

Universidad del Bío-Bío
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería en Maderas



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

Simulación de la cinética del secado a baja temperatura de *Eucalyptus* *nitens*

Tesis presentada en el Departamento de Ingeniería en Maderas de
la Universidad del Bío-Bío para la obtención del grado de
Magister en Ciencia y Tecnología de la Madera

Trabajo de Habilitación Profesional presentado en
conformidad a los requisitos para obtener el título de
Ingeniero Civil en Industrias de la Madera

VICTOR ANDRES SEPULVEDA VILLARROEL

Director de Tesis : Dr. Rubén A. Ananías

Co- Director de Tesis : Dr. Carlos H. Salinas

CONCEPCIÓN - CHILE

SEPTIEMBRE 2014

Dedicatoria

A todos aquellos que me acompañaron durante mi formación universitaria y fueron un pilar fundamental en mi crecimiento intelectual, personal y profesionalmente. Además, agradezco a mis queridos padres Cecilia y Víctor por el sacrificio realizado durante estos años de estudio, apoyándome en todo momento y siendo un gran costo para ellos, por cual estoy infinitamente agradecido.

A ti Katha por apoyarme y acompañarme todos esos días de redacción de este trabajo.

Agradecimientos

Agradezco sinceramente al profesor Rubén A. Ananías, por haber confiado en mí y acogerme en este gran proyecto.

Al profesor Carlos Salinas, son su constante ayuda y colaboración en la realización de este trabajo.

A la profesora Linette Salvo, por hacer nuestro espacio de trabajo, y académico cada día más alegre, ameno y acogedor.

Al Maestro Héctor Sepúlveda, por su gran ayuda en realización experimental de este trabajo.

A todos mis amigos de esta casa de estudios y profesores que tuve durante mis estudios de pregrado y postgrado.

Índice

Resumen	6
Problemática	8
Hipótesis	9
Objetivos	9
Capítulo I.....	10
Introducción	11
Marco teórico.....	12
Capítulo II. Fundamentos matemáticos.....	19
Resumen.....	20
Introducción	22
2.1 Componentes.....	23
2.2 Mallas.....	24
2.3 Propiedades de los métodos de resolución numérica.....	25
2.3.1 Consistencia.....	26
2.3.2 Estabilidad.....	27
2.3.3 Convergencia	28
2.3.4 Conservación	29
2.3.5 Precisión	29
Modelo matemático	30
Métodos numéricos	31
2.4 Modelo numérico.....	32
Método de los volúmenes finitos (MVF)	34
Ecuación difusión.....	34
2.5 Integración términos difusivo y fuente.....	35
Condiciones de frontera	35
2.6 Contorno con ϕ impuesto	37
2.7 Frontera con flujo de ϕ impuesto	37
2.8 Frontera adiabática	38

2.9 Entrada de flujo	38
2.10 Salida de flujo.....	38
Solución de sistemas lineales	39
Algoritmo directo de Thomas (TDMA).....	39
Algoritmo computacional.....	42
Capítulo III. Simulación de la cinética del secado a baja temperatura de <i>Eucalyptus nitens</i>	45
Resumen.....	46
Introducción	48
Metodología y Materiales	50
3.1 Descripción del experimento.....	51
3.2 Determinación contenido de humedad (CH)	52
3.3 Determinación parámetros de difusión.....	53
3.4 Diagrama de flujo de algoritmo de búsqueda	54
Modelo Matemático.....	55
3.5 Resultados y discusión	58
3.6 Conclusiones.....	62
Resumen general	65
Recomendaciones	66
Índice de figuras.....	67
Índice de tablas	67
Nomenclatura	67
Anexos	69
Anexo. A	70
Publicaciones y Abstracts	86

Resumen

El presente trabajo tuvo como objetivos la simulación numérica de la cinética del secado a baja temperatura de madera sólida. El modelo numérico contempló la integración en el tiempo, a través del método de volúmenes finitos, de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden para el transporte de humedad. Los sistemas lineales de ecuaciones resultantes fueron resueltos en forma iterativa a través del método de algoritmo de Thomas. Se desarrollaron programas computacionales, escritos en lenguaje Fortran.

El modelo físico, se basó en que el movimiento interno de humedad durante el secado de madera aserrada de *Eucalyptus nitens* es de tipo difusivo, para lo cual fue determinado el coeficiente de difusión efectiva. Experimentos unidimensionales a temperatura convencionales fueron realizados para determinar los coeficientes de difusión efectiva requeridos para la modelación de la cinética del secado de *Eucalyptus nitens*.

Se obtuvieron como resultados, simulaciones de procesos de secado unidimensional, valores del coeficiente de difusión efectiva y distribuciones de humedad al interior de la madera sólida de *Eucalyptus nitens*.

Abstract

El present work had as objective to numerical simulation of the kinetics of low temperature drying of solid wood. El numerical model contemplated the integration over time, through the finite volume method, a system of nonlinear partial differential equations of second order for the transport of moisture. The resulting linear systems of equations were solved iteratively by the method of Thomas algorithm. Computer programs written in Fortran language were developed.

The physical model was based on the internal movement of moisture during drying of sawn *Eucalyptus nitens* is of diffusive type, for which it was determined the effective diffusion coefficient. Conventional temperature one-dimensional experiments were conducted to determine the effective diffusion coefficients required for the modeling of the kinetics of drying of *Eucalyptus nitens*.

Were obtained as a result, one-dimensional simulations of drying processes, values of effective diffusion coefficient and moisture distributions inside the solid wood of *Eucalyptus nitens*.

Prefacio

Este estudio se desarrolló en el marco del Proyecto Conicyt-Fondecyt 1110500, titulado “Drying aptitude of *Eucalyptus nitens*”, en la Universidad del Bío-Bío.

Esta tesis se realizó en el contexto de articulación entre la habilitación profesional de la carrera de Ingeniería Civil en Industrias de la Madera y el Magister en Ciencia y Tecnología de la Madera, del Departamento de Ingeniería en Maderas de la Universidad del Bío-Bío y bajo el alero del Laboratorio de Tecnología del Secado de la misma institución. Esta tesis es presentada en la modalidad de tesis articulada, es decir, los capítulos son escritos en base a la preparación de artículos científicos.

Algunos resultados de este trabajo han sido sometidos en la revista Drying Technology (ISSN 0737-3937), indizada en las bases de datos Thomson Reuters-Web of Science.

Problemática

Diversos estudios muestran las particulares anatómicas y físicas de la estructura del *Eucalyptus nitens*, el colapso de sus paredes celulares, agrietamientos y fuerte contracción transversal, que limita la calidad de la madera y alarga los tiempos de secado (Leandro et al. 2008; Ananías et al 2009c; Leandro 2010, Rebolledo et al. 2013, Ananías et al. 2014), por lo que se requiere mejorar el compromiso entre la calidad y el tiempo de secado, lo cual puede ser optimizado a través de la modelación del secado.

Hipótesis

Dado que el movimiento de humedad durante el secado de maderas duras es fundamentalmente difusivo, se propone la hipótesis que la velocidad del secado de *Eucalyptus nitens* a baja temperatura puede ser modelada en base al concepto de coeficiente de difusión efectiva.

Objetivo general

- Simular la variación temporal de secado a baja temperatura de la madera de *Eucalyptus nitens* en forma unidimensional en base al concepto de coeficiente de difusión efectiva.

Objetivos específicos

- Establecer un modelo físico-matemático unidimensional que permita simular el transporte de masa en base a un modelo difusivo.
- Determinar coeficiente de difusión efectiva en función del contenido de humedad.
- Desarrollar un código basado en un lenguaje computacional que permita la integración numérica del modelo propuesto basado en el método de volúmenes finitos.
- Colectar datos experimentales que permitan evaluar la calidad de la simulación numérica del proceso de secado a baja temperatura.

Capítulo I

Introducción

La modelación de fenómenos físicos ha tenido un desarrollado creciente y sostenido, con aplicaciones en diversas áreas de la física (mecánica de sólidos, mecánica y dinámica de fluidos, mecánica de suelos, etc.), facilitado por el avance en cuanto a técnicas numéricas y de recurso computacional (programación por medio de lenguaje computacional), permitiendo plantear modelos cada vez más complejos que recogen mayores detalles de una física real compleja.

El proceso de secado de la madera constituye un proceso físico en el cual la madera como medio poroso pierde humedad bajo ciertas condiciones ambientales de temperatura, concentración de humedad y velocidad del aire. Estas condiciones interactúan con la madera propiciando un estado de equilibrio (contenido de humedad de equilibrio). El proceso de secado consiste precisamente en propiciar ambientes de secado que potencien este desequilibrio, de forma de maximizar la tasa de secado, sin que por ello signifique deterioro en la calidad del mismo o un excesivo gasto energético.

La modelación matemática, de la evolución del secado en la madera, está sustentada en ecuaciones diferenciales que describen los fenómenos físicos de transporte de calor y masa. Dichos modelos matemáticos consisten en sistemas de ecuaciones, los cuales no son integrables directamente (su solución analítica es desconocida), sino a través de métodos numéricos, tales como los métodos de Diferencias Finitas, Elementos Finitos, Volúmenes Finitos, etc.).

El secado de la madera puede descrito fundamentalmente como un proceso de transferencia de calor y de masa. Por lo tanto, para el diseño de modelos que permitan simular el secado de madera se requiere comprender los fenómenos de transporte al interior de ésta, así como los efectos ambientales que la condicionan tales como flujo de fluidos, distribución de temperatura y contenidos de humedad

Marco Teórico

El proceso de secado de la madera se entiende, en forma general, como una transferencia simultánea de calor y humedad, con equilibrio termodinámico local en cada punto dentro de la madera. El calor y la transferencia de masa a través de medios porosos es un fenómeno común visto en muchas aplicaciones. Los mecanismos de transporte básico del movimiento de humedad durante el secado son: Flujo capilar de agua líquida, difusión de vapor de agua, flujo de gas por convección y difusión de agua ligada.

Broche *et al.* 2002 aplica un modelo unidimensional para predecir el comportamiento de la humedad de la madera de coigüe y apoyar la conducción y el control del secado. Este modelo se fundamenta en los fenómenos de transporte de calor y masa, en las leyes difusionales y en las leyes fenomenológicas (curvas de secado). Por otra parte los modelos empíricos presentan la ventaja de ser simples y aplicables a toda una carga de madera, pero requieren la determinación de coeficientes experimentales (Ananías *et al.* 2001, 2002). Dicho modelo mejora en precisión cuando las condiciones del ambiente de secado logran ser bien controladas (Ananías *et al.* 2009a, 2011)

En el rango higroscópico el secado de maderas duras es gobernado fundamentalmente por el movimiento interno de agua ligada, lo que favorece la teoría de la existencia de una proporcionalidad entre la variación temporal de la humedad ($\partial CH/\partial t$) y el gradiente de humedad (ΔCH), siendo el coeficiente de proporcionalidad es el coeficiente global de transferencia de materia (k) (**Eq 1.1**), tal como fue reportado para el caso de las maderas europeas (Ananías *et al.* 2009^a, 2011).

$$\frac{dCH}{dt} = h_m(\Delta CH) \quad (1.1)$$

Dónde:

dCH/dt : Variación temporal de la humedad

h_m : Coeficiente de transferencia de materia (m/s)

ΔCH : Gradiente de humedad (%)

En particular para el secado de coigüe, este modelo se ajustó con un error de 13 %, lo cual es comparable al obtenido a la escala de laboratorio, no obstante que por debajo del punto de saturación los tratamientos de igualado aplicados en el secado industrial, limitan la modelación industrial en esta etapa (Ananías *et al.* 2009b). La modelación fenomenológica del proceso de secado para el coigüe fue descrita también para otras especies de latifoliadas y coníferas (Pérez *et al.* 2007, Salinas *et al.* 2008). Pérez *et al.* 2007 estimaron que el comportamiento de los renovales frente al secado es condicionado por la calidad de la madera a secar y el contenido de humedad inicial de la madera verde, además la realización de un pre secado (oreado de la madera) son factores importantes en la calidad del producto final y en la reducción del tiempo del proceso de secado. El proceso de secado de renovales de canelo fue condicionado por su estructura anatómica, carencia de vasos e importante proporción de radios leñosos y sus propiedades

físicas, como es la baja densidad básica y alta anisotropía dimensional transversal.

En relación con la estructura anatómica, la carencia de vasos implica que la mayor parte del movimiento del agua durante el secado es a través de las punteaduras de las traqueidas, las que debido a su limitado tamaño favorecen la formación de colapso y en casos extremos la aparición de grietas internas y superficiales (Pérez *et al.* 2007).

Salinas *et al.* 2008 realizaron experimentos a escala industrial tendiente a caracterizar las curvas de secado a alta temperatura del pino radiata y obtener parámetros físicos de fenómenos de transporte (coeficientes globales de convección de calor y masa) requeridos por los modelos matemáticos para la simulación fenomenológica del proceso de secado. Resultados de coeficientes de transporte y curvas de secado experimentales y simuladas fueron obtenidos. Concluyeron, que la simulación del proceso de secado por alta temperatura del pino radiata puede ser realizada satisfactoriamente por modelos fenomenológicos basados en el coeficiente global de transferencia de masa. Los valores de dicho coeficiente para diversas condiciones de secado variaron entre 1×10^{-4} y $4,2 \times 10^{-4}$ kg/m²s.

Otros autores han estudiado la modelación matemática de las curvas de secado de la madera mediante modelos difusivos y comprensivos para el secado de la madera (Sandoval *et al.* 2009). Los modelos difusivos involucran transferencia de masa y calor que llevan a ecuaciones simultáneas. Los modelos conocidos como comprensivos, involucran ecuaciones diferenciales de transporte de masa, calor y *momentum* con fundamentos termodinámicos estos modelos son conocidos también como mecanístico.

Los modelos difusivos y comprensivos, permiten mostrar cómo se desarrollan los gradientes térmicos al interior de la madera. Esto es útil para optimizar los

consumos energéticos del proceso; de esta forma se puede saber en qué etapa del secado se puede suministrar menor temperatura, o hacer cambio de condiciones del aire, ya que en la práctica del secado las operaciones industriales son conducidas por programas de secado.

La programación de los programas de secado y la modelación tanto difusiva como compresiva es además aplicable mediante software comerciales (Saravia *et al.* 2005). El uso de programas computacionales de simulación es descrita por Saravia *et al.* 2005 utilizando dos programas comerciales de simulación el Trnsys (Transient System Simulation Program) desarrollado por el Solar Energy Laboratory – University of Wisconsin – Madison – USA; y el Simusol, desarrollado en el Inenco para la simulación de sistemas térmicos bajo Linux, cuyo programa base es el Sceptre. Las expresiones matemáticas utilizadas fueron las de intercambio de calor y masa, entre el cuerpo húmedo (la madera) y el aire que rodea a dicho cuerpo y a la transferencia de materia (vapor de agua) a partir de una superficie límite permeable.

Los modelos difusivos de transferencia de masa y de intercambio de calor muestran una buena correlación con valores experimentales durante el secado. Salinas *et al.* 2011 determinan un modelo unidimensional con ecuaciones de transporte de concentración del tipo diferencial parcial no lineal de segundo orden descrito numéricamente en términos del Método de Volúmenes de Control conformado por Elementos Finitos, reconocido por las siglas CVFEM. En particular para el secado convencional del pino radiata determinaron experimentalmente el coeficiente de difusión efectiva para las direcciones radial y tangencial, el que fue exponencialmente correlacionado con el contenido de humedad.

Estos datos son comparables con datos experimentales y numéricos publicados en la literatura especializada, presentando además resultados de parámetros numéricos que permiten evaluar la consistencia de los algoritmos. Salinas *et al.*

2011 simulan consistentemente el secado de la madera, obteniendo información detallada de las distribuciones de humedad al interior de ésta. Un modelo bidimensional en dos dimensiones del secado convencional para el álamo fue posteriormente determinado (Chávez *et al.* 2011), originalmente por el transporte de humedad, modelado en base al potencial hídrico usando nuevamente el Método de Volúmenes Finitos conformado por Elementos Finitos (CVFEM). En particular se considera una pieza bidimensional de madera sólida de álamo, a aquella que se encuentra sometida a un proceso de secado convectivo, donde se asume un medio homogéneo ortotrópico de propiedades variables con el contenido de humedad (Chávez *et al.* 2011)

El modelo matemático considera que la variación local de la concentración de humedad es equivalente a la divergencia del flujo y se puede escribir de acuerdo con el modelo implementado por Salinas *et al.* 2011. El transporte de humedad puede ser presentado en forma genérica por una Ecuación de Difusión Transiente no lineal de segundo orden.

Así, la predicción de distribuciones transitorias de humedad mediante el coeficiente de difusión efectiva, que considera la anisotropía del material permite observar regiones de marcados gradientes de concentración que pueden auxiliar un mejor análisis de las cualidades y consecuencias de un determinado proceso de secado.

Referencias

1. **Ananías, R.A.; Sepúlveda, V.; Pérez, N.; Leandro, L.; Salvo, L.; Salinas, C.; Cloutier, A.; Elustondo, D. 2014.** Collapse of *Eucalyptus nitens* wood after drying depending on the radial location within the stem. *Drying Technology* 32(14):1699-1705.
2. **Ananías, R.; Chrusciel, L.; Mougél, E.; Salinas, C.; Zoulalian, A. 2011.** Overall mass-transfer coefficient for wood drying curves predictions. *Mass transfer in multiphase system and its applications*. 14:301-312.
3. **Ananías, R.A.; Mougél, E.; Zoulalian, A. 2009a.** Introducing an overall mass-transfer coefficient for prediction of drying curves at low-temperature drying rates. *Wood Science and Technology* 43(1-2):43-56.
4. **Ananías, R.A.; Broche, W.; Alvear, M.; Salinas, C.; Keey, R.B. 2009b.** Using an overall mass-transfer coefficient for prediction of drying of Chilean coigüe. *Wood and Fiber Science* 41 (4):426-432.
5. **Ananías, R.A.; Díaz, C.; Leandro, L. 2009.** Estudio preliminar de la contracción y el colapso en *Eucalyptus nitens*. *Maderas. Ciencia y tecnología* 11(3):251-262.
6. **Ananías, R.A.; Broche, W.; Salinas, C.; Ruiz, P. 2001.** Modelación del secado convencional de coigüe. Parte 1: Fundamentación teórica. *Maderas. Ciencia y tecnología* 3(1 y 2):27-34.
7. **Broche, W.; Ananías, R.A.; Salinas, C.; Ruiz, P. 2002.** "Modelación del secado convencional de coigüe. Parte 2: Resultados experimentales". *Maderas. Ciencia y tecnología* 4(1):69-76.
8. **Carrington, C.; Davis, C.; Pang, S.; Sun, Q.; Sun, Z. 2005.** Mathematical modelling and experimental investigation of dehumidifier drying of *radiata pine* timber. *Maderas: Ciencia y tecnología* 7 (2): 87-89.
9. **Gatica, Y.; Salinas, C.; Ananías, R. 2011.** Modelling conventional one-dimensional drying of radiata pine based on the effective diffusion coefficient. *Latin American Applied Research* 41(2): 183-189.
10. **Gatica, Y.; Salinas, C.; Ananías, R.A. 2012.** Modeling conventional two-dimensional drying of radiata pine based on transversal diffusion coefficient. *Latin American Applied Research* 42 (4):381-388.
11. **Leandro, L. 2010.** Propiedades de familias de *Eucalyptus nitens*. Tesis Doctorado 2010: 7-9.
12. **Leandro, L.; Ananías, R.A.; Cloutier, A.; Díaz-vaz, J.E.; Bermedo, M.; Sanhueza, R. Lasserre, J.P. 2008.** Estudio preliminar de las grietas internas en anillos de madera inicial y su relación con algunas características de la estructura anatómica y la densidad en *Eucalyptus nitens*. *Interciencia* 33(11):829-834.

13. **Pérez, P.; Ananías, R.; Hernández, G. 2007.** Estudio experimental del secado de renovales de canelo. *Maderas: Ciencia y tecnología* 9 (1): 59-70
14. **Rebolledo, P.; Salvo, L.; Contreras, H.; Cloutier, A.; Ananías, R.A. 2013.** Variation of internal checks related with anatomical structure and density in *Eucalyptus nitens* wood. *Wood and Fiber Science* 45(3):279-286.
15. **Salinas, C.; Gatica, Y.; Ananías, R.A. 2013.** "Three-dimensional simulation of isothermal wood drying of radiata pine using effective diffusion coefficients". *Latin American Applied Research* 43(1):95-102.
16. **Salinas, C.; Chávez, C.; Gatica, Y.; Ananías, R. 2011.** Conventional wood drying simulation using CVFEM. *Rev. Tec. Ing. Univ. Zulia* 34 (1): 57-65.
17. **Salinas, C.; Ananías, R.; Ruminot, P. 2008.** Modelación fenomenológica de las curvas de secado por alta temperatura de pino radiata. *Maderas: Ciencia y tecnología* 10 (3): 207-217.
18. **Sandoval, S. 2009.** Modelación matemática del secado convencional de madera. *Maderas y Bosque* 15 (1): 75-89.
19. **Sogari, N.; Saravia, L.; Saravia, D. 2005.** Proceso de secado de la madera usando los programas de simulación Trnsys y Simusol. Universidad Nacional del Nordeste. *Comunicaciones Científicas y Tecnológicas 2005 Resumen: E-029.* 4p.

Capítulo II

Fundamentos Matemáticos

Resumen

En la segunda parte de este trabajo se presentó una descripción general de los diferentes componentes involucrados en el modelado numérico. Son descritos el Método de Volúmenes Finitos, que fue el esquema adoptado para resolver el sistema de ecuaciones planteado en este trabajo.

Se presentó la teoría y algunos conceptos sobre los que se sustentan los esquemas numéricos de alta resolución. Su aplicación a la ecuación de difusión transitoria unidimensional fue realizada en este capítulo. Fueron revisados los conceptos válidos sólo para la ecuación escalar unidimensional y homogénea, para sistemas de ecuaciones unidimensionales, algunas veces homogéneos y otras con término independiente, y finalmente algunos válidos para el sistema más general.

Conceptos de formulación y discretización fueron caracterizados, con el objetivo de justificar la integración numérica y establecer las ideas fundamentales sobre las que se basan los esquemas de alta resolución que se presentaron.

Los sistemas lineales de ecuaciones resultantes fueron resueltos a través del método de algoritmo de Thomas (TDMA). Se desarrollaron programas computacionales, escritos en lenguaje Fortran y se estableció el algoritmo computacional de la integración numérica del modelo matemático.

Palabras claves: Algoritmo computacional, algoritmo de Thomas, esquemas numéricos, método volúmenes finitos.

Abstract

In the second part of this paper was presented an overview of the various parts that make up the numerical modeling. They described the Finite Volume Method, which is the scheme adopted to solve the system of equations proposed in this work.

Theory and some concepts on which the high-resolution numerical schemes are based are presented. Its application to the transient one-dimensional diffusion equation is performed in this chapter. Were discussed the concepts valid only for one-dimensional homogeneous scalar equation for one-dimensional systems of equations, homogeneous and sometimes other with independent term, and finally some valid for the more general system.

Formulation and discretization concepts were characterized, in order to justify the numerical integration and establish fundamental ideas on which high resolution schemes presented are based.

The resulting linear systems of equations were solved by the method of Thomas algorithm (TDMA). Computer programs written in Fortran language were developed, where the computational algorithm of the numerical integration of the mathematical model was established.

Keywords: Computer algorithm, finite volume method, method of Thomas algorithm (TDMA), numerical schemes,.

Introducción

A continuación, se presenta el método de integración de volúmenes finitos, aplicado a una ecuación diferencial parcial unidimensional, que describe fenómenos de transporte transitorios y difusivos, en el contexto del cálculo de dinámica de fluidos.

El método de los volúmenes de control finitos permite discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales. Es un método alternativo a los de diferencias finitas y elementos finitos. Considerando una malla de discretización del espacio finito. En torno a cada punto de esta malla se construye un volumen de control que no se traslapa con los de los puntos vecinos. De esta forma el volumen total de fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados. La ecuación diferencial a resolver es integrada sobre cada volumen de control, lo cual entrega como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se requiere especificar perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla, de modo de poder evaluar las integrales resultantes. La principal propiedad del sistema de ecuaciones discretizadas resultante, es que la solución obtenida preserva la característica de conservación de las variables dependientes consideradas, independientemente del tamaño de la malla.

2.1 Componentes

El punto de partida de cualquier método numérico es el modelo matemático, esto es, el conjunto de ecuaciones diferenciales, sus condiciones de borde e iniciales, que describen el problema que se desea estudiar. Generalmente, el modelo matemático incluye simplificaciones de las leyes fundamentales que rigen el problema. El método de resolución se diseña en función del conjunto de ecuaciones a resolver. Tratar de producir un método de resolución general, por ejemplo uno que sea aplicable a todo tipo de flujos, no es efectivo.

Luego de ser elegido el modelo matemático, se debe seleccionar un método de discretización adecuado, es decir, un método que aproxime las ecuaciones diferenciales por un sistema algebraico de ecuaciones de las variables del problema en algún conjunto discreto de puntos en el espacio y en el tiempo. Existen diversos métodos pero los más difundidos son: el método de diferencias finitas, el método de volúmenes finitos y el método de elementos finitos. Existen otros métodos como los esquemas espectrales pero su uso está limitado a problemas especiales.

El conjunto de ecuaciones a resolver puede escribirse de muchas formas dependiendo del sistema coordenado utilizado. Por ejemplo pueden elegirse los sistemas coordenados cartesiano, esférico, cilíndrico, curvilíneo ortogonal o curvilíneo no ortogonal, los cuales puede estar fijos o en movimiento. La elección depende del problema a resolver y pueden influenciar el método de discretización y el tipo de malla a utilizar.

2.2 Mallas

La ubicación de las variables discretizadas define lo que se denomina malla numérica que, esencialmente, es una representación discreta de la distribución del valor de la variable en el dominio en el cual el problema es resuelto. Para esto el dominio es subdividido en un número finito de subdominios denominados volúmenes de control, para el caso del Método de Volúmenes de control. A continuación se describirán algunas de las opciones de mallado.

Las *mallas estructuradas* consisten en familias de líneas de mallas con la propiedad de que los miembros de una familia no se cruzan entre ellas y cruzan a cada miembro de las demás familias solo una vez. Esto permite que las líneas de un conjunto dado sean numeradas de manera consecutiva. La posición de un punto de la malla (centroide del volumen de control) dentro del dominio está

identificado en forma unívoca por un conjunto de una (1D), dos (2D) o tres (3D) índices, por ejemplo, (i,j,k) .

Este tipo de malla presenta la estructura más simple, ya que es equivalente de manera lógica a una malla cartesiana. Cada punto tiene 4 y 6 vecinos en dos y tres dimensiones respectivamente; uno de los índices de cada vecino del punto P (índices i,j,k) difieren en ± 1 de los índices correspondientes a P . Un ejemplo de una malla estructurada en 1D se muestra en la **Figura II.1**. La conectividad entre vecinos simplifica la programación y la matriz del sistema algebraico de ecuaciones tiene una estructura regular, que puede ser explotada al momento de su resolución a partir de técnicas adecuadas. La desventaja de las mallas estructuradas es que sólo pueden ser usadas para dominios de solución geoméricamente simples. Otra desventaja es que puede resultar difícil controlar la distribución de los puntos de la malla: la concentración de puntos en una región por razones de precisión produce espaciamiento innecesariamente chico en otras partes del dominio de la solución y de esta manera malgasta recursos.

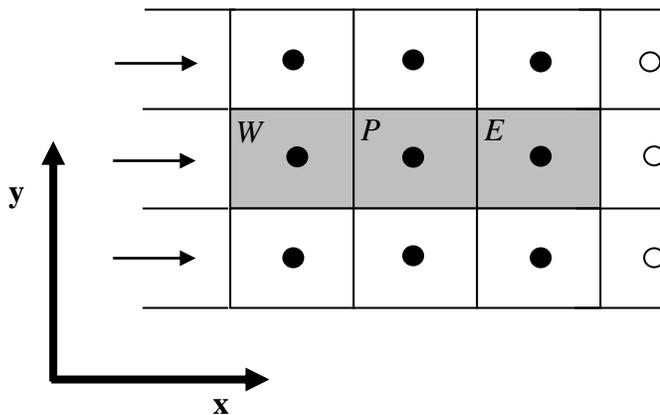


Figura II.1: Ejemplo de una malla estructurada en 1D
(Patankar, 1980)

Las *mallas estructuradas* en bloques presentan dos (o más) niveles de subdivisión del dominio de la solución. En el nivel más grueso de la subdivisión, se encuentran bloques que consisten en segmentos relativamente grandes del dominio; su estructura puede ser irregular y pueden o no solaparse. En el nivel más fino (dentro de cada bloque) se define una *mallá estructurada*. Se requiere un tratamiento especial en las interfaces de los bloques.

Las *mallas desestructuradas* (**Figura II.2**) se utilizan para geometrías complejas y son las más flexibles ya que pueden ajustar cualquier tipo de dominio de solución. En principio, pueden ser usadas con cualquier esquema de discretización, pero se adaptan mejor con los métodos de volúmenes finitos y elementos finitos. Los volúmenes de control o los elementos pueden tener cualquier forma, no hay restricciones sobre el número de nodos o elementos vecinos.

Si se desea, las mallas pueden hacerse ortogonales, y pueden ser refinadas localmente de forma sencilla. La ventaja de la flexibilidad es compensada por la desventaja de la estructura de los datos. Las ubicaciones de los nodos y las conectividades con los vecinos deben ser especificadas explícitamente. La matriz del sistema algebraico de ecuaciones ya no tiene una estructura diagonal y regular, y el ancho de banda de la matriz se reduce reordenado los puntos.

Las *mallas desestructuradas* son usualmente utilizadas con el método de elementos finitos, pero cada vez es más común usarlas con el método de los volúmenes finitos. Los códigos para *mallas desestructuradas* son más flexibles, no necesitan cambiar cuando la malla es refinada localmente o cuando elementos o volúmenes de control de distintas formas son usados.

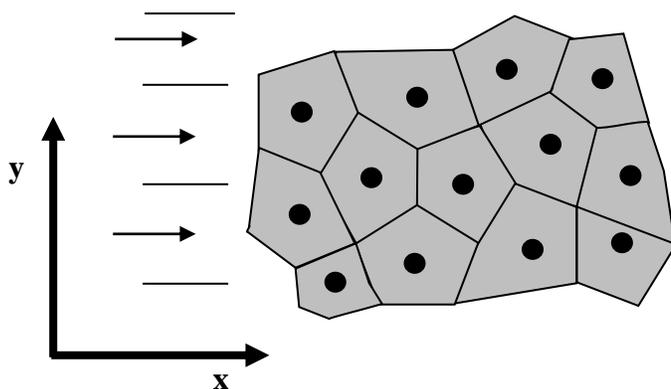


Figura II.2: Ejemplo de una malla desestructurada en 1D
(Patankar, 1980)

2.3 Propiedades de los métodos de resolución numérica

El método de resolución numérico debe tener ciertas propiedades para que pueda ser aplicado. A continuación se presentan de manera resumida las propiedades más importantes.

2.3.1 Consistencia

La discretización debe aproximarse a la solución exacta a medida que el espaciamiento de la malla tiende a cero. La diferencia entre la ecuación discretizada y la exacta se conoce como error de truncamiento y usualmente se estima reemplazando todos los valores nodales en la aproximación discreta por una expansión en series de Taylor entorno a un punto. Como resultado se recupera la ecuación original sumada a un resto, que representa el error de truncamiento. Para que el método sea consistente, el error de truncamiento debe tender a cero a medida que $\Delta t \rightarrow 0$ y/o $\Delta x_i \rightarrow 0$. El error de truncamiento es usualmente proporcional a potencias del espaciamiento de la malla Δx_i y/o del paso temporal Δt . Si el término más importante es proporcional a $(\Delta x_i)^r$ o $(\Delta t)^r$ se dice que la aproximación es de orden r ($r > 0$). Idealmente todos los términos

deben discretizarse con aproximaciones del mismo orden; sin embargo, algunos términos pueden dominar sobre la ecuación y puede ser razonable tratarlos con mayor precisión que los otros.

Es importante mencionar que, aun cuando las aproximaciones sean consistentes, no implica necesariamente que la solución del sistema de ecuaciones discretizado será la solución exacta de la ecuación diferencial en el límite de intervalos de tamaños pequeños. Para que esto suceda, el método debe ser estable.

2.3.2 Estabilidad

Se dice que un método de resolución numérica es estable si no magnifica los errores que aparecen en el proceso de la resolución numérica. Para problemas temporales, la estabilidad garantiza que el método produce una solución acotada siempre que la solución exacta de la ecuación esté acotada. Para métodos iterativos, un método estable es aquel que no diverge. La estabilidad puede ser difícil de investigar, especialmente cuando están presentes condiciones de contorno o no linealidades. Por esta razón, es común investigar la estabilidad de un método para problemas lineales con coeficientes constantes y sin condiciones de borde. La experiencia muestra que los resultados obtenidos de esta forma pueden aplicarse a problemas más complejos pero hay excepciones.

El método más utilizado para estudiar la estabilidad de los esquemas numéricos es el método de Von Neumann. Sin embargo, cuando se resuelven sistemas de ecuaciones no lineales, acopladas y con condiciones de borde complicadas, hay pocos resultados acerca de la estabilidad por lo que sólo queda confiar en la experiencia y en la intuición. Muchos esquemas requieren que el intervalo temporal sea menor que cierto límite.

2.3.3 Convergencia

Un método numérico se dice que es convergente si la solución de la ecuación discretizada tiende a la solución exacta de la ecuación diferencial a medida que el espaciamiento tiende a cero. Para problemas lineales con valores iniciales, el teorema de equivalencia de Lax establece que “dado un problema lineal con valores iniciales correctamente planteado y una aproximación de diferencias finitas aplicada, las condiciones de consistencia y estabilidad son las condiciones necesarias y suficientes para la convergencia”. Un esquema consistente es inútil si el método de resolución no converge.

Para problemas no lineales que estén influenciados fuertemente por las condiciones de borde, la estabilidad y la convergencia de un método son difíciles de demostrar. Por lo tanto la convergencia es usualmente chequeada usando experimentos numéricos, es decir, se repite el cálculo sobre una serie de mallas sucesivamente refinadas. Si el método es estable y si todas las aproximaciones utilizadas en el proceso de discretización son consistentes, usualmente se encuentra que el método converge a una solución independiente de la malla. Para mallas de tamaño suficientemente pequeño, la tasa de convergencia está controlada por la componente de menor orden del error de truncamiento, y esto permite estimar el error en la solución.

2.3.4 Conservación

Como las ecuaciones que se van a resolver involucran leyes de conservación, el esquema numérico debería también cumplir con estas leyes, a nivel tanto local como global. Esto implica que, en estado estacionario y ante la ausencia de fuentes, la cantidad de la variable conservada que deja el volumen cerrado debe ser igual a la que entra. Si se utilizan la forma conservativa de la ecuación y el método de los volúmenes finitos, lo anterior está garantizado para cada volumen de control individual y para el dominio de la solución como un todo. Otros métodos

de discretización pueden hacerse conservativos si se tiene cuidado en la elección de las aproximaciones.

El tratamiento de los términos fuente debe ser consistente de manera que la fuente total en el dominio sea igual al flujo neto de la cantidad conservada a través de los bordes. Esto es una propiedad importante del método de resolución, ya que impone una restricción sobre el error de la solución. Aunque se asegure la conservación de la masa, el momento y la energía, el error puede distribuirse de manera no apropiada sobre estas cantidades en el dominio de la solución. Los esquemas no conservativos pueden producir fuentes o sumideros artificiales, cambiando el balance tanto local como globalmente. Por otro lado, los esquemas no conservativos pueden ser consistentes y estables y llevar a soluciones correctas en el límite de mallas muy finas.

Los errores debidos a la no conservación en la mayoría de los casos son apreciables sobre mallas relativamente gruesas. El problema es determinar sobre qué mallas el error es lo suficientemente chico. Por esta razón se prefieren los esquemas conservativos.

2.3.5 Precisión

Las soluciones numéricas son sólo soluciones aproximadas. Además de los errores que pueden ser introducidos en el curso del desarrollo del algoritmo, en el desarrollo del programa o en la imposición de las condiciones de contorno, las soluciones numéricas siempre incluyen los siguientes tres errores sistemáticos.

- Errores de modelado, que se definen como la diferencia entre la solución al problema real y la solución exacta del modelo matemático.
- Errores de discretización, que se definen como la diferencia entre la solución exacta de la ecuación diferencial y la solución exacta del sistema algebraico de ecuaciones que se obtiene al discretizar la ecuación diferencial.
- Errores de iteración, que se define como la diferencia entre la solución exacta y la solución que se obtiene luego de cada iteración del sistema algebraico de ecuaciones.

Es importante tener conocimiento de la existencia de estos errores, y aún más, tratar de distinguir uno de otro. Algunos errores pueden cancelarse entre sí, de manera que algunas veces una solución obtenida sobre una malla gruesa puede ser mejor que una solución sobre una malla más fina, que, por definición debería dar mejor.

Los errores de modelado dependen de las hipótesis hechas al derivar las ecuaciones de transporte para las variables del problema. Otros errores son introducidos al simplificar la geometría del dominio de la solución, al simplificar las condiciones de borde, etc. Estos errores no se conocen a priori; solo pueden ser evaluados al comparar las soluciones en donde los errores de discretización y de convergencia son despreciables con datos experimentales o con datos obtenidos de modelos más precisos. Es esencial controlar y estimar los errores de convergencia y discretización antes que el modelo del fenómeno físico pueda ser juzgado. Los errores de discretización disminuyen a medida que se refina la malla, y el orden de la aproximación es una medida de la precisión. Sin embargo, sobre una malla dada, métodos del mismo orden pueden producir errores que pueden diferir hasta tanto como 1 orden de magnitud. Esto es porque el orden solo indica la tasa a la cual estos errores disminuyen a medida que el espaciado de la malla disminuye.

Modelo matemático

El modelo matemático consiste de una ecuación diferencial parcial no lineal de segunda orden que describe el fenómeno de difusión transitoria unidimensional (dirección x) de la masa de agua M (kg)_w.

Particularmente, se modela el transporte transitorio de difusión de un escalar ϕ bajo un medio fluido incompresible con difusividad Γ . Esto es:

Transporte transitorio de difusión:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + S_{\phi} \quad (2.4)$$

Dónde:

Γ Coeficiente de difusión

t Tiempo

x Dirección

$S = S_0 - S_1\phi$ Término fuente como función lineal de ϕ .

Considerando un dominio \forall conformado por un contorno $\Omega = \Omega_{\phi} + \Omega_{\partial}$, se tienen las siguientes condiciones iniciales y de contorno:

$$\phi = \begin{cases} \phi_0 \text{ para } t = 0 & \text{Valor inicial} \\ \phi_{\phi} \text{ en } \Omega_{\phi} & \text{Dirichlet} \\ \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial n} \text{ en } \Omega_{\partial} & \text{Neumann} \end{cases} \quad (2.5)$$

Métodos numéricos

Existen dos clases principales de métodos para resolver ecuaciones diferenciales parciales (EDP's): analíticos y numéricos. Los métodos analíticos están restringidos a problemas relativamente simples y no pueden aplicarse a un caso general. Esto es debido, en particular, al hecho de que en algunos casos no es factible expresar en forma analítica la distribución de las variables de campo en función del tiempo y del espacio.

Los métodos analíticos son útiles, bajo ciertas suposiciones que simplifican el problema, para el entendimiento general de procesos de la dinámica de fluidos, electrodinámicos, termodinámicos, etc. Las soluciones analíticas son usualmente utilizadas como referencia en los códigos numéricos.

Los métodos numéricos para resolver EDP's son universales y pueden aplicarse a distribuciones de variables de campo continuas y discontinuas. Los siguientes grupos de métodos numéricos son los usualmente utilizados: métodos de diferencias finitas (MDF), métodos de volúmenes finitos (MVF), métodos de elementos finitos (MEF) y los métodos espectrales.

2.4 Modelo numérico

En general, el sistema de ecuaciones compuestos por: continuidad, cantidad de momentum (Navier-Stokes), energía, transporte de masa, no pueden ser resueltos en forma analítica. Sin embargo existen diferentes estrategias numéricas muy discutidas en la literatura con las que se puede solucionar estos sistemas en forma aproximada. Dentro de los métodos discutidos en la literatura se pueden mencionar el de diferencias finitas, elementos finitos, volumen finito, entre otros. Estos métodos se encuentran descritos en (Fletcher, 1999, Incropera, 1999, Maliska, 1995, Patankar, 1980, etc.). Sin embargo para simulaciones numéricas de dinámica de fluidos (*CFD*), el método que mejores resultados ha presentado es

el de Volúmenes Finitos y esto se debe principalmente a que es un método conservativo, es decir, se minimiza el consumo y/o generación numérica de una propiedad transportada, lo cual puede ser muy común en otros métodos, teniendo como consecuencia relevantes inconsistencias físicas.

El esquema de Volúmenes Finitos se basa en la teoría de volumen de control, por ende posee una fácil interpretación física. Para poder utilizar este método es necesario dividir el dominio físico en estudio en subdominios, estableciendo la generación de mallas. En el presente trabajo, se considera una malla de tipo estructurada, aumentada (volúmenes ficticios adyacentes a los contornos) para efectos de implementación de las condiciones de contorno. Las ecuaciones son resueltas en cada subdominio (volumen finito) para lo cual existen diversos esquemas numéricos. En consecuencia, se obtiene un conjunto de ecuaciones algebraicas que describen el valor promediado de la variable en cuestión en cada volumen finito.

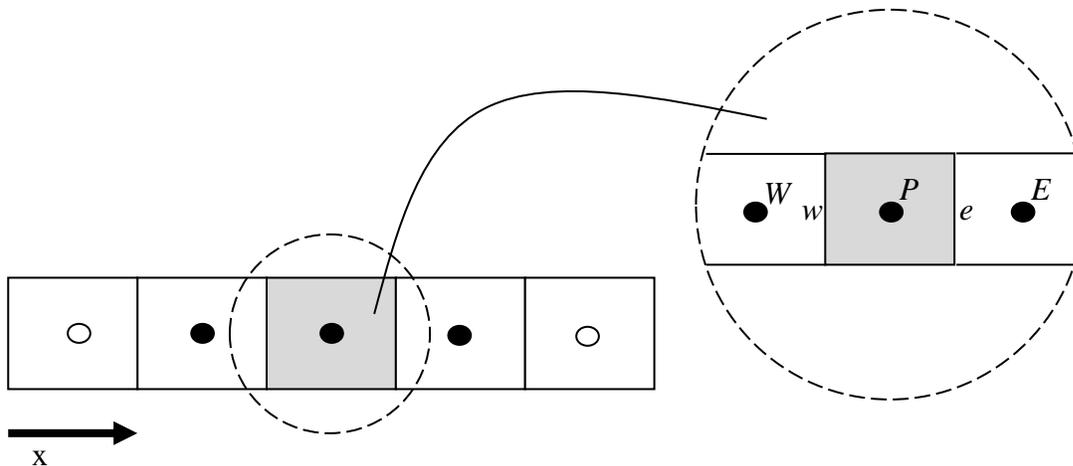


Figura II.3: Esquema unidimensional de volúmenes finitos alrededor de un punto P . (Patankar, 1980)

Método volúmenes finitos (MVF)

El MVF utiliza la forma integral de la ecuación como punto de partida. El dominio de solución es subdividido en un número finito de volúmenes de control (VC's) contiguos, y la ecuación es aplicada sobre cada VC. En el centroide de cada VC yace el nodo computacional en el cual los valores de la variable son calculados. Se utiliza la interpolación para expresar los valores de la variable en la superficie del VC en términos de los valores nodales (en el centro del VC). Las integrales de volumen y superficie son aproximadas utilizando fórmulas de cuadratura adecuadas. Como resultado, se obtiene una ecuación algebraica para cada VC, en la cual aparecen un cierto número de valores nodales vecinos.

El MVF puede acomodarse a cualquier tipo de malla, de manera que resulte adecuado para geometrías complejas. La malla define sólo los bordes de los volúmenes de control y no es necesario que estén relacionados con el sistema coordenado. El método es conservativo por construcción, siempre y cuando las integrales de superficie sean las mismas para los VCs que comparten fronteras. El enfoque del MVF es más simple de entender y de programar, todos los términos que necesitan ser aproximados tienen un significado físico. La desventaja respecto del MDF es que los esquemas de orden mayor son difíciles de desarrollar en 3D. Esto se debe al hecho que la aproximación de volúmenes finitos requiere 3 niveles de aproximación: interpolación, diferenciación e integración.

Ecuación de difusión

El método de volúmenes finitos, aplicado a una ecuación de transporte difusivo, admite la siguiente forma.

$$\underbrace{\frac{\partial c_{\phi}\phi}{\partial t}}_{\text{Almacenamiento}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)}_{\text{Difusivo}} + \underbrace{S_{\phi}}_{\text{Fuente}} \quad (2.6)$$

Dónde:

ϕ Variable Transportada

c_{ϕ} Capacidad

t Tiempo (s)

Γ Coeficiente de difusión (m/s²)

S_{ϕ} Terminio fuente

La integral en volumen de divergencia de un vector es igual a la integral en superficie del vector evaluado en la normal a esa superficie.

Al integrar, de acuerdo con el Teorema de Green, se tiene que:

$$\int_V \frac{\partial c_{\phi}\phi}{\partial t} dv + \int_V \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} dv - \int_V \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} dv = \int_V S_{\phi} dv \quad (2.7)$$

Dónde:

V es dominio conformado por n Volúmenes Finitos (VF).

2.5 Integración términos difusivo y transitorio

Al considerar la variación local $\frac{\partial c_{\phi}\phi}{\partial t}$ y la fuente S_{ϕ} en el centroide del VF como predominante, se tiene para el término transitorio:

$$\int_v \frac{\partial c_\phi \phi}{\partial t} dv = \frac{\partial c_\phi \phi}{\partial t} v \tag{2.8}$$

Y evaluando la diferencial temporal, en forma implícita de primera orden (Euler implícito) se obtiene el valor integrado y diferenciado del término transitorio, en función del tiempo actual ($t=m \Delta t$) y el tiempo anterior ($t= (m-1) \Delta t$). Esto es:

$$\frac{\partial c_\phi \phi}{\partial t} v = \frac{v}{\Delta t} (c_\phi \phi^m - c_\phi \phi^{m-1}) \tag{2.9}$$

Con ($t=m \Delta t$)

Similarmente, para la fuente:

$$\int_v S_v dv = v(F_o - \phi_1^m) \tag{3.0}$$

Condiciones de frontera

El método empleado para el tratamiento de la frontera del dominio es el de volúmenes ficticios (Maliska, 1987). Este método es de fácil implementación debido a que todos los VF , incluso los de la frontera real, son considerados como internos.

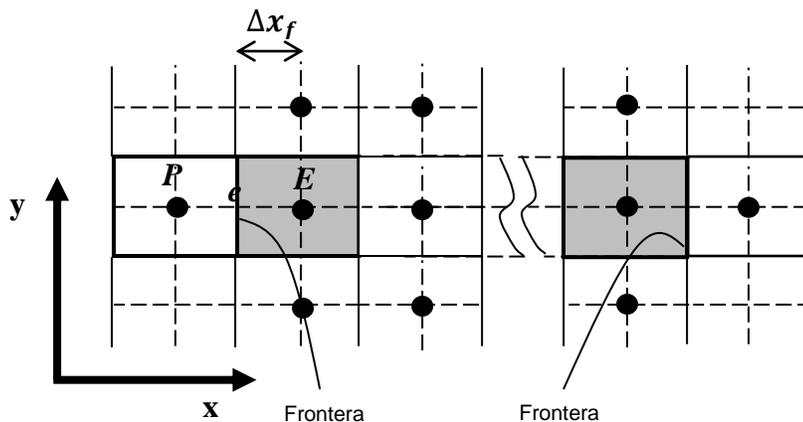


Figura II.4. Volúmenes ficticios en la frontera de dominio.

(Patankar, 1980)

Considérese la frontera e , luego la ecuación para una variable ϕ estará dada por:

$$A_p \phi_p = A_e \phi_E + B_p \quad (3.1)$$

2.6 Contorno con ϕ impuesto

En este caso es conocido el valor de ϕ en un contorno f es conocido e igual a ϕ_f , y se obtiene de la siguiente manera:

$$\phi_f = \frac{\phi_E + \phi_p}{2} \quad (3.2)$$

Lo que en términos de la ecuación (3.1) en la (3.2) se determina que

$$\begin{aligned} A_p &= 1 \\ A_e &= -1 \\ A_e &= 2\phi_f \end{aligned} \quad (3.3)$$

2.7 Frontera con flujo de ϕ impuesto

En este caso, el flujo de ϕ es conocido en la frontera, entonces:

$$F_\phi = a_d \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.4)$$

Donde F_ϕ es el valor del flujo de ϕ aplicado en la frontera, por lo tanto es conocido. Usando una aproximación de diferencias central se obtiene:

$$\begin{aligned}
 A_p &= 1 \\
 A_e &= 1 \\
 B_e &= \frac{2F_\phi \Delta x_f}{a_d}
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

2.8 Frontera adiabática

$$\begin{aligned}
 A_p &= 1 \\
 A_w &= -1 \\
 B_p &= 0_f
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

2.9 Entrada de flujo

$$\begin{aligned}
 A_p &= 1 \\
 A_e &= 0 \\
 B_p &= \phi_e
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

2.10 Salida de flujo

En caso de que el flujo de masa este saliendo por el dominio, para la frontera oeste los valores de los coeficientes están dados por.

$$\phi_p = \phi_w
 \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
 A_e &= 1 \\
 A_w &= 1 \\
 B_p &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

Soluciones de sistemas lineales

La discretización de las ecuaciones gobernantes produce sistemas lineales como el mostrado en la ecuación. La complejidad y tamaño del conjunto de ecuaciones depende de la dimensión del problema, el número de puntos de la malla y la estrategia de discretización. Aunque es posible utilizar cualquier procedimiento válido para resolver el conjunto de ecuaciones algebraicas, los recursos de cómputo disponibles son una restricción muy fuerte. Existen dos familias de métodos para resolver los sistemas: directos e iterativos. Los métodos iterativos son generalmente más económicos que los directos y preferidos en los casos cuando la matriz de coeficiente es dispersa. El algoritmo directo de Thomas (*TDMA*) se distingue por su gran velocidad por sobre otros métodos como el Gauss-Seidel, Jacobi, etc. Su desempeño se debe a que por medio de operaciones fila columna logra una disposición adecuada de los términos de tal forma que el coeficiente A_n de la matriz $[A]$ se hace igual a B_n del vector independiente $[B]$ luego el sistema es resuelto en forma reversa.

A continuación es presentado el método iterativo que se basa en el algoritmo directo de Thomas (Fletcher, 1991) o *TDMA* para matrices tri-diagonales.

Algoritmo directo de Thomas TDMA

El algoritmo para solución de ecuaciones (*TDMA*) (TriDiagonal-Matrix Algorithm) es muy eficiente, posee una gran rapidez en comparación con otros métodos para resolver sistemas lineales. El algoritmo de Thomas es una aplicación del álgebra de matrices, en donde por medio de operaciones filas y columnas se obtiene la solución al sistema (Fletcher, 1991).

Si se tiene un sistema de ecuaciones de la forma:

$$A_p \phi_P + A_e \phi_E + A_w \phi_W = B_P \tag{4.0}$$

El sistema anterior puede ser escrito en forma de una matriz tri-diagonal en sentido horizontal i , donde todos los términos que no pertenezcan a la disposición dada (i) son incorporados en el vector independiente $[D_m]$:

$$\begin{bmatrix} B_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & B_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{32} & B_{33} & C_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{ij} & B_{ij} & C_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{m-1} & B_{m-1} & C_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_m & B_m & C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_i \\ \vdots \\ \phi_{m-1} \\ \phi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_i \\ \vdots \\ D_{m-1} \\ D_m \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Para solucionar el sistema anterior se recurre a un algoritmo iterativo el cual se basara en una solución fila por fila.

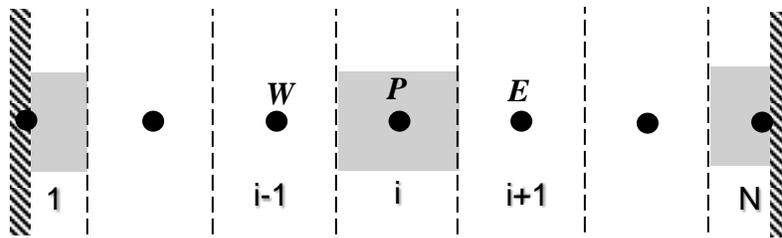


Figura II.5 Muestra la disposición de los puntos en el sentido horizontal.
(Patankar, 1980)

Escribiendo (4.1) en forma conveniente para un procedimiento recursivo en el cual es aplicable el algoritmo de Thomas, se tiene:

$$\begin{aligned}
 i=1 \quad A_1\phi_1 + B_1\phi_2 &= D_1 \\
 i=2 \quad A_2\phi_2 + B_2\phi_3 + C_2\phi_1 &= D_2 \\
 i=3 \quad A_3\phi_3 + B_3\phi_4 + C_3\phi_2 &= D_3 \\
 \vdots \quad & \\
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned}
 i=N-1 \quad A_{m-1}\phi_{m-1} + B_{m-1}\phi_m + C_{m-1}\phi_{m-2} &= D_{m-1} \\
 i=N \quad A_m\phi_m + B_m\phi_{m+1} + C_m\phi_{m-1} &= D_m
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Donde los términos A, B, C , son las diagonales de la matriz y el término $D_m = (A_p\phi_p + A_e\phi_e + A_w\phi_w) + B_p$, contempla todos los términos restantes de la matriz.

El algoritmo de Thomas contempla la siguiente estructura para determinar ϕ en forma recursiva.

$$\phi_m = P_m\phi_{m+1} + Q_m \tag{4.4}$$

Esta relación tiene solución una vez conocidas las condiciones de contorno. Bajando en un índice la ecuación (4.4), se tiene.

$$\phi_{m-1} = P_{m-1}\phi_m + Q_{m-1} \tag{4.5}$$

Reemplazando (4.5) en (4.3) e igualando con (4.4) se tiene.

$$P_m = \frac{-B_m}{A_m + C_m P_{m-1}} \tag{4.6}$$

$$Q_m = \frac{D_m - C_m Q_{m-1}}{A_m + C_m P_{m-1}} \tag{4.7}$$

La determinación de P_1 y Q_1 está dada por la evaluación en la frontera de (4.6) y (4.7) en donde C_1 es igual a cero luego se tiene.

$$P_1 = -\frac{B_1}{A_1}; \quad Q_1 = -\frac{D_1}{A_1} \quad (4.8)$$

Los valores de ϕ_m se determinan a partir de la relación i-ésima dada por (4.4).

$$\phi_m = Q_m \quad (4.9)$$

Las ecuaciones (4.6) y (4.7) son relaciones recursivas las cuales se pueden solucionar conociendo el valor de P_1 y Q_1 . Calculando en sentido horizontal i se tiene.

$$A_m = A_p; \quad B_m = A_e; \quad C_m = A_w \quad (4.0)$$

$$D_m = (A_p\phi_p + A_e\phi_e + A_w\phi_w) + B_p \quad (4.1)$$

Algoritmo computacional

El algoritmo computacional contempla dos aspectos: Primero, la determinación a través de una búsqueda extensiva de los parámetros a y b que definen al coeficiente de difusión efectiva (D) en función del contenido de humedad (CH), mostrado en la **Figura II.6**. Segundo, integrar en forma numérica a través del método de volúmenes Finitos el modelo matemático del proceso de secado propuesto.

Diagrama de flujo

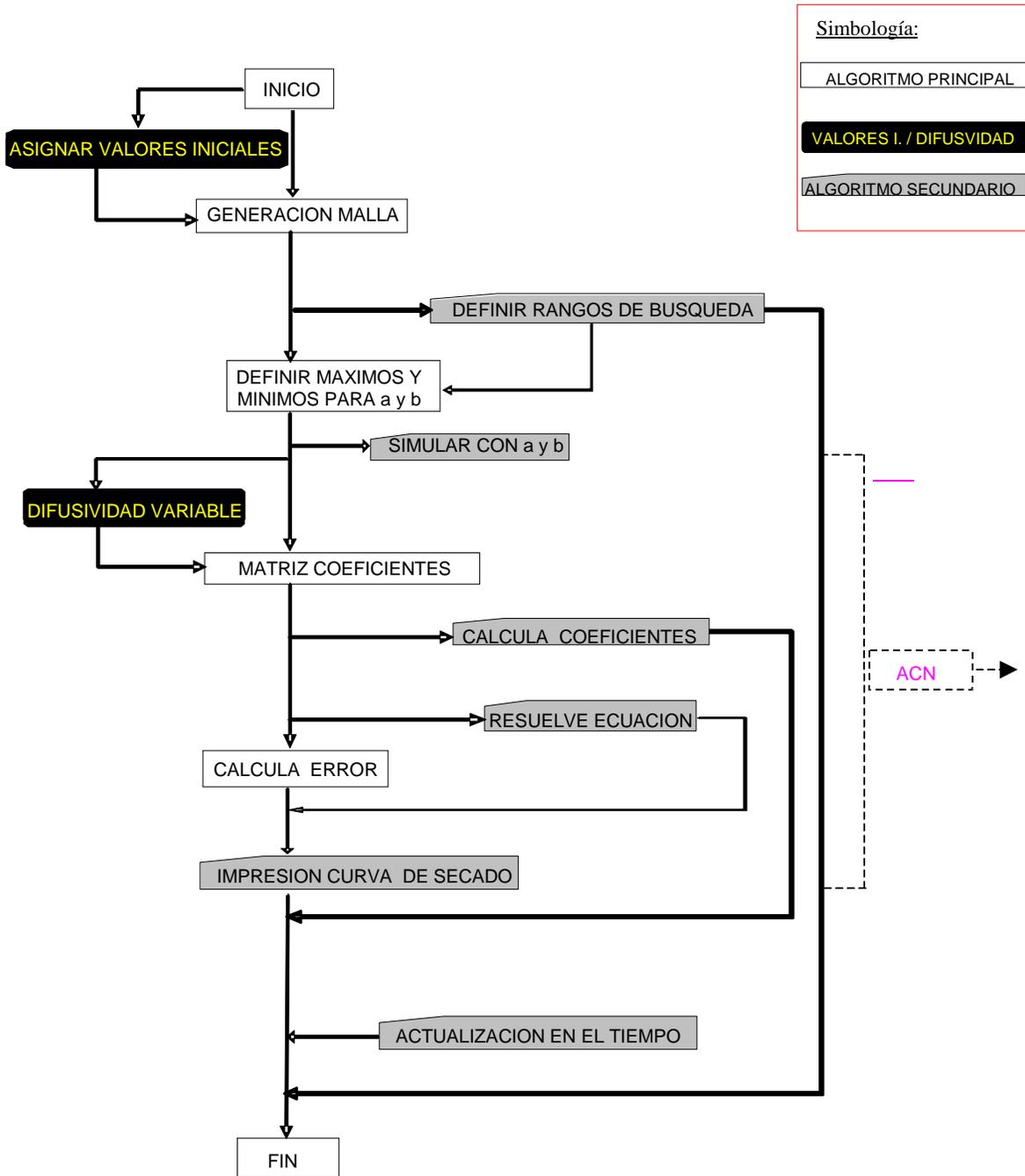


Figura II.6 Diagrama de flujo, del código numérico computacional.

(Elaboración Propia)

Referencias

1. **Fletcher, C. A. J. 1991.** Computational techniques for fluid dynamics, Springer –Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona. Volumen 1 y Volumen 2.
2. **Incropera, F. P.; De Witt, D.P. 1999.** Fundamentos de transferencia de calor. Pearson Educación, S.A. México.
3. **Maliska, C. R. 1995.** Transferencia de Calor y Mecánica de Fluidos Computacional. Libros Técnicos y Científicos Editora S.A., RJ, Brasil, 1
4. **Maliska, C. R. 1987.** Solución Numérica de Problemas de Transferencia de Calor e Mecánica de Fluidos en Coordenadas Generalizadas. I Encontro Nacional de Ciencia Térmicas, Rio de Janeiro, pag 27-38.
5. **Patankar, S.V. 1980.** Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC.
6. **Richtmyer, R.D.; Morton, K.W. 1967.** Difference methods for initial value problems. Interscience Publishers. NY.

Capítulo III

Simulación de la cinética del secado a baja temperatura de *Eucalyptus nitens*

Resumen

El *Eucalyptus nitens* presenta problemas durante el proceso de secado, que ha limitado su utilización en productos de madera sólida de mayor valor agregado, restringiendo su uso al mercado de la celulosa. Dichos problemas, en parte, pueden ser explicados por los gradientes de humedad entre la superficie y el interior de la madera, los cuales inducen esfuerzos durante el secado que pueden llegar a degradar la calidad de la madera seca. El presente estudio pretende caracterizar dichos gradientes, aportando con datos experimentales y simulados de distribución de humedad al interior de la madera secada a baja temperatura.

Experimentos de secado unidimensional de flujo radial y tangencial, bajo condiciones de secado constante 30/25 (°C/°C), fueron conducidos tendientes a determinar distribuciones espaciales transitorias de humedad y curvas de secado, los cuales también sirven al propósito de determinar parámetros del modelo y a su validación. La modelación fue basada en el concepto de difusión efectiva, para lo cual se determinaron experimentalmente coeficientes de difusión efectiva en la dirección radial y tangencial dependientes exponencialmente del contenido de humedad. Dichos coeficientes fueron caracterizados por dos parámetros, determinados por optimización en un contexto de problema inverso.

El modelo matemático fue representado por una ecuación diferencial parcial no lineal de segunda orden, caracterizada por coeficientes variables exponencialmente con el contenido de humedad, la cual fue integrada numéricamente a través del método de volúmenes finitos. Fueron obtenidos resultados satisfactorios de simulaciones de distribuciones transitorias de gradientes de humedades y curvas de secado correlacionados con datos experimentales, así como valores de parámetros requeridos por el modelo propuesto.

Palabras claves: Coeficiente difusión efectiva, curvas de secado, gradientes de humedad, modelación del secado.

Abstract

The *Eucalyptus nitens* presents problems during the drying process, which has limited its use in solid wood products with higher added value, restricting its use to the pulp market. These problems, in part, be explained by moisture gradients between the surface and interior of the timber, which induce stresses during drying can reach degrade the quality of the dried wood. This study aims to characterize these gradients, providing experimental data and simulated moisture distribution within the wood dried at low temperature.

Experiments one-dimensional drying of radial and tangential flow under temperature constant drying 30/25 (°C/°C) were conducted aimed at determining transient spatial distributions of moisture and drying curves, which also serve for the purpose of determining the model parameters and validation. The modeling was based on the concept of effective diffusion, for which effective diffusion coefficients were experimentally determined in the radial direction and tangential exponentially dependent on moisture content. These coefficients are characterized by two parameters determined by optimization in the context of inverse problem.

The mathematical model was represented by a nonlinear partial differential equation of second order, characterized by variable coefficients exponentially with moisture content, which was integrated numerically through the finite volume method. Were obtained satisfactory results of transient simulations distributions moisture content gradients and drying curves correlated with experimental data and parameter values required by the proposed model.

Keywords: Drying curves, drying modeling, effective coefficient diffusion, moisture content gradient.

Introducción

Durante el proceso de secado, se configuran gradientes de contenidos de humedad hacia el interior de la madera que pueden inducir grandes esfuerzos de secado (Langrish y Bohm 1997, Keey *et al.* 2000, Pang 2002). Esto sucede debido a que la superficie madera alcanza rápidamente contenidos de humedad bajo el punto de saturación de las fibras (PSF), puede presentar una fuerte tendencia a contraerse, en cambio en el interior perseveran contenidos de humedad por sobre el PSF. La intensidad de dichos esfuerzos es función de varios factores (humedad, matriz porosa, elasticidad, etc.), pero la causa de los mismos, en el proceso de secado, radica en los gradientes de humedad (Turner y Perré 1997). Trabajos en esta línea han sido desarrollados, entre otros (Chen *et al.* 1997, Svensson y Martensson 2002, Kang *et al.* 2004 y Salinas *et al.* 2011), por Pang (2000 y 2007), quien modela el desarrollo de esfuerzos residuales durante el secado, incluido el pos acondicionamiento térmico para reducir sus intensidades.

El secado de madera es de especial interés debido a la complejidad que presenta su matriz porosa, a los diversos estados en que se encuentra el agua al interior de esta (libre en cavidades de la matriz porosa y ligada entre las paredes celulares) y la variedad de mecanismos de transporte de humedad: Flujo capilar, convectivo y difusivo. Lo anterior, incrementado por la variabilidad entre especies, así como también de acuerdo a la edad del árbol, la altura de corte, condiciones de crecimiento, etc.

La modelación del transporte de humedad en la madera tiene tres enfoques clásicos: 1) Desde el punto de vista fenomenológico (Ananías *et al.*, 2005, Salinas *et al.* 2008) y la física de los fenómenos de transporte, donde se destacan modelos difusivos clásicos del tipo dado por Stamm (1964), Comstock (1963) y Siau (1984), 2) Los basados en la termodinámica de procesos irreversibles establecidos por Luikov (1966) y 3) Los desarrollados a partir del enfoque multifásico de Whittaker (1977).

El presente estudio se relaciona con los modelos difusivos, los cuales ofrecen ventajas debido a su simplicidad, ya sea desde el punto de vista de la cantidad de parámetros físicos requeridos o desde el punto de vista del cálculo numérico. Estos métodos han sido usados tradicionalmente para simulaciones de secado de madera de coníferas por debajo del punto de saturación de la fibra (PSF), debido a que en este rango es dominante el transporte difusivo (Smith and Langrish 2008). Sobre el PSF, estos modelos difusivos presentan restricciones debido a la dominancia de otros fenómenos, tales como capilaridad y permeabilidad (Keey *et al.* 2000). No obstante, los modelos difusivos también han sido utilizados más allá del rango higroscópico, como sugerido por Hukka 1999, en base a la obtención de un coeficiente efectivo de difusión del agua, analizado en general para materiales porosos por Chen (2007) y aplicado para la simulación de la cinética del secado en todo el rango de humedad de la madera de coníferas (Rozas *et al.* 2009 y Gatica *et al.* 2011).

En términos numéricos el Método de Volúmenes Finitos (Patankar 1980) es implementado a fin de integrar la ecuación de transporte difusivo, utilizando diferencia central para las derivadas de segunda orden y esquema de Euler implícito para el término transitorio.

Por otro lado, los parámetros que determinan en última instancia la relación entre contenido humedad y flujo de humedad son calculados en base a resolver el siguiente problema inverso: Conocida la curva de secado y las distribuciones de humedad en determinadas secciones, se determina el coeficiente de emisión superficial y los parámetros que condicionan la función exponencial de coeficientes de difusión efectiva, que permiten simular el proceso de secado a través de una ecuación de transporte difusivo de coeficientes variables.

El objetivo del presente trabajo es la simulación unidimensional del proceso de secado de *Eucalyptus nitens* en todo el rango de humedad en base al concepto de

coeficiente de difusión efectiva, dependiente del contenido de humedad en la forma propuesta por Comstock (1963). Lo anterior se aplica a la modelación unidimensional en la dirección radial y tangencial de un plano transversal de *Eucalyptus nitens*. Se implementan experimentos que permiten disponer de distribuciones transitorias de gradientes de humedad y curvas de secado, las cuales sirven al propósito de determinar parámetros físicos del modelo (coeficientes emisión superficial y de difusión efectiva) y validar la modelación propuesta.

Metodología y materiales

La metodología contempla la determinación experimental y numérica de variaciones transitorias de contenido de humedad al interior de la madera y curvas de secado de madera sólida de *Eucalyptus nitens*, proveniente de la hacienda Rucamanqui, ubicada en la región de la Araucanía de Chile.

Tabla III.1 Diseño experimental.

Parámetros	Individuo	Replicas	Repeticiones
Familia	1		
Árboles (1)	3		
Tipo de Madera (2)	3	3	1
Corte (3)	2		
Perfiles	7		
Proceso (4)	1		
		Total	378 Probetas

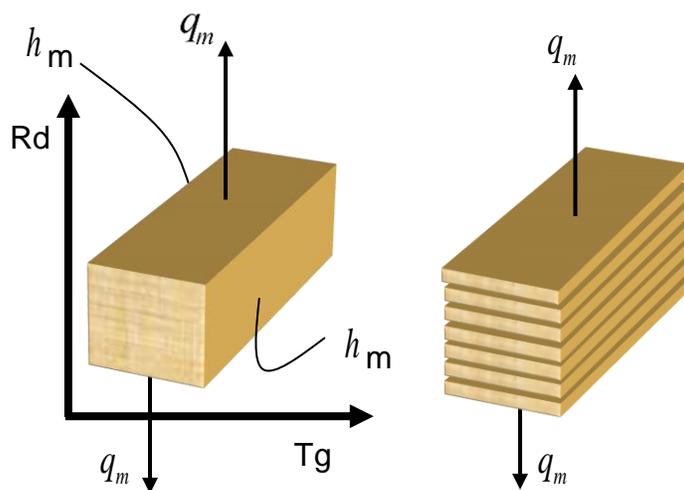
(1) 10, 12 y 14 ; (2) Central, Transición y Lateral

(3) Tangencial (T), Radial(R) ; (4) $T_{DB}/T_{WB} = 30^{\circ}\text{C}/25^{\circ}\text{C}$

3.1 Descripción del experimento

Se realizaron dos ensayos de secado con probetas de corte tangencial (flujo radial) y radial (flujo tangencial), en una cámara de clima a temperatura de bulbo seco de 30 °C, temperatura de bulbo húmedo de 25 °C y velocidad del aire igual a 1,5 m/s. El diseño experimental es dado en la **Tabla III.1.** y un esquema del mismo es dado en la **Figura III.1.** Para esto se utilizaron probetas de 25x25x40 mm, en espesor, ancho y largo, respectivamente. Para propiciar el flujo unidimensional fueron selladas, con silicona y papel de aluminio, todas las caras de la probeta excepto una, la cual fue orientada normal a la dirección del flujo de interés.

Ochos probetas se utilizaron para monitorear la variación de contenido de humedad y determinar la curva de secado de acuerdo con (4.2); para ello fueron extraídas de la cámara diariamente para obtener su peso. Las restantes probetas fueron utilizadas para determinar las distribuciones espaciales de humedad, además de la contracción y las deformaciones no reportadas en este trabajo.



Sea h_m ; Coeficiente de transferencia de materia (m/s);

q_m = Flujo; Tg-Rd; Dirección del flujo.

Figura III.1. Modelo físico.

3.2 Determinación contenido de humedad (CH)

Cada semana se retiraron 18 probetas para su medición de la contracción, pesaje y posterior seccionado en láminas de aproximadamente 3 mm de espesor. Cortada la lámina, inmediatamente se procedió a pesarla para obtener su masa húmeda y luego fueron secadas a 103 ± 2 °C para obtener su masa anhidra y determinar su humedad de acuerdo con la siguiente expresión.

$$CH = \left(\frac{m_w - m_0}{m_0} \right) * 100 \quad ; \quad M = \frac{CH * m_0}{100} \quad (4.2)$$

Donde, CH contenido de humedad (%), m_w (kg) masa húmeda, m_0 masa anhidra (kg) y M masa de agua (kg).



Figura III.2. Determinación masa anhidra y humedad de acuerdo a (3.1).

3.3 Determinación parámetros de difusión

El coeficiente de difusión efectiva fue determinado en base a una función de tipo exponencial, sugerida por Hukka (1999), la cual aplicada al caso de secado isotérmico puede ser descrita por la siguiente expresión:

$$D(M) = \exp(a + b * \tilde{M}) \quad (4.3)$$

Donde $\tilde{M} = \min(m_w / m_0, FSP)$

$$FSP = 0.603 - 0.001 * T_s \quad (\text{Simpson and Liu, 1997})$$

T_s Temperatura de bulbo seco (K)

Lo anterior requirió la determinación de los parámetros a y b para cada dirección de estudio, así como el coeficiente de emisión superficial h_m (m/s). El cálculo de h_m fue determinado en función de la curva de secado. Conocidos los parámetros de CH_s, CH_e se calculó el flujo q para cada tiempo.

$$q_m = \begin{cases} h_m (CH_s - CH_e)_t \\ \frac{CH_{t+\Delta t} - CH_t}{\Delta t} \end{cases} \quad \text{para } t_{inicial} < t < t_{final} \quad (4.4)$$

Luego el valor medio de h es determinado por integración como:

$$h_m = \frac{1}{t_{final} - t_{inicial}} \int_{t_{inicial}}^{t_{final}} \frac{q_t}{(CH_s - CH_e)} dt \quad (4.5)$$

La determinación de los parámetros a y b fue realizado resolviendo el siguiente problema inverso: Conocida la distribución espacial de humedades en ciertos puntos característicos de la curva de secado, fueron calculados los mencionados parámetros a y b, tal que permitieran simular distribuciones de humedad determinadas experimentalmente.

Para esto, se realizó una búsqueda extensiva de dichos parámetros, cuyo esquema es mostrado en la **Figura III.3**. Se seleccionaron aquellos que presentaron una diferencia mínima entre los datos experimentales y los simulados. Dicha diferencia fue determinada a partir de la siguiente función de error:

$$Error = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n abs \left(\frac{M_{Sim} - M_{Exp}}{M_{Exp}} \right) \quad (4.6)$$

3.4 Diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda

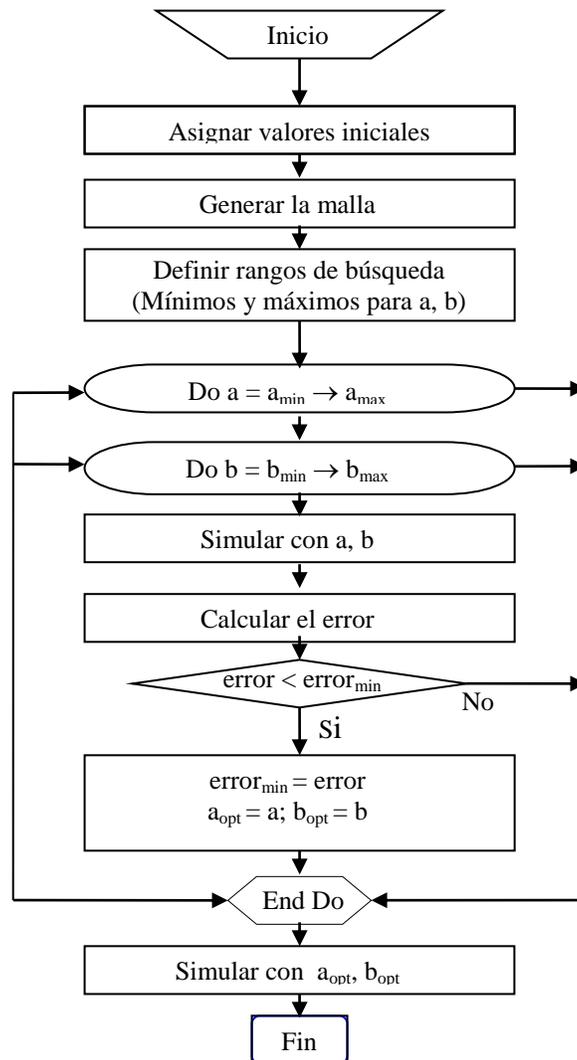


Figura III.3. Diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda, que determina valores de los parámetros a y b.

Modelo matemático

El modelo matemático consiste en una ecuación diferencial parcial no lineal de segunda orden que describe el fenómeno de difusión transitoria unidimensional (dirección x) de la masa de agua M (kg_w). Esto es:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(M) \frac{\partial M}{\partial x} \right) \quad (4.7)$$

Siendo D el coeficiente de difusión efectiva (m^2/s) en función del contenido de humedad M . Las condiciones iniciales y de contorno son las siguientes:

$$M = M_0 \text{ para } t = 0 \quad (\text{Inicial}) \quad (4.8)$$

$$D \frac{\partial M}{\partial x} = h_m (M_s - M_\infty) \text{ en } x = 0 \text{ y } L \quad (\text{Conveccion}) \quad (4.9)$$

La integración numérica de este modelo diferencial se realiza a través del Método de Volúmenes Finitos. Para esto, se considera, el dominio $0 < x < L$ subdividido en N subdominios (volúmenes finitos) ($\forall_i (i=1, N)$) en cuyo centroide es representado el valor medio de la variable distinguido por un subíndice p (M_p) y los valores de M en los volúmenes adyacentes: atrás (M_w) y adelante (M_e). Los límites de Volumen Finito (VF) centrado en P son identificados por w y e respectivamente (ver **Figura III.4**).

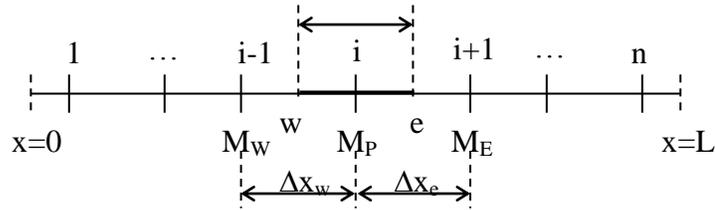


Figura III.4. Esquema de representación discreta de variables.

Integrando de acuerdo con el Método de Volumen Finito (VFM) dado por Patankar (1980) sobre un VF genérico centrado en P, se obtiene la siguiente versión descrita de (4.7).

$$\frac{M_P - M_P^0}{\Delta t} dx + \left(D_w \frac{M_P - M_w}{\Delta x_w} \right) - \left(D_e \frac{M_E - M_P}{\Delta x_e} \right) = 0 \quad (5.0)$$

Donde M^0 , representa el valor de M en el tiempo anterior (conocido).

Agrupando términos, se puede escribir la ecuación algebraica genérica para un VF centrado en el nodo P como:

$$a_w M_w + (a_p + a_t) M_P + a_e M_E = b_p \quad (5.1)$$

Dónde:

$$a_w = -\frac{D_w}{\Delta x_w}$$

$$a_e = -\frac{D_e}{\Delta x_e}$$

$$a_t = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x_w + \Delta x_e}{\Delta t} \right)$$

$$a_p = -(a_w + a_e) + a_t$$

$$b_p = a_t M_P^0$$

De esta forma se tiene n-2 ecuaciones del tipo **(5.1)** (una para cada volumen interno). Se descuentan dos debido a que los volúmenes de los extremos no son genéricos, debido a que deben incorporar las condiciones de contorno.

Siendo así, para el VF adyacente a la superficie de convección (i=1 y N) se puede escribir:

$$\frac{M_P - M_P^0}{\Delta t} dx + D_{in} \frac{M_P - M_{in}}{\Delta x_{in}} - \underbrace{\left(D_{out} \frac{M_{out} - M_P}{\Delta x_{out}} \right)}_{q_m = h_m (M_\infty - M_{out}) \text{ en } x=L} = 0 \quad (5.2)$$

Donde los subíndices in y out se refieren a la cara interna y externa de los VF localizados en los extremos x=0 o x=L, i=1 o i=N respectivamente.

La expresión **(5.2)** requiere el valor de la variable en la cara externa (M_{out}). Esto puede ser logrado extrapolando linealmente en base a los valores de M_P y M_{in}. Esto es:

$$M_{out} = M_P \left(1 + \frac{\Delta x_{out}}{2\Delta x_{in}} \right) - \frac{\Delta x_{out}}{2\Delta x_{in}} M_{in} \quad (5.3)$$

Siendo así, agrupando términos para llevarlos a la forma de la Eq. **(5.1)**, se obtiene:

$$a_{out} = 0$$

$$a_{in} = -\frac{D_{in}}{\Delta x_{in}} - h_m \frac{\Delta x_{out}}{2\Delta x_{in}}$$

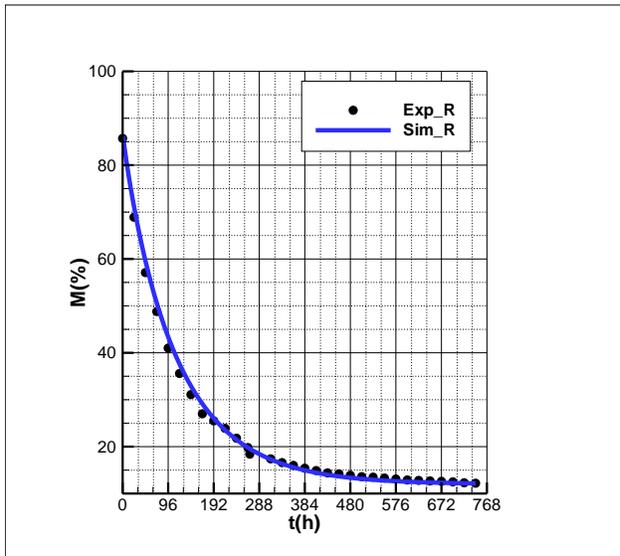
$$a_p = -a_{out} + h_m + a_t$$

$$b_p = a_t M_P^0 + h_m M_\infty$$

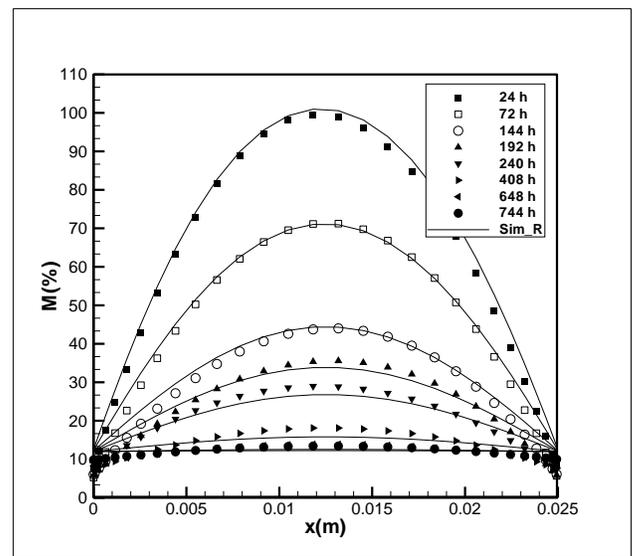
a_t Como definido en la ecuación genérica

De las expresiones (5.1) y (5.3) resulta un sistema de ecuaciones algebraicas de $N \times N$, de cuya solución se obtiene la distribución discreta de contenidos de humedad para un instante de tiempo. Dicho sistema de ecuaciones es de tipo tridiagonal, el cual puede ser eficientemente resuelto a través de un esquema TDMA, denominado algoritmo de Thomas (Lapidus and Spinder, 1982).

3.5 Resultados y discusión



(a)



(b)

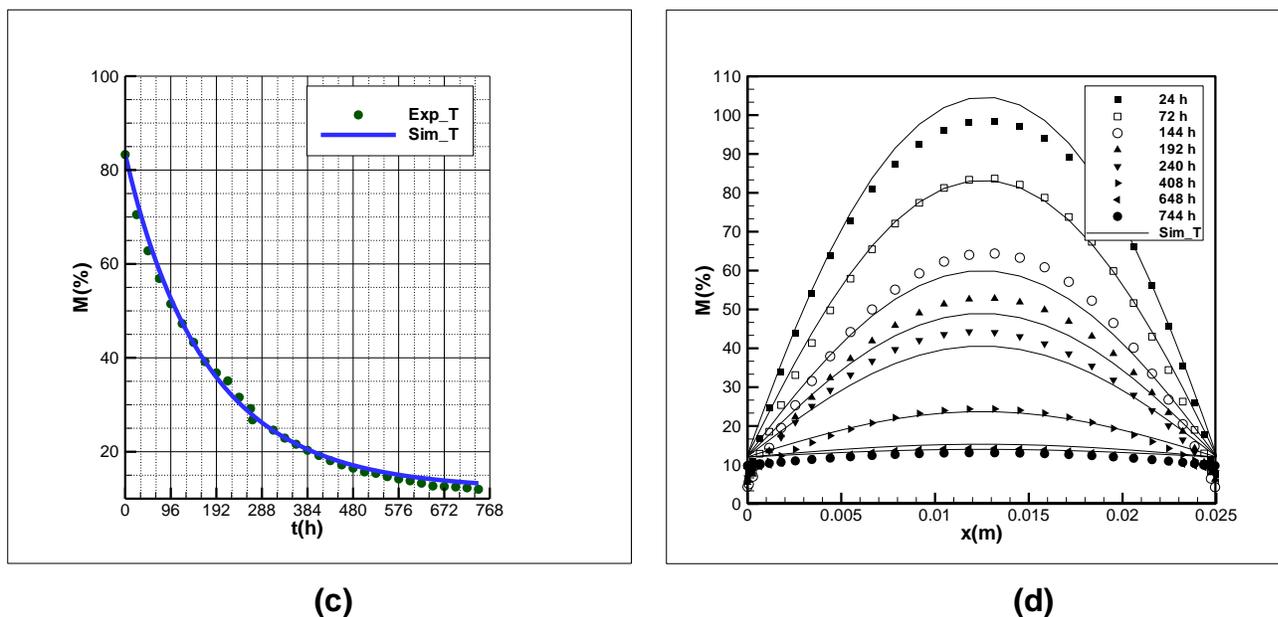


Figura III.5: Resultados de curvas de secado y distribuciones de M: Curva de secado, a) Radial y c) Tangencial; Distribución de M, b) Radial y d) Tangencial.

Los resultados de la **Figura III.5a y II.5c** muestran que madera de *Eucalyptus nitens*, secada a baja temperatura, se caracteriza por un flujo dominante del tipo difusivo clásico, reflejado por un decaimiento exponencial de la curva de secado. Es decir, no se aprecian efectos relevante asociados al frente de secado sobre y bajo el contenido de humedad crítico (CHc), como observado en trabajos previos para maderas de coníferas (Gatica *et al.*, 2011).

Esto también puede ser observado en los resultados de distribución de contenidos de humedad, mostradas en la **Figura III.5b y III.5d**, los cuales evidencian contenidos de humedad cercanos al CHE para todo el rango de secado en el entorno de la superficie interna de la madera

En otras palabras, no existe conectividad hídrica entre la madera y la superficie externa de evaporación, por lo cual el flujo de humedad hacia el ambiente de secado, es dominado por una zona de difusión desde los inicios del secado. Lo anterior, puede explicar la presencia de colapso y grietas superficiales reportadas para madera de *Eucalyptus nitens*. No obstante, no se observó este tipo de problemas en el desarrollo de la presente investigación, debido a los bajos espesores y baja agresividad del programa de secado.

Los resultados de simulaciones mostradas en la **Figura III.5**, fueron obtenidos en base a los parámetros a y b, determinados por metodología inversa. Al evaluar, para efectos referenciales la expresión **(2.2)** con dichos valores, mostrados en la **Tabla III.2**, para, $\tilde{M} = 0.31$, se obtienen coeficientes de difusión efectiva (D) igual $2,041 \cdot 10^{-10}$ y $1,326 \cdot 10^{-10}$ (m^2/s), para la dirección radial y tangencial, respectivamente. Estos resultados son coherentes en la medida que reflejan mayor flujo para la dirección radial y son de un orden menor que los reportados para coníferas en trabajos previos (Siau 1995, Pang 1996, Salinas *et al.*, 2013).

Tabla III.2. Parámetros de CDE.

Parámetro	Radial	Tangencial
a	-22.711	-23.133
b	1.330	1.300
h_m	$9.71 \cdot 10^{-4}$	$7.32 \cdot 10^{-4}$
Error (4.6)	$3.355 \cdot 10^{-3}$	$5.849 \cdot 10^{-3}$

Desde el punto de vista de la simulación, las **Figuras III.5** muestra resultados experimentales y numéricos de curvas de secado y distribuciones espaciales de humedad.

En particular la **Figura III.5a y III.5c**, muestran las curvas de secado unidimensional en la dirección tangencial y radial. En ellas se puede apreciar la ordenada dispersión de los datos experimentales y una ajustada curva de secado simulada, cuya diferencia es expresada por la expresión de cálculo de error **(4.6)** con valores dados en la **Tabla III.2**. De forma similar, la **Figura III.5b y III.5d**, muestran las distribuciones espaciales de humedad, la cuales se ajustan relativamente bien a los datos experimentales en ambas direcciones de estudio y evaluadas en ocho tiempos de secado (1,3,6,8,10,17, 27 y 31 días).

Se observa que existe una mayor diferencia en la aproximación en los estados iniciales del secado, lo cual puede ser explicado debido a la hipótesis de condición inicial: Distribución homogénea de humedad, lo cual no es del todo cierta para un medio insaturado. También se aprecia una mayor dispersión de datos en la dirección radial, lo cual se explica por una mayor intensidad en los flujos. En cuanto a su forma, se puede decir: 1) Que son del tipo parabólica, por cual pueden ser ajustada por polinomios de segunda o cuarta orden, 2) Que sus valores extremos tienden al CHE, desde el inicio del proceso de secado, lo cual refleja la dominancia del fenómeno difusivo en las tasas de flujo de humedad. En cuanto al coeficiente de emisión superficial dados en la **Tabla III.2**, se aprecian valores levemente mayores en el sentido radial que tangencial, lo cual es coherente con las mayores tasas de secado en la dirección radial. Su magnitud propiamente tal es sustantivamente mayor a aquella determinada de forma clásica, en base a datos de la curva de secado: Para el caso tangencial es igual a $7.32 \cdot 10^{-4}$, lo cual se explica debido a que en el presente caso, el flujo convectivo es evaluado en función del contenido de humedad superficial versus el contenido de humedad medio.

3.6 Conclusiones

El modelo presentado permite simular satisfactoriamente el proceso de secado de madera de *Eucalyptus nitens*, a baja temperatura (programa 30°C/25°C) y espesores (25 mm), en base al coeficiente de difusión efectiva.

La estrategia de optimización de la función que determina los coeficientes de difusión efectiva a través de metodología inversa y bajo un esquema de búsqueda extensiva, resulto ser efectiva para determinar los parámetros que definen D.

Que los resultados de curvas de secado y distribución de humedad evidencian un flujo difusivo dominante, caracterizado por un decaimiento exponencial de la curva de secado y contenidos humedad tendiente al CHE en las proximidades de la superficie de la madera, para todo el proceso de secado. En consecuencia, en el presente estudio no se aprecian efectos relevantes asociados CHc ni a la conectividad hídrica (madera y ambiente de secado), que reflejen preponderancia de flujo capilar.

Por último, se estima que los altos gradientes de humedad, producto de la dominancia de flujo difusivo, desde el inicio del secado, puede ser causa de elevadas tensiones que expliquen la presencia de colapso y de grietas superficiales en madera seca de *Eucalyptus nitens*.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT) de Chile al proyecto FONDECYT N° 1110500.

Referencias

1. **Ananías, R.A.; Vallejos, S.; Salinas, C. 2005.** Estudio de la cinética del secado convencional y bajo vacío del pino radiata. *Maderas. Ciencia y tecnología* 7(1):37-47.
2. **Chen, G.; Keey, R.; Walker J. 1997.** The drying stress and check development on high-temperature kiln seasoning of sapwood *Pinus radiata* boards. Part II: stress development. *Holzals Roh-und Werkstoff* 55:169-173.
3. **Cheng, W.; Morooka, T.; Wu, Q.; Liu, Y. 2007.** Characterization of tangential shrinkage stresses of wood during drying under superheated steam above 100 °C. *Forest Products Journal* 57(11):39-43.
4. **Comstock, G. L. 1963.** Moisture diffusion coefficients in wood as calculated from adsorption, desorption and steady state data. *Forest Products Journal* 13 (3): 97–103.
5. **Gatica, Y.; Salinas, C.; Ananias, R.A. 2011.** Modelling Convectonal One-Dimensional Drying of Radiata Pine Based on the Effective Diffusion Coefficient. *Latin American Applied Research Vol* 41(2): 183-189.
6. **Hukka A. 1999.** The effective diffusion coefficient and mass transfer coefficient of nordic softwoods as calculated from direct drying experiments. *Holzforschung* 53: 534–540.
7. **Kang, W.; Lee, N.; Jung, H. 2004.** Simple analytical methods to predict one – and two – dimensional drying stresses and deformations in lumber. *Wood Science and Technology* 38:417-428.
8. **Keey, R.; Langrish, T.; Walker, J. 2000.** Kiln-drying of lumber. Springer-Verlag, Berlin, pp. 65-115, 175-181.
9. **Langrish, T. A. G.; Bohm, N. 1997.** An experimental assessment of driving forces for drying in hardwoods. *Wood Science and Technology*, 31:415-422.
10. **Lapidus, L.; Pinder, G.F. 1982.** Numerical solution of partial differential equations in science and engineering. John Wiley & Sons, Inc.
11. **Luikov, A. V. 1966.** Heat and Mass Transfer in Capillary-porous bodies. Pergamon Press, Oxford.
12. **Pang, S. 2000.** Modeling of stress development during drying and relief during steaming in *Pinus radiata* lumber. *Drying Technology* 18(8):1677-1696.
13. **Pang, S. 2002.** Investigation of effects of wood variability and rheological properties on lumber drying: application of mathematical models. *Chemical Engineering Journal* 86:103-110.

14. **Pang, S. 2007.** Mathematical modeling of kiln drying of softwood timber: Model development, validation, and practical application. *Drying Technology*, 25(3):421-431.
15. **Patankar S.V. 1980.** *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC.
16. **Rozas, C.; Tomaselli, I.; Zanoelo, E. 2009.** Internal mass transfer coefficient during drying of softwood (*Pinus elliotti*) boards. *Wood Science and Technology* 43:361-373.
17. **Salinas, C.; Chávez, C.; Gatica, Y.; Ananías, R. 2011.** Simulation of wood drying stresses using CVFEM. *Latin American Applied Research* 41:23-30.
18. **Salinas, C.; Ananías, R.A. Ruminot, P. 2008.** Simulación Fenomenológica del Secado de Madera de Pino Radiata a Alta Temperatura, *Maderas. Ciencia y tecnología* 10(3):207-217.
19. **Salinas, C.; Gatica, Y.; Vargas, H.; Ananias, R.A. 2012.** Three-dimensional simulation of isothermal wood drying of radiata pine using effective diffusion coefficient. *Latin American Applied Research* 43(1): 95-102.
20. **Siau, J. F. 1984.** *Transport Processes in Wood*. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. 245 pp.
21. **Simpson, W.T.; Liu, J.Y. 1997.** An optimization technique to determine red oak surface and internal moisture transfer coefficients during drying. *Wood and Fiber Science* 29 (4):312–318.
22. **Smith, S.; LANGRISH, T. 2008.** Multicomponent solid modeling of continuous and intermittent drying of *Pinus radiata* sapwood below the fiber saturation point. *Drying Technology* 26:844-854.
23. **Stamm, A. 1964.** *Wood and cellulose science*. Ch. 23: Diffusion in wood. Ronald Press, N. York.
24. **Svensson, S.; Martensson, A. 2002.** Simulation of drying stresses in wood. Part II: Convective air drying of sawn timber. *Holz als Roh- und Werkstoff* 60:72-80.
25. **Turner, I.; Perré, P. 1997.** A synopsis of the strategies and efficient resolution techniques used for modeling and numerically simulating the drying process. En: *Mathematical modeling and numerical techniques in drying technology*. Turner I.; Mujumdar, A.S., Eds.; Marcel Dekker, Inc.: New York, pp. 1–82.
26. **Whitaker, S. 1977.** Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: A theory of drying. *Advances in heat transfer* 13:119:203.

RESUMEN GENERAL

El uso de la modelación matemática permitió simular satisfactoriamente la cinética del secado a baja temperatura de la madera de *Eucalyptus nitens*.

La utilización de modelos difusivos, basados en el coeficiente de difusión efectiva permitió simular curvas de secado y distribuciones de humedad al interior de la madera sólida, observándose valores de coeficientes de difusión mayores en el sentido radial que el tangencial.

La estrategia de optimización de la función que determina los coeficientes de difusión efectiva a través de metodología inversa y bajo un esquema de búsqueda extensiva, resultó ser efectiva para determinar los parámetros que definen D, obteniendo coeficientes de difusión efectiva (D) igual a $2,041 \cdot 10^{-10}$ y $1,326 \cdot 10^{-10}$ (m^2/s), para la dirección radial y tangencial, respectivamente.

Los altos gradientes de humedad, producto de la dominancia de flujo difusivo, desde el inicio del secado, puede ser causa de elevadas tensiones que expliquen la presencia de colapso y de grietas superficiales durante el secado convectivo de *Eucalyptus nitens*.

RECOMENDACIONES

Se recomienda utilizar bajas temperaturas durante el secado de madera de *Eucalyptus nitens* ($\leq 30^{\circ}$ C) de manera de evitar grandes diferencias de presiones parciales de vapor en la superficie y el centro de la madera. Se estima conveniente presecar bajo condiciones de T° y HR controladas.

La utilización de piezas de corte radial presentan un mejor comportamiento frente a las deformaciones y esfuerzos durante el secado, lo cual ayudaría a mejorar la estabilidad dimensional de la madera en servicio.

Los parámetros del programa de secado tales como, la temperatura y humedad del aire deben ser adecuadamente controlados para permitir lograr un secado de calidad a un tiempo y costo razonable. Dado que estos parámetros son los que actúan durante el movimiento de agua de la primera y segunda fase de secado se recomienda para la tercera fase ($CH \leq PSF$) aumentar la temperatura, puesto que en esta etapa el secado es lento, dependiendo netamente del movimiento interno de humedad por difusión, lo cual se podría optimizar variando la temperatura del aire.

Índice de Figuras

Figura II.1: Ejemplo de una malla estructurada en 1D	24
Figura II.2: Ejemplo de una malla desestructurada en 1D	26
Figura II.3. Esquema unidimensional de volúmenes finitos alrededor de un punto P	33
Figura II.4. Volúmenes ficticios en la frontera de dominio	36
Figura II.5 Muestra la disposición de los puntos en el sentido horizontal	40
Figura II.6 Diagrama de flujo del código numérico computacional	43
Figura III.1. Modelo físico	52
Figura III.2. Determinación masa anhidra y humedad de acuerdo a (4.2)	53
Figura III.3. Diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda, que determina los valores de los parámetros a y b	55
Figura III.4. Esquema de representación discreta de variables	57
Figura III.5: Resultados de curvas de secado y distribuciones de M	59

Índice de Tablas

Tabla III.1 Modelo físico	50
Tabla III.2. Parámetros de CDE	60

Nomenclatura

a	<i>Parámetro difusivo</i>
b	<i>Parámetro difusivo</i>
h_m	<i>Coefficiente transferencia de materia (m/s).</i>
T_{DB}	<i>Temperatura bulbo seco (°C)</i>

T_{WB}	Temperatura bulbo húmedo (°C)
CH	Contenido de humedad (%)
ΔCH	Gradiente de humedad (%)
a_p	Coeficiente en la ecuación genérica
a_e	Coeficiente en la ecuación genérica
a_w	Coeficiente en la ecuación genérica
a_t	Coeficiente en la ecuación genérica
b_p	Coeficiente en la ecuación genérica
$TDMA$	Algoritmo de Thomas
$1D$	Unidimensional
$2D$	Bidimensional
$3D$	Tridimensional
M_w	Masa de agua (Kg)
M_D	Masa anhidra (Kg)
Γ	Coeficiente de difusión (m^2/s)
D	Coeficiente de difusión efectivo (m^2/s)
V	Dominio
VF	Volumen finito
t	Tiempo (s)
q_m	Flujo de masa (m/s)
A	Vector matriz
B	Vector matriz
L	Largo (m)
S_ϕ	Fuente generadora de ϕ

Anexos

Anexo A

A.1 Development of moisture and stress profiles during pre-drying of *Eucalyptus nitens**

Victor SEPULVEDA-VILLARROEL
Dept. of Wood Engineering, University of Bio-Bio
Collao av. 1202, Concepción-Chile,
visepul@alumnos.ubiobio.cl

Carlos SALINAS-LIRA
Dept. of Mechanical Engineering, University of Bio-Bio,
Collao av. 1202, Concepción-Chile
casali@ubiobio.cl

Natalia PEREZ-PEÑA
Dept. of Wood Engineering, University of Bio-Bio
Collao av. 1202, Concepción-Chile
nattperez@gmail.com

José Miguel COUCEIRO MOURIÑO
Luleå University of Technology
Division of Wood Science and Engineering
Campus Skellefteå, Forskargatan 1, 93187 Skellefteå, Sweden
jose.couceiro@ltu.se

Diego ELUSTONDO
Luleå University of Technology
Division of Wood Science and Engineering
Campus Skellefteå, Forskargatan 1, 93187 Skellefteå, Sweden
diego.elustondo@ltu.se

Rubén A. ANANIAS
Dept. of Wood Engineering, University of Bio-Bio
Collao av. 1202, Concepción-Chile,
anantias@ubiobio.cl
(Corresponding author)

*Paper submitted on 15 July 2014, to Drying Technology journal.

Development of moisture and stress profiles during pre-drying of *Eucalyptus nitens*

Abstract

This paper is part of a series of studies carried out at the University of Bio-Bio in Chile with the objective of characterizing the response of *Eucalyptus nitens* to drying. The ultimate goal is to minimize the problem of collapse in industrial drying of *Eucalyptus nitens*, which prevents the lumber manufacturing industry in Chile to produce commercial solid wood products from this species. This study in particular evaluates the development of moisture content and stress profiles during pre-drying of *Eucalyptus nitens*. In addition, a simple diffusion model based on the concept of effective diffusion coefficient was proposed to compare the drying rates in the radial and tangential directions. The results showed that the diffusion coefficient in the radial direction was approximately 50% higher than in the tangential direction, but internal stresses developed approximately at the same time regardless of the annual ring orientation.

Key words: Drying stresses, *Eucalyptus nitens*, moisture gradient, pre-drying.

Introduction

As stated in a preceding study ^[1], collapse is almost certain to occur in industrial drying of *Eucalyptus nitens*, thus preventing the lumber manufacturing industry in Chile to produce commercial solid wood products from this species. This problem is still unsolved, and a series of studies are being currently carried out at the University of Bio-Bio in Chile with the specific objective of characterizing the response of *Eucalyptus nitens* to drying. The present study compares the moisture content (MC) gradients in the radial and tangential direction, which according to the scientific literature have the potential to generate internal stresses during drying ^[2,3,4]. In addition, the study provides an estimation of drying stresses by measuring the elastic strain developed after slicing the wood samples.

It is generally accepted in the literature that stresses in wood drying are induced by moisture content gradients, mainly because the external surfaces start shrinking before the core of the wood ^[5]. The relationships between moisture content gradients and stresses are complex to predict because wood has both elastic and viscous behaviors, and the responses are also affected by the adsorption and desorption of moisture from the air ^[6,7,8,29,10]. The mathematically accurate methodology to describe drying stresses is to separate the phenomenon into four independent components usually referred as free shrinkage, elastic strain, viscous creep, and mechano-sorptive strain ^[11,12,13,14,15]. However, the rule of thumb is that higher moisture content gradient would likely result in higher internal stresses during drying.

Collapse is even more complex to predict because it is thought to be caused by capillary tensions developed during drying. The most common explanation for collapse is that cell walls cannot withstand the surface tension of free water being removed from the cell lumens ^[16]. It was reported, however, that collapse may also occur below fiber saturation point (FSP) ^[17]. It is also reported in the literature that most drying defects, including collapse, tend to become more severe if the drying rates and the temperatures are higher ^[18]. In addition, the theory indicates that capillary tension increases when the cell lumens are thinner, thus the permeability of collapse prone species is expected to be low ^[16]. The rule of thumb in this case is that slow conservative drying programs are typically better for reducing the incidence of collapse ^[19,20].

Since wood is an anisotropic material, it is expected that the MC gradients would develop differently in the radial and tangential directions with respect to the annual rings. The experience shows that wood with the annual rings parallel to the drying surface tends to dry faster than wood with the annual rings perpendicular to the drying surface (probably because moisture can move through ray cells in the radial direction). It is also well known that MC in wood can be present in two different

states, namely, free water inside the cell lumens and adsorbed water in the cell walls ^[21]. Consequently, moisture can flow by capillarity or diffusion depending on whether the moisture is above or below FSP.

The model for capillary flow has been formulated in the classical theory of heat and mass transfer in porous media ^[22], but it is difficult to apply directly to wood because of the complexity of the anatomical structure. The model for moisture diffusion, on the other hand, is fairly straightforward to apply, and it has been extensively used in the literature for MC below FSP ^[23,24,25,26,27]. Since hardwoods species such as *Eucalyptus nites* are highly impermeable to capillary flow, moisture migration in the radial and tangential directions shows a "diffusion like" behavior even for MC above FSP. This allows defining an effective moisture diffusion coefficient (D) that can be applied beyond the hygroscopic range ^[25,23,24,28]. In this study, a simplified diffusion model was proposed to compare drying rates in the radial and tangential direction, and the D values were obtained based on the drying rates and MC gradients measured experimentally.

Methodology

The material for drying was obtained from "Rucamanque" plantation located in the Bio-Bio region of Chile. Three *Eucalyptus nitens* logs with age of 12 years were selected and transported to the laboratory. One 25mm by 25mm board was cut from each log and re-sawed into 24 test samples with dimensions of 25mm by 25mm by 50mm. The test samples were then sealed with aluminum paper and silicon glue so that only two surfaces were exposed to drying, where the drying surfaces were selected to have half of the samples dried in the radial direction and half of the samples dried in the perpendicular direction with respect to the annual rings.

The pre-drying conditions were simulated in a climate chamber at 30°C dry-bulb temperature, 25°C wet-bulb temperature, and 1.5 m/s air velocity. This, in the opinion of the authors, represented approximately the average pre-drying conditions in the region with equilibrium MC of approximately 12%. Eight samples from each board (4 radial and 4 tangential) were used to determine the average MC during drying by applying the gravimetric method. These samples were weighted 2 times per day and the MC was calculated with the following equation, which relates the final and initial moisture content (MC and MC_0) with the final and initial weights (W and W_0):

$$MC = \frac{W}{W_0}(MC_0 + 100) - 100$$

Eq.1

The other 16 samples from each board (8 radial and 8 tangential) were used to determine the MC profiles and estimate stresses during drying. This accounted for a total of 48 samples coming from 3 different logs. The procedure consisted in taking 6 samples (3 radial and 3 tangential) at selected days, and cutting them into 7 equal slices parallel to the drying surfaces after trimming 5mm from the edges to remove the sealing. The thickness of the slices was approximately 2mm, and the length of the slices (which was approximately 40mm) was measured before and after slicing as a measure of drying stresses. The assumption was that the slices would release the stress immediately after cutting by elastic strain, thus a contraction or expansion of the slices would be directly proportional to respectively compression or tension stress in the wood. The weight of the slices was also measured immediately after cutting, so that the MC could be determined later by the oven-dry method. The same procedure was repeated 8 times until the wood reached approximately 12% average MC.

The calculation of diffusion coefficient (D) was based in the Fick's law of diffusion. This law can be found in most heat and mass transfer textbook, and it basically relates the mass flow (m) through a certain area (A) with the gradient of mass concentration (dC) along a certain thickness (dx):

$$m = -DA \frac{dC}{dx} \quad \text{Eq. 2}$$

In the case of this study, mass flow through the drying surfaces was calculated from the drying rate (dMC/dt) measured experimentally (representing the total evaporation rate), and the gradient of moisture concentration was calculated from the local ΔMC difference between the first and the second slides (representing the gradient below the surfaces). Consequently, it was proposed to use the following equation as a measure of D, where L is the thickness of the samples and x is the thickness of the slides before cutting ($x = L/7$):

$$\frac{dMC}{dt} = -D \frac{2}{L} \frac{\Delta MC}{x} \quad \text{Eq. 3}$$

Results and discussion

The average MC of the samples as function of the drying time is shown in Figure 1. It can be observed that the samples were dried for a total of 760 h until the pieces reached approximately 12% final MC. As expected, drying in the radial direction was noticeable faster than drying in the tangential direction. The MC and strain profiles (for the average of the 3 samples) are reported respectively in **Tables 1** and **2** for the 8 selected testing times. For illustration, **Figure 2** also shows the MC profiles in the radial and tangential direction for tree selected drying times.

The measured MC profiles suggest that pre-drying of *Eucalyptus nitens* is controlled mainly by diffusion mechanisms. If capillary flow would be the dominant transport mechanism in the core of the wood, then it would be more likely to observe a relatively flat MC profile in the center of the pieces and a sharp decline close to the external surfaces where transport mechanisms suddenly change to diffusion. This is usually referred as the theory of the dry-layer ^[19]. In the case of this study, the MC profiles show a parabolic reduction from the center to the external surfaces of the wood, thus suggesting diffusion control mechanisms. This assumption is also confirmed in Figure 3 by plotting the drying rate as function of the MC gradient. The figure shows that there is an almost linear relationship between drying rate and MC gradient, which in turn validates Eq.3. The diffusion coefficients calculated with Eq.3 were respectively $1.65 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ and $1.10 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ in the radial and tangential directions. These types of difference between radial and tangential diffusion coefficients were also reported for other wood species ^[21,26,29].

Strain differences between the radial and tangential directions may not be realistic to compare due to the experimental error. However, there were clear differences of strain development depending on the drying times. For example, **Figure 4** shows the strain values measured at the surface and center slides for drying in the radial and tangential direction. The figure shows that stresses did not significantly develop during the first 200 h of drying, but they increased sharply in the samples measured at 216 h. After that, tension stresses in the surface and compression stresses in the core gradually reduced as drying preceded. For illustration, examples of strain profiles at the time of maximum stress and the end of drying are shown in **Figure 5**.

These results suggest that even though the samples dried faster in the radial direction than in the tangential direction, maximum stress developed approximately at the same time in both cases. It is speculated here that internal stress were triggered by shrinkage in the external surfaces, which it was probably controlled by the external pre-drying conditions rather than the average MC of the samples. **Figure 6** seems to support this hypothesis. **Figure 6** shows that the average MC in the first 7mm under the external surfaces (the average of the first and second slices) dried approximately at the same time in the radial and tangential directions, reaching MC below FSP at approximately 200 h. If these results were confirmed in an industrial scenario, then it would be possible to apply stress relief strategies simultaneously to all boards regardless of their annual ring orientation.

Conclusions

This study reports experimental drying curves, moisture content profiles and internal stresses measured during pre-drying of *Eucalyptus nitens*. The measurements were performed in controlled laboratory conditions with small scale samples that could only dry in the radial or tangential directions, so that the results could be used to evaluate the effect of the annual ring orientation in drying rate and the potential incidence of collapse. It was deduced from the moisture content profiles that pre-drying of *Eucalyptus nitens* was diffusion controlled. The external surfaces dried relatively quickly below fiber saturation point, while the MC in the center of the wood was still in the green condition. A simplified model based on the Fick's law of diffusion was proposed to provide a measure of the diffusion coefficients under the drying surfaces, and it was found that the diffusion coefficient in the radial direction was approximately 50% higher than in the tangential direction. Despite this difference in drying rate, the strain data showed that drying stresses developed approximately at the same time in both the radial and tangential directions. If these results were confirmed in an industrial scenario, then it would be possible to apply stress relief strategies simultaneously to all boards regardless of their annual ring orientation.

Acknowledgements

The authors appreciate the financial support of the National Commission of Scientific & Technological Research (Conicyt) of Chile (Fondecyt N° 1110500).

Bibliography

- (1) Ananías, R.A; Sepúlveda-Villarroel, V.; Perez-Peña, N.; Leandro-Zuñiga, L.; Salvo-Sepúlveda, L.; Salinas-Lira, C.; Cloutier, A.; Elustondo, D.M.** Collapse of *Eucalyptus nitens* wood after drying depending on the radial location within the stem. *Drying Technology* 2014, 32(14):1699-1705.
- (2) Langrish, T. A. G.; Bohm, N.** An experimental assessment of driving forces for drying in hardwoods. *Wood Science and Technology* 1997, 31(6),415-422.
- (3) Pang, S.** Modeling of stress development during drying and relief during steaming in *Pinus radiata* lumber. *Drying Technology* 2000, 18(8):1677-1696.
- (4) Zhan, J.F.; Gu, J.Y.; Shi, S.Q.** Rheological behaviour of larch timber during conventional drying. *Drying Technology* 2009, 27(10): 1041-1050.
- (5) Turner, I.; Perré, P.** A synopsis of the strategies and efficient resolution techniques used for modeling and numerically simulating the drying process. En: *Mathematical modeling and numerical techniques in drying technology*. Turner I.; Mujumdar, A.S., Eds.; Marcel Dekker, Inc.: New York, 1997. pp. 1–82.
- (6) Chen, G.; Keey, R.; Walker J.** The drying stress and check development on high-temperature kiln seasoning of sapwood *Pinus radiata* boards. Part II: stress development. *Holz als Roh- und Werkstoff* 1997, 55(2),169-173.
- (7) Svensson, S.; Martensson, A.** Simulation of drying stresses in wood. Part II: Convective air drying of sawn timber. *Holz als Roh- und Werkstoff* 2002, 60(1),72-80.
- (8) Kang, W.; Lee, N.; Jung, H.** Simple analytical methods to predict one – and two – dimensional drying stresses and deformations in lumber. *Wood Science and Technology* 2004, 38(6),417-428.
- (9) Pang, S.** Mathematical modeling of kiln drying of softwood timber: Model development, validation, and practical application. *Drying Technology* 2007, 25(3), 421-431.

-
- (10) **Lazarescu, C.; Avramidis, S.** Drying related strain development in restrained wood. *Drying Technology* 2008, 26(5), 544-551.
- (11) **Zhan, J.-F.; Avramidis, S.** Mechanosorptive Creep of Hemlock under Conventional Drying: I. The Determination of Free Shrinkage Strain. *Drying Technology* 2011, 29(7), 789-796.
- (12) **Zhan, J.-F.; Avramidis, S.** Mechanosorptive creep of hemlock under conventional drying: II. Description of actual creep behavior in drying lumber. *Drying Technology* 2011, 29(10), 1140-1149.
- (13) **Lazarescu, C.; Avramidis, S.; Oliveira, L.** Modeling shrinkage response to tensile stresses in wood drying: I. Shrinkage–moisture interaction in stress-free specimens. *Drying Technology* 2009, 27(11), 1183-1191.
- (14) **Lazarescu, C.; Avramidis, S.** Modeling shrinkage response to tensile stresses in wood drying: II. Stress–shrinkage correlation in restrained specimens. *Drying Technology* 2010, 28(2), 186-192.
- (15) **Lazarescu, C.; Avramidis, S.; Oliveira, L.** Modeling shrinkage response to tensile stresses in wood drying: III. Stress–tensile set correlation in short pieces of lumber. *Drying Technology* 2010, 28(6), 745-751.
- (16) **Chafe, S.C.; Barnacle, J.E.; Hunter, A.J.; Ilic, J.; Northway, R.L.; Rozsa, A.N.** Collapse: An introduction; CSIRO, Division of Forest Products: Victoria, Australia, 1992.
- (17) **Almeida, G.; Assor, C.; Perré, P.** The dynamic of shrinkage/moisture content behavior determined during drying of microsamples for different kinds of wood. *Drying Technology* 2008, 26(9), 1118-1124.
- (18) **Ananías, R.A.; Perez, P.; Salinas, C.; Elustondo, D.** Drying schedules for canelo Wood. *Drying Technology* 2013, 31(3), 282-285.
- (19) **Keey, R.B.; Langrish, T.A.G.; Walker, J.C.F.** Kiln drying of lumber; Springer Series in Wood Science: Springer, Berlin, 2000.
- (20) **Jankowsky, I.P.; Luiz, M.G.** Review of wood drying research in Brazil: 1984–2004. *Drying Technology* 2006, 24 (4), 447-455.
- (21) **Siau, J. F.** Transport Processes in Wood. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. 245 pp. 1984.
- (22) **Luikov, A. V.** Heat and Mass Transfer in Capillary-porous bodies. Pergamon Press, Oxford. 1966.
-

(23) Gatica, Y.; Salinas, C.; Ananias, R. A. Modelling Convectonal One-Dimensional Drying of Radiata Pine Based on the Effective Diffusion Coefficient. Latin American Applied Research 2011, 41(2), 183-189.

(24) Hukka A. The effective diffusion coefficient and mass transfer coefficient of nordic softwoods as calculated from direct drying experiments. Holzforschung, 1999, 53(5), 534–540.

(25) Rozas, C.; Tomaselli, I.; Zanoelo, E. Internal mass transfer coefficient during drying of softwood (*Pinus elliotti*) boards. Wood Science and Technology 2009, 43, 361-373.

(26) Salinas, C.; Gatica, Y.; Vargas, H.; Ananias, R. A. Three-dimensional simulation of isothermal wood drying of radiata pine using effective diffusion coefficient. Latin American Applied Research 2012, 43(1), 95-102.

(27) Smith, S.; Langrish, T. Multicomponent solid modeling of continuous and intermittent drying of *Pinus radiata* sapwood below the fiber saturation point. Drying Technology 2008, 26(7), 844-854.

(28) Cheng, W.; Morooka, T.; Wu, Q.; Liu, Y. Characterization of tangential shrinkage stresses of wood during drying under superheated steam above 100 °C. Forest Products Journal 2007, 57(11), 39-43.

(29) Pang, S. Mathematical modeling of kiln drying of softwood timber: Model development, validation, and practical application. Drying Technology 2007, 25(3), 421-431.

Tables and Figures

Table 1: Average MC measured by cutting samples in 7 slices

Table 2: Average strain measured by cutting samples in 7 slices

Figure 1: Average samples MC as function of the drying time

Figure 2: MC profiles at 3 selected times

Figure 3: Average drying rate vs MC gradient under the drying surfaces

Figure 4: Strain measured at the surface and center of the samples

Figure 5: Average strain profiles at time of maximum stress and end of drying

Figure 6: Average MC in the first 5mm under the wood surfaces

Table 1: Average MC measured by cutting samples in 7 slices

Time	24 h	72 h	120 h	168 h	216 h	384 h	624 h	720 h
Slice	MC % (Radial)							
1	31.8	23.9	18.2	18.4	18.0	16.1	13.6	10.9
2	90.4	62.6	44.1	45.7	37.5	22.5	15.5	12.0
3	105.9	88.6	70.2	62.3	50.2	28.6	16.3	13.0
4	111.3	96.7	79.9	68.4	53.9	31.9	17.2	13.6
5	107.1	91.4	72.4	63.5	50.0	28.9	16.2	13.0
6	92.5	64.6	47.7	47.0	35.0	23.2	14.7	12.2
7	35.0	24.0	17.5	20.1	18.0	16.6	13.3	10.7
Slice	MC % (Tangential)							
1	32.3	23.7	19.3	17.6	17.7	16.1	14.2	10.6
2	82.8	57.7	40.4	35.5	26.2	21.4	15.2	12.1
3	99.4	79.9	56.7	48.7	34.5	25.0	16.1	13.3
4	105.9	90.6	60.1	52.3	38.4	25.5	16.3	13.7
5	99.3	83.0	57.1	48.9	34.7	24.6	16.0	13.0
6	75.0	56.7	44.6	39.3	25.1	21.6	15.4	12.1
7	28.7	23.5	19.0	17.5	15.3	15.8	14.6	11.0

Table 2: Average strain measured by cutting samples in 7 slices.

Time	24 h	72 h	120 h	168 h	216 h	384 h	624 h	720 h
Slice	Strain % (Radial)							
1	0.057	0.122	0.033	0.066	0.384	0.221	0.196	0.164
2	0.249	0.016	0.041	0.058	0.204	0.213	0.106	0.074
3	-0.033	-0.017	-0.033	0.041	-0.319	-0.351	-0.171	-0.074
4	-0.123	0.017	-0.074	0.057	-0.727	-0.351	-0.163	-0.213
5	0.098	-0.025	-0.033	0.106	-0.433	-0.431	-0.123	-0.090
6	-0.065	-0.107	0.016	0.008	0.385	0.179	0.131	0.041
7	-0.111	0.120	0.024	-0.032	0.426	0.221	0.155	0.123
Slice	Strain % (Tangential)							
1	0.053	-0.008	0.008	0.041	0.376	0.147	0.140	0.123
2	0.015	0.041	0.000	0.008	0.399	0.131	0.156	-0.016
3	0.065	-0.033	0.073	-0.024	-0.413	-0.139	-0.106	-0.139
4	-0.183	0.008	0.040	-0.090	-0.531	-0.196	-0.188	-0.261
5	0.033	-0.024	-0.033	0.033	-0.457	-0.277	-0.253	-0.049
6	0.158	0.000	0.008	0.057	0.451	0.204	0.155	0.074
7	0.115	0.009	0.057	0.041	0.229	0.344	0.204	0.164

Figure 1: Average samples MC as function of the drying time.

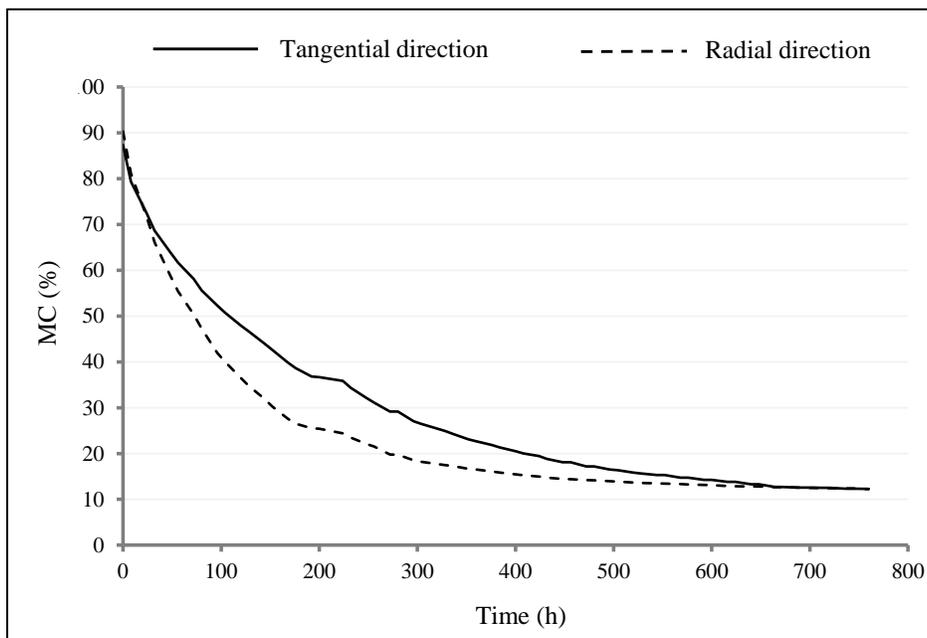


Figure 2: MC profiles at 3 selected times.

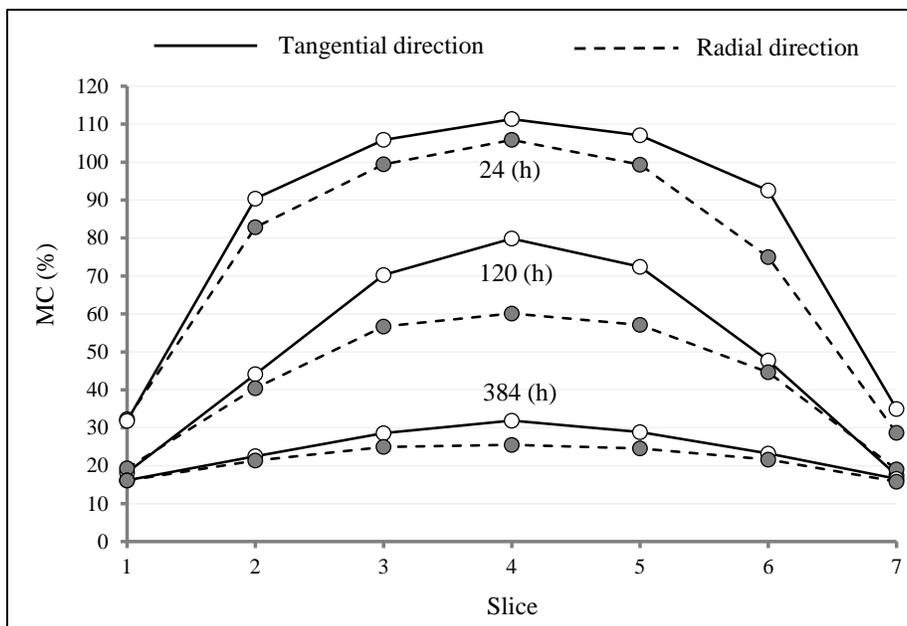


Figure 3: Average drying rate vs MC gradient under the drying surfaces.

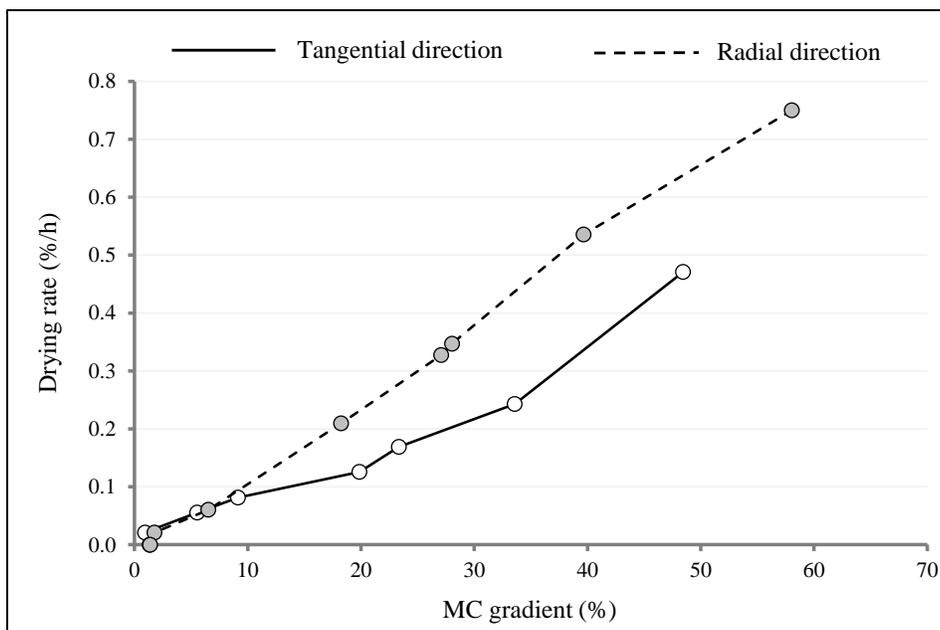


Figure 4: Strain measured at the surface and center of the samples.

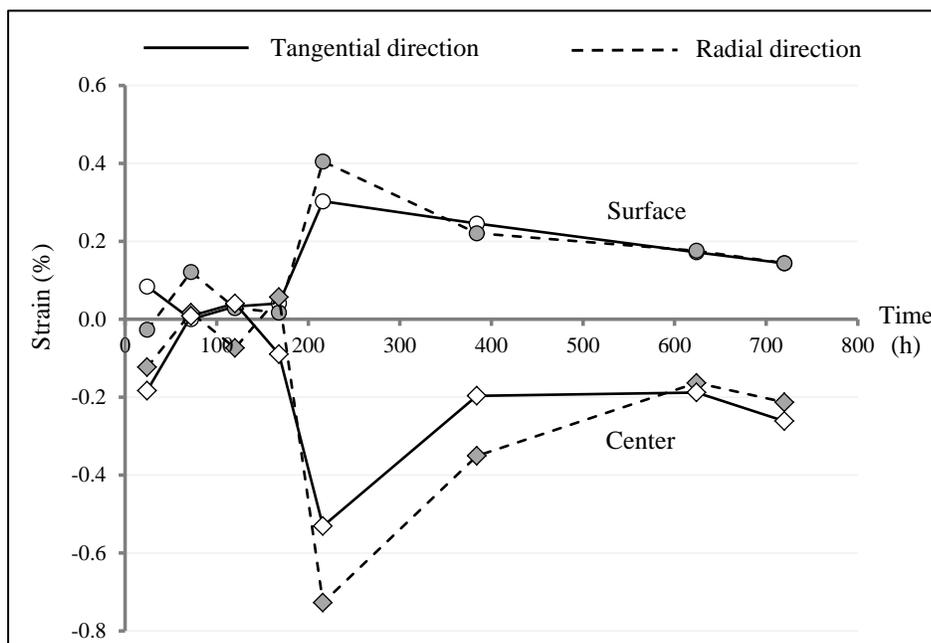


Figure 5: Average strain profiles at time of maximum stress and end of drying

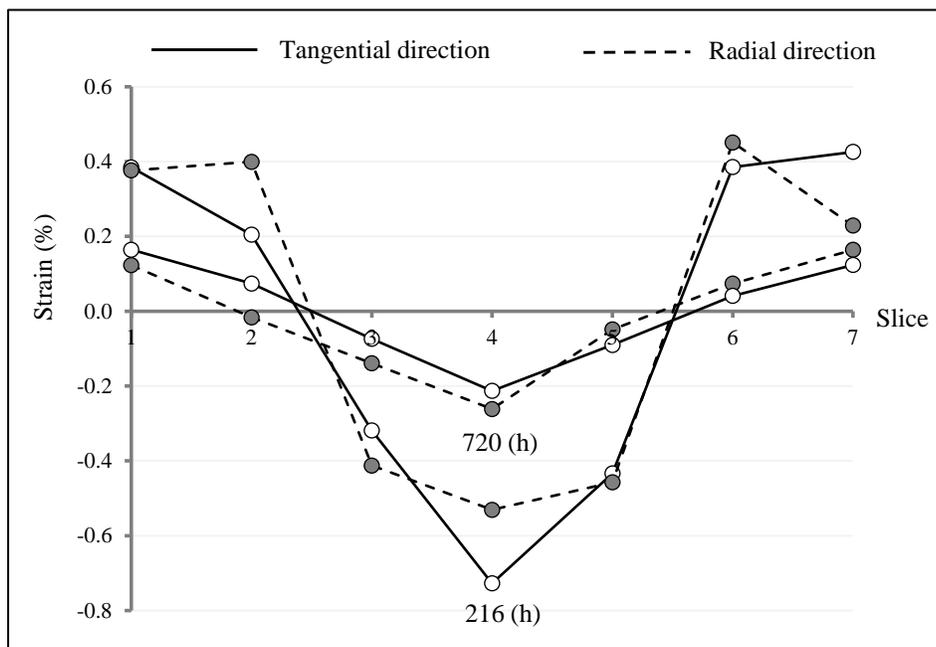
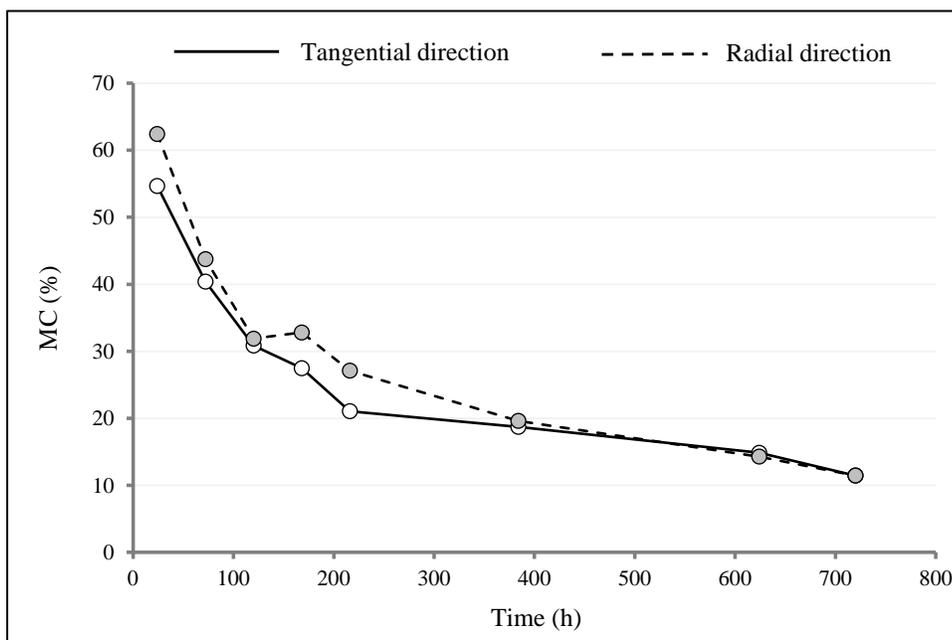


Figure 6: Average MC in the first 7mm under the wood surfaces



Drying Technology



Development of moisture and stress profiles during pre-drying of Eucalyptus nitens

Journal:	<i>Drying Technology</i>
Manuscript ID:	LDRT-2014-0294
Manuscript Type:	General Paper
Date Submitted by the Author:	15-Jul-2014
Complete List of Authors:	Sepúlveda-Villarroel, Victor; University of Bio-Bio, Wood Engineering Salinas-Lira, Carlos; University of Bio-Bio, Dept. of Mechanical Engineering Perez-Peña, Natalia; University of Bio-Bio, Wood Engineering Couceiro Mourinho, José; Luleå University of Technology, Division of Wood Science and Engineering Elustondo, Diego; Lulea University of Technology, Wood Physics Ananias, Ruben; University of Bio-Bio, Wood Engineering
Keywords:	drying stresses, eucalyptus nitens, moisture gradient, pre-drying

SCHOLARONE™
Manuscripts

URL: <http://mc.manuscriptcentral.com/ldrt> Email: mpeasm@nus.edu.sg

Publicaciones y abstracts

INDICE DE PUBLICACIONES

1.-Development of moisture and stress profiles during pre-drying of *Eucalyptus nitens*. **Sepúlveda, V.**; Salinas, C.; Pérez, N.; Couceiro, J.; Elustondo, D.; Ananías, R.A. En evaluación en la revista **Drying Technology**, indizada en las bases de datos Thomson Reuters-Web of Science (sometida 15 de julio de 2014).

2.-Simulación de la cinética del secado a baja temperatura de *Eucalyptus nitens*. **Sepúlveda, V.**; Pérez, N.; Salinas, C.; Ananías, R.A. En preparación.

INDICE DE ABSTRACTS

1.-Modelación de la evolución temporal de la humedad durante el secado de *Eucalyptus nitens*: Resultados preliminares. **Sepúlveda, V.**; Pérez, N.; Salinas, C.; Ananías, R.A. IV Encuentro de Investigación UBB-2013, Concepción, 19-20 de Diciembre 2013.

2.-Modelación de la evolución temporal de la humedad durante el secado de *Eucalyptus nitens*: Bases teóricas. **Sepúlveda, V.**; Salinas, C.; Ananías, R.A. II Encuentro de Investigadores de Postgrado UBB-2013, Chillán, 23-25 Octubre de 2013.

3.-Deformations and drying stresses in *Eucalyptus nitens*. Pérez, N.; **Sepúlveda, V.**; Ananías, R.A. Salinas, C.; Baradit, E. International Conference IAWS-2013, Nanjing, China, October 17-20, 2013.

4.-Esfuerzos de secado en *Eucalyptus nitens*: Resultados preliminares. Pérez, N.; **Sepúlveda, V.**; Ananías, R.A.; Salinas, C.; Baradit, E. III Encuentro de Investigación UBB 2012, Chillán, 10-11 Enero de 2013.