completamente a esta pregunta con una respuesta afirmativa, debido a que el progreso en el aprendizaje de las simetrías, tras su trabajo con una metodología que consideraba el uso de geometría dinámica, no reveló una diferencia significativa global al comparar (prueba T para muestras independientes) el post-test del grupo Control con el post-test del grupo experimental. Esto podría deberse al poco tiempo de intervención, a la falta de motivación de los estudiantes por el nuevo concepto (Simetría) y al poco manejo que los estudiantes tienen de las TIC como medios para estudiar. Lo que sí se observa, a nivel general es que el grupo en el que la intervención se realizó con Geometría Dinámica (software GeoGebra) obtuvo mayor incremento de porcentaje de logro en el Nivel 2 y el Nivel 3, ambos con un 100%, al igual que obtuvo una diferencia de medias de 18,36% y 4,28%, superior a lo obtenido en el otro grupo.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

El análisis de resultados de la aplicación del pre-test y post-test indican que realiza un rechazo parcial a la Hipótesis. Por una parte, la diferencia de medias del post-test del grupo control con el grupo experimental no es significativa, sin embargo, sí hay elementos de la hipótesis en las que sí hubo diferencia significativa. Por lo tanto podemos concluir que la efectividad del uso del software GeoGebra es diferenciado.

Destacable resulta ser que el uso de la metodología diferenciada, puesto que l*a utilización de Geometría Dinámica genera mayor desarrollo en el razonamiento geométrico de los estudiantes* en los niveles de Análisis y Clasificación (respectivamente II y III). En cuanto al nivel I de Reconocimiento, obtuvo mejores resultados con la metodología tradicional. Debido a esto, se realizó una propuesta metodológica **(**ver propuesta a continuación**)**, que abordará los objetivos de las clases de manera diferenciada, como se indica:

- *Los contenidos que pertenecen al Nivel 1: se abordarán con una metodología tradicional*
- *Los contenidos a tratar que pertenezcan al Niveles 2 y 3: se abordaran con geometría dinámica (Uso de GeoGebra).*

Por otro lado, los resultados de las encuestas sobre habilidades TIC señalan que, hay dos habilidades que interactúan directamente con la investigación: “enviar correo electrónico” e “insertar una coordenada en un software educativo”. Se requirió de tiempo para que aquellos estudiantes que no tenían correo electrónico lo crearan y aprendieran a enviar mensajes. El envío de trabajos por parte de los estudiantes, ocupó lapsos considerables de cada clase.

El uso del software GeoGebra, Puede brindar ventajas en términos de apoyo en aula y apoyo en la visualización de los alumnos. Primeramente consideramos que es destacable el tiempo que gana el docente al realizar diversas figuras y cuerpos geométricos. Lo que permite trabajar con un mayor nivel de profundidad en todos los contenidos que necesite trabajar.

Con el uso del GeoGebra, tenemos otra ventaja que se presenta momento de realizar figuras complejas, todo docente de matemática sabe del costo de tiempo que se invierte al realizar una figura compleja o una figura que necesite alta precisión (para demostraciones). Estos tiempos con ayuda del software se ven reducidos drásticamente, mejorando la precisión de una forma impresionante, permitiendo además dar dinamismo a las figuras modificando rápidamente todas sus configuraciones internas.

A pesar de que los estudiantes pasan muchas horas conectados a internet, no la utilizan las TIC para realizar tareas o actividades escolares. Como mencionamos con anterioridad, el tiempo de intervención fue de dos semanas y medias, que es un tiempo corto y solo se pudo evaluar los resultados y no el proceso.

Si bien mencionamos que los resultados con el uso de GeoGebra favorecieron el desarrollo de los Niveles 2 y 3, debemos considerar cómo influyen la experiencia del uso y manejo de TIC por parte de los alumnos en estos resultados. Es probable que al replicar la investigación con alumnos que suelan utilizar diferentes softwares al momento de realizar sus actividades académicas (estudio, trabajos y tareas) se vean favorecidos aún más los desarrollos de los diversos niveles de razonamiento geométrico.

Recomendaciones

En el caso de replicar el estudio sería recomendable que la encuesta sobre tecnologías se aplique con anterioridad a la intervención. Así con sus resultados se planifica en consecuencias los momentos de inducción necesarios en el laboratorio, para aprovechar de mejor manera las clases y no estar explicando el uso del software, evitando así deslizamientos metadidácticos (sería de vital importancia contar con programas de servidores que provea de la acción de envío de tareas).

Una de las preocupaciones que nos surgió, se dio por no saber cómo los estudiantes estructuraron sus estrategias para dar respuesta a las preguntas. si bien, tenemos los niveles de razonamiento, desconocemos cómo se articularon dichos niveles. Debido a esto, sería interesante realizar una investigación que se preocupara del proceso de construcción mental.

A los docentes, les recomendamos generar y utilizar metodologías diferenciadas, para lograr de mejor modo que los alumnos alcancen el mayor de los niveles en el menor tiempo. Al utilizar metodologías diferenciadas, el alumno obtendrá el beneficio de las metodologías tradicionales y metodologías en base a geometría dinámica, para lograr de mejor manera los niveles. El profesor, por otra parte, verá facilitada su labor al momento de realizar dibujos complejos, de dotar de dinamismo su clase, permitiendo a la educación avanzar de la mano a los cambios tecnológicos actuales

PROPUESTA METODOLÓGICA

PROPUESTA METODOLÓGICA

Al implementar nuestra Propuesta Metodológica con Geometría Dinámica, pudimos observar ciertas situaciones que son útiles de documentar, que además nos permitieron generar una propuesta mejorada que incluimos en este Capítulo.

Marco Curricular

El primer paso a considerar al realizar cualquier propuesta metodológica es estudiar los contenidos del Marco Curricular, así se asegura la pertinencia y los conocimientos previos que deberían poseer los alumnos.

Al revisar el actual Programa de Estudio de Primer Año Medio del Ministerio de Educación (MINEDUC 2011), consideramos en primer lugar los aprendizajes esperados para la Unidad 3: Geometría, del cual consideramos los siguientes:

AE 01 Identificar y representar puntos y coordenadas de figuras geométricas en el plano cartesiano, manualmente o usando un procesador geométrico

AE 04 Identificar regularidades en la aplicación de transformaciones isométricas a figuras en el plano cartesiano.

AE 05 Formular y verificar conjeturas acerca de la aplicación de transformaciones isométricas a figuras geométricas en el plano cartesiano.

Los *Conocimientos Previos* necesarios que se mencionan son:

-Propiedades en polígonos

-Transformaciones isométricas en el plano euclidiano

-La recta numérica

-Ángulos y lados en polígonos

-Composición de funciones

Las *Habilidades*, las que corresponden al movimiento de Simetría son:

-Caracterizar el plano cartesiano

-Realizar transformaciones isométricas en el plano cartesiano

-Caracterizar la congruencia de figuras a partir de las transformaciones isométricas

Los aprendizajes descritos en el Mapa Geometría progresan considerando cuatro dimensiones que se desarrollan de manera interrelacionada:

Comprensión de la forma: Se refiere a la capacidad de caracterizar formas geométricas y sus transformaciones, a partir de un lenguaje básico de la geometría. Esta dimensión progresa desde la caracterización y establecimiento de relaciones en fi guras simples como rectángulos y triángulos, en los niveles iniciales, hasta la compresión de figuras geométricas en tres dimensiones, planos y rectas representadas en un sistema de coordenadas, en los niveles superiores.

Medición: Se refiere a la capacidad de comparar, medir y estimar magnitudes de formas de una, dos y tres dimensiones. Progresa desde el uso de unidades arbitrarias y estandarizadas para responder preguntas como: ¿Cuál es más larga?, ¿Cómo copiar esa longitud? O estimar cuántos pasos o cuartas mi de una determinada longitud –en el nivel 1-, hasta la medición y determinación de perímetros, áreas y volúmenes de figuras tridimensional es en diversos contextos, en niveles superiores.

Descripción de posición y movimiento: Se refiere a la capacidad de describir la ubicación relativa y la variación de posición de fi guras y cuerpos geométricos, así como la capacidad de utilizar coordenadas y vectores para representar posición y movimiento. Esta dimensión comienza en el nivel 4 del mapa, y progresa desde la comprensión y aplicación del concepto de transformaciones isométricas hasta la comprensión de homotecias de figuras planas en el nivel 6 del mapa.

Si bien las 4 dimensiones no son abarcadas en su totalidad en Primero Medio, es necesario incluir el mapa de progreso para saber con los conocimientos previos, y como articular estos conocimientos para avanzar en sobre las dimensiones.

Descripción de la Intervención

Como se mencionó anteriormente, la intervención tuvo lugar en el Liceo Virginio Arias de la comuna de Ranquil, dentro del establecimiento trabajamos con dos cursos Primeros Medios (ver detalles en capítulo población y muestra).

Los conocimientos previos mostrados por los alumnos estaban un poco bajos en comparación a los mostrados en el MINEDUC como conocimientos previos o mapas de progreso, pero no fue limitante para impartir la metodología.

La Metodología basada en Geometría Dinámica, incluyo la totalidad de las clases en la sala de computación, donde los alumnos trabajaron directamente con el software GeoGebra, enviando sus producciones por correo electrónico para su posterior revisión.

De las clases recalcamos lo siguiente:

-Si bien el programa genera automáticamente Simetrías axiales o centrales de cualquier polígono. Nosotros no consideramos dentro de las primeras clases enseñar la utilización de esa aplicación dentro del software, pues necesitábamos que el alumno comprendiese como se generaba el movimiento sobre la utilización del software.

-La mayoría de los alumnos no tomó apuntes de las explicaciones al ponerlas en práctica rápidamente, por eso consideramos que se deben hacer resúmenes escritos con los contenidos importantes y verificar que el alumno lo escriba realmente.

-Luego de transcurridas un par de clases, y de ver que los alumnos comprendían las características generales de los movimientos de simetrías centrales y axiales, se le muestra al alumno la aplicación que genera automáticamente los movimientos dentro del software, esto nos permitió un avance en el tiempo y así poder trabajar polígonos complejos y profundizar aún más en las características.

-Actividades no resultaron como se pensaban al momento de planificar, por diversas razones, recalcar que al planificar los tiempos con software son diferentes a los tradicionales.

Por estas razones y por los resultados obtenidos en el capítulo anterior, hemos diseñado una metodología que incluye lo mejor de los aspectos de las dos metodologías trabajadas (Tradicional y Geometría dinámica). En la que realizaremos clases a forma de conseguir mejor el desarrollo de los niveles de razonamiento.

Propuesta Metodológica Mejorada

<u>Situación didáctica Uno</u> (2 clases)

Propósito: Caracterizar el plano Cartesiano

Contenidos matemáticos involucrados: Caracterizar el plano cartesiano.

Descripción de las actividades: Se realiza primeramente una clase frontal donde se mostrarán las características del plano cartesiano, nombre de los ejes y cuadrantes.

La clase comenzará mostrando las características del plano cartesiano y nombres de ejes.

En un segundo momento, el profesor realizará algunas preguntas sobre la ubicación de algunos puntos sobre el plano (nombre de los cuadrantes o ejes de ubicación)

Un tercer momento será cuando el profesor pida a los alumnos ubicar algunas figuras (cuadrados y triángulos) y les pedirá calcular su respectiva área y perímetro. Las figuras deben ser fijadas con cautela, pues debemos recordar que la distancia entre dos puntos aún no es conocimiento en los estudiantes, por esto deben fijarse solo valores enteros

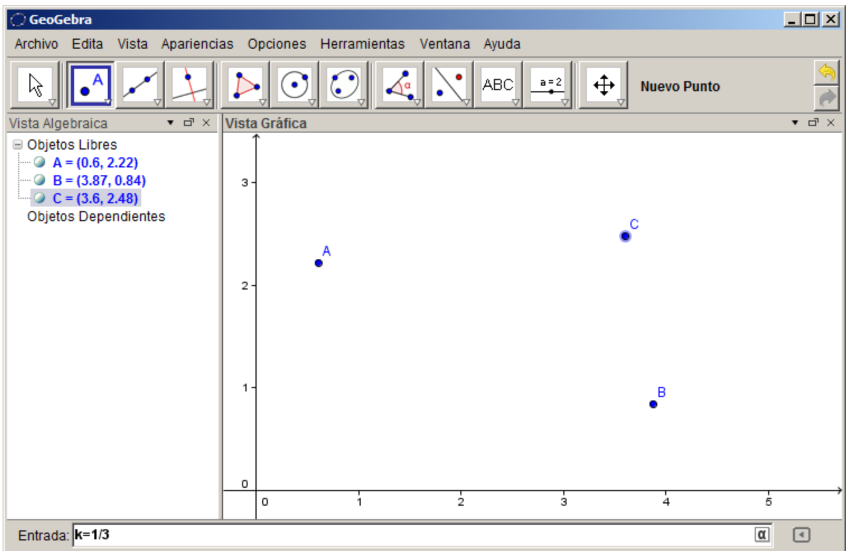
La segunda clase, será de aplicación en el software (debe realizarse en la sala de computación). Comienza con el profesor pidiendo a los estudiantes que abran el programa y mostrando como se distribuye en él el plano cartesiano. El profesor muestra como incluir un punto cualquiera (les pregunta a los alumnos el cuadrante de ubicación, los alumnos deberán tener la idea de la ubicación por la clase anterior)

Luego el profesor guía la siguiente actividad

ACTIVIDAD 1

Para la siguiente actividad utiliza el programa GeoGebra para responder las siguientes preguntas.

Recuerda: para ubicar puntos debes hacer clic en la barra insertar nuevo punto y luego ubicarlo en el plano en la ubicación que se solicite



1) Grafiquen un polígono de cinco lados que tenga las siguientes coordenadas:

A = (1, 1); B = (3, 1); C = (2, 4); D = (5, 4); E = (1, 4)

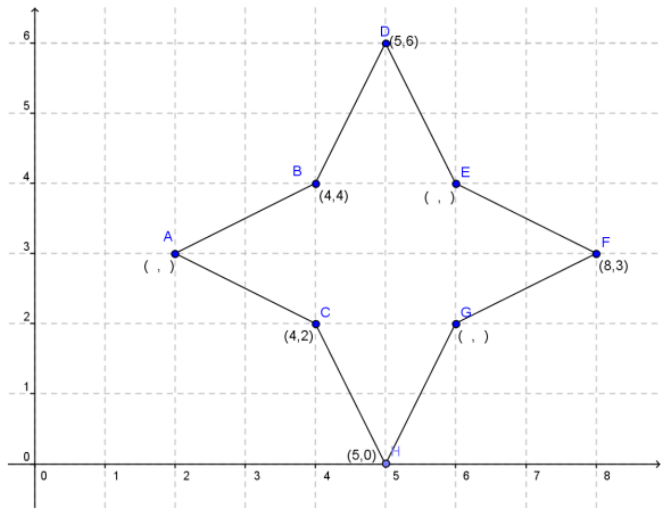
2) Dibujen los siguientes puntos:

B = (-2,5; 6), C (-5; 4), D = (-4; 1), E = (-1; 1) y F = (0; 4).

b) Si unen todos los puntos, ¿qué figura geométrica se forma? ¿Es regular o irregular? Justifiquen su respuesta.

c) ¿Qué cantidad de aristas posee la figura? ¿Y cuantos ángulos?

3) Completa las coordenadas de los puntos que faltan para obtener la figura que se muestra en el plano.



4) Ubicar en el plano cartesiano, los puntos A(1,1), B(-2,5), C(-3,-4), D(7,-1) ¿En qué cuadrante están ubicados cada uno de los puntos?

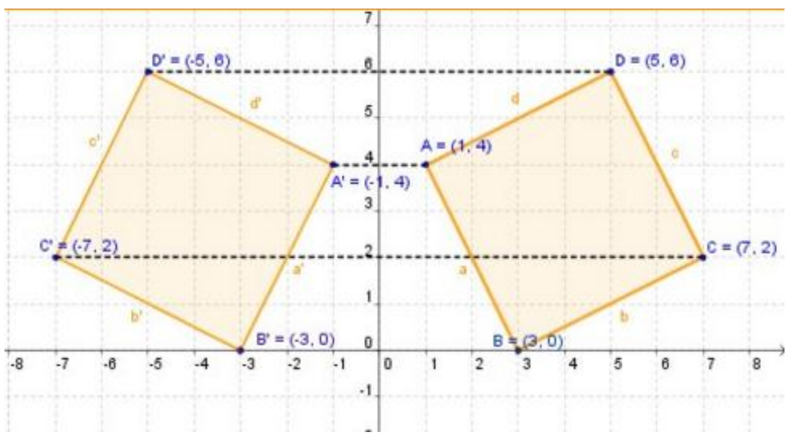
¿Qué figura forma? ¿Es regular? ¿Es posible calcular su perímetro?

<u>Situación didáctica dos</u> (2 clases)

Propósito: Caracterizar el movimiento de Simetría Axial

Contenidos matemáticos involucrados: Definición del concepto de simetría, caracterización de simetría axial en el plano cartesiano respecto de los ejes cartesianos y luego de una recta cualquiera

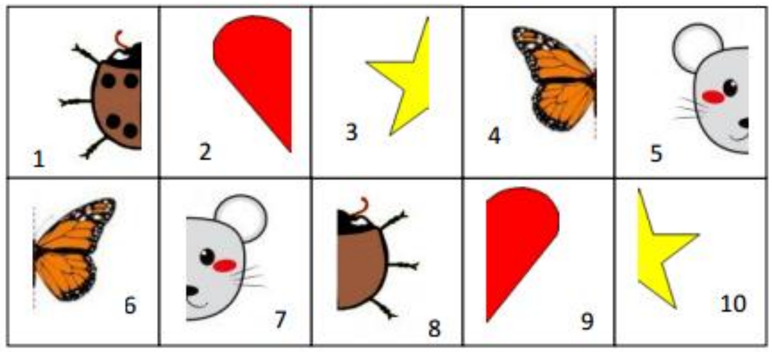
Descripción de las actividades: Se realiza primeramente una clase frontal en donde el profesor con ayuda del proyector multimedia, muestra las características y algunos ejemplos del software.



El profesor recuerda lo que es simetría, luego la definición de simetría axial, en un primer momento no hablamos de simetría en el plano, damos ejemplos concretos de la naturaleza, como las palmas de las manos; luego ejemplos de construcciones arquitectónicas y artísticas.

El profesor proyecta las siguientes imágenes para que los alumnos respondan.

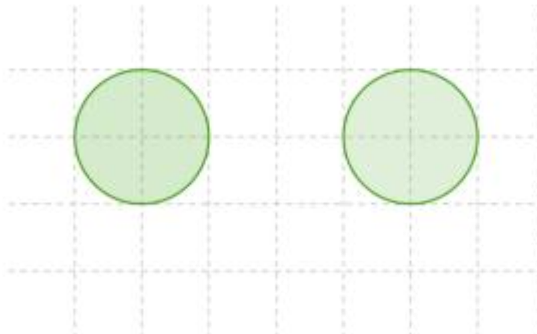
Julián está jugando al concéntrese de las figuras que son simétricas, y debe unir cada figura con su otra mitad. ¿Cuáles de las siguientes imágenes no tienen su otra mitad simétrica? ____________



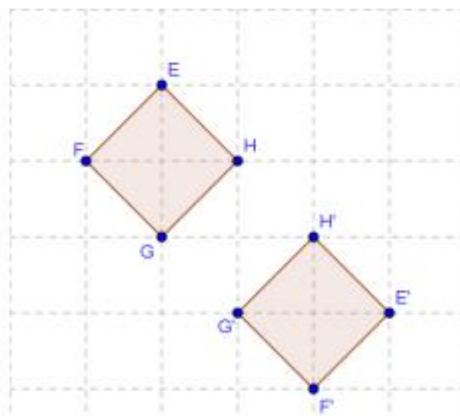
Si bien la imagen parece trivial, es acá donde el profesor debe hacer hincapié en recordar que las imágenes deben ser completamente congruentes, en el caso de la figura 1 y la 8, al parecer serían simétricas, pero no es así.

Luego el profesor les pedirá a los alumnos que mencionen las características del eje re reflexión o simetría, los alumnos dibujarán algunas figuras en su cuaderno y buscarán el eje de simetría recordando las características antes mencionadas;

a.

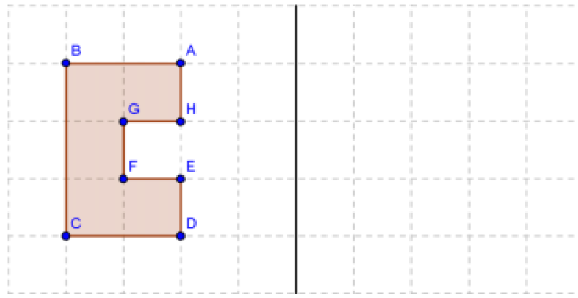


b.

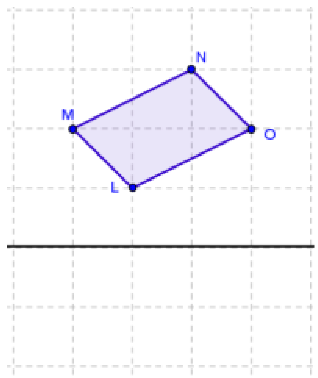


Una vez que ellos puedan encontrar los ejes de simetrías, se les pedirá dibujar el simétrico de una figura a partir de un eje dado;

a.



b.



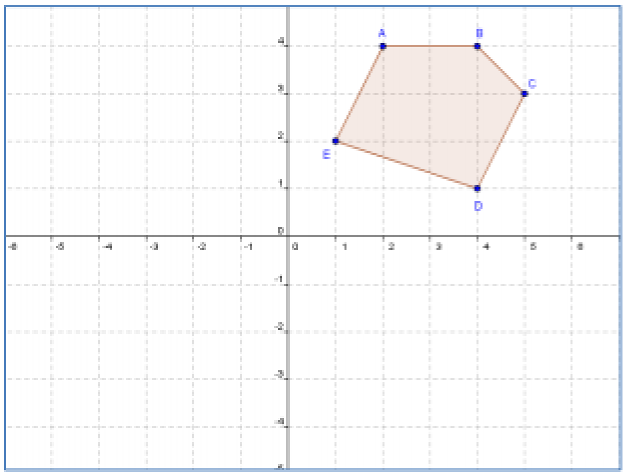
El profesor cierra la clase mostrando las respuestas correctas y preguntando sobre las dificultades de las tareas y profundizando en los problemas de los alumnos

Para la segunda clase, los alumnos ya deben tienen un poco más interiorizadas las características mostradas en la clase anterior, por esto se les entrega una actividad para trabajar directamente en el software GeoGebra.

ACTIVIDAD 2

Comenzamos con un ejemplo más básico, recordando la clase anterior en el Software GeoGebra. Se les pide ubicar un polígono a partir de una imagen.

El alumno deberá además nombrar las coordenadas.



1) Dibujar la imagen reflejada con respecto al eje X, nombra sus coordenadas.

2) Dibujar la imagen reflejada con respecto al eje Y, nombra cada una de sus coordenadas.

3) Ahora, si la figura es reflejada en un primer momento respecto al eje X y luego la imagen producida respecto al eje Y, ¿dónde estarán las coordenadas de sus vértices?

4) Al igual que en el caso anterior la figura es dos veces reflejadas, pero ahora en primer lugar en el eje X y luego en el Eje Y, ¿dónde estarán las coordenadas de sus vértices?

5) ¿Qué conclusión puedes sacar de las preguntas anteriores? ¿Importa el orden al realizar Simetrías? ¿Cumple la propiedad conmutativa?

Situación Didáctica tres (2 clases)

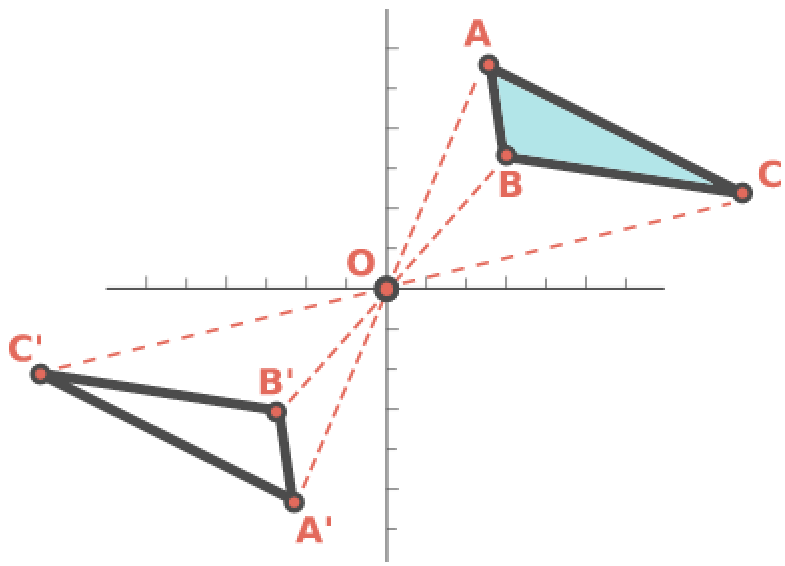
Propósito: Caracterizar el movimiento de Simetría Central

Contenidos matemáticos involucrados: Simetría Central

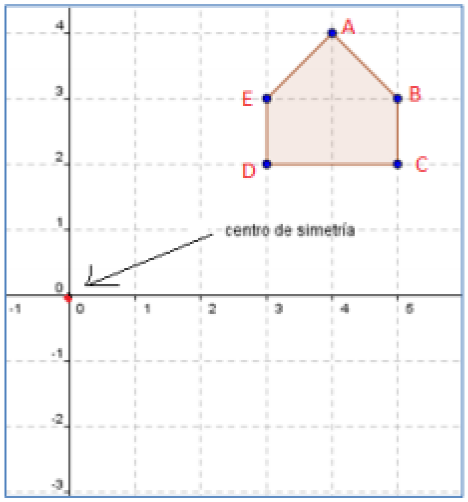
Descripción de las actividades: Se realiza al igual que en las clases anteriores una primera clase introductoria con la Metodología Exponencial-Tradicional.

El profesor comienza recordando lo que es una simetría central, posteriormente dando la definición formal, luego mostrando algunos ejemplos concretos sin recurrir al plano cartesiano. Ejemplos de la Naturaleza, obras de arte, muestra además que los Naipes tienen sus gráficos con este tipo de simetría.

El profesor debe hacer énfasis en la importancia de la ubicación del centro de rotación



Luego de esto el profesor muestra un ejemplo de una figura reflejada en torno al origen del sistema;



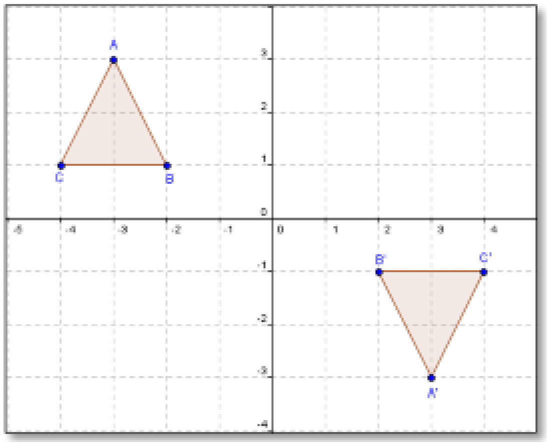
Se muestran variados polígonos y como realizar simetrías centrales. Buscando además donde estaría la ubicación del centro de rotación dado dos figuras.

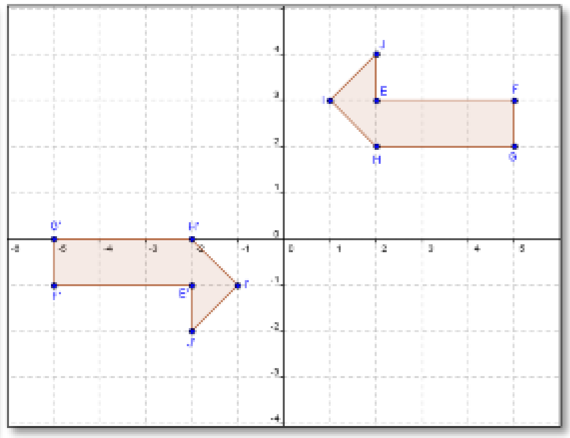
También que los alumnos sean los que dibujan los simétricos dado un punto.

Se deben preguntar reiteradamente sobre las características del centro de rotación en relación a las figuras.

ACTIVIDAD 3

Dado los siguientes polígonos responde



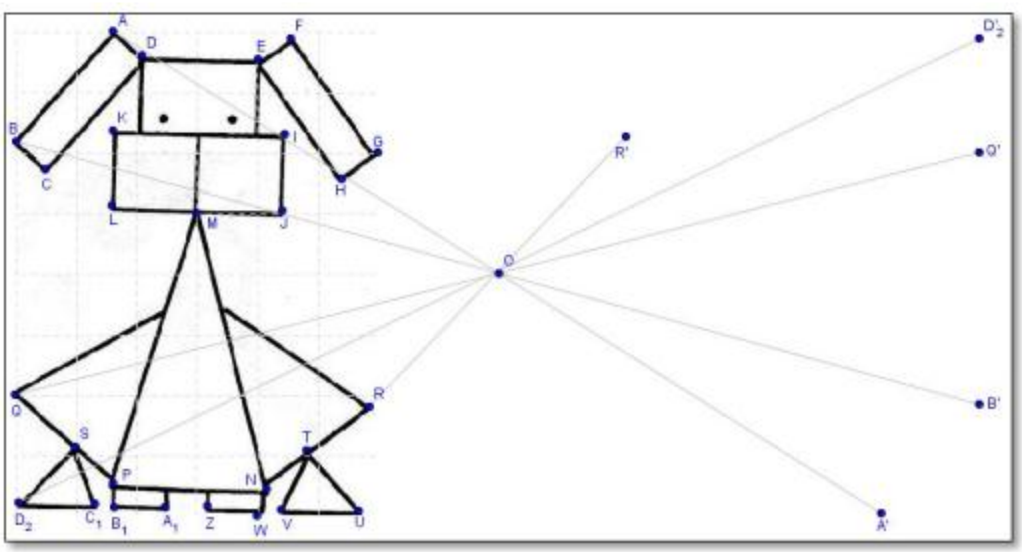


1) ¿Los polígonos anteriores a qué tipo de simetría corresponden?

2) ¿Cuáles serán sus vértices?

3) ¿Es posible calcular su área? ¿Será la misma área en cada caso?

4) ¿Podrías encontrar su centro de reflexión? ¿Cuáles son sus coordenadas? ¿Por qué crees que es ese?

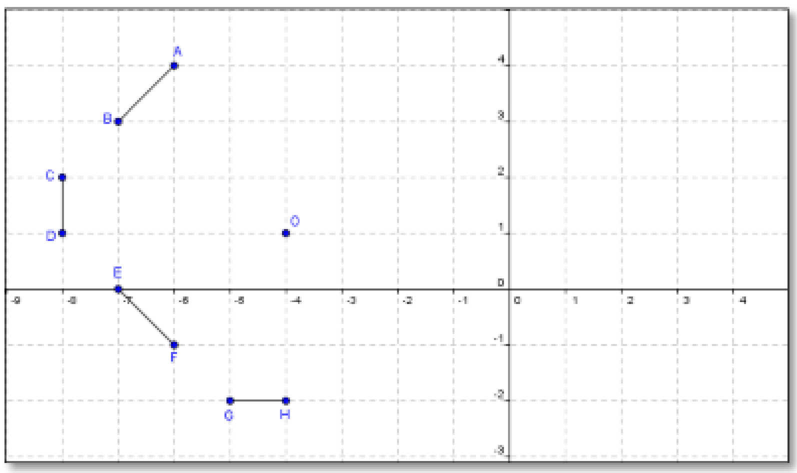


5) En GeoGebra gráfica una imagen como la anterior ubicando donde tu quieras el primer vértice. Luego con un punto O de tu elección busca la imagen simétrica con O como centro de rotación.

6) ¿Qué característica tienen los polígonos que forman la figura?

7) ¿Cuántos polígonos diferentes tienes en el plano? ¿Cuántos de estos tienen figuras congruentes? ¿Cuál es el polígono con mayor número de congruencias?

8) En GeoGebra realiza los siguientes segmentos y encuentra las coordenadas de los puntos simétricos al reflejarlos respecto a O.



Punto	Coordenada
A'	
B'	
C'	
D'	
E'	
F'	
G'	
H'	

“PARA LAS SIGUIENTES CLASES LOS ALUMNOS TIENEN LOS CONOCIMIENTOS BÁSICOS, POR ESTO SE TRABAJARÁ EN GUÍAS CON EL SOFTWARE GEOGEBRA PARA PROFUNDIZAR LOS APRENDIZAJES, LOS EJERCICIOS PARA LAS GUÍAS DE PROFUNDIZACIÓN ESTÁN EN ANEXOS”

BIBLIOGRAFÍA

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Córdoba, F. y Ardila, P. (2011). *La visualización en matemáticas con ayuda de la geometría dinámica y sus aportes a la modelación*. En P. Perry (Ed.), Memorias del 20º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones (pp. 433-436). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

De Faria, E. (2005). *Geometría con Cabri: un viaje con Voyage 200. Ponencia presentada en X Congreso Nacional de Matemática Educativa*. Universidad de San Carlos de Guatemala, 21 al 25 de noviembre del 2005.

Delgado Lastra, Juan; Fernández Ledesma, Javier Darío; Duitama, Jhon Freddy; (2009). *Revisión de la literatura en el marco de un proyecto para la validación de estrategias de aprendizaje de la Geometría en ambientes apoyados con TIC*. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, Mayo-Agosto, 1-18.

Hoyos, Efraín; Aristizábal, Jorge (2012). *Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos: software de multicubos, geoespacio, explorando el espacio 3D.* En Obando, Gilberto (Ed.), Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (pp. 922-928). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.

Arias, Henry (2013)*Strategy to teach surface areas of regular and irregular solids using physical and virtual manipulatives*, universidad nacional

Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). *Teoría y práctica en educación matemática.* Sevilla, España: Alfar

BOHORQUEZ, Luis Angel. *Sobre las formas efectivas de incorporar el software Cabri-Geometrie en la enseñanza de conceptos geométricos* *en el bachillerato* .rev.estud.soc. 2004, n.19 [cited 2016-05-10], pp.106-109.

Laborde, C. (1998*). Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer- based environment.* En: C. Mammana & V. Villani (Eds.). Perspectives on the teaching of geometry for the 21 st Century. ICMI Study.Dordrecht: Kluwer Academic Publisher

Bohórquez, H & Franchi, L. (2011). *Variación de niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de Ingeniería*. Universidad del Zulia.

OCDE. (2009). *ICT and initial teacher training*. Paris: CERI.

Alsina, C Claudi; Burgués, C . Flamarich, Fortuny y Aymemmi (1995). "*Invitación a la Didáctica de la geometría*". Editorial Síntesis de S.A. España

Jaime, A: Gutiérrez, A. (1990): *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele*, en S. Linares; M.V. Sánchez (ed.) Teoría y práctico en educación matemática, pp 295-384.t

Bohorquez, Héctor José, Boscán, Lissette Franchi, Hernández, Ana Ismenia, Salcedo, Silvana, & Morán, Rafael. (2009). *La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría*. Educere,13(45), 477-489

José Antonio Mora Sánchez (1995):*Los Recursos Didácticos en el Aprendizaje de la Geometría; Revista Didáctica de las Matemáticas*, ISSN 1133-9853, N°3, págs.. 101-115.

Acosta, M., Monroy Blanco, L., & Rueda Gómez, K. (2011). *Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio*. *REVISTA INTEGRACIÓN, 28*(2).

Díaz, D (2009). *Desarrollo del Pensamiento Geométrico en Estudiantes de Educación Secundaria.* Seminario para optar al Título de Profesor de Educación Media Mención Matemática y Computación. Universidad de Los Lagos, Osorno. Chile.

Sancho, J. (2012). Las muchas decisiones y pasos de un proyecto. In J. Sancho y C. Alonso (Eds.), *La fugacidad de las políticas, la inercia de las prácticas. La educación y las tecnologías de la información y comunicación* (pp. 13-20). Barcelona: Octaedro.

REFERENCIAS LINKOGRÁFICAS

Cataldi, Z et al. (1999). *Revisión de marcos teóricos educativos para el diseño y uso de programas didácticos. Universidad de Buenos Aires.* Disponible en: www.itba.edu.ar/capis/webcapis/RGMITBA/comunicacionesrgm/c-icie99- revisionde%20marcosteoriciseducativos.pdf. (Revisión 7 de diciembre de 2016).

Maldonado, Leslie. *ENSEÑANZA DE LAS SIMETRÍAS CON USO DE GEOGEBRA SEGÚN EL MODELO DE VAN HIELE.* Universidad de Chile. Disponible en http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/133875/TESIS%20FINAL%20OCT-2013.pdf?sequence=1 (Revisión 7 de diciembre de 2016)

Rosario, Jimmy, 2005, "*La Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC). Su uso como Herramienta para el Fortalecimiento y el Desarrollo de la Educación Virtual*". Disponible http://www.cibersociedad.net/archivo/articulo.php?art=218 (Revisión 7 de diciembre de 2016)

Rizzolo, S. A., *Diseño de actividades geométricas interactivas en el marco conceptual del Modelo de Van Hiele*. Disponible en: http://www.coopvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo_final.htm (Revisión 7 de diciembre de 2016)

ANEXOS

ANEXOS

PLANIFICACIÓN DE UNIDAD DIDÁCTICA

UNIDAD 3: TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN EL PLANO CARTESIANO

Sector: Matemática
Curso: I° Medio

Tiempo estimado: 5 a 6 semanas

O.F.V.:

- Identificar regularidades en la realización de transformaciones isométricas en el plano cartesiano, formular y verificar conjeturas respecto de los efectos de la aplicación de estas transformaciones sobre figuras geométricas.

O.F.T.:

- Respeta ideas distintas a las propias en el análisis de información.
- Trabaja en equipo y muestra iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

Aprendizaje esperado	Indicadores	Habilidad	Contenido	Actividad	Evaluación
• Identifica y representa puntos y coordenadas de figuras geométricas en el plano cartesiano y resuelve problemas relativos a cálculos de vértices y lados de polígono	• Identifica el plano cartesiano y determina sus cuadrantes. • Identifica puntos y coordenadas de vértices en polígonos y de elementos de circunferencias en el plano cartesiano. • Dibuja puntos, polígonos	• Conocer el plano cartesiano y sus características principales. • Identificar puntos y coordenadas en el plano cartesiano. • Dibujar puntos, polígonos y circunferencias en el plano cartesiano. • Calcular lados y	• Plano cartesiano. • Vectores en el plano cartesiano. • Traslaciones en el plano cartesiano • Suma de vectores. • Composición de traslaciones. • Simetría axial. • Simetría central.	• Observación, identificación y caracterización de una transformación isométrica • Dibujo de un plano cartesiano y ubicación de puntos dados • Identificación del cuadrante en el que se ubican puntos dados	• Diagnóstica contenidos previos.

s y circunferencias en este plano.	y circunferencias en plano cartesiano, de acuerdo a datos referidos a coordenadas y/o elementos de ellos en forma manual o usando un procesador geométrico. • Calcula lados y diagonales de rectángulos y lados de triángulos equiláteros e isósceles con uno de sus lados paralelos a abscisas u ordenadas aplicando el teorema de Pitágoras.	diagonales de polígonos en el plano cartesiano. • Identificar y caracterizar vectores	• Rotaciones.	• Identificación de coordenadas de puntos dados en el plano cartesiano • Dibujo de polígonos en el plano cartesiano dados sus vértices • Cálculo de incógnitas de acuerdo a condiciones dadas para puntos. • Cálculo de coordenadas de polígonos en el plano cartesiano	Ejercicios resueltos Preparación PSU

• Formula conjeturas acerca de la aplicación de transformaciones isométricas a figuras geométricas en el plano cartesiano y las verifica en casos particulares.	• Identifica vectores y encuentra las coordenadas resultantes de adiciones y sustracciones entre ellos, y aquellas correspondientes a multiplicaciones de vectores por escalares. • Conjetura acerca de los polígonos y circunferencias resultantes al aplicarles traslaciones en el plano cartesiano, verifica esas conjeturas en casos particulares en forma manual o utilizando	en el plano cartesiano. • Encontrar vectores resultantes de adición, sustracción y multiplicación de vectores. • Conjeturar acerca de los polígonos al aplicarles traslaciones en el plano cartesiano. • Calcular los puntos resultantes al realizar rotaciones. • Formular y verificar en casos particulares los resultantes al aplicar rotaciones a polígonos en ángulos dados.		• • Construcción de vectores de acuerdo a condiciones dadas • Dibujo de vectores dados en el plano cartesiano. • Determinación de los componentes de vectores dados • Determinación de vectores que producen traslaciones dadas • Traslación de figuras de acuerdo a vectores dados • Identificación del vector que transforma un punto en otro dado. • Identificación de las coordenadas de una figura que ha sufrido una traslación de acuerdo a vectores dados.	

• Aplica los conceptos y propiedades de la composición de	un procesador geométrico. • Identifica los puntos resultantes de rotaciones de polígonos en 90º y 180º. • Formula y verifica en casos particulares los polígonos y circunferencias que resultan al aplicarles rotaciones respecto a puntos cualesquiera y en esos ángulos en forma manual o utilizando un procesador geométrico. • Conjetura acerca de los polígonos y circunferencias resultantes de reflexiones aplicadas en ellas respecto a	• Reconocer polígonos resultantes al aplicarles una composición de traslaciones,		• Reflexión de puntos y figuras geométricas de acuerdo a rectas dadas o a los ejes X e Y • Identificación de puntos simétricos a otros dados, de acuerdo a ejes de simetría dados. • Identificación del eje de simetría conocido un punto y su reflejo. • Simetrías de puntos respecto al origen. • Simetrías centrales de puntos y figuras dadas. • Reflexión de figuras geométricas utilizando un procesador geométrico. • Rotación de figuras en ángulos dados y en torno a un punto dado.	-Evaluación final -Ejercicios profundización

funciones en la realización de transformaciones isométricas en el plano cartesiano.	rectas paralelas a los ejes coordenados y verifica esas conjeturas en casos particulares en forma manual o utilizando un procesador geométrico. • Reconoce los polígonos y circunferencias resultantes al aplicar en ellos una composición de traslacione	reflexiones y rotaciones. • Conjeturar acerca de la conmutatividad de las transformaciones isométricas.		• Identificación del ángulo de rotación dada una figura y su imagen. • Rotación de figuras utilizando un procesador geométrico. • Suma de vectores gráficamente. • Cálculo de vector resultante al aplicar dos traslaciones consecutivas. • Traslación de figuras geométricas de acuerdo a la suma de vectores. • Composición de simetrías	

	s rotaciones y reflexiones. • Reconoce los polígonos y circunferencias resultantes al aplicar en ellos transformaciones que corresponden a composiciones entre traslaciones y/o rotaciones y/o reflexiones. • Conjetura acerca de la conmutatividad de transformaciones isométricas y las verifica en casos particulares.			• Realización de composición de isometrías • Composición de traslación y rotación	

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

EVALUACIÓN DE SIMETRÍAS

Nombre:	Curso:

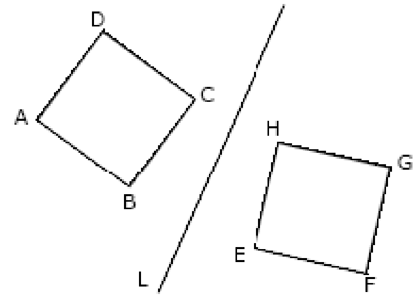
Objetivos:

-Ubicar puntos en el plano cartesiano, reconocer las coordenadas de un punto del plano.

-Reconocer y caracterizar el plano cartesiano.

-Identificar y diferenciar las distintas simetrías.

-Reflejar puntos y figuras en el plano cartesiano.
-Relacionar la rotación de 180° con la simetría central.



Instrucciones:
-Lee todas las preguntas antes de contestar.
-Usa lápiz pasta para marcar tus respuestas.
-Marca sólo una respuesta, ya que una es la correcta.
-Puedes utilizar corrector o será tomada como mala.

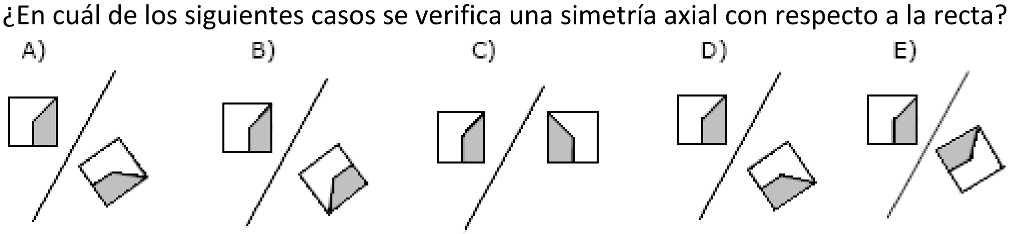
Marca la alternativa correcta.

1. Una transformación isométrica es una transformación que produce un cambio de:
   a. Tamaño
   b. Posición
   c. Forma
   d. Perímetro
   e. Área

2. En qué cuadrante se encuentra un punto, si su abscisa es negativa y su ordenada es positiva.
   a. Primer Cuadrante
   b. Segundo Cuadrante
   c. Tercer Cuadrante
   d. Cuarto Cuadrante
   e. En el eje X

3. El punto (-3,0) se ubica:
   a. En el eje de las abscisas
   b. En el eje de las ordenadas
   c. En el I cuadrante
   d. En el II cuadrante
   e. En el III cuadrante

4. ¿En cuál de los siguientes casos se verifica una simetría axial con respecto a la recta?



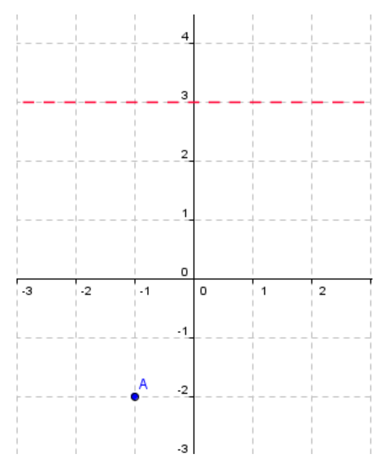
5. En la figura, el cuadrado ABCD es simétrico con el cuadrado EFGH respecto a L, entonces ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

i. $AC//EG$
ii. $\Delta DBH \cong \Delta GEC$
iii. $AF \perp L$

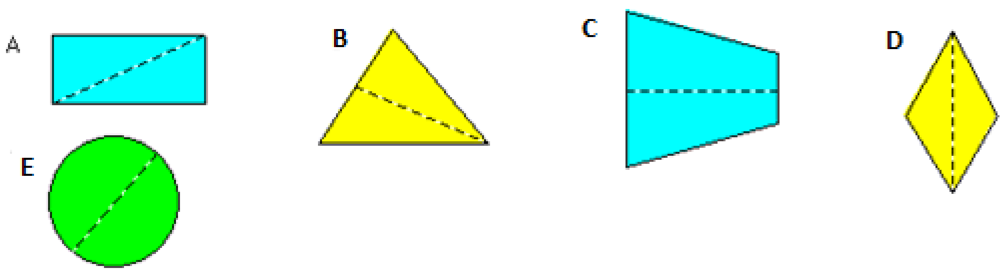
a. Solo ii
b. Solo iii
c. Solo i y ii
d. Solo ii y iii
e. i, ii, iii

6. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s):
   i. La imagen simétrica del punto A (4,0) con respecto al eje X es (-4,0)
   ii. La imagen simétrica del punto P (0,-3) con respecto al eje Y es (0,3)
   iii. Al reflejar el punto (-1,-1) con respecto al eje X y luego con respecto al eje Y, se obtiene el punto (1,1).

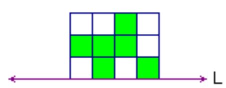
   a. Solo i
   b. Solo ii
   c. Solo iii
   d. i y ii
   e. i, ii, iii
7. El punto A (-2,5) se refleja con respecto al eje X, las coordenadas de su reflejo son:
   a. (-2,-5)
   b. (2,5)
   c. (-5,-2)
   d. (5,2)
   e. (2,-5)
8. La imagen del punto P(-6,7), luego de aplicarle una simetría con respecto al eje Y, es:
   a. P'(-6,7)
   b. P'(6,-7)
   c. P'(6,7)
   d. P'(7,-6)
   e. P'(7,6)
9. En la figura, ¿cuál es el punto simétrico del punto **A** (-1,-2) con respecto a la recta y=3?
   a. (-1,8)
   b. (1,8)
   c. (-1,6)
   d. (7,-2)
   e. (-1,-4)

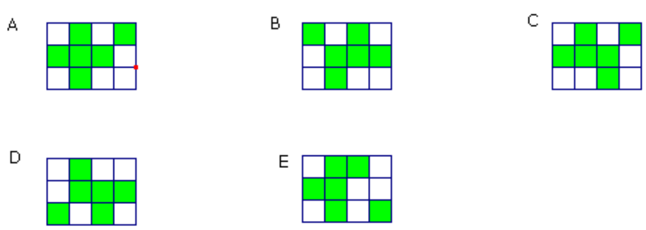


10. Si el punto M(-3,5) se refleja con respecto al eje Y generando M’, ¿Cuáles son las coordenadas del punto M’?
    a. (-3,5)
    b. (3,-5)
    c. (3,5)
    d. (5,-3)
    e. (-5,3)
11. Si un triángulo rectángulo isósceles se refleja con respecto a su hipotenusa, ¿qué polígono se forma?
    a. Triángulo
    b. Rombo
    c. Romboide
    d. Rectángulo
    e. Cuadrado
12. ¿En cuál de las siguientes imágenes la recta punteada no es un eje de simetría?



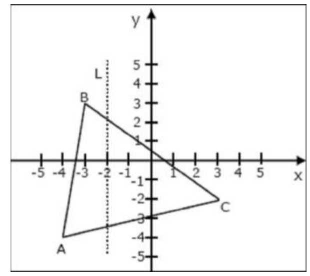
13. ¿Cuál de las siguientes opciones representa la imagen simétrica dela figura dada respecto a la recta L?





14. Al triángulo ABC de la figura, se le aplica una simetría respecto a la recta L, donde L es la paralela al eje Y. Las coordenadas de la imagen del vértice C son:

a. (-7,-2)
b. (-7,2)
c. (-3,-2)
d. (-3,2)
e. (3,2)

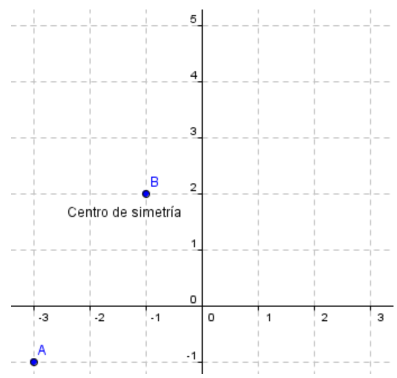


15. En una simetría, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas?
    i. Conserva el perímetro de una figura
    ii. Conserva el área de una figura
    iii. Si la recta L es imagen de la recta L', entonces L//L'
    a. Solo i
    b. Solo ii
    c. Solo i y ii
    d. Solo ii y iii
    e. Todas
16. Si el punto P(-4,-3) se refleja con respecto al origen, entonces las coordenadas de su reflejo son:
    a. (4,-3)
    b. (4,3)
    c. (-4,3)
    d. (3,4)
    e. (3,-4)
17. Si a un punto **P** que está sobre el eje positivo de las abscisas se le aplica una simetría central con respecto al origen, su imagen queda en:
    a. El eje positivo de las ordenadas
    b. El eje negativo de las abscisas
    c. El eje negativo de las ordenadas
    d. No se puede determinar
    e. El eje positivo de las abscisas
18. Si se refleja con respecto al origen un punto (x,y) ubicado en el segundo cuadrante ,se obtiene el punto
    a. (x, y)
    b. $(x, -y)$
    c. $(-x, -y)$
    d. $(-x,-y)$
    e. $(\frac{x}{2}, \frac{y}{2})$
19. El punto P (2,1) se refleja con respecto al origen, obteniendo P', ¿cuáles son las coordenadas de P'?
    a. (-1 , -2)
    b. (-2 , 1)
    c.
    d. (2 , -1)
    e. (-2 , -1)
    f. (-1 , 2)
20. Con respecto al segmento de extremos A(0,0) y B(-5,2) es siempre falso que:
    i. Al reflejarlo con respecto al eje Y se obtiene un segmento de longitud mayor.
    ii. Al reflejarlo con respecto al eje X el punto A permanece invariante.
    iii. Al reflejarlo con respecto al origen se obtiene un segmento de vértices A' (0,0) y B'(-5,-2)
    a. Solo i
    b. Solo ii

c. Solo iii
d. i y ii
e. ii y iii

21. El punto de coordenadas (2,5) se refleja en torno al punto (-2,-3), ¿cuáles son las coordenadas de la imagen obtenida?
    a. (-6,-11)
    b. (0,3)
    c. (-6,3)
    d. (0,11)
    e. (6,11)

22. El punto A se refleja con respecto al punto B, como lo muestra la figura, entonces su reflejo tiene las coordenadas:
    a. (0,5)
    b. (3,-1)
    c. (3,1)
    d. (5,0)
    e. (1,5)



23. El punto de coordenadas (3,1) se ha reflejado en torno al punto (x,y) y se ha obtenido el punto (-5,-3). ¿Cuáles son las coordenadas de (x,y)?
    a. (1,1)
    b. (1,-2)
    c. (-1,-1)
    d. (1,-1)
    e. (-2,1)

24. El punto de coordenadas (-2,3) se refleja en torno al punto (0,-1). ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen obtenida?
    a. (-2,-5)
    b. (2,-5)
    c. (2,2)
    d. (-2,2)
    e. (2,-4)

25. ¿Cuál de las siguientes letras tiene exactamente dos ejes de simetría y un centro de simetría?
    a. A
    b. B
    c. Z
    d. X
    e. N

Tabla Especificaciones Instrumento

CONTENIDO	NIVEL SEGÚN VAN HIELE	N° DE PREGUNTA	RESPUESTA
Transformación Isométrica	1	1	B
Plano Cartesiano	1	2	B
Plano Cartesiano	1	3	A
Simetría Axial	2	4	E
Simetría Axial	3	5	D
Simetría Axial	3	6	C
Simetría Axial	2	7	A
Simetría Axial	2	8	C
Simetría Axial	2	9	A
Simetría Axial	2	10	C
Simetría Axial	2	11	D
Simetría Axial	3	12	A
Simetría Axial	2	13	C
Simetría Axial	2	14	A
Simetría Axial	3	15	E
Simetría Central	2	16	B
Simetría Central	2	17	B
Simetría Central	2	18	D
Simetría Central	2	19	D
Simetría Central	3	20	B
Simetría Central	2	21	A
Simetría Central	2	22	E
Simetría Central	2	23	D
Simetría Central	2	24	E
Simetría Central	2	25	D

Objetivos Del Test Según Van Hiele
Nivel 1 Reconocimiento:

A 1. Reconocer y caracterizar el plano cartesiano.

A 2. Ubicar puntos en el plano cartesiano y reconocer sus coordenadas.

A 3. Reconocimiento de simetrías de forma visual.

Nivel 2 Análisis:

B1. Descubrimiento, reconocimiento y utilización adecuada de las propiedades de las simetrías, (perpendicularidad, mediatriz, paralelismo).

Nivel 3 Clasificación:

C.1 Identificar y diferenciar la simetría central y axial.

C.2ª Reflejar según un eje de simetría puntos y figuras en el plano cartesiano y determinar sus coordenadas.

C.2b Reflejar según un centro de simetría puntos y figuras en el plano cartesiano y determinar sus coordenadas.

C.3 Determinar los ejes de simetría de una figura dada

C.4 Obtener simetrías sucesivas de una figura o punto en el plano cartesiano.

Cuestionario: "Uso de tecnologías de información y comunicación (TIC) en las actividades académicas de los estudiantes de los Primeros Medio del Liceo Polivalente Virginio Arias"

En este cuestionario se utilizará el término "tecnología informática" y "TIC" indistintamente para referirnos a una amplia gama de tecnología computacional existente incluyendo computadores, dispositivos móviles, aplicaciones de software y conectividad.
El cuestionario consta de dos secciones, considerando en ellas diferentes tipos de preguntas, en las cuales se solicita que contestes en el recuadro con una X.
Tus respuestas serán absolutamente confidenciales y anónimas.

Aspectos Generales

1) Sexo

1 ☐ Masculino

2 ☐ Femenino

2) ¿Tienes tu propio computador personal (PC)?

Si (1)	No (0)	Si tu respuesta es **No** dírígete a la pregunta 4

3) ¿Tienes acceso a Internet desde el computador de tu casa?

1 ☐ Si

0 ☐ No

4) ¿Cuántas horas a la semana te conectas (WWW, e-mail, otros servicios de la Red)?

1 ☐ Menos de 3 horas

2 ☐ 3 - 6

3 ☐ 7 - 9

4 ☐ 10 - 15

5 ☐ Más de 15 horas

5) ¿Hace cuánto tiempo utilizas internet? (WWW, e-mail, otros servicios de la Red)?

1 ☐ Después de los 12 años

2 ☐ 10 - 12

3 ☐ 8 - 10

4 ☐ 6 - 8

5 ☐ 4 – 6

6) ¿Cuántas veces, como término medio, has utilizado un computador en tus estudios durante el último semestre en el colegio? Por favor marca una sola opción.

Todos los días (4)	2 o 3 veces por semana (3)	Una vez por semana (2)	Mensualmente (1)	Rara vez o nunca (0)

7) ¿Con qué frecuencia tus profesores te piden que utilices las TIC (WWW, Internet, e-mail, debates en línea, multimedia, etc.), para realizar los trabajos asignados en clase?

0 ☐ Nunca

1 ☐ Una vez a la semana

2 ☐ Dos veces a la semana

3 ☐ Tres veces a la semana

4 ☐ Cuatro veces a la semana

5 ☐ Todos los días.

8) ¿Utilizas el computador y/o otras tecnologías de la información cuando realizas presentaciones en clase?

0 ☐ Nunca.

1 ☐ Casi nunca.

2 ☐ A veces.

3 ☐ Casi siempre.

4 ☐ Siempre.

9) ¿Cuál de las siguientes frases describe mejor tu experticia y seguridad en el uso de TIC para realizar actividades académicas?

0 ☐ No me siento preparado usando TIC para mis estudios, necesito ayuda.

1 ☐ Me siento preparado para realizar actividades fáciles con TIC (utilizar Word, enviar un correo electrónico), pero no más allá de eso.

2 ☐ Me siento capaz de utilizar programas computacionales diversos a un nivel avanzado y ayudar a otro compañero.

HABILIDADES PERSONALES EN EL USO DE LAS TIC

10) Por favor indica tu habilidad en el uso de los siguientes programas informáticos, teniendo en cuenta los ejemplos dados (marca una sola opción por programa).

	Puedo hacerlo solo(2)	**Podría hacerlo con un poco de ayuda (1)**	**Nunca he hecho este tipo de tareas(0)**
Escribir trabajos en un Procesador de texto (ej. Escribir un texto en Word).			

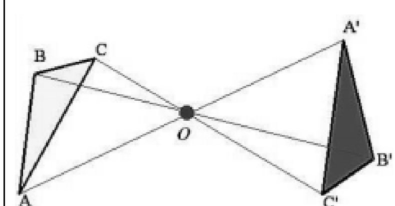
Resolver problemas numéricos en Hoja de Cálculo (ej., Con Excel ej: cálculo de promedio)			
Enviar y leer correos electrónicos			
Crear y Modificar imágenes con programa de gráficos (ej., Con Paint manejar el tamaño o el color de una imagen)			
Hacer una presentación sencilla por ejemplo con PowerPoint.			
Buscar información en un Navegador de Internet (ej. buscar información de tu cantante favorito)			
Jugar video juegos (ej. Fifa 16, Doom)			
Comunicarse con tus amigos (ej: por Facebook, chat, whatsApp)			
Insertar una coordenada en un Software educativo (ej: insertar la coordenada (2,6) en GeoGebra).			

Ejercicios Para guías de profundización

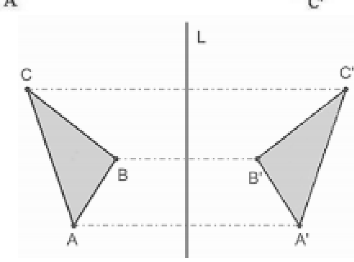
Se adjunta a continuación unos listados de ejercicios para el desarrollo de guías, son los profesores los que deben escoger los ejercicios de acuerdo a las debilidades observadas o a lo que quieran dar énfasis para profundizar.

- **Las simetrías o reflexiones:** son aquellas transformaciones isométricas que invierten los puntos y figuras del plano. Esta reflexión puede ser respecto de un punto (**simetría central o puntual**) o respecto de una recta (**simetría axial o Especular**).

  ✓ Dado un punto fijo O del plano, se llama **simetría central con respecto a O** a aquella isometría que lleva cada punto A del plano a una posición A’ de modo que A’ está en la recta OA, a distinto lado con respecto a O, y OA = OA'. **El punto O se llama centro de la simetría** y A, A’ puntos correspondientes u homólogos de la simetría.

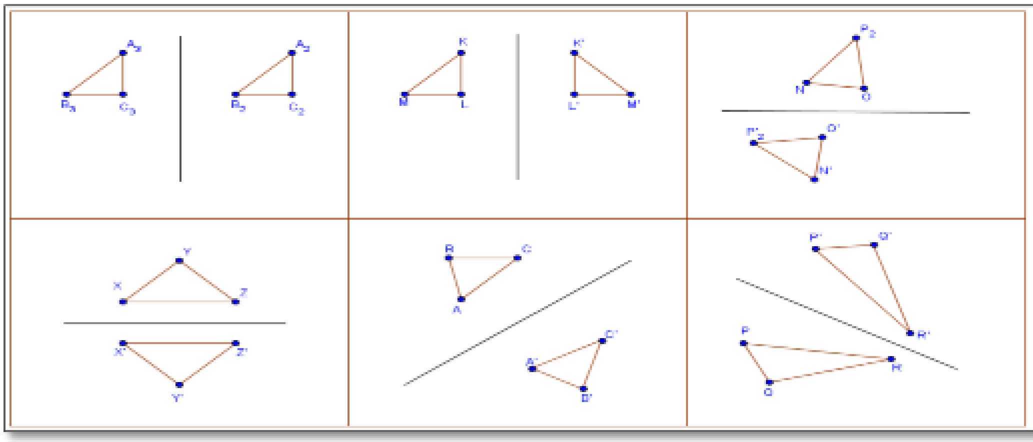


  ✓ Dada una recta fija L del plano, **se llama simetría axial con respecto a L o reflexión con respecto a L**, a aquella isometría tal que, si A y A´ son puntos homólogos con respecto a ella, AA´ es perpendicular a la recta L y, además, el punto medio de AA´ está en L.

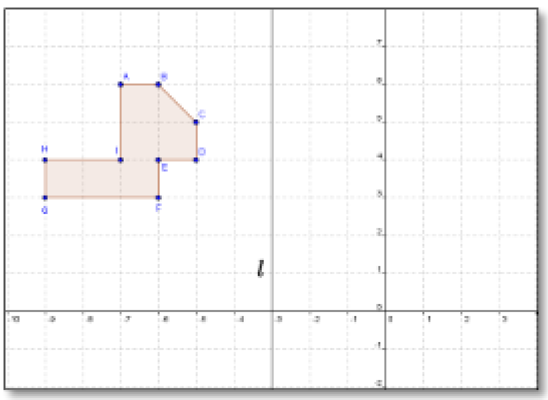


<u>Preguntas de Desarrollo</u>

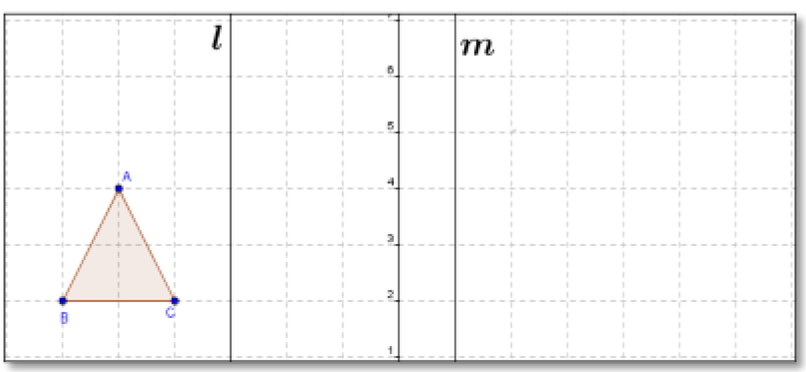
1) Identifica cuales de los siguientes movimientos corresponden a una simetría Axial y cuáles no. Justifica en cada caso.



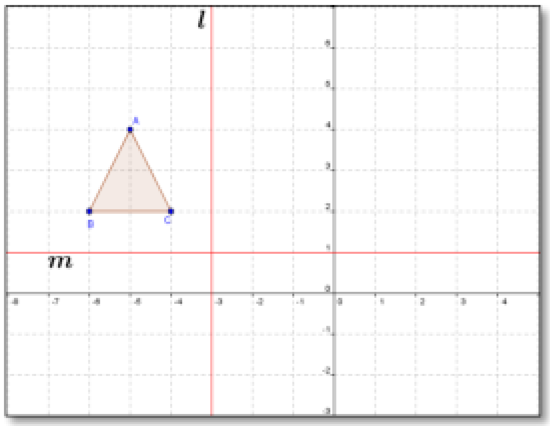
2) Determina las coordenadas de la figura simétrica por medio de la recta l, ubícalas sobre el plano cartesiano y traza la figura correspondiente.



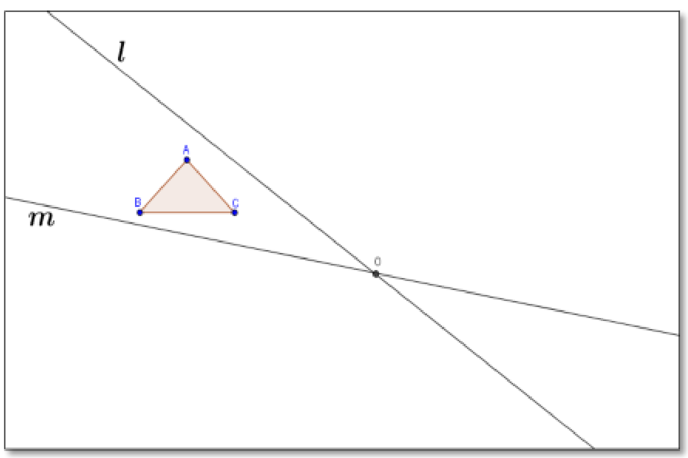
3) Determina la simetría por medio de la recta l del triángulo ABC, llama a la figura obtenida $\Delta A'B'C'$. Luego al triángulo $A'B'C'$ aplica la simetría por medio de la recta m. Llama a la figura obtenida $\Delta A''B''C''$.



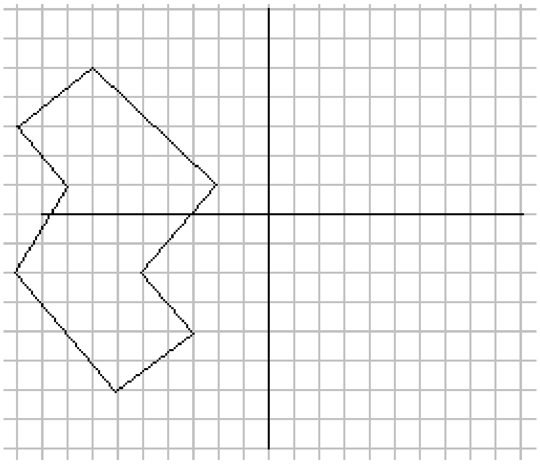
4) Determina la simetría por medio de la recta l del triángulo ABC, llama a la figura obtenida $\Delta A'B'C'$. Luego al triángulo $A'B'C'$ aplica la simetría por medio de la recta m. Llama a la figura obtenida $\Delta A''B''C''$.



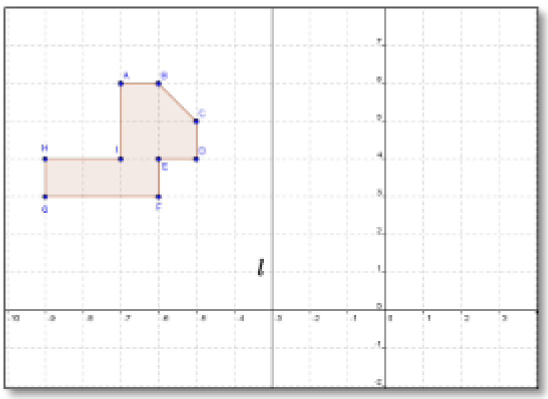
5) Determina la simetría por medio de la recta l del triángulo ABC, llama a la figura obtenida $\Delta A'B'C'$. Luego al triángulo $A'B'C'$ aplica la simetría por medio de la recta m. Llama a la figura obtenida $\Delta A''B''C''$.



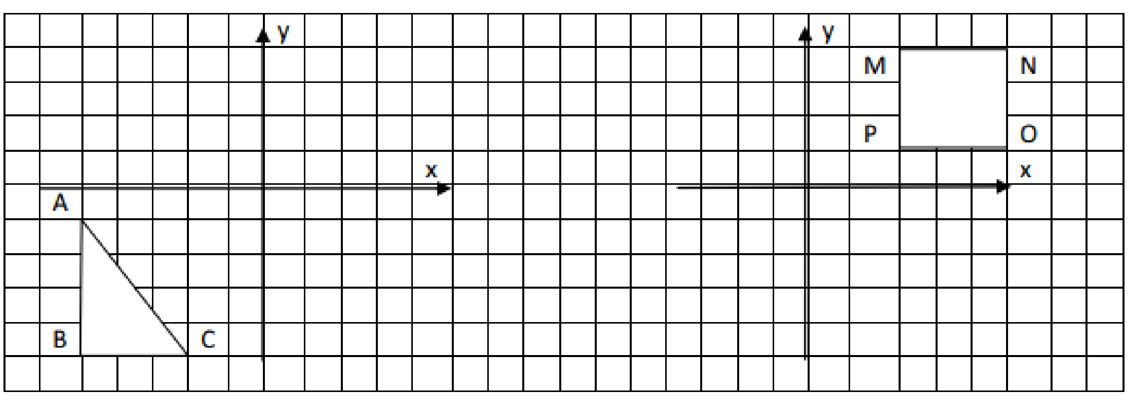
6) En GeoGebra dibuja la figura, dale nombre a los vértices y encuentra una imagen simétrica, con respecto al eje X y al eje Y, luego responde cual es el número de ángulos y lados de la figura inicial . ¿Dónde están las coordenadas de sus respectivas imágenes?



7) Determina las coordenadas de la figura simétrica por medio de la recta l, ubícalas sobre el plano cartesiano y traza la figura correspondiente.



8) ¿Cuáles son las imágenes de los puntos A,B,C respecto eje y? ¿Cuáles son las imágenes de los puntos M ,N ,O ,P respecto eje x ?



<u>SELECCIÓN MÚLTIPLE</u>

1) ¿Cuál de las siguientes letras de nuestro abecedario no tiene ningún eje de simetría?

a) C

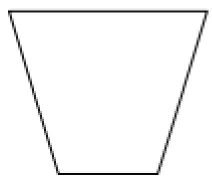
b) M

c) A

d) R

e) X

2) ¿Cuántos ejes de simetría tiene la figura siguiente?



a) 0

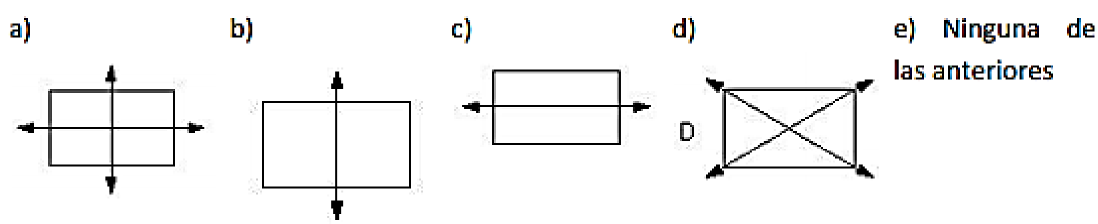
b) 1

c) 2

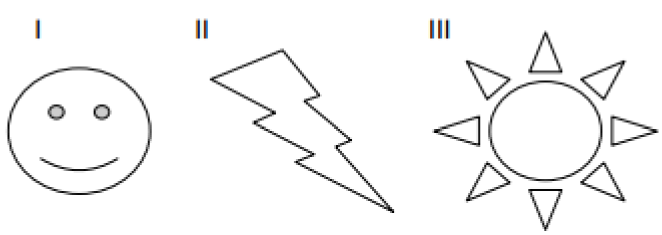
d) 3

e) 4

3) ¿Qué figura muestra todo los ejes de simetrías de un rectángulo?



4) La o las figuras que posee(n) simetría axial es o son:



a) solo I

b) solo II

c) Solo III

d) I y II

e) I y III

5) La simetría axial se conoce también como:

a) Reflexión

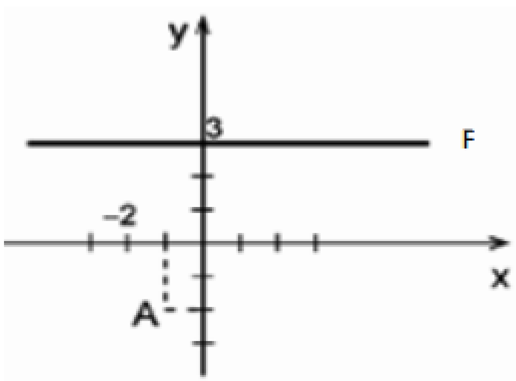
b) rotación

c) traslación

d) asimetría

e) ninguna de las anteriores

7) En la figura ¿Cuál es el punto simétrico del punto A(-1,-2) con respecto a la recta F?



a) (-1,8)

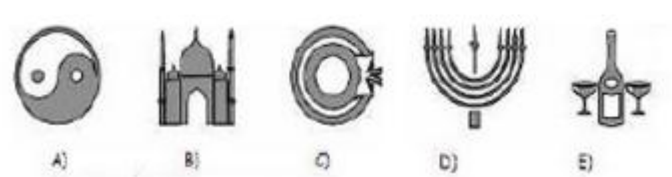
b) (1,8)

c) (-1,6)

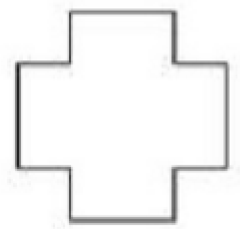
d) (7,-2)

e) (-1,-4)

8) ¿Cuál de las siguientes figuras se aprecia una simetría respecto de un eje horizontal?



9) Los ejes de simetría de la figura son



a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 12

Resultados de normalidad

Normalidad grupo Control

Prueba Kolmogorov_Smirnov para una muestra

		totalPreTest	TotalPosTest
N		28	28
Parámetros Normal	*Media*	22,79	40,00
	Desviación Estándar	9,29	18,76
Diferencias Más Extremas	*Absoluto*	,19	,13
	Positivo	,19	,11
	Negativo	-,13	-,13
Z de Kolmogorov-Smirnov		1,00	,66
Sig. Asint. (2-colas)		,268	,770

El P_valor> 0,05 para ambas variables

Normalidad grupo Experimental

Prueba Kolmogorov_Smirnov para una muestra

		totalPreTest	TotalPosTest
N		28	28
Parámetros Normal	*Media*	24,71	48,36
	Desviación Estándar	12,70	19,84
Diferencias Más Extremas	*Absoluto*	,18	,13
	Positivo	,18	,08
	Negativo	-,09	-,13
Z de Kolmogorov-Smirnov		,96	,67
Sig. Asint. (2-colas)		,321	,754

El P_valor> 0,05 para ambas variables

Resultados del Pre Test por Niveles de Van Hiele.

Nivel 1

	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Err.Est.Media
PreTestNivel1	Experimental	28	7,29	3,78	,71
	Control	28	4,57	3,56	,67

Pre Test Primer Nivel de Van Hiele Grupo Control y Experimental

Nivel 2

	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Err.Est.Media
PreTestNivel2	Experimental	28	14,00	10,47	1,98
	Control	28	14,29	6,92	1,31

Pre Test Segundo Nivel de Van Hiele Grupo Control y Experimental

Nivel 3

	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Err.Est.Media
PreTestNivel3	Experimental	28	3,43	3,39	,64
	Control	28	3,93	3,01	,57

Pre Test Tercer Nivel de Van Hiele Grupo Control y Experimental

Resultados del Post Test por Niveles de Van Hiele.

Nivel 1

	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Err.Est.Media
PostTestNivel1	Experimental	28	8,29	3,91	,74
	Control	28	7,29	3,93	,74

Post Test Primer Nivel de Van Hiele Grupo Control y Experimental

Nivel 2

	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Err.Est.Media
PostTestNivel2	Experimental	28	32,36	15,81	2,99
	Control	28	27,00	14,75	2,79

Post Test Segundo Nivel de Van Hiele Grupo Control y Experimental

Nivel 3

	Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Err.Est.Media
PostTestNivel3	Experimental	28	7,71	4,74	,90
	Control	28	5,71	3,99	,75

Post Test Segundo Nivel de Van Hiele Grupo Control y Experimental