

**UNIVERSIDAD DEL BÍO – BÍO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL**

**Profesor Patrocinante** : Mg. Alexander Opazo V.

**Profesores Comisión** : Mg. Gilda Espinoza V.

Mg. Angela Salinas B.

**DETERMINACIÓN DE LA RAZÓN DE  
AMORTIGUAMIENTO EN VIGAS DE MADERA  
PARA USO EN PANELES CLT**

PROYECTO DE TÍTULO PRESENTADO EN CONFORMIDAD A LOS REQUISITOS PARA  
OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

**SERGIO CARLOS ALARCÓN CAMPOS**

CONCEPCIÓN, SEPTIEMBRE 2015

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios por darme paz, sabiduría y entendimiento para el desarrollo de esta tesis.

A mi familia, en especial a mis padres Sergio y Mónica por su esfuerzo y sacrificio para que no me falte nada y por su apoyo y cariño incondicional.

A la Universidad del Bío Bío, en especial al Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, funcionarios, académicos, amigos y compañeros que ayudaron y formaron parte de mi desarrollo como persona y profesional en un ambiente grato y ameno.

Al profesor Alexander Opazo por guiarme en este trabajo y por su tiempo y buena disposición para resolver dudas e interrogantes.

## NOMENCLATURA

CLT	Madera Contra Laminada
CORMA	Corporación Chilena de la Madera
RAN	Razón de Área Nudosa
RANB	Razón de Área Nudosa en Zona de Borde
FRF	Función de Respuesta en Frecuencia
$\xi$	Razón de Amortiguamiento
$c$	Coefficiente de Amortiguamiento
$c_{cr}$	Coefficiente de Amortiguamiento Crítico
$m$	Masa del cuerpo o sistema
$k$	Rigidez del cuerpo o sistema
$\omega_n$	Frecuencia natural en [Rad/seg]
$\omega_r$	Frecuencia de resonancia en [Rad/seg]
$\omega_D$	Frecuencia amortiguada en [Rad/seg]
$f_n$	Frecuencia natural en [Hz]
$T_D$	Periodo amortiguado en [seg]
$f_D$	Fuerza de amortiguamiento viscoso
$\dot{x}$	Velocidad de vibración
$\delta$	Decremento logarítmico
$N$	Número de ciclos entre peaks seleccionados
$C$	Amplitud o desplazamiento máximo
$\alpha$	Ángulo de fase
$t$	Tiempo
$A_{i(t)}$	Función que reúne los peaks sucesivos de la señal
$K$	Constante de la regresión exponencial
$\omega_a, \omega_b$	Frecuencias de dos puntos alrededor de la resonancia
$\Theta_a, \Theta_b$	Ángulos entre los puntos y la frecuencia de resonancia

## DETERMINACIÓN DE LA RAZÓN DE AMORTIGUAMIENTO EN VIGAS DE MADERA PARA USO EN PANELES CLT

Autor: Sergio Alarcón Campos

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Bío Bío

[seralarc@alumnos.ubiobio.cl](mailto:seralarc@alumnos.ubiobio.cl)

Profesor Patrocinante: Alexander Opazo Vega

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Bío Bío

[aopazove@ubiobio.cl](mailto:aopazove@ubiobio.cl)

### RESUMEN

Desde su aparición el uso de paneles CLT se ha masificado debido a que es un sistema prefabricado, de gran capacidad resistente y rápido montaje. Una de sus grandes ventajas es que permite construir edificaciones de mediana altura, sin embargo los problemas de serviciabilidad debido a excesivas vibraciones son hoy en día una de sus principales limitantes. En Chile se están dando los primeros pasos con este sistema constructivo por lo tanto es fundamental conocer sus propiedades estáticas y dinámicas.

La razón de amortiguamiento es una de las propiedades clave para describir la respuesta vibratoria de las estructuras, con ella se pueden alimentar modelos computacionales y así mejorar el análisis y dimensionamiento de estos sistemas innovativos. Es por ello que el propósito de esta investigación es determinar a través de dos métodos de cálculo distintos, los valores de razón de amortiguamiento de vigas de madera de Pino Radiata que se usan para construir paneles CLT en Chile. El análisis se realizó a un total de 60 vigas clasificadas visualmente según la norma Nch 1207 of.2005.

Los resultados obtenidos mostraron que el método del circle fit entrega valores de razón de amortiguamiento levemente mayores al método del decremento logarítmico y con una mayor dispersión. En general esta diferencia de resultados no supera el 10% por lo que se decidió proponer valores obtenidos de un promedio simple entre ambos métodos.

**Palabras clave:** Panel CLT, razón de amortiguamiento, decremento logarítmico, circle fit.

## **DETERMINATION OF DAMPING RATIO IN TIMBER BEAMS FOR USE IN CLT PANELS**

Author: Sergio Alarcón Campos

Department of Civil and Environmental Engineering, University of Bío Bío

[seralarc@alumnos.ubiobio.cl](mailto:seralarc@alumnos.ubiobio.cl)

Professor Sponsor: Alexander Opazo Vega

Department of Civil and Environmental Engineering, University of Bío Bío

[aopazove@ubiobio.cl](mailto:aopazove@ubiobio.cl)

### **ABSTRACT**

Since its appearance use of CLT panels has increased because it is a prefabricated system, highly resistant capability and very easy mounting. One of its great advantages is that it allows to build mid-rise buildings, however serviceability problems due to excessive vibrations are today one of the main constraints. In Chile are taking the first steps with this construction system is therefore essential to know their static and dynamics properties.

The damping ratio is one of the key properties to describe the vibrational response of structures; with it you can feed computational models and improve the analysis and design of these innovative systems. That is why the purpose of this research is to determine through two different calculation methods, the value of damping ratio in timber beams of Radiata Pine used to manufacture CLT panels in Chile. The analysis was performed to a total of 60 beams classified visually according to standard Nch 1207 of.2005.

The results showed that the values obtained with the circle fit method are slightly higher than those of the logarithmic decrement method and with a greater dispersion. In general this difference in results does not exceed 10% so it was decided to propose values obtained from a simple average of both methods.

**Keywords:** CLT panel, damping ratio, logarithmic decrement, circle fit.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción y Justificación.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivo General.....	2
1.2.2 Objetivos Específicos.....	2
1.3 Alcances de la Investigación.....	2
1.4 Metodología.....	3
<b>CAPÍTULO 2 GENERALIDADES.....</b>	<b>5</b>
2.1 Introducción.....	5
2.2 Clasificación de la Madera Estructural.....	5
2.3 Paneles CLT.....	7
2.3.1 Fabricación.....	7
2.3.2 Ventajas.....	7
2.4 Amortiguamiento.....	8
2.4.1 Definición.....	8
2.4.2 Tipos de Amortiguamiento.....	11
2.5 Conclusiones.....	12
<b>CAPÍTULO 3 MATERIALES Y MÉTODOS.....</b>	<b>13</b>
3.1 Introducción.....	13
3.2 Antecedentes Previos.....	13
3.2.1 Materiales.....	13
3.2.2 Ensayo de Vibraciones Transversales.....	14
3.2.3 Resultados del Ensayo.....	15
3.3 Métodos de Cálculo de la Razón de Amortiguamiento.....	16
3.3.1 Decremento Logarítmico.....	16
3.3.2 Circle Fit.....	19
3.4 Conclusiones.....	21

<b>CAPITULO 4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>23</b>
4.1 Introducción .....	23
4.2 Resultados Preliminares.....	23
4.3 Comparación de Resultados según Método de Cálculo.....	25
4.3.1 Comparación en Lado b .....	25
4.3.2 Comparación en Lado h .....	27
4.3.3 Comparación Lado b versus Lado h.....	29
4.4 Conclusiones.....	31
 <b>CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	 <b>32</b>
 <b>REFERENCIAS.....</b>	 <b>35</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Metodología de trabajo. ....	3
Figura 2.1 Proyección de nudos en la sección transversal de la pieza. ....	6
Figura 2.2 (a) Proceso de encolado de una capa del panel CLT. (b) Panel CLT terminado. ....	7
Figura 2.3 (a) Edificio Stadthaus, Londres. (b) Edificio Multifamiliar, Austria. ....	8
Figura 2.4 Vibración libre subamortiguada, críticamente amortiguada y sobreamortiguada. ....	10
Figura 2.5 Vibración libre de un sistema con cuatro niveles de amortiguamiento. ....	11
Figura 3.1 (a) Martillo de impacto modal. (b) Acelerómetros instalados. ....	14
Figura 3.2 Ensayos de vibraciones transversales con respecto a la altura y la base. ....	15
Figura 3.3 Acelerograma obtenido de un ensayo. ....	15
Figura 3.4 Aplicación del método del decremento logarítmico. ....	18
Figura 3.5 (a) Ajuste del círculo a los puntos. (b) Determinación de la frecuencia natural. ....	19
Figura 3.6 (a) Alternativas para determinar la frecuencia natural. (b) Ángulos entre los puntos en estudio y la frecuencia natural. ....	20
Figura 3.7 (a) Superficie regular. (b) Superficies irregulares. ....	21
Figura 4.1 Gráfico de cajas con resultados preliminares. ....	23
Figura 4.2 Gráfico de cajas sin considerar los valores atípicos. ....	24
Figura 4.3 Razones de amortiguamiento obtenidas por ambos métodos en el lado b de las vigas. ....	25
Figura 4.4 Intervalos de un 95% de confianza para vigas en el lado b. ....	26

Figura 4.5 Razones de amortiguamiento obtenidas por ambos métodos en el lado h de las vigas. .....	27
Figura 4.6 Intervalos de un 95% de confianza para vigas en el lado h. ....	28
Figura 4.7 Razones de amortiguamiento obtenidas por el método del circle fit en los lados b y h de las vigas.....	29
Figura 4.8 Razones de amortiguamiento obtenidas por el método del decremento logarítmico en los lados b y h de las vigas. ....	30

# CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Introducción y Justificación

Chile es uno de los mayores productores de madera a nivel mundial. Junto con Nueva Zelanda son los países con mayores plantaciones forestales de Pino Radiata, sin embargo la mayoría de esta madera se exporta y en el ámbito de la construcción es uno de los materiales menos utilizados, por debajo del hormigón y el acero. No obstante en países como Austria, Alemania y en Europa mayormente el uso de la madera en la construcción ha tenido un gran crecimiento e incluso se han desarrollado nuevos sistemas constructivos. Uno de los sistemas que se está utilizando bastante son los paneles de madera contralaminada o también llamados paneles CLT por sus siglas en inglés Cross Laminated Timber. La gran ventaja de este sistema, además de todos los beneficios de la madera, es que no necesita de otros elementos estructurales como vigas o pilares, ya que los paneles se pueden usar como muros y losas. También es un sistema constructivo prefabricado y de rápido montaje.

En Chile se están dando los primeros pasos con el uso de paneles CLT por lo tanto es fundamental conocer las propiedades estáticas y dinámicas de todos sus componentes. Una de las propiedades dinámicas importantes a conocer es la razón de amortiguamiento. Este parámetro influye directamente en la respuesta de las estructuras ante cargas dinámicas como el viento o sismos, y se hace más importante aún, sabiendo que Chile es uno de los países más sísmicos del mundo. Además como la madera es un material liviano y flexible, las estructuras en las que se le utiliza son más propensas a vibraciones y el amortiguamiento justamente lo que hace es disminuir la amplitud y duración de estas vibraciones, mejorando la serviciabilidad de la estructura y la comodidad de los usuarios. Así, conociendo el valor de esta razón se pueden alimentar modelos computacionales, para mejorar el análisis y dimensionamiento de estos sistemas innovativos.

Dado que la razón de amortiguamiento es un parámetro que se puede obtener sólo a partir de datos experimentales, la estimación de su valor se hace una tarea difícil, ya que los distintos métodos de cálculo que existen trabajan con enfoques diferentes. Es por ello que para determinar su valor con mayor certeza es necesario emplear más de un método.

## **1.2 Objetivos**

### *1.2.1 Objetivo General*

Proponer valores de razón de amortiguamiento de vigas de madera de Pino Radiata, para uso en paneles CLT.

### *1.2.2 Objetivos Específicos*

Resumir el estado del arte respecto a los métodos usados para determinar valores de razón de amortiguamiento.

Analizar métodos de cálculo de la razón de amortiguamiento que sean compatibles con ensayos experimentales realizados en la Universidad del Bío Bío.

Implementar códigos en Matlab que permitan calcular la razón de amortiguamiento con al menos dos métodos de distintos enfoques.

Analizar la influencia de los métodos de cálculo de la razón de amortiguamiento para distintos grados estructurales de la madera.

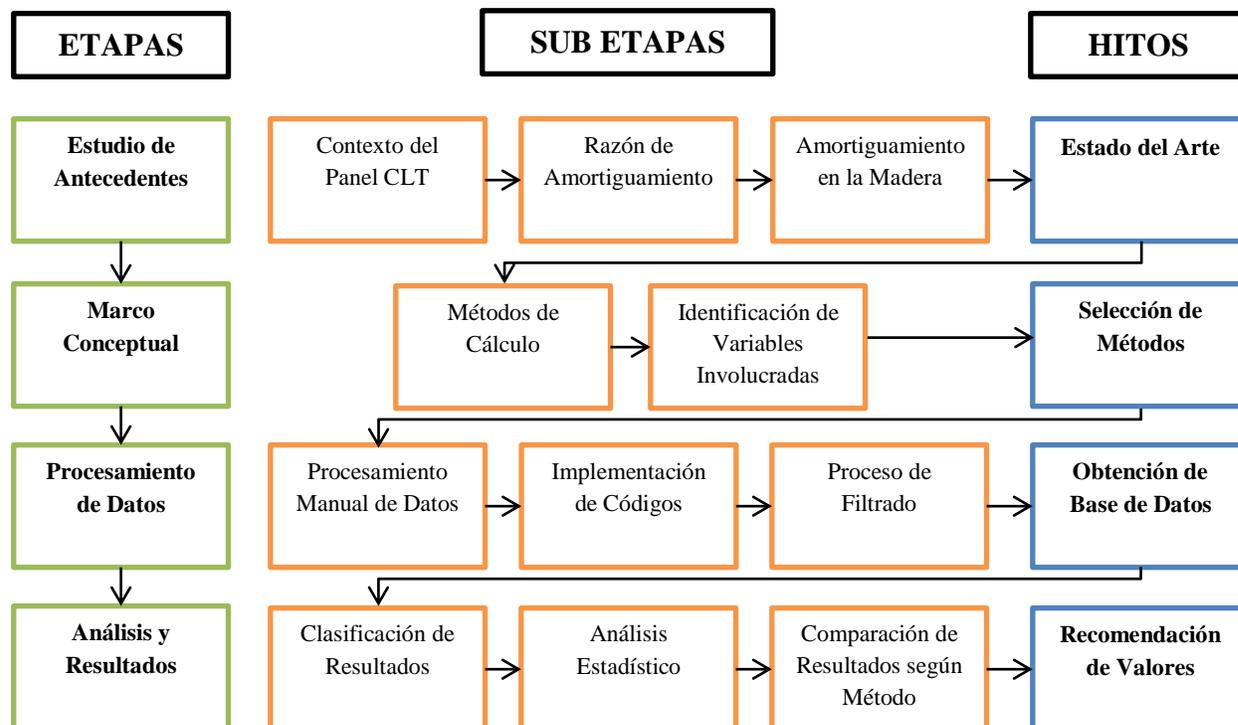
## **1.3 Alcances de la Investigación**

En la siguiente investigación se determinaron valores de razón de amortiguamiento de vigas de madera de Pino Radiata, que son utilizadas para construir paneles CLT. Cabe mencionar que los valores finalmente propuestos provienen de datos obtenidos en ensayos experimentales realizados a vigas con la misma escuadría y que fueron clasificadas visualmente por la norma Nch 1207 of.2005, “Pino Radiata, Clasificación visual para uso estructural, Especificaciones de los grados de calidad”.

Además las razones de amortiguamiento obtenidas corresponden al amortiguamiento del material (las piezas de madera) y no al de un panel CLT terminado o una estructura construida con paneles CLT. Por lo que el presente trabajo es de alguna forma el primer paso para futuras investigaciones relacionadas con esta materia.

### 1.4 Metodología

En la Figura 1.1 se muestra un diagrama con la metodología de trabajo utilizada para la investigación.



**Figura 1.1 Metodología de trabajo.**

La metodología se ordena de la siguiente forma:

La primera etapa consistió en un estudio de antecedentes del contexto nacional e internacional de los paneles CLT. Una revisión bibliográfica de la razón de amortiguamiento y las investigaciones que se han realizado con respecto a esta propiedad en la madera.

En la segunda etapa se revisaron algunos de los métodos de cálculo que más se utilizan para determinar la razón de amortiguamiento y cuáles son las variables o datos de entrada que necesitan estos métodos para poder utilizarse. De esta forma se seleccionaron dos métodos que son compatibles con los datos previos que se tenían y que además son métodos con enfoques distintos.

La tercera etapa fue el procesamiento de datos, donde se implementaron los códigos en el software Matlab, para obtener finalmente las razones de amortiguamiento calculadas por los dos métodos distintos.

En la cuarta etapa se realizó un análisis estadístico de los resultados obtenidos y también se compararon los resultados arrojados por cada método. Para finalmente proponer valores de razón de amortiguamiento.

## **CAPÍTULO 2 GENERALIDADES**

### **2.1 Introducción**

En el siguiente capítulo se explican de forma general, varios conceptos claves para el desarrollo de esta investigación.

El propósito de este trabajo es contribuir en el estudio de un nuevo sistema constructivo, el panel CLT, para ser implementado en Chile usando madera local. Es por eso que se comenzará explicando brevemente el proceso de clasificación estructural de la madera de Pino Radiata con la cual se fabricarán estos paneles y luego se describe el funcionamiento de estos sistemas.

Al final del capítulo se define el concepto de amortiguamiento, su importancia en el diseño y las dos principales fuentes de amortiguamiento en una estructura.

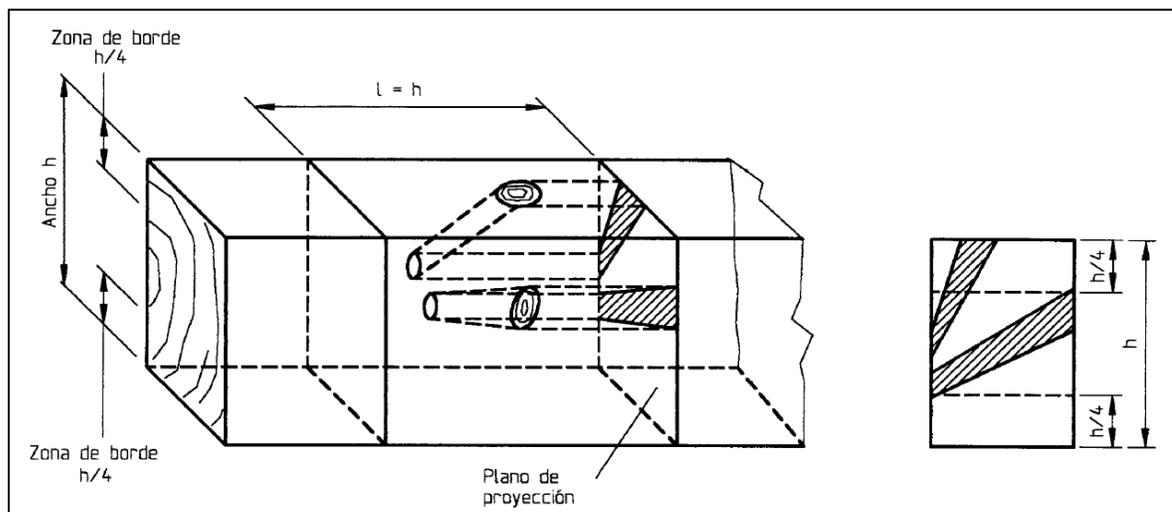
### **2.2 Clasificación de la Madera Estructural**

En Chile la madera de Pino Radiata destinada a uso estructural se clasifica de dos formas: clasificación visual y clasificación mecánica. Estas clasificaciones le asignan a la madera un grado estructural, el cual tiene asociado las principales propiedades mecánicas con las que se puede diseñar. En esta investigación se utilizaron piezas clasificadas visualmente y a continuación se explica este proceso de clasificación.

Como su nombre lo dice, la clasificación visual consiste en una inspección ocular de las piezas de madera, en las cuales se debe identificar ciertos defectos como alabeos, inclinación de la fibra, nudosidades, entre otros, y que tienen influencia directa en las capacidades resistentes de la pieza.

Para Pino Radiata se ha comprobado que la característica que afecta en mayor proporción las propiedades mecánicas, es la presencia de nudosidades. Es por ello que para medir el efecto de los nudos en la pieza de madera, se utiliza el método de Razón de Área Nudosa (RAN). El método consiste básicamente en seleccionar el sector más débil de la pieza en base a la cantidad y tamaño de nudos presentes. Luego se debe visualizar la geometría de proyección del nudo o grupo de nudos presentes en dicho sector, para posteriormente estimar las Razones de Área Nudosa, que corresponde a la razón entre la suma de todas las áreas nudosas sobre la sección transversal y el área total de la sección transversal.

La figura 2.1 muestra la proyección de los nudos en la sección transversal de la pieza.



(Fuente: Nch 1207 of.2005)

**Figura 2.1 Proyección de nudos en la sección transversal de la pieza.**

De esta forma la normativa Nch 1207 of.2005, define que para maderas de Pino Radiata destinadas a uso estructural, con un contenido de humedad menor o igual a 19% y clasificadas visualmente, existen tres grados estructurales: GS, G1 y G2.

a) Grado GS o Selecto

Su aplicación usual es el de elemento estructural sometido a grandes solicitaciones. Es aquel en que la RAN fluctúa entre 20% y 33.3%.

b) Grado G1

Adecuado principalmente para vigas, pisos y entramados de techos. Es aquel en que la RAN fluctúa entre 33.3% y 50%.

c) Grado G2

Adecuado principalmente para tabiquería de paredes estructurales. Es aquel en que la RAN fluctúa entre 50% y 66.7%.

Si la pieza presenta en su sección de área nudosa más desfavorable una RAN mayor a 66.7%, simplemente se rechaza.

## 2.3 Paneles CLT

Hace más de una década, en Austria, hicieron su aparición por primera vez los paneles de madera contralaminada o en inglés Cross Laminated Timber (CLT), desde esa época hasta hoy, este sistema constructivo se ha ido masificando debido a todos los beneficios que presenta tanto en el ámbito constructivo como medio ambiental.

### 2.3.1 Fabricación

La fabricación de paneles CLT consiste en la disposición de piezas de madera, una al lado de la otra hasta formar una primera capa. Luego esta capa pasa al proceso de encolado donde se le aplica un adhesivo. Posteriormente se coloca la segunda capa pero ahora las piezas de madera son situadas en dirección opuesta a las de la primera. El proceso se repite hasta formar paneles de 3, 5 o hasta 7 capas. Finalmente se pasa al proceso de prensado para formar un elemento de madera maciza.

En la figura 2.2 se muestra el proceso de encolado y la imagen del panel CLT terminado respectivamente.



**Figura 2.2 (a) Proceso de encolado de una capa del panel CLT. (b) Panel CLT terminado.**

### 2.3.2 Ventajas

Los paneles CLT son sistemas prefabricados y de rápido montaje, reduciendo los plazos de ejecución y por ende los costos de obra. Estos sistemas no necesitan de otros elementos estructurales como vigas, pilares o columnas. Los paneles se pueden usar como losas y muros.

A continuación se muestran dos ejemplos de estructuras construidas con paneles CLT. En la figura 2.3 (a) el edificio Stadthaus en Londres y en la figura 2.3 (b) un edificio multifamiliar en Austria.



**Figura 2.3 (a) Edificio Stadthaus, Londres. (b) Edificio Multifamiliar, Austria.**

## **2.4 Amortiguamiento**

Una de las grandes ventajas que ofrece el sistema de paneles CLT es la posibilidad de construir edificaciones de mediana altura. Sin embargo los problemas de serviciabilidad son hoy en día una de las principales limitantes para el desarrollo completo de grandes construcciones en madera (Labonnote et al, 2013). Las excesivas vibraciones generadas por diferentes fuentes de excitación como el viento o el simple caminar de las personas, alteran la comodidad de los usuarios. He aquí donde el amortiguamiento adquiere gran importancia ya que ayuda a disminuir la amplitud y duración de las vibraciones.

### *2.4.1 Definición*

El amortiguamiento se define como la capacidad de un cuerpo o sistema para disipar energía. Desde el punto de vista del estudio de vibraciones, el amortiguamiento es el proceso en el cual un cuerpo o sistema en estado de vibración libre, disminuye su amplitud de vibración (Chopra, 2007).

El amortiguamiento es un fenómeno que se hace presente en diversas áreas de la ingeniería para el estudio de sistemas vibratorios. En ingeniería estructural, para el análisis y diseño de grandes

estructuras, se utiliza el parámetro de razón de amortiguamiento. La expresión que define este parámetro es la siguiente:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \quad \text{Ec. (1)}$$

Donde:

$\xi$ : Es la razón de amortiguamiento.

$c$ : Es el coeficiente de amortiguamiento.

$c_{cr}$ : Es el coeficiente de amortiguamiento crítico

El coeficiente de amortiguamiento ( $c$ ) es una medida de la energía disipada en un ciclo de vibración libre. El coeficiente de amortiguamiento crítico ( $c_{cr}$ ) es el más pequeño valor de  $c$  que anula completamente la vibración y representa la línea divisoria entre oscilación y no oscilación (ver figura 2.4).

El coeficiente de amortiguamiento crítico está definido por la siguiente expresión:

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \quad \text{Ec. (2)}$$

Donde:

$m$ : Corresponde a la masa del cuerpo o sistema.

$\omega_n$ : Es la frecuencia natural del cuerpo o sistema expresada en (Rad/seg.)

$k$ : Es la rigidez del cuerpo o sistema.

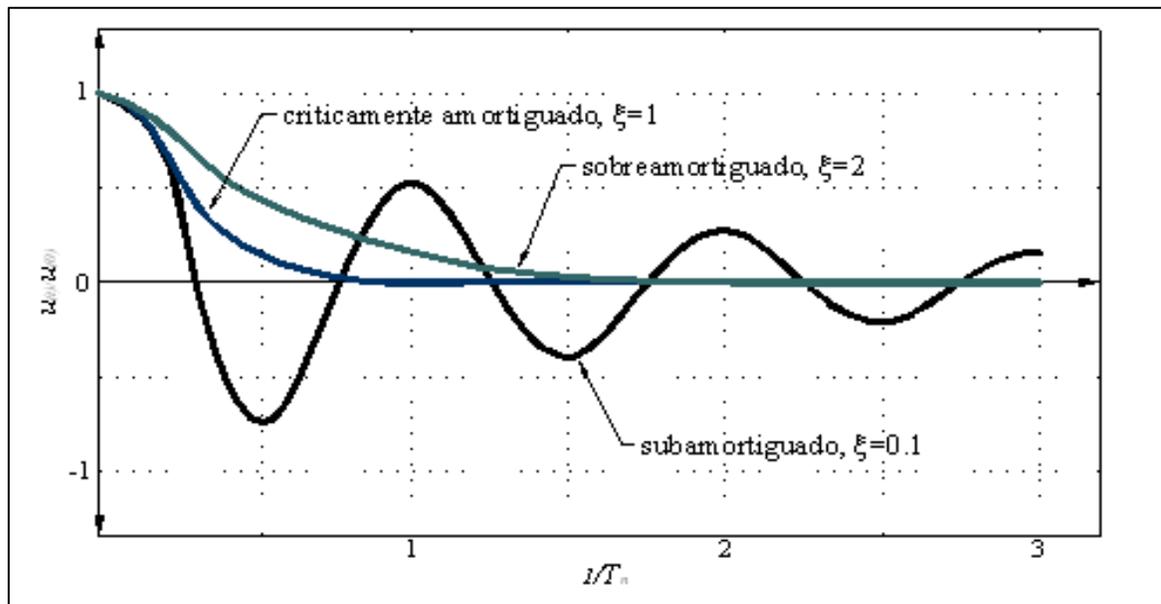
De esta forma la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) es una medida adimensional que representa la fracción de amortiguamiento que posee un cuerpo o sistema, con respecto a su amortiguamiento crítico. Y que también depende de su masa y rigidez.

Observando la ecuación (1), existen tres posibles casos que se definen a continuación.

- a) Si  $c = c_{cr}$ , o  $\xi = 1$ , el sistema regresa a su posición de equilibrio sin oscilar. Se le denomina sistema críticamente amortiguado.

- b) Si  $c > c_{cr}$ , o  $\zeta > 1$ , nuevamente el sistema regresa a su posición de equilibrio sin oscilar pero más lentamente que el caso anterior. Se le denomina sistema sobreamortiguado.
- c) Si  $c < c_{cr}$ , o  $\zeta < 1$ , el sistema oscila en torno a su posición de equilibrio con un progresivo decaimiento de su amplitud. Se le denomina sistema subamortiguado.

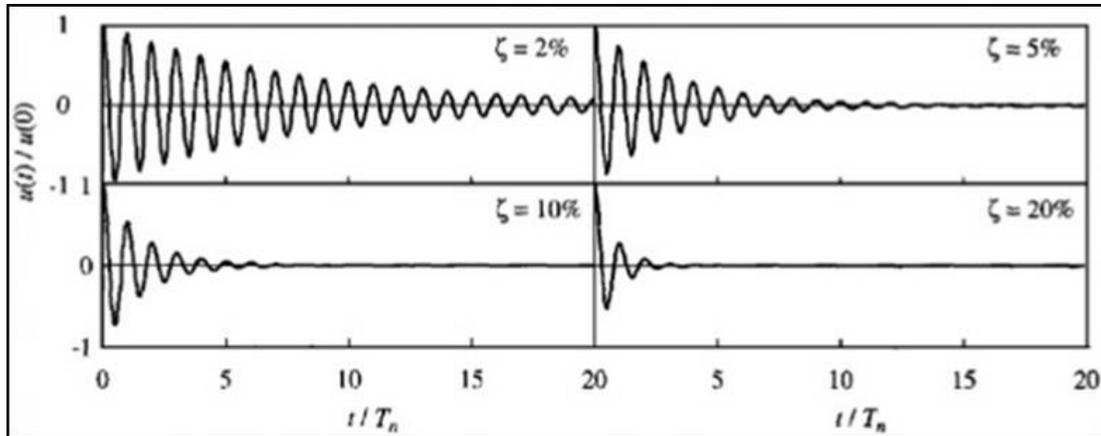
En la figura 2.4 se muestran los tres casos descritos anteriormente.



**Figura 2.4 Vibración libre subamortiguada, críticamente amortiguada y sobreamortiguada.**

Las obras civiles como puentes, edificios, represas, plantas nucleares, etc. muestran por lo general razones de amortiguamiento menores al 10%, es decir  $\zeta < 0.1$ , por lo que el caso de interés es el de sistema subamortiguado.

Como ya se mencionó anteriormente, el amortiguamiento es un fenómeno importante ya que permite disminuir la amplitud y duración de las vibraciones. Esto se puede apreciar en la figura 2.5, donde se muestran cuatro gráficos de un sistema en vibración libre, con una misma frecuencia natural, pero con distintas razones de amortiguamiento.



(Fuente: Dynamics of Structures, A. Chopra)

**Figura 2.5 Vibración libre de un sistema con cuatro niveles de amortiguamiento.**

#### 2.4.2 Tipos de Amortiguamiento

En el proceso de amortiguamiento, la energía de vibración de un sistema es disipada por distintos mecanismos. A continuación se explican brevemente dos de los principales mecanismos físicos de amortiguamiento, estos son: amortiguamiento del material y amortiguamiento estructural.

##### a) Amortiguamiento del material

Se refiere a la disipación de energía por medio de la fricción interna que se produce en el material cuando está en vibración. Esta fricción tiene relación con los defectos que puedan existir en la microestructura, tales como granularidad e impurezas del material.

##### b) Amortiguamiento estructural

Se refiere a la disipación de energía debido a la fricción entre los elementos de una estructura, es decir la energía que permiten liberar los sistemas de uniones o conectores.

En esta investigación se determinará el amortiguamiento del material, es decir de las vigas de madera de Pino Radiata que se utilizan para construir paneles CLT.

## **2.5 Conclusiones**

La revisión bibliográfica realizada en este capítulo permitió identificar algunos conceptos claves para el desarrollo de esta investigación. En base a esta información se pueden definir las siguientes etapas de esta tesis.

Se determinarán los valores de razón de amortiguamiento de vigas de madera de Pino Radiata, clasificadas visualmente según la norma Nch. 1207 of.2005. En sus respectivos grados GS, G1 y G2. Estas vigas son usadas para construir paneles CLT.

De los tipos de amortiguamiento mencionados dentro del capítulo, se determinará la razón de amortiguamiento del material, que se refiere a la disipación de energía producto de la fricción interna del material y que tiene que ver con sus defectos asociados.

Además, como se explicará en el siguiente capítulo, los datos con los que se trabajará provienen de un ensayo a una viga simplemente apoyada, es decir un sistema subamortiguado con valores de razón de amortiguamiento menores al 10%.

## **CAPÍTULO 3 MATERIALES Y MÉTODOS**

### **3.1 Introducción**

Como ya se ha mencionado anteriormente, en esta tesis se trabajará con datos obtenidos en otra investigación relacionada también con el estudio de los paneles CLT (Videla, 2015). En la primera parte de este capítulo llamada antecedentes previos, se describirá el ensayo realizado para obtener estos datos, los materiales que se utilizaron y los resultados obtenidos. Los que posteriormente se usarán para determinar los valores de razón de amortiguamiento.

Luego se explican dos de los métodos de cálculo de la razón de amortiguamiento, analizando también cuales son las variables involucradas y la compatibilidad del método con los datos que se tenían previamente.

### **3.2 Antecedentes Previos**

Los datos que se utilizarán para determinar las razones de amortiguamiento de las vigas de madera, provienen de un ensayo experimental llamado Ensayo de Vibraciones Transversales. A continuación se describe dicho ensayo.

#### *3.2.1 Materiales*

Las vigas que fueron sometidas a ensayos corresponden a piezas de madera de Pino Radiata con las siguientes dimensiones: 4.9 m. de largo, 33 mm de espesor y 145 mm de altura. Estas vigas se utilizaron posteriormente para la fabricación de paneles CLT.

Las piezas de madera fueron clasificadas visualmente según la norma Nch 1207 of.2005. Las piezas que no cumplieran con los requisitos de humedad y defectos simplemente se rechazaron. Finalmente se seleccionaron 60 vigas en total para ser ensayadas, 20 piezas de grado GS, 20 de grado G1 y 20 de grado G2. De esta manera se puede realizar un análisis de los resultados para cada grado estructural de la madera.

### 3.2.2 Ensayo de Vibraciones Transversales

Este ensayo está diseñado para determinar la rigidez a la flexión y módulos de elasticidad de elementos a base de madera, mediante vibraciones en la dirección vertical establecida en la normativa ASTM D6874 del 2012, (Videla, 2015). Sin embargo los datos obtenidos de este ensayo se pueden utilizar también para determinar valores de razón de amortiguamiento.

A grandes rasgos el ensayo consiste en medir las vibraciones de una viga simplemente apoyada cuando esta se encuentra en vibración libre. Para ello la viga se golpea en el centro de la luz con un martillo de impacto modal, el cual además tiene la característica de medir la fuerza del impacto. El objetivo es captar la señal del modo fundamental de vibración de la viga, es por ello que se instalan acelerómetros los cuales miden las aceleraciones que experimenta la viga luego del impacto.

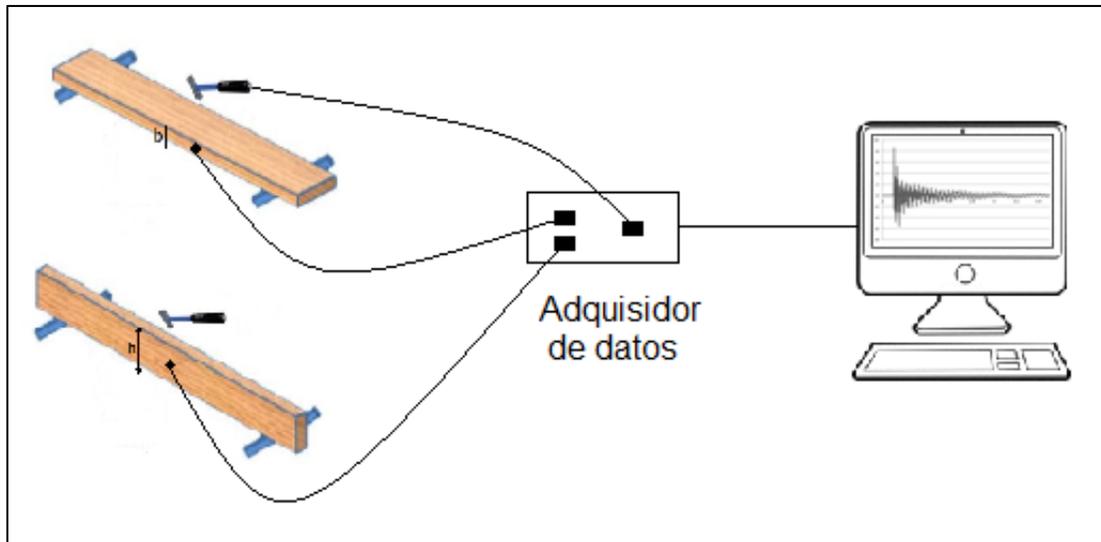
En la figura 3.1 se muestra el martillo de impacto modal y los acelerómetros instalados.



(Fuente: Videla, 2015)

**Figura 3.1 (a) Martillo de impacto modal. (b) Acelerómetros instalados.**

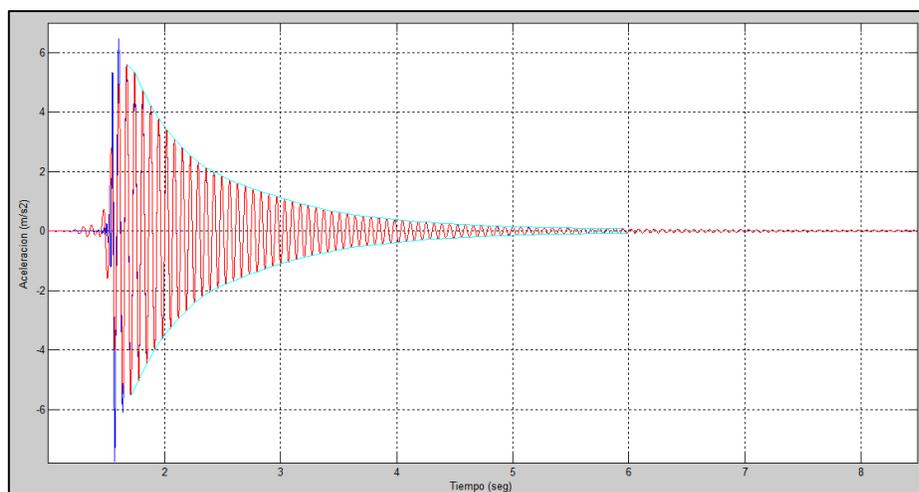
El ensayo de vibraciones transversales se realizó en el sentido de la altura (h) y en el sentido de la base (b) de cada viga. Además para disminuir el porcentaje de error asociado al experimento, se repitió el ensayo 15 veces para cada sentido de la viga. En la figura 3.2 se muestra un esquema representativo del ensayo.



**Figura 3.2** Ensayos de vibraciones transversales con respecto a la altura y la base.

### 3.2.3 Resultados del Ensayo

Luego de realizar los ensayos para cada viga, la señal captada por los acelerómetros pasa a un sistema de adquisición de datos dinámicos el cual permite llevar esta información a un software computacional. Para procesar todos los datos obtenidos se trabajó con el software Labview, permitiendo obtener, entre otras cosas, la señal filtrada de vibraciones en el modo de vibrar de interés y eliminando todo ruido externo que pudiera afectar al ensayo. En la figura 3.3 se muestra un acelerograma construido en el software MATLAB a partir de la señal filtrada. Este gráfico representa las aceleraciones experimentadas por la viga en un ensayo.



**Figura 3.3** Acelerograma obtenido de un ensayo.

El acelerograma muestra las aceleraciones que experimenta la viga durante un tiempo de vibración libre. Con esta información como base se pueden aplicar ciertos métodos de cálculo que permiten determinar la razón de amortiguamiento de las vigas ensayadas.

### 3.3 Métodos de Cálculo de la Razón de Amortiguamiento

Existen diversos métodos para calcular la razón de amortiguamiento, sin embargo no todos ellos utilizan los mismos datos de entrada. Algunos trabajan con la aceleración de las vibraciones, otros con la velocidad. Además hay métodos que utilizan un análisis en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto la estimación de este parámetro dependerá del método empleado y de la confiabilidad de los datos de entrada, es decir que estos correspondan al modo de vibrar de interés y que no estén afectados por ruido externo.

A continuación se explican los dos métodos utilizados en esta investigación. Estos se seleccionaron en base a su compatibilidad con los datos obtenidos del ensayo y además porque son métodos que trabajan con enfoques distintos, permitiendo hacer una comparación de sus valores entregados. Ambos métodos fueron programados en el software MATLAB para la obtención de sus resultados.

#### 3.3.1 Decremento Logarítmico

Este método utiliza un análisis en el dominio del tiempo y es uno de los más usados debido a su simplicidad de trabajo. Consiste en medir la razón de decaimiento de la señal vibratoria amortiguada. Esta razón se expresa por el decremento logarítmico  $\delta$ , que se define como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes máximas  $y_1$  e  $y_2$  separadas por  $N$  ciclos.

$$\delta = \frac{1}{N} \cdot \ln \frac{y_1}{y_2} \quad \text{Ec. (3)}$$

La respuesta vibratoria de un sistema subamortiguado tiene la siguiente expresión:

$$y(t) = C e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_D t - \alpha) \quad \text{Ec. (4)}$$

Donde:

$C$  : Amplitud o desplazamiento máximo del movimiento.

$\omega_D$  : Frecuencia amortiguada.

$\alpha$  : Ángulo de fase.

$t$  : Tiempo.

Cuando el factor coseno, de la ecuación (4), tiene el valor unitario, el desplazamiento del movimiento oscilatorio llega a su punto máximo. De esta manera para dos desplazamientos máximos,  $y_1$  en el instante  $t_1$  e  $y_2$  en el instante  $T_D$  multiplicado por la cantidad de ciclos de separación ( $N$ ), se tiene:

$$y_1 = C e^{-\xi \omega_n t_1}$$

$$y_2 = C e^{-\xi \omega_n (t_1 + N T_D)}$$

Aplicando la ecuación (3) se tiene:

$$\delta = \frac{1}{N} \cdot \ln \frac{y_1}{y_2} = \xi \omega_n T_D \quad \text{Ec. (5)}$$

Donde  $T_D$  es el periodo amortiguado definido por:

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad \text{Ec. (6)}$$

Ahora sustituyendo la expresión de  $T_D$  en la ecuación (5) se tiene:

$$\delta = \frac{2\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad \text{Ec. (7)}$$

Sin embargo para valores pequeños de razón de amortiguamiento la ecuación (7) se puede aproximar a:

$$\delta \cong 2 \pi \xi \quad \text{Ec. (8)}$$

De esta forma la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) se puede calcular aplicando la ecuación (8) después de haber determinado de manera experimental dos amplitudes máximas de la respuesta vibratoria del sistema.

Otra manera de calcular la razón de amortiguamiento con el decaimiento de la señal vibratoria es realizar una regresión exponencial de los peaks sucesivos de la señal, tanto en la rama superior como en la inferior. Luego la razón de amortiguamiento se puede calcular utilizando la siguiente ecuación:

$$A_{i(t)} = K \cdot e^{-\xi \cdot 2\pi \cdot f_n \cdot t} \quad \text{Ec. (9)}$$

Donde:

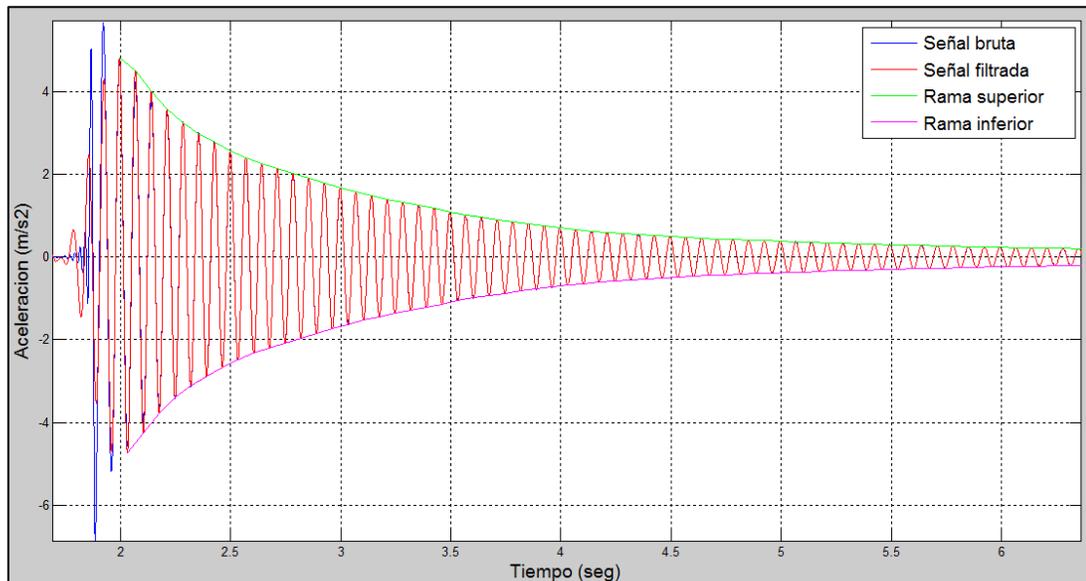
$A_{i(t)}$  : Función que reúne los peaks sucesivos de la señal.

$K$  : Constante de la regresión exponencial.

$f_n$  : Frecuencia natural expresada en (ciclos/seg.)

Una vez realizada la regresión se conoce el valor del coeficiente al que está elevado el exponencial en la ecuación (9) y simplemente se divide por la frecuencia natural que se puede obtener previamente con los espectros de Fourier.

La razón de amortiguamiento finalmente será el promedio simple de los valores obtenidos en la rama superior e inferior de la señal. En la figura 3.4 se muestra un ejemplo de un gráfico obtenido en MATLAB para la aplicación del método del decremento logarítmico. Las curvas se ajustan a la señal filtrada para eliminar todo ruido externo.

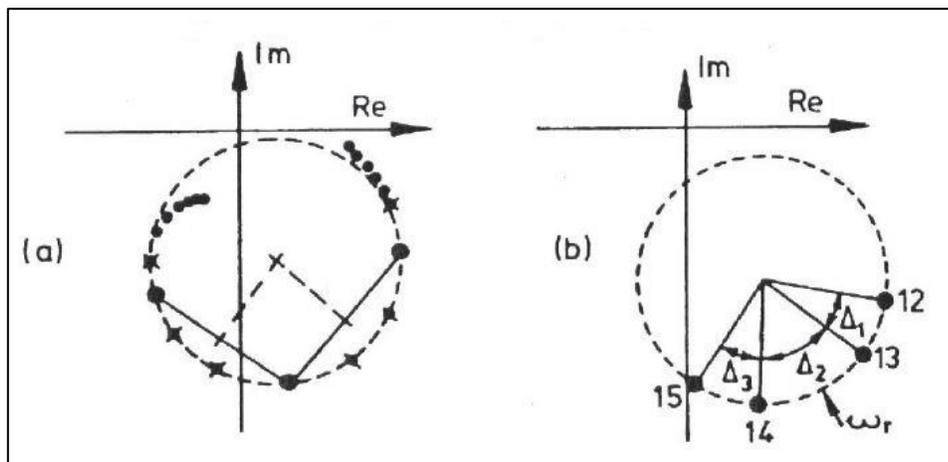


**Figura 3.4** Aplicación del método del decremento logarítmico.

### 3.3.2 Circle Fit

Este método se diferencia del anterior ya que no sólo trabaja con la respuesta del sistema sino que también con la fuerza de excitación que provocó la vibración. Para relacionar estas dos variables se utiliza la función de respuesta en frecuencia (FRF) que expresa la razón entre la señal de salida y de entrada en el dominio de la frecuencia. La FRF es una función compleja, es decir con una parte real y una imaginaria. En el Anexo A se explica este concepto en mayor profundidad.

El método se basa en que al graficar la FRF en un plano con la parte real de la función en el eje de las abscisas y la parte imaginaria en las ordenadas (también llamado gráfico de Nyquist), los puntos forman un círculo al que posteriormente se le pueden extraer parámetros modales como la frecuencia natural y la razón de amortiguamiento (ver figura 3.5 (a)).

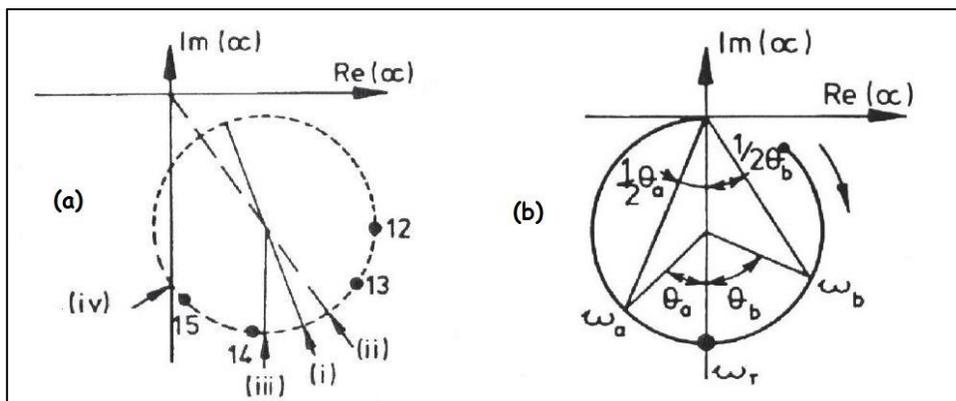


(Fuente: Ewins, 2000)

**Figura 3.5 (a) Ajuste del círculo a los puntos. (b) Determinación de la frecuencia natural.**

Para un buen análisis se recomienda usar al menos seis puntos para graficar (Ewins, 2000). Luego de haber ajustado el círculo a los puntos graficados se procede a determinar la frecuencia natural ( $\omega_n$ ) o también llamada frecuencia de resonancia ( $\omega_r$ ). Para ello se trazan líneas desde el centro del círculo hasta cada uno de los puntos, luego en la región donde exista la mayor distancia angular entre puntos es donde se encuentra la frecuencia natural (ver figura 3.5 (b)). Para saber exactamente donde se encuentra se puede proyectar una línea desde el origen del gráfico que pase por el centro del círculo y finalmente el punto donde intersecta al círculo dentro de la región con mayor distancia angular, mencionada anteriormente, es donde se encuentra la frecuencia natural (ver figura 3.6 (a)). Existen otras formas de determinar la frecuencia natural que básicamente

trabajan con el ángulo de traslación que tiene el círculo con respecto al eje imaginario, pero para un sistema con un solo modo de vibrar en estudio las diferencias son mínimas.



**Figura 3.6 (a) Alternativas para determinar la frecuencia natural. (b) Ángulos entre los puntos en estudio y la frecuencia natural.**

Finalmente una vez ajustado el círculo y determinado la frecuencia natural se puede calcular la razón de amortiguamiento. Tomando un par de puntos alrededor de la frecuencia natural, uno antes y uno después, y conociendo los ángulos entre ellos y la frecuencia natural (ver figura 3.6 (b)). La razón de amortiguamiento para valores bajos de  $\xi$ , se puede estimar de la siguiente manera (Ewins, 2000).

$$\xi \cong \frac{\omega_a - \omega_b}{\omega_r (\tan(\theta_a/2) + \tan(\theta_b/2))} \quad \text{Ec. (10)}$$

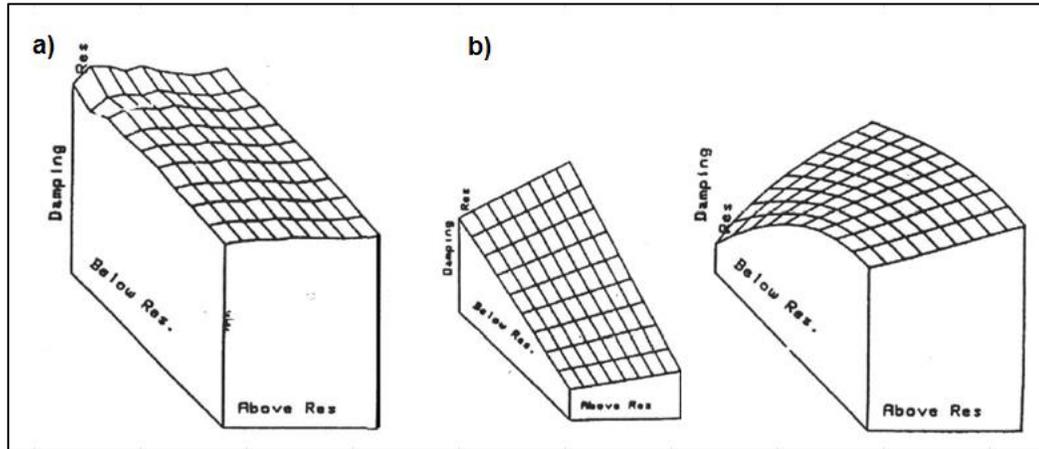
Donde:

$\omega_a$  y  $\omega_b$  son las frecuencias de dos puntos alrededor de la resonancia.

$\theta_a$  y  $\theta_b$  son los ángulos entre los puntos y la frecuencia natural o de resonancia.

Esta estimación se hace para cada par de puntos alrededor de la resonancia, el valor final se puede obtener con un promedio simple. Es importante que los puntos tomados estén cercanos a la resonancia, ya que estos puntos son los que forman el círculo, como se ve en la figura A.1 del Anexo A. Para saber si el análisis realizado fue correcto se puede crear un gráfico en tres dimensiones (figura 3.7). Donde se incluye en el eje vertical los valores de razón de amortiguamiento y en los ejes del plano horizontal los puntos tomados antes y después de la resonancia respectivamente. Todas las combinaciones entre los puntos tomados antes y después

de la resonancia formarán una superficie, si esta superficie es relativamente regular (figura 3.7 (a)), quiere decir que los pares de puntos entregan valores similares de razón de amortiguamiento. Si la superficie es irregular (figura 3.7 (b)) el análisis realizado no es bueno y se puede deber a la presencia de ruido externo en la señal de la FRF.



**Figura 3.7 (a) Superficie regular. (b) Superficies irregulares.**

### 3.4 Conclusiones

En este capítulo se revisaron los antecedentes previos que se tenían para realizar esta investigación, principalmente el ensayo de vibraciones transversales que permitió obtener los datos de entrada necesarios para determinar la razón de amortiguamiento.

Para cada una de las 60 vigas el ensayo se realizó 15 veces en el lado h y 15 veces en lado b, con el fin de disminuir el porcentaje de error asociado al ensayo. El valor de razón de amortiguamiento para cada viga se obtuvo finalmente del promedio de las 15 repeticiones en cada sentido y para ambos métodos.

Los dos métodos descritos son compatibles con los datos que se tenían y los dos fueron aplicados como se verá en el siguiente capítulo. Además estos métodos son de enfoques distintos ya que uno trabaja en el dominio del tiempo (decremento logarítmico) y el otro en el dominio de la frecuencia (circle fit), por lo que resulta interesante conocer y analizar los valores entregados por cada uno.

En el método del decremento logarítmico se optó por realizar una regresión exponencial en la rama superior e inferior de la señal y luego los resultados fueron promediados, además no se consideraron los primeros peaks ya que estos están influenciados con el impacto del martillo.

En el método del circle fit el círculo se ajustó con ocho puntos, como lo recomendaban algunos autores para obtener un buen análisis. Los cuatro valores de razón de amortiguamiento obtenidos de los cuatro pares de puntos se promediaron para obtener el valor final.

## CAPITULO 4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 4.1 Introducción

El proceso de obtención de resultados se logró utilizando el software MATLAB, en el cual se programaron los dos métodos, decremento logarítmico y circle fit para los ensayos realizados en los lados b y h de cada viga, como se explicó en el capítulo 3. En el Anexo B se muestra el código utilizado.

En el siguiente capítulo se analizan los resultados obtenidos al aplicar los dos métodos descritos anteriormente. El análisis se realizó con gráficos de cajas e intervalos, los cuales resumen de forma clara los resultados y permiten una rápida interpretación. Para la construcción de estos gráficos se utilizó el software estadístico Minitab 16.

### 4.2 Resultados Preliminares

Los valores de razón de amortiguamiento que se obtuvieron a través de los dos métodos para las 60 vigas, en sus respectivos lados b y h, se resumen en el gráfico de cajas de la figura 4.1.

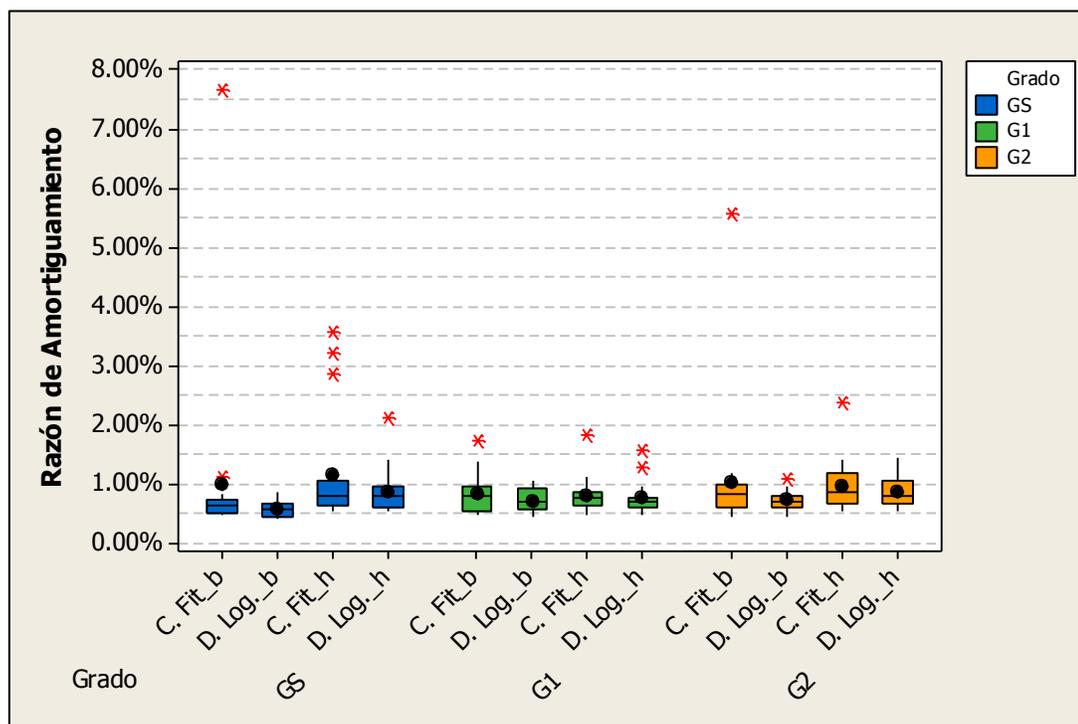
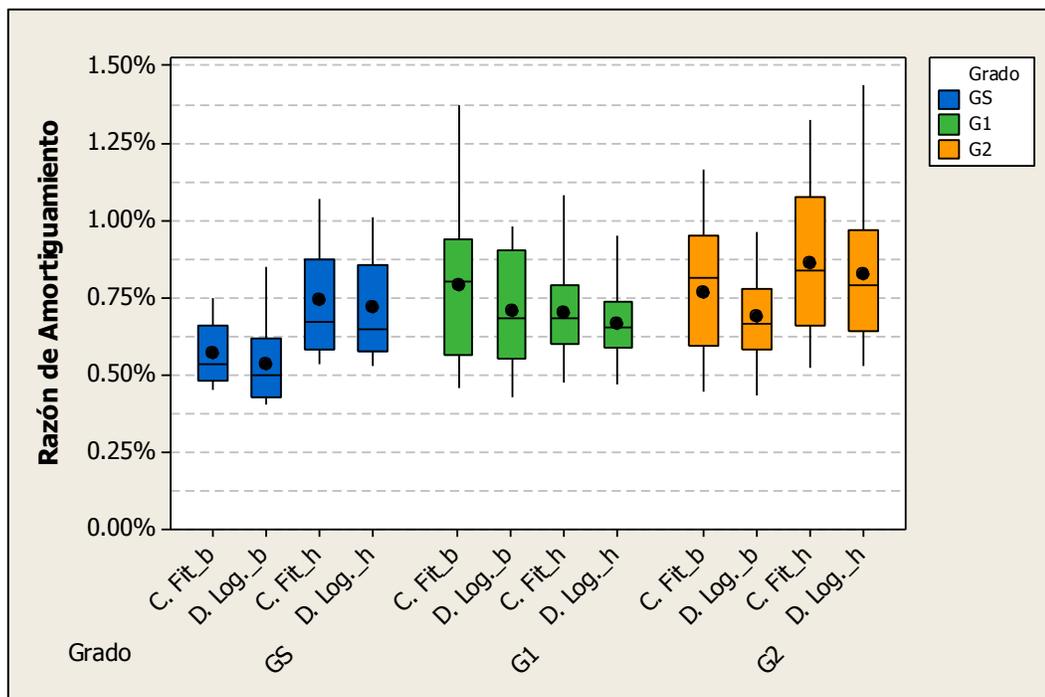


Figura 4.1 Gráfico de cajas con resultados preliminares.

El gráfico de cajas se construye con cuartiles, el cuartil Q1 es el extremo inferior de la caja, el cuartil Q2 representa la mediana y el cuartil Q3 es el extremo superior de la caja. Se le llama rango inter cuartílico (RIC) a la diferencia entre Q3 y Q1. Cuando un dato tiene un valor sobre 1.5 veces el RIC medido desde Q3 o bajo 1.5 veces el RIC medido desde Q1, se le llama atípico. Del gráfico anterior se observa a simple vista la existencia de datos atípicos, representados por un asterisco rojo. La aparición de estos valores, alejados del resto, se puede deber a diferentes causas relacionadas principalmente con la ejecución del ensayo, tales como: vigas mal apoyadas, una mala instalación de los acelerómetros, un golpe demasiado fuerte, etc. En el Anexo C se muestra en detalle los datos atípicos obtenidos por cada método.

Los valores atípicos afectan el análisis de los resultados debido a que ciertos parámetros como la media, representada en el gráfico de cajas por un punto negro, se desplaza y altera la interpretación de los resultados. Finalmente se decidió no considerar estos datos con el fin de mejorar el análisis. En la figura 4.2 se muestra el gráfico con los valores atípicos excluidos.



**Figura 4.2 Gráfico de cajas sin considerar los valores atípicos.**

Con la exclusión de los valores atípicos se observan claramente los promedios dentro de las cajas, esto quiere decir que el promedio está dentro del 50% de los datos centrales, además se observa que la mayoría de los valores de razón de amortiguamiento se encuentra bajo el 1%, esto coincide

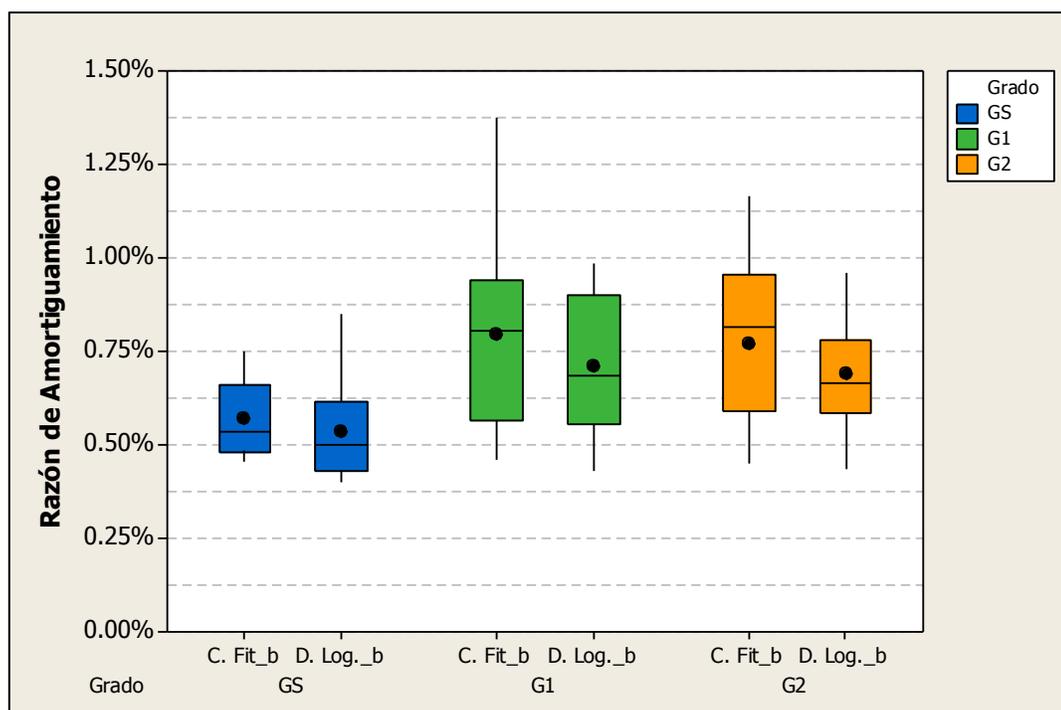
con investigaciones realizadas por otros autores para razones de amortiguamiento en vigas de madera de Picea Abies (Labonnote et al, 2013).

### 4.3 Comparación de Resultados según Método de Cálculo

A continuación se analizan los valores entregados por el método del circle fit y el decremento logarítmico para las vigas ensayadas en sus respectivos lados b y h.

#### 4.3.1 Comparación en Lado b

En la figura 4.3 se muestra un gráfico de cajas con los resultados obtenidos por los dos métodos en el lado b de las vigas.



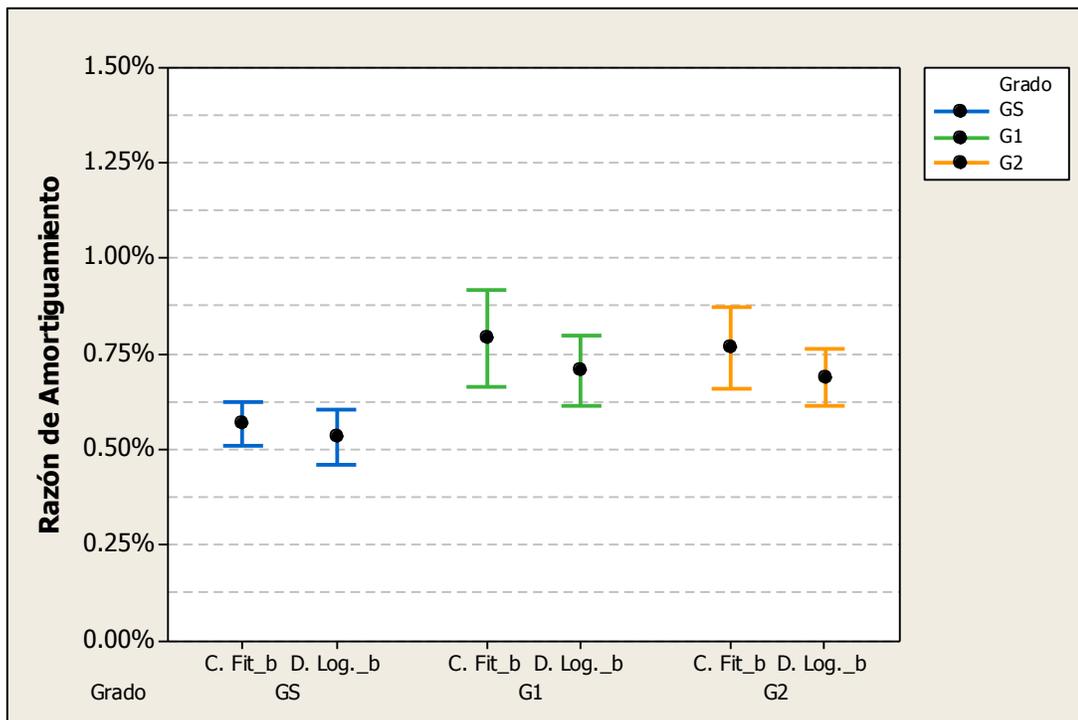
**Figura 4.3 Razones de amortiguamiento obtenidas por ambos métodos en el lado b de las vigas.**

Se observa que para cada grado de la madera los resultados entregados por ambos métodos son relativamente similares, con valores promedio para el circle fit de 0.57%, 0.79% y 0.77% en los respectivos grados GS, G1 y G2. Mientras que el decremento logarítmico para los grados GS, G1 y G2 entregó valores promedio de 0.53%, 0.71% y 0.69% respectivamente. El método del circle fit muestra valores promedio levemente mayores al decremento logarítmico en un 10%

aproximadamente. Además se puede notar que los valores promedio obtenidos en los grados G1 y G2 son similares y mayores a los obtenidos en el grado GS, sin embargo este último presentó una menor dispersión en los datos, que se puede apreciar por el tamaño de la caja.

Si bien los resultados obtenidos corresponden a un grupo de muestras, para que estos resultados sean significativos es necesario estimar los valores de la población. Para ello se utilizan los gráficos de intervalos que permiten determinar con un cierto nivel de confianza los rangos de valores en que se encuentra la población.

En la figura 4.4 se muestra un gráfico de intervalos para las vigas ensayadas en el lado b. El gráfico se construyó con un nivel de confianza del 95%, es decir la probabilidad de que la razón de amortiguamiento no se encuentre en ese intervalo es de sólo un 5%.



**Figura 4.4 Intervalos de un 95% de confianza para vigas en el lado b.**

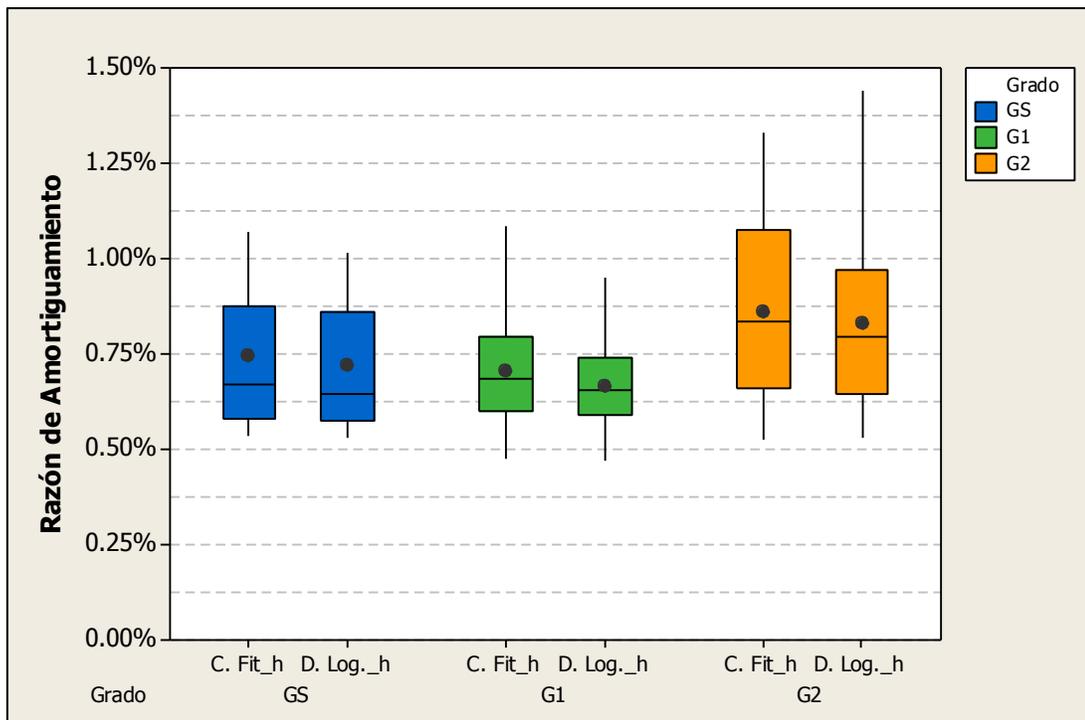
En la figura 4.4 se observa que los intervalos de confianza utilizando el método del circle fit son (0.51%, 0.63%), (0.67%, 0.92%) y (0.66%, 0.87%) para los grados GS, G1 y G2 respectivamente. Mientras que el decremento logarítmico mostró para los grados GS, G1 y G2 intervalos de (0.46%, 0.61%), (0.62%, 0.80%) y (0.62%, 0.76%) respectivamente. Para los grados G1 y G2 el método del circle fit entregó intervalos de confianza más amplios que el decremento logarítmico, es decir sus resultados son más dispersos. Para el grado GS el método

del decremento logarítmico entregó un intervalo más amplio que el circle fit, sin embargo para este grado ambos métodos presentan menos dispersión que los grados G1 y G2, con una desviación estándar promedio de 0.03% para ambos métodos y un coeficiente de variación promedio de 4.85% y 5.15% para el circle fit y el decremento logarítmico respectivamente. Esto quiere decir que la estimación de valores de razón de amortiguamiento para una viga GS ensayada en el lado b, es más precisa que una viga G1 o G2. En el Anexo D se muestra en detalle las medidas de dispersión de los datos utilizados.

#### 4.3.2 Comparación en Lado h

A continuación se presentan los resultados de las vigas ensayadas en lado h.

La figura 4.5 muestra un gráfico de cajas con los valores de razón de amortiguamiento obtenidos por ambos métodos de cálculo.

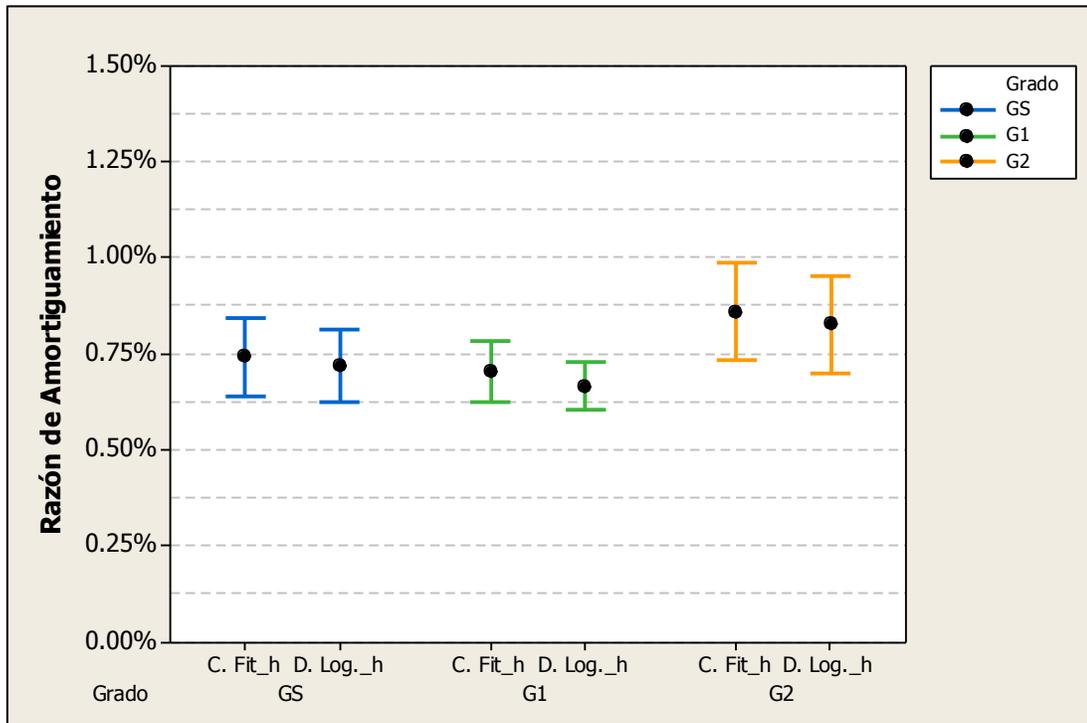


**Figura 4.5 Razones de amortiguamiento obtenidas por ambos métodos en el lado h de las vigas.**

Al igual que en el lado b, la figura 4.5 muestra que para cada grado de la madera los valores obtenidos por ambos métodos son relativamente similares, con valores promedio para el circle fit de 0.74%, 0.70% y 0.86% para los grados GS, G1 y G2 respectivamente. Mientras que el decremento logarítmico en los grados GS, G1 y G2 entregó valores promedio de 0.72%, 0.67% y

0.83% respectivamente. El método del circle fit nuevamente entrega valores promedio levemente mayores al decremento logarítmico en un 4% aproximadamente. Además se aprecia que los valores promedio de GS y G1 son similares pero menores a los obtenidos en el grado G2, aunque este último presenta una mayor dispersión en los datos.

En la figura 4.6 se muestra un gráfico de intervalos para las vigas ensayadas en lado h. El gráfico se construyó con un nivel de confianza del 95%.



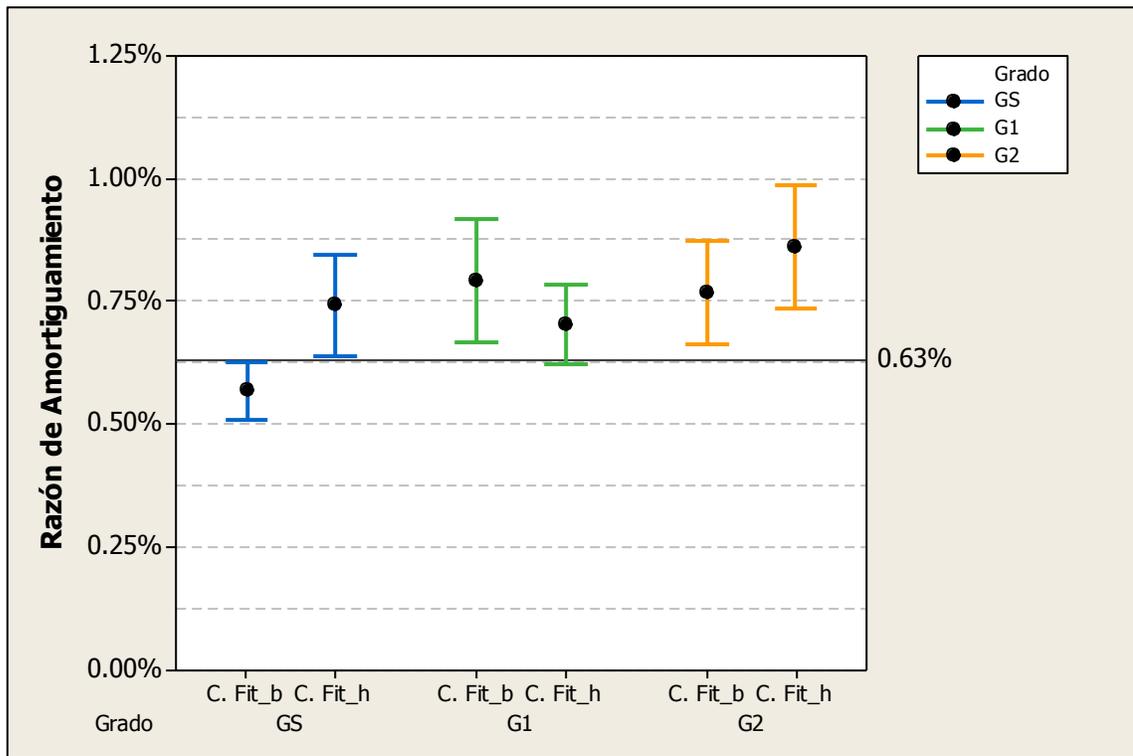
**Figura 4.6 Intervalos de un 95% de confianza para vigas en el lado h.**

En la figura 4.6 se observa que los intervalos de confianza utilizando el método del circle fit son (0.64%, 0.85%), (0.62%, 0.78%) y (0.73%, 0.99%) para los grados GS, G1 y G2 respectivamente. Mientras que el decremento logarítmico para los grados GS, G1 y G2 mostró intervalos de (0.62%, 0.81%), (0.61, 0.73%) y (0.70%, 0.95%) respectivamente. Para los tres grados estructurales el método del circle fit mostró intervalos de confianza levemente mayores al decremento logarítmico, con resultados más dispersos. Con respecto a los grados, el G2 presentó la mayor dispersión en comparación a los otros, con una desviación estándar promedio de 0.10% y 0.09% para el circle fit y el decremento logarítmico respectivamente, y con coeficientes de variación promedio de 10.24% y 9.31% para el circle fit y el decremento logarítmico respectivamente.

### 4.3.3 Comparación Lado b versus Lado h

A continuación se analizan los resultados obtenidos en el lado b y el lado h de las vigas ensayadas.

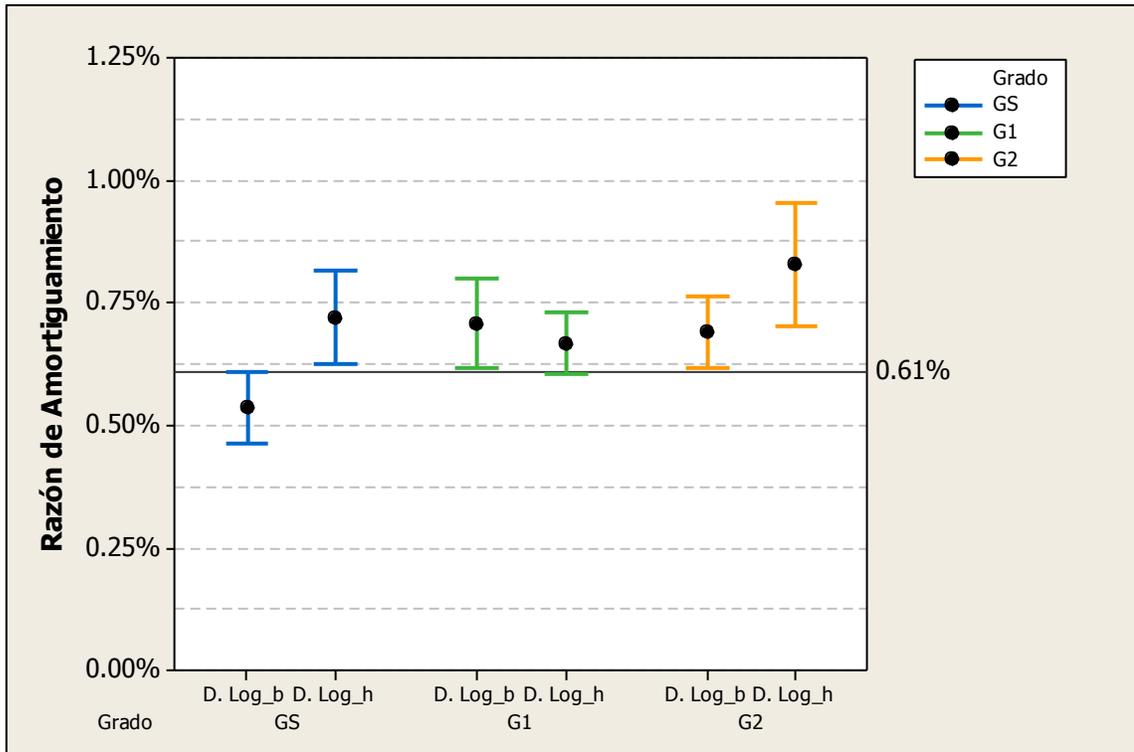
La figura 4.7 muestra un gráfico de intervalos con los valores de razón de amortiguamiento obtenidos por el método del circle fit para los lados b y h.



**Figura 4.7 Razones de amortiguamiento obtenidas por el método del circle fit en los lados b y h de las vigas.**

En el gráfico de la figura 4.7 se observa que los valores promedio de razón de amortiguamiento calculados por el método del circle fit son mayores en el lado h para los grados GS y G2. Mientras que el grado G1 entregó un valor promedio mayor en el lado b. Además se puede apreciar una clara diferencia entre los intervalos de los grados GS y G2 calculados con el circle fit en lado b. Estos intervalos no se intersectan, lo que permite definir un cierto grupo de valores pertenecientes sólo al grado GS, es decir para razones de amortiguamiento menores a 0.63% y que son calculadas por el método del circle fit en el lado b de las vigas, se puede decir a priori que pertenecen al grado GS. En el lado h los intervalos de los tres grados estructurales se intersectan, por lo que no se puede definir un grupo de valores único para cada grado.

En la figura 4.8 se muestra un gráfico de intervalos con los valores de razón de amortiguamiento calculados ahora por el método del decremento logarítmico para los lados b y h.



**Figura 4.8 Razones de amortiguamiento obtenidas por el método del decremento logarítmico en los lados b y h de las vigas.**

En el gráfico de la figura 4.8 se observa que los valores promedio de razón de amortiguamiento calculados por el método del decremento logarítmico son mayores en el lado h para los grados GS y G2. Mientras que el grado G1 entregó un valor promedio levemente mayor en lado b. Además nuevamente se puede apreciar una diferencia entre los intervalos de los grados GS y G2 calculados con el decremento logarítmico en el lado b. Estos intervalos no se intersectan, de esta manera los valores de razón de amortiguamiento menores a 0.61% y que son calculados por el método del decremento logarítmico en el lado b de las vigas, se puede decir a priori que pertenecen al grado GS. De la misma manera para valores mayores a 0.61% se excluye el grado GS y las vigas pertenecerán al grado G1 o G2. Nuevamente en el lado h los intervalos de los tres grados estructurales se intersectan y por lo tanto no se puede asociar a cada grado un grupo de valores único.

#### 4.4 Conclusiones

En este capítulo se analizaron los resultados obtenidos por ambos métodos de cálculo. Se destacan los siguientes aspectos:

- De las 60 vigas calculadas se excluyeron 12 que presentaron valores atípicos los cuales afectaban la interpretación y análisis de los gráficos. Con los nuevos gráficos obtenidos sin valores atípicos se observó que en general las razones de amortiguamiento son menores al 1%, lo que coincide con investigaciones realizadas por otros autores para vigas de madera.
- El método del circle fit para los tres grados estructurales entregó valores promedio levemente mayores al decremento logarítmico en un 10% y un 4% para los lados b y h respectivamente.
- Si bien los dos métodos de cálculo son de enfoques distintos, los resultados entregados son relativamente similares por lo que se proponen valores de razón de amortiguamiento resultantes del promedio simple entre ambos métodos. Esto es, en el lado b valores de 0.55%, 0.75% y 0.73% para los grados GS, G1 y G2 respectivamente. En el lado h para los respectivos grados GS, G1 y G2 valores de 0.73%, 0.69% y 0.84%.
- En general el método del circle fit mostró una mayor dispersión en los datos con coeficientes de variación promedio de 8% para ambos lados b y h. Mientras que el método del decremento logarítmico presentó coeficientes de variación promedio de 6.5% y 6% para los lados b y h respectivamente.
- Las vigas de grado G2, para ambos métodos de cálculo, presentaron valores promedio mayores a las del grado GS en los lados b y h. Para el lado b los valores del grado G2 son aproximadamente un 32% mayores que los de GS. Mientras que para el lado h los valores de G2 son aproximadamente un 15% mayores que los de GS.
- Las vigas ensayadas en el lado h obtuvieron razones de amortiguamiento mayores que en el lado b para los grados GS y G2. Mientras que el grado G1 mostró valores mayores en el lado b con respecto al lado h.
- Para las vigas ensayadas en el lado b se pudo definir un grupo de valores de razón de amortiguamiento pertenecientes sólo al grado GS, utilizando ambos métodos. No así en el lado h debido a que los intervalos se intersectaron para los tres grados estructurales.

## CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta investigación se logró determinar y proponer valores de razón de amortiguamiento en vigas de madera de Pino Radiata que son usadas para la fabricación de paneles CLT. El análisis se realizó a un total de 60 vigas clasificadas visualmente y distribuidas de la siguiente forma: 20 vigas de grado GS, 20 de grado G1 y 20 de grado G2.

La revisión bibliográfica permitió definir los métodos de cálculo que se utilizaron para determinar la razón de amortiguamiento. Estos fueron los métodos del decremento logarítmico y del circle fit. La selección se basó en que ambos trabajan con enfoques distintos, uno en el dominio del tiempo y otro en el dominio de la frecuencia y ambos son compatibles con los datos de entrada que se tenían. Los valores obtenidos corresponden al amortiguamiento del material.

Los métodos del decremento logarítmico y del circle fit se lograron implementar con éxito en el software MATLAB ya que los resultados obtenidos estaban dentro de los valores de referencia que se tenían de investigaciones realizadas por otros autores. Por lo general estos valores eran menores al 1%.

Los análisis realizados mostraron que el método del circle fit, para los tres grados estructurales de la madera, entregó valores promedio levemente mayores al método del decremento logarítmico. En el lado b de las vigas un 10% mayores y en el lado h un 4% mayores. Considerando que los dos métodos son de enfoques distintos, los resultados obtenidos son relativamente similares por lo que se propusieron valores de razón de amortiguamiento provenientes del promedio simple entre ambos métodos. En el lado b de las vigas los valores propuestos son 0.55%, 0.75% y 0.73% para los grados GS, G1 y G2 respectivamente. En el lado h los valores propuestos para los grados GS, G1 y G2 son 0.73%, 0.69% y 0.84% respectivamente.

Al analizar las medidas de dispersión se observó que el método del circle fit presenta una mayor variabilidad en los resultados con coeficientes de variación promedio de 8% para ambos lados de las vigas b y h. Mientras que el método del decremento logarítmico presenta coeficientes de variación promedio de 6.5% para el lado b de las vigas y 6% para el lado h. Esta mayor dispersión de los datos por el método del circle fit se puede deber a que no en todas las vigas se ajustó el círculo con la misma cantidad de puntos. En la mayor parte de las vigas el ajuste se hizo con 8 puntos, como recomendaban algunos autores, pero en otras vigas el círculo no se ajustaba con esta cantidad y se tuvo que aumentar.

Para todas las vigas analizadas en ambos lados b y h, utilizando los dos métodos de cálculo, se observa que las pertenecientes al grado G2 presentaron valores promedio de razón de amortiguamiento mayores a las del grado GS. En el lado b son aproximadamente un 32% mayores y en el lado h un 15% mayores. Estos resultados coinciden con la teoría de amortiguamiento del material que tiene relación con los defectos del mismo. Al ser las vigas G2 las con más defectos y las vigas GS las con menos defectos, la diferencia entre razones de amortiguamiento promedio fue relativamente alta.

Al comparar los resultados obtenidos de las vigas vibrando respecto a su altura (h) y respecto a su base (b), se observó que las vigas en el lado h obtuvieron valores promedio de razón de amortiguamiento mayores al lado b, para los grados GS y G2. Mientras que el grado G1 en el lado h mostró valores menores que en el lado b. Las vigas son más rígidas en su lado h que en el b, pero no se podría afirmar, en base a estos resultados, que la razón de amortiguamiento es proporcional a la rigidez ya que los datos no mostraron una clara tendencia.

Al analizar los gráficos de intervalos de las vigas ensayadas en el lado b en comparación al lado h, se observó que el intervalo de las vigas GS ensayadas en el lado b no se intersecta con los intervalos de las otros grados en el lado b. Esto permite definir un grupo de valores de razón de amortiguamiento pertenecientes únicamente al grado GS. Luego se puede afirmar con un 95% de confianza que, para razones de amortiguamiento menores a 0.63% y que son calculadas por el método del circle fit en el lado b de las vigas, estas pertenecen al grado GS. De la misma manera para razones de amortiguamiento menores a 0.61% y que son calculadas por el método del decremento logarítmico en el lado b de las vigas, estas pertenecen al grado GS. De esta forma entonces el cálculo de la razón de amortiguamiento por cualquiera de estos dos métodos, para las vigas ensayadas en su lado b, puede ser utilizado como un predictor de calidad. En el lado h de las vigas, los intervalos de los tres grados estructurales se intersectan por lo que no es posible definir un grupo de valores único para cada grado.

Al igual como se mencionó en los alcances, este trabajo es de alguna forma el primer paso para futuras investigaciones relacionadas con esta materia, por lo que se recomienda profundizar en los siguientes temas:

Realizar investigaciones similares a esta, determinando razones de amortiguamiento de vigas de madera de pino radiata pero con distinta escuadría. En este trabajo todas las vigas analizadas son

de la misma escuadría, por lo que sería interesante conocer valores entregados por vigas de diferente dimensión y analizar si realmente esta variable influye en la razón de amortiguamiento. Además el ensayo se podría realizar con distintas longitudes de apoyo para estudiar su posible efecto en los resultados.

Determinar valores de razón de amortiguamiento de un panel CLT fabricado con vigas de madera de pino radiata. De esta forma se incluirían variables como la disposición de las piezas de madera y el adhesivo utilizado para unir las capas. Analizando su influencia en la razón de amortiguamiento.

Realizar una investigación midiendo aceleraciones en una estructura construida con paneles CLT, en condiciones reales de ocupación. De esta forma se podrían obtener razones de amortiguamiento que incluirían el aporte del material y el amortiguamiento aportado por los sistemas de uniones.

## REFERENCIAS

- Brandt, A. (2011). Noise and Vibration Analysis: Signal Analysis and Experimental Procedures. John Wiley & Sons, Ltd.
- Chopra, A. (2007). Dynamics of Structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. Third Edition. Prentice-Hall, New Jersey.
- Ewins, D.J. (2000). Modal Testing: Theory, Practice and Application. Second Edition. Research Studies Press LTD. England.
- Karacabeyli, E. and Douglas, B. (2013). CLT Handbook Cross – Laminated Timber. US Edition.
- Labonnote, N. (2012). Damping in Timber Structures. Thesis PhD. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim.
- Labonnote, N., Rönquist, A., and Malo, K. (2013). Prediction of Material Damping in Timber Structures. Lisboa, Portugal.
- Lajara, J. y Pelegrí, J. (2011). LabVIEW: Entorno Gráfico de Programación. Segunda Edición. Editorial Marcombo. España.
- Maia, N. and Silva, J. (1997). Theoretical and Experimental Modal Analysis. Research Studies Press LTD. England.
- Manual La Construcción de Viviendas en Madera, CORMA, Capítulo I, 36-39.
- Moore, H. (2007). MATLAB para ingenieros. Editorial Pearson Prentice Hall.
- Minitab Inc. (2010). Meet Minitab 16. Manual de usuario.
- Norma Chilena Oficial Nch1198 of.2006, “Madera – Construcciones en madera – Cálculo”. Instituto Nacional de Normalización (INN).
- Norma Chilena Oficial Nch1207 of.2005, “Pino Radiata – Clasificación visual para uso estructural – Especificaciones de los grados de calidad”. Instituto Nacional de Normalización (INN).

Opazo, A. (2014). Evaluación del Desempeño Vibratorio de Sistemas de Pisos en Viviendas debido a Desplazamientos de Personas. Tesis Magister en Ingeniería Civil. Universidad de Concepción.

Paz, M. (1992). Dinámica Estructural. Teoría y Cálculo. Editorial Reverté, S.A. Barcelona.

Videla, F. (2015). Determinación de Módulos de Elasticidad de Madera para Paneles CLT por Métodos Mecánicos y Dinámicos. Memoria de Título Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. Universidad del Bío Bío. Concepción.

## **ANEXOS**

## **INDICE GENERAL ANEXOS**

ANEXO A FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y FRF.....	40
ANEXO B CÓDIGO MATLAB .....	42
ANEXO C VALORES ATÍPICOS .....	48
ANEXO D MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS DATOS ANALIZADOS.....	52

## INDICE DE FIGURAS

Figura A.1 Gráfico de la FRF para un sistema de un grado de libertad. ....	41
Figura C.1 Gráfico del circle fit para un valor típico. ....	51
Figura C.2 Gráfico del circle fit para un valor atípico.....	51

## INDICE DE TABLAS

Tabla C1. Vigas de grado GS excluidas del análisis. ....	48
Tabla C2. Vigas de grado G1 excluidas del análisis. ....	49
Tabla C3. Vigas de grado G2 excluidas del análisis. ....	50
Tabla D1. Medidas de dispersión de las vigas de grado GS.....	52
Tabla D2. Medidas de dispersión de las vigas de grado G1.....	53
Tabla D3. Medidas de dispersión de las vigas de grado G2.....	54
Tabla D4. Valores promedio de razón de amortiguamiento.....	55
Tabla D5. Valores promedio de desviación estandar. ....	55
Tabla D6. Valores promedio de coeficiente de variación. ....	55

## ANEXO A FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y FRF

Para cada tipo de excitación, periódica o no periódica, existe un método para determinar la respuesta del sistema vibratorio. Sin embargo existe un método alternativo para determinar la respuesta de un sistema a una variedad de fuerzas de excitación, periódicas y no periódicas, este método es usando la transformada de Laplace.

La ecuación de equilibrio dinámico está dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad \text{Ec. (A.1)}$$

Donde:

m, es masa del sistema.

c, es el coeficiente de amortiguamiento del sistema.

k, es la rigidez del sistema.

$\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  y  $x$  Corresponden a la aceleración, velocidad y desplazamiento respectivamente.

F, es la fuerza externa.

t, es el tiempo.

Aplicando la transformada de Laplace y asumiendo que las condiciones iniciales son cero, se obtiene:

$$(ms^2 + cs + k) \cdot X(s) = F(s) \quad \text{Ec. (A.2)}$$

Donde:

X(s) y F(s) son la transformada de Laplace del desplazamiento y de la fuerza de excitación respectivamente.

Reordenando la ecuación anterior se puede escribir la siguiente relación:

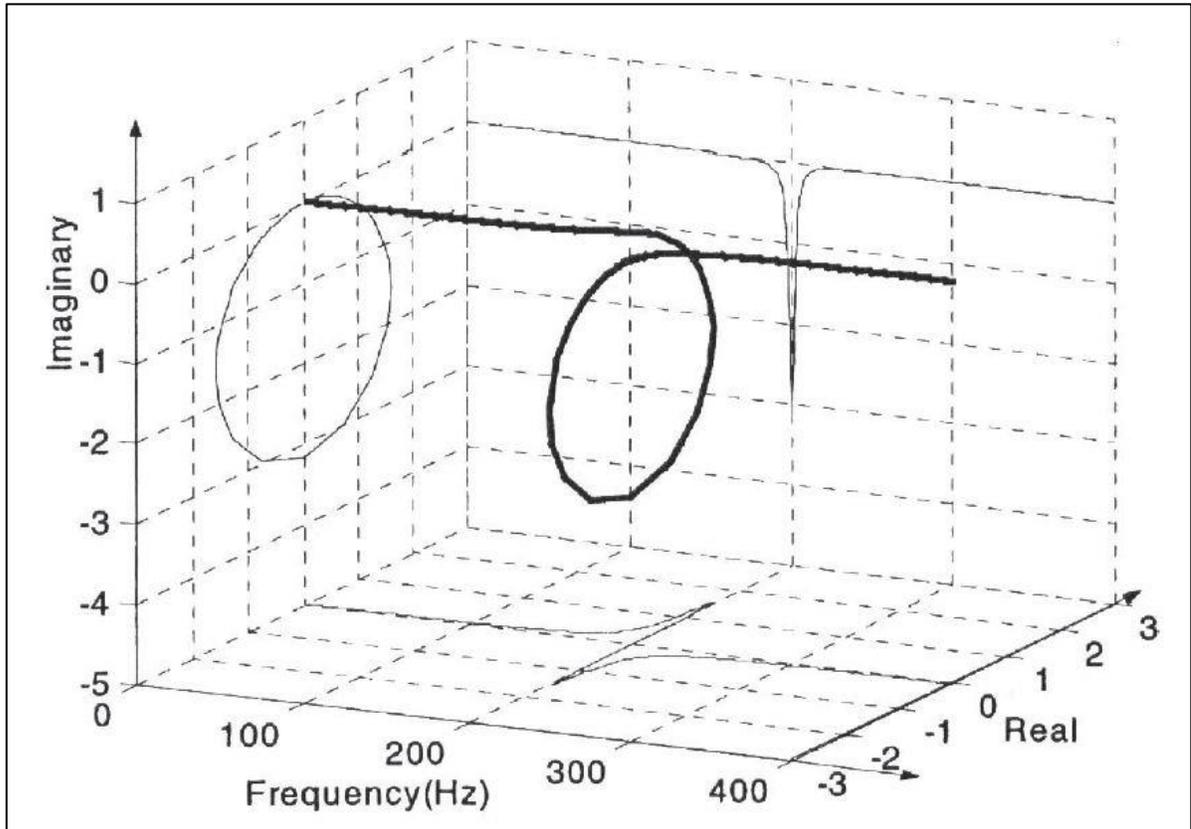
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{(ms^2 + cs + k)} = H(s) \quad \text{Ec. (A.3)}$$

A esta expresión se le denomina función de transferencia H(s) y representa la razón entre la transformada de Laplace de la salida (respuesta) y la entrada (fuerza de excitación). Esta función está en el dominio de Laplace pero también se puede llevar al dominio de la frecuencia, esto es:

$$H(j\omega) = \frac{1}{(k - m\omega^2 + j\omega c)} \quad \text{Ec. (A.4)}$$

La función de transferencia evaluada en el eje de frecuencias ( $j\omega$ ) se denomina función de respuesta en frecuencia (FRF) y está compuesta por una parte real y una imaginaria.

Al graficar la FRF para un sistema de un grado de libertad se obtiene una curva en forma de espiral como se muestra en la figura A.1.



(Fuente: Ewins, 2000)

**Figura A.1 Gráfico de la FRF para un sistema de un grado de libertad.**

De la figura anterior se puede observar claramente que al tomar puntos cercanos a la frecuencia de resonancia (en este caso 200 Hz), en el plano real v/s imaginario se forma un círculo. Con esta base teórica trabaja el método del circle fit para determinar la razón de amortiguamiento.

## ANEXO B CÓDIGO MATLAB

A continuación se muestra el código MATLAB utilizado para la obtención de valores de razón de amortiguamiento. Para la aplicación del método del circle fit se utilizó un paquete de herramientas adicional llamado EasyMod, el cual permite realizar análisis modal.

Código utilizado para las vigas ensayadas en su lado b:

```
clear
clc
close all

%Lectura de todos los txt simultaneamente
numfiles=15;
base_datos=zeros(37001,4,numfiles);
factor_g=9.81; % 1 si(m/s2), "g" fraccion de g
a_brut=zeros(37001,numfiles);
f_brut=zeros(37001,numfiles);

for i=1:numfiles
    if i<10
        filename=sprintf('Probeta 4b-0%d.lvm',i);
        base_datos(:, :, i)=dlmread(filename, '\t', [24 0 37024 3]);
    else
        filename=sprintf('Probeta 4b-%d.lvm',i);
        base_datos(:, :, i)=dlmread(filename, '\t', [24 0 37024 3]);
    end
    a_brut(:, i)=factor_g*base_datos(:, 4, i);
    f_brut(:, i)=base_datos(:, 2, i);
end

fs1=1652;
dt1=1/fs1;
np1=length(a_brut(:, 1));
t1=dt1*[0:np1-1]';

for i=1:numfiles
%Centrado de señales
    a0(i)=mean(a_brut(:, i));
    f0(i)=mean(f_brut(:, i));
    a_brut_cent(:, i)=a_brut(:, i)-a0(i)*ones(np1, 1);
    f_brut_cent(:, i)=f_brut(:, i)-f0(i)*ones(np1, 1);
%Filtrado de señales
    Fnyquist1=(1/dt1)/2;
    Wp1=40/Fnyquist1; Ws1=50/Fnyquist1;
    Rp1=0.4; Rs1=15;
    [Nn1, Wn1]=buttord(Wp1, Ws1, Rp1, Rs1);
    [b1, a1]=butter(Nn1, Wn1);
%Señal filtrada
    a_cent_filt(:, i)=filtfilt(b1, a1, a_brut_cent(:, i));
    f_cent_filt(:, i)=filtfilt(b1, a1, f_brut_cent(:, i));
end
```

```

%Determinacion de frecuencia natural de vibracion vertical y razon de
%amortiguamiento

for j=1:numfiles
    N1=2^ceil(log(length(a_cent_filt(:,j)))/log(2));
    ff1=1/dt1*(0:N1-1)/N1;
    Amp_a=2*fft(a_brut(:,j),N1)/length(a_brut(:,j));
    Amp_a_filt=2*fft(a_cent_filt(:,j),N1)/length(a_cent_filt(:,j));
    Amp_f=2*fft(f_brut(:,j),N1)/length(f_brut(:,j));
    frf=Amp_a./Amp_f;
    paso1=ff1(1:length(ff1)/100);
    paso2=abs(frf(1:length(ff1)/100));
    paso2_a_filt=abs(Amp_a_filt(1:length(ff1)/100));
    paso2_imag=imag(frf(1:length(ff1)/100));
    figure
    semilogy(paso1,paso2_imag);
    grid on
    figure
    plot(paso1,paso2_a_filt,'-o');
    grid on;

% %Frecuencias naturales con valor peak de FRF
fn(1,j)=ff1(find(paso2==max(paso2)));
fn(2,j)=ff1(find(paso2_imag==max(paso2_imag)));
fn(3,j)=ff1(find(paso2_a_filt==max(paso2_a_filt)));

%Razones de amortiguamiento
%Filtrado para razon de amortiguamiento.
fnpaso=fn(3,j);
fbanda=5/100*fnpaso;
flado=fnpaso/2;
Wpinf=fnpaso-fbanda;
Wpsup=fnpaso+fbanda;
Wsinf=Wpinf-flado;
Wssup=Wpsup+flado;
Wp2=[Wpinf Wpsup]/Fnyquist1;
Ws2=[Wsinf Wssup]/Fnyquist1;

Rp2=0.4;Rs2=15;
[Nn2,Wn2]=buttord(Wp2,Ws2,Rp2,Rs2);
[b2,a2]=butter(Nn2,Wn2);
%Señal filtrada
a_cent_filt2(:,j)=filtfilt(b2,a2,a_cent_filt(:,j));

%Metodo de decaimiento logaritmico
paso3=a_cent_filt2(:,j);
npeaks=43;
indice1=find(paso3==max(paso3));
indice2=find(paso3==min(paso3));
delta_ind=floor((1/fn(3,j))/(dt1));
indice_fin_sup=indice1+npeaks*delta_ind;
indice_fin_inf=indice2+npeaks*delta_ind;
%comienzo rama superior
l=1;
rango=60;
for k=indice1:delta_ind:indice_fin_sup
    peaks_sup(l,j)=max(paso3(k-rango:k+rango)); %todos los npeaks considerados

```

```

ln_peaks_sup(1,j)=log(peaks_sup(1,j));
tiempos_sup(1,j)=t1(find(paso3==max(paso3(k-rango:k+rango))));
l=l+1;
end
peak_ini=5;%desde este peak empieza

paso4=polyfit(tiempos_sup(peak_ini:npeaks+1,j),ln_peaks_sup(peak_ini:npeaks+1,
j),1);
chi(1,j)=-1*paso4(1)/(2*pi()*fn(3,j));
%comienza rama inferior
m=1;
for n=indice2:delta_ind:indice_fin_inf
peaks_inf(m,j)=min(paso3(n-rango:n+rango));
ln_peaks_inf(m,j)=log(-1*peaks_inf(m,j));
tiempos_inf(m,j)=t1(find(paso3==min(paso3(n-rango:n+rango))));
m=m+1;
end

paso5=polyfit(tiempos_inf(peak_ini:npeaks+1,j),ln_peaks_inf(peak_ini:npeaks+1,
j),1);
chi(2,j)=-1*paso5(1)/(2*pi()*fn(3,j));
chi(3,j)=(chi(1,j)+chi(2,j))/2;

figure
plot(t1,a_cent_filt(:,j),'b');
xlabel('Tiempo (seg)');
ylabel('Aceleracion (m/s2)');
grid on

hold on
plot(t1,a_cent_filt2(:,j),'r');
hold on
plot(tiempos_sup(:,j),peaks_sup(:,j),'c');
hold on
plot(tiempos_inf(:,j),peaks_inf(:,j),'c');

%Metodo de circle fit
cont4=find(paso2==max(paso2));
npuntos=4;%nro puntos a cada lado de fn
cont5=find(paso2_imag==max(paso2_imag));
[freq_local1,H_local1,H_gen_local1,infoMODE1,circ_prop1] =
circle_fit(frf,ff1',ff1(cont5-npuntos),ff1(cont5+npuntos));
plot_circle_fit(freq_local1,H_local1,H_gen_local1,infoMODE1,circ_prop1);
fn(4,j)=infoMODE1.frequencyk;
chi(4,j)=0.5*(infoMODE1.etak);

end

```

Código utilizado para las vigas ensayadas en su lado h:

```

clear
clc
close all

%Lectura de todos los txt simultaneamente
numfiles=15;
base_datos=zeros(17001,4,numfiles);
factor_g=9.81; % 1 si(m/s2), "g" fraccion de g
a_brut=zeros(17001,numfiles);
f_brut=zeros(17001,numfiles);

for i=1:numfiles
    if i<10
        filename=sprintf('Probeta 4h-0%d.lvm',i);
        base_datos(:, :, i)=dlmread(filename, '\t', [24 0 17024 3]);
    else
        filename=sprintf('Probeta 4h-%d.lvm',i);
        base_datos(:, :, i)=dlmread(filename, '\t', [24 0 17024 3]);
    end
    a_brut(:, i)=factor_g*base_datos(:, 3, i);
    f_brut(:, i)=base_datos(:, 2, i);
end

fs1=1652;
dt1=1/fs1;
np1=length(a_brut(:, 1));
t1=dt1*[0:np1-1]';

for i=1:numfiles
%Centrado de señales
    a0(i)=mean(a_brut(:, i));
    f0(i)=mean(f_brut(:, i));
    a_brut_cent(:, i)=a_brut(:, i)-a0(i)*ones(np1, 1);
    f_brut_cent(:, i)=f_brut(:, i)-f0(i)*ones(np1, 1);
%Filtrado de señales
    Fnyquist1=(1/dt1)/2;
    Wp1=40/Fnyquist1;Ws1=50/Fnyquist1;
    Rp1=0.4;Rs1=15;
    [Nn1,Wn1]=buttord(Wp1,Ws1,Rp1,Rs1);
    [b1,a1]=butter(Nn1,Wn1);

%Señal filtrada
    a_cent_filt(:, i)=filtfilt(b1,a1,a_brut_cent(:, i));
    f_cent_filt(:, i)=filtfilt(b1,a1,f_brut_cent(:, i));

%Determinacion de frecuencia natural de vibracion vertical y razon de
%amortiguamiento

for j=1:numfiles
    N1=2^ceil(log(length(a_cent_filt(:, j)))/log(2));
    ff1=1/dt1*(0:N1-1)/N1;
    Amp_a=2*fft(a_brut(:, j), N1)/length(a_brut(:, j));
    Amp_a_filt=2*fft(a_cent_filt(:, j), N1)/length(a_cent_filt(:, j));
    Amp_f=2*fft(f_brut(:, j), N1)/length(f_brut(:, j));

```

```

frf=Amp_a./Amp_f;
pasol=ff1(2:length(ff1)/25);
paso2=abs(frf(2:length(ff1)/25));
paso2_a_filt=abs(Amp_a_filt(2:length(ff1)/25));
paso2_imag=imag(frf(2:length(ff1)/25));
figure
semilogy(pasol,paso2_imag);
grid on
figure
plot(pasol,paso2_a_filt,'-o');
grid on;

% %Frecuencias naturales con valor peak de FRF
fn(1,j)=ff1(find(paso2==max(paso2)));
fn(2,j)=ff1(find(paso2_imag==max(paso2_imag)));
fn(3,j)=ff1(find(paso2_a_filt==max(paso2_a_filt)));

%Razones de amortiguamiento
%Filtrado para razon de amortiguamiento.
fnpaso=fn(3,j);
fbanda=5/100*fnpaso;
flado=fnpaso/2;
Wpinf=fnpaso-fbanda;
Wpsup=fnpaso+fbanda;
Wsinf=Wpinf-flado;
Wssup=Wpsup+flado;
Wp2=[Wpinf Wpsup]/Fnyquist1;
Ws2=[Wsinf Wssup]/Fnyquist1;

Rp2=0.4;Rs2=15;
[Nn2,Wn2]=buttord(Wp2,Ws2,Rp2,Rs2);
[b2,a2]=butter(Nn2,Wn2);
%Señal filtrada
a_cent_filt2(:,j)=filtfilt(b2,a2,a_cent_filt(:,j));

%Metodo de decaimiento logaritmico
paso3=a_cent_filt2(:,j);
npeaks=63;
indice1=find(paso3==max(paso3));
indice2=find(paso3==min(paso3));
delta_ind=floor((1/fn(3,j))/(dt1));
indice_fin_sup=indice1+npeaks*delta_ind;
indice_fin_inf=indice2+npeaks*delta_ind;
%comienza rama superior
l=1;
rango=60;
for k=indice1:delta_ind:indice_fin_sup
peaks_sup(l,j)=max(paso3(k-rango:k+rango)); %todos los npeaks considerados
ln_peaks_sup(l,j)=log(peaks_sup(l,j));
tiempos_sup(l,j)=t1(find(paso3==max(paso3(k-rango:k+rango))));
l=l+1;
end
peak_ini=5;%desde este peak empieza

paso4=polyfit(tiempos_sup(peak_ini:npeaks+1,j),ln_peaks_sup(peak_ini:npeaks+1,
j),1);
chi(1,j)=-1*paso4(1)/(2*pi()*fn(3,j));
%comienza rama inferior

```

```

m=1;
for n=indice2:delta_ind:indice_fin_inf
    peaks_inf(m,j)=min(paso3(n-rango:n+rango));
    ln_peaks_inf(m,j)=log(-1*peaks_inf(m,j));
    tiempos_inf(m,j)=t1(find(paso3==min(paso3(n-rango:n+rango))));
    m=m+1;
end

paso5=polyfit(tiempos_inf(peak_ini:npeaks+1,j),ln_peaks_inf(peak_ini:npeaks+1,
j),1);
chi(2,j)=-1*paso5(1)/(2*pi()*fn(3,j));
chi(3,j)=(chi(1,j)+chi(2,j))/2;

figure
plot(t1,a_cent_filt(:,j),'b');
xlabel('Tiempo (seg)');
ylabel('Aceleracion (m/s2)');
grid on

hold on
plot(t1,a_cent_filt2(:,j),'r');
hold on
plot(tiempos_sup(:,j),peaks_sup(:,j),'c');
hold on
plot(tiempos_inf(:,j),peaks_inf(:,j),'c');

%Metodo de circle fit
cont4=find(paso2==max(paso2));
npuntos=4;%nro puntos a cada lado de fn
cont5=find(paso2_imag==max(paso2_imag));
[freq_local1,H_local1,H_gen_local1,infoMODE1,circ_prop1] =
circle_fit(frf,ff1',ff1(cont4-npuntos),ff1(cont4+npuntos));
plot_circle_fit(freq_local1,H_local1,H_gen_local1,infoMODE1,circ_prop1);
fn(4,j)=infoMODE1.frequencyk;
chi(4,j)=0.5*(infoMODE1.etak);

end

```

## ANEXO C VALORES ATÍPICOS

Las siguientes tablas destacan las vigas con valores atípicos excluidas del análisis. Se observa que estas presentan los mayores coeficientes de variación (CoV) y desviación estándar ( $\sigma$ ).

**Tabla C1. Vigas de grado GS excluidas del análisis.**

GS N° Viga	Método	Lado b			Lado h		
		$\xi$ Promedio	$\sigma$	CoV	$\xi$ Promedio	$\sigma$	CoV
4	circle fit	0.62%	0.02%	3.61%	1.04%	0.05%	4.79%
	D. log.	0.52%	0.03%	5.07%	0.97%	0.04%	4.51%
7	circle fit	0.65%	0.08%	12.89%	1.07%	0.34%	31.48%
	D. log.	0.64%	0.15%	24.35%	1.01%	0.16%	15.77%
30	circle fit	0.56%	0.02%	2.78%	0.66%	0.04%	5.63%
	D. log.	0.58%	0.03%	5.58%	0.60%	0.01%	1.63%
32	circle fit	0.48%	0.06%	12.34%	0.67%	0.03%	5.15%
	D. log.	0.43%	0.03%	6.31%	0.64%	0.02%	3.79%
34	circle fit	0.51%	0.01%	2.82%	0.90%	0.02%	2.26%
	D. log.	0.47%	0.01%	2.93%	0.85%	0.01%	1.26%
35	circle fit	0.75%	0.03%	3.45%	0.67%	0.09%	12.97%
	D. log.	0.85%	0.04%	4.28%	0.64%	0.07%	11.60%
37	circle fit	0.67%	0.01%	2.14%	3.22%	2.41%	74.79%
	D. log.	0.67%	0.05%	7.65%	0.90%	0.25%	28.07%
53	circle fit	0.46%	0.01%	2.34%	0.64%	0.02%	2.83%
	D. log.	0.42%	0.00%	0.61%	0.65%	0.02%	2.91%
56	circle fit	0.51%	0.03%	5.93%	0.58%	0.02%	2.58%
	D. log.	0.44%	0.02%	5.63%	0.58%	0.01%	2.01%
77	circle fit	0.81%	0.03%	3.91%	1.27%	0.42%	33.06%
	D. log.	0.79%	0.04%	4.46%	1.41%	0.48%	34.29%
86	circle fit	0.74%	0.02%	2.35%	0.53%	0.05%	9.10%
	D. log.	0.68%	0.02%	3.25%	0.53%	0.02%	3.42%
88	circle fit	0.61%	0.02%	3.75%	3.55%	1.22%	34.41%
	D. log.	0.55%	0.01%	1.91%	1.24%	0.49%	39.75%
90	circle fit	0.57%	0.02%	3.57%	0.78%	0.01%	1.86%
	D. log.	0.53%	0.01%	1.73%	0.78%	0.01%	0.81%
93	circle fit	0.50%	0.04%	6.94%	0.87%	0.01%	1.47%
	D. log.	0.48%	0.02%	3.10%	0.83%	0.01%	1.49%
95	circle fit	0.68%	0.04%	5.22%	0.56%	0.01%	2.49%
	D. log.	0.61%	0.03%	4.73%	0.53%	0.01%	1.36%
102	circle fit	1.12%	0.09%	7.95%	0.70%	0.01%	1.91%
	D. log.	0.77%	0.20%	25.21%	0.68%	0.01%	0.87%
104	circle fit	7.65%	5.34%	69.80%	0.82%	0.03%	3.70%
	D. log.	0.58%	0.03%	4.52%	0.80%	0.02%	3.13%
119	circle fit	0.62%	0.03%	4.06%	2.84%	0.21%	7.24%
	D. log.	0.56%	0.04%	7.25%	2.12%	0.16%	7.40%
130	circle fit	0.45%	0.01%	2.00%	0.87%	0.02%	2.00%
	D. log.	0.40%	0.01%	2.14%	0.88%	0.02%	2.12%
131	circle fit	0.48%	0.01%	1.62%	0.57%	0.01%	2.31%
	D. log.	0.42%	0.01%	2.32%	0.56%	0.01%	1.88%

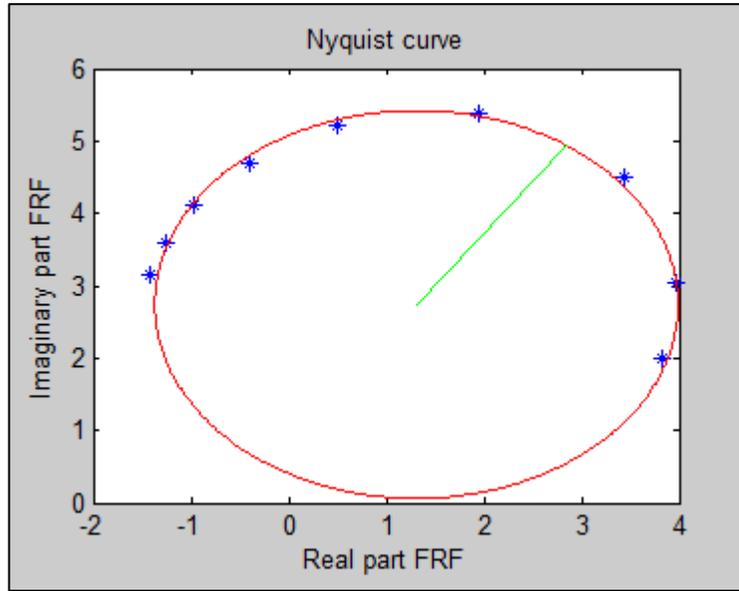
**Tabla C2. Vigas de grado G1 excluidas del análisis.**

G1 N° Viga	Método	Lado b			Lado h		
		ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV
3	circle fit	0.87%	0.05%	5.85%	0.77%	0.04%	5.66%
	D. log.	0.69%	0.01%	1.86%	0.74%	0.03%	4.18%
14	circle fit	0.54%	0.02%	4.23%	0.75%	0.04%	5.06%
	D. log.	0.69%	0.03%	3.97%	0.71%	0.03%	4.55%
16	circle fit	0.82%	0.04%	4.96%	0.66%	0.03%	5.21%
	D. log.	0.74%	0.07%	9.94%	0.65%	0.02%	3.25%
19	circle fit	0.77%	0.10%	13.29%	0.57%	0.00%	0.45%
	D. log.	0.55%	0.02%	3.55%	0.57%	0.00%	0.00%
24	circle fit	0.54%	0.01%	2.75%	1.83%	0.23%	12.59%
	D. log.	0.63%	0.06%	8.98%	1.55%	0.09%	5.95%
40	circle fit	0.48%	0.02%	3.35%	0.48%	0.01%	2.08%
	D. log.	0.50%	0.02%	4.66%	0.48%	0.01%	1.23%
42	circle fit	0.53%	0.04%	8.29%	1.12%	0.22%	19.80%
	D. log.	0.42%	0.01%	1.49%	1.27%	0.39%	31.16%
44	circle fit	0.84%	0.12%	13.84%	0.82%	0.06%	6.87%
	D. log.	0.64%	0.03%	5.22%	0.77%	0.04%	5.35%
48	circle fit	0.56%	0.03%	5.54%	0.67%	0.04%	6.10%
	D. log.	0.56%	0.03%	5.54%	0.64%	0.01%	1.85%
61	circle fit	0.95%	0.04%	3.78%	1.09%	0.23%	21.50%
	D. log.	0.96%	0.06%	6.50%	0.95%	0.10%	10.32%
70	circle fit	0.46%	0.03%	5.70%	0.48%	0.01%	1.33%
	D. log.	0.73%	0.14%	19.47%	0.47%	0.00%	0.75%
74	circle fit	0.67%	0.04%	6.47%	0.73%	0.01%	1.77%
	D. log.	0.54%	0.01%	2.49%	0.73%	0.01%	1.34%
80	circle fit	1.38%	0.79%	57.46%	0.68%	0.05%	6.81%
	D. log.	0.68%	0.01%	2.12%	0.64%	0.03%	5.13%
84	circle fit	1.74%	0.25%	14.36%	0.90%	0.13%	14.94%
	D. log.	1.05%	0.13%	12.51%	0.77%	0.09%	11.19%
91	circle fit	1.15%	0.09%	8.05%	0.64%	0.01%	1.34%
	D. log.	0.98%	0.10%	10.28%	0.62%	0.01%	1.09%
100	circle fit	0.57%	0.03%	5.50%	0.54%	0.01%	1.82%
	D. log.	0.43%	0.00%	0.60%	0.54%	0.01%	1.10%
107	circle fit	0.68%	0.05%	7.06%	0.63%	0.09%	14.18%
	D. log.	0.91%	0.07%	8.06%	0.61%	0.08%	13.66%
110	circle fit	0.94%	0.03%	3.17%	0.85%	0.11%	13.54%
	D. log.	0.90%	0.03%	3.14%	0.80%	0.09%	11.23%
117	circle fit	0.81%	0.14%	17.68%	0.87%	0.18%	20.93%
	D. log.	0.59%	0.03%	5.31%	0.69%	0.04%	5.44%
127	circle fit	1.00%	0.07%	7.20%	0.75%	0.08%	11.29%
	D. log.	0.95%	0.08%	7.95%	0.73%	0.08%	10.64%

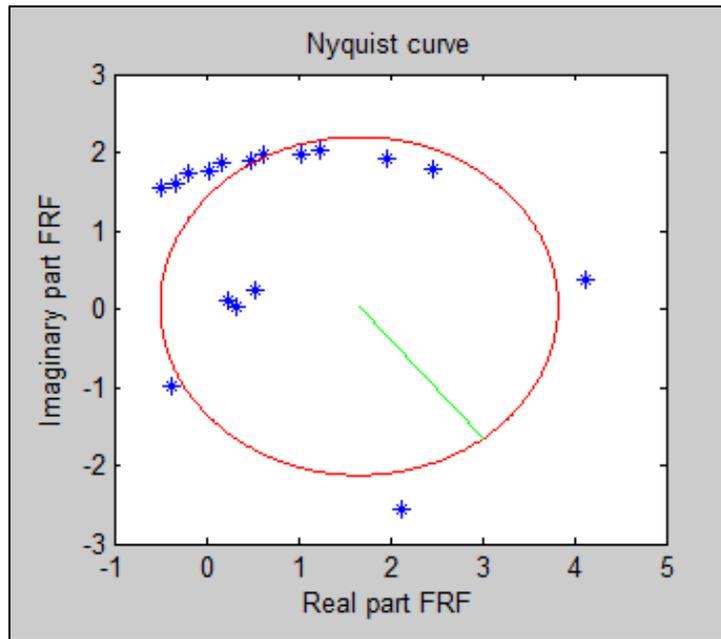
**Tabla C3. Vigas de grado G2 excluidas del análisis.**

G2 N° Viga	Método	Lado b			Lado h		
		ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV
6	circle fit	0.90%	0.03%	3.28%	0.82%	0.02%	2.57%
	D. log.	1.07%	0.08%	7.19%	0.77%	0.01%	1.62%
17	circle fit	1.17%	0.38%	32.47%	0.61%	0.01%	1.94%
	D. log.	0.78%	0.11%	13.73%	0.60%	0.01%	2.08%
20	circle fit	0.85%	0.05%	5.94%	0.70%	0.02%	2.60%
	D. log.	0.74%	0.05%	6.45%	0.66%	0.02%	2.34%
28	circle fit	0.60%	0.01%	1.88%	1.01%	0.02%	1.71%
	D. log.	0.67%	0.04%	5.91%	0.97%	0.01%	0.77%
29	circle fit	0.98%	0.10%	10.46%	0.68%	0.01%	1.41%
	D. log.	0.67%	0.08%	11.31%	0.67%	0.01%	1.05%
38	circle fit	0.67%	0.03%	4.36%	0.86%	0.15%	17.66%
	D. log.	0.65%	0.09%	14.33%	0.80%	0.14%	17.19%
39	circle fit	0.45%	0.05%	11.14%	0.52%	0.01%	2.45%
	D. log.	0.58%	0.01%	2.31%	0.53%	0.01%	1.41%
46	circle fit	1.02%	0.12%	11.72%	0.66%	0.02%	3.50%
	D. log.	0.74%	0.13%	17.53%	0.64%	0.02%	2.51%
47	circle fit	0.58%	0.03%	5.04%	0.61%	0.01%	1.18%
	D. log.	0.62%	0.02%	2.93%	0.61%	0.00%	0.68%
54	circle fit	0.84%	0.06%	7.63%	0.84%	0.26%	30.76%
	D. log.	0.59%	0.03%	5.21%	0.79%	0.22%	27.70%
62	circle fit	1.04%	0.07%	6.83%	2.37%	2.99%	126.35%
	D. log.	0.74%	0.02%	3.32%	1.06%	0.26%	24.83%
64	circle fit	0.83%	0.10%	11.68%	1.18%	0.26%	22.14%
	D. log.	0.78%	0.04%	5.37%	0.98%	0.14%	13.98%
67	circle fit	0.93%	0.07%	7.95%	0.80%	0.02%	1.93%
	D. log.	0.66%	0.01%	1.97%	0.76%	0.01%	1.37%
69	circle fit	0.81%	0.10%	12.54%	1.14%	0.09%	7.95%
	D. log.	0.89%	0.22%	25.05%	1.13%	0.11%	10.06%
92	circle fit	5.57%	6.42%	115.41%	1.40%	0.35%	25.16%
	D. log.	0.73%	0.16%	21.37%	1.12%	0.23%	20.33%
97	circle fit	0.70%	0.04%	5.34%	0.87%	0.12%	14.06%
	D. log.	0.91%	0.10%	11.13%	0.82%	0.11%	13.37%
98	circle fit	0.98%	0.07%	6.64%	1.26%	0.30%	23.47%
	D. log.	0.96%	0.09%	9.74%	1.21%	0.37%	30.26%
103	circle fit	0.47%	0.03%	6.88%	0.66%	0.01%	2.07%
	D. log.	0.43%	0.01%	3.35%	0.65%	0.01%	1.09%
106	circle fit	0.61%	0.03%	5.04%	0.92%	0.18%	19.22%
	D. log.	0.53%	0.01%	0.96%	0.82%	0.09%	10.61%
112	circle fit	0.59%	0.04%	6.30%	1.33%	0.27%	19.99%
	D. log.	0.53%	0.02%	3.45%	1.44%	0.32%	21.87%

Los valores atípicos más extremos los entregó el método del circle fit. A continuación se muestra en la figura C.1 y C.2, a modo de comparación, la gráfica entregada por este método para un valor típico y un valor atípico respectivamente.



**Figura C.1 Gráfico del circle fit para un valor típico.**



**Figura C.2 Gráfico del circle fit para un valor atípico.**

## ANEXO D MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS DATOS ANALIZADOS

Las siguientes tablas muestran los valores de coeficientes de variación y desviación estandar, de los datos analizados una vez excluidos los valores atípicos.

Tabla D1. Medidas de dispersión de las vigas de grado GS.

Grado	C. Fit_b			D. Log_b			C. Fit_h			D. Log_h		
	ξ Promedio	σ	CoV									
GS	0.62%	0.02%	3.61%	0.52%	0.03%	5.07%	1.04%	0.05%	4.79%	0.97%	0.04%	4.51%
GS	0.65%	0.08%	12.89%	0.64%	0.15%	24.35%	1.07%	0.34%	31.48%	1.01%	0.16%	15.77%
GS	0.56%	0.02%	2.78%	0.58%	0.03%	5.58%	0.66%	0.04%	5.63%	0.60%	0.01%	1.63%
GS	0.48%	0.06%	12.34%	0.43%	0.03%	6.31%	0.67%	0.03%	5.15%	0.64%	0.02%	3.79%
GS	0.51%	0.01%	2.82%	0.47%	0.01%	2.93%	0.90%	0.02%	2.26%	0.85%	0.01%	1.26%
GS	0.75%	0.03%	3.45%	0.85%	0.04%	4.28%	0.67%	0.09%	12.97%	0.64%	0.07%	11.60%
GS	0.46%	0.01%	2.34%	0.42%	0.00%	0.61%	0.64%	0.02%	2.83%	0.65%	0.02%	2.91%
GS	0.51%	0.03%	5.93%	0.44%	0.02%	5.63%	0.58%	0.02%	2.58%	0.58%	0.01%	2.01%
GS	0.74%	0.02%	2.35%	0.68%	0.02%	3.25%	0.53%	0.05%	9.10%	0.53%	0.02%	3.42%
GS	0.57%	0.02%	3.57%	0.53%	0.01%	1.73%	0.78%	0.01%	1.86%	0.78%	0.01%	0.81%
GS	0.50%	0.04%	6.94%	0.48%	0.02%	3.10%	0.87%	0.01%	1.47%	0.83%	0.01%	1.49%
GS	0.68%	0.04%	5.22%	0.61%	0.03%	4.73%	0.56%	0.01%	2.49%	0.53%	0.01%	1.36%
GS	0.45%	0.01%	2.00%	0.40%	0.01%	2.14%	0.87%	0.02%	2.00%	0.88%	0.02%	2.12%
GS	0.48%	0.01%	1.62%	0.42%	0.01%	2.32%	0.57%	0.01%	2.31%	0.56%	0.01%	1.88%
<b>Promedio</b>	0.57%	0.03%	4.85%	0.53%	0.03%	5.15%	0.74%	0.05%	6.21%	0.72%	0.03%	3.90%

**Tabla D2. Medidas de dispersión de las vigas de grado G1.**

Grado	C. Fit_b			D. Log_b			C. Fit_h			D. Log_h		
	ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV
G1	0.87%	0.05%	5.85%	0.69%	0.01%	1.86%	0.77%	0.04%	5.66%	0.74%	0.03%	4.18%
G1	0.54%	0.02%	4.23%	0.69%	0.03%	3.97%	0.75%	0.04%	5.06%	0.71%	0.03%	4.55%
G1	0.82%	0.04%	4.96%	0.74%	0.07%	9.94%	0.66%	0.03%	5.21%	0.65%	0.02%	3.25%
G1	0.77%	0.10%	13.29%	0.55%	0.02%	3.55%	0.57%	0.00%	0.45%	0.57%	0.00%	0.00%
G1	0.48%	0.02%	3.35%	0.50%	0.02%	4.66%	0.48%	0.01%	2.08%	0.48%	0.01%	1.23%
G1	0.84%	0.12%	13.84%	0.64%	0.03%	5.22%	0.82%	0.06%	6.87%	0.77%	0.04%	5.35%
G1	0.56%	0.03%	5.54%	0.56%	0.03%	5.54%	0.67%	0.04%	6.10%	0.64%	0.01%	1.85%
G1	0.95%	0.04%	3.78%	0.96%	0.06%	6.50%	1.09%	0.23%	21.50%	0.95%	0.10%	10.32%
G1	0.46%	0.03%	5.70%	0.73%	0.14%	19.47%	0.48%	0.01%	1.33%	0.47%	0.00%	0.75%
G1	0.67%	0.04%	6.47%	0.54%	0.01%	2.49%	0.73%	0.01%	1.77%	0.73%	0.01%	1.34%
G1	1.38%	0.79%	57.46%	0.68%	0.01%	2.12%	0.68%	0.05%	6.81%	0.64%	0.03%	5.13%
G1	1.15%	0.09%	8.05%	0.98%	0.10%	10.28%	0.64%	0.01%	1.34%	0.62%	0.01%	1.09%
G1	0.57%	0.03%	5.50%	0.43%	0.00%	0.60%	0.54%	0.01%	1.82%	0.54%	0.01%	1.10%
G1	0.68%	0.05%	7.06%	0.91%	0.07%	8.06%	0.63%	0.09%	14.18%	0.61%	0.08%	13.66%
G1	0.94%	0.03%	3.17%	0.90%	0.03%	3.14%	0.85%	0.11%	13.54%	0.80%	0.09%	11.23%
G1	0.81%	0.14%	17.68%	0.59%	0.03%	5.31%	0.87%	0.18%	20.93%	0.69%	0.04%	5.44%
G1	1.00%	0.07%	7.20%	0.95%	0.08%	7.95%	0.75%	0.08%	11.29%	0.73%	0.08%	10.64%
<b>Promedio</b>	<b>0.79%</b>	<b>0.10%</b>	<b>10.18%</b>	<b>0.71%</b>	<b>0.04%</b>	<b>5.92%</b>	<b>0.70%</b>	<b>0.06%</b>	<b>7.41%</b>	<b>0.67%</b>	<b>0.03%</b>	<b>4.77%</b>

**Tabla D3. Medidas de dispersión de las vigas de grado G2.**

Grado	C. Fit_b			D. Log_b			C. Fit_h			D. Log_h		
	ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV	ξ Promedio	σ	CoV
G2	1.17%	0.38%	32.47%	0.78%	0.11%	13.73%	0.61%	0.01%	1.94%	0.60%	0.01%	2.08%
G2	0.85%	0.05%	5.94%	0.74%	0.05%	6.45%	0.70%	0.02%	2.60%	0.66%	0.02%	2.34%
G2	0.60%	0.01%	1.88%	0.67%	0.04%	5.91%	1.01%	0.02%	1.71%	0.97%	0.01%	0.77%
G2	0.98%	0.10%	10.46%	0.67%	0.08%	11.31%	0.68%	0.01%	1.41%	0.67%	0.01%	1.05%
G2	0.67%	0.03%	4.36%	0.65%	0.09%	14.33%	0.86%	0.15%	17.66%	0.80%	0.14%	17.19%
G2	0.45%	0.05%	11.14%	0.58%	0.01%	2.31%	0.52%	0.01%	2.45%	0.53%	0.01%	1.41%
G2	1.02%	0.12%	11.72%	0.74%	0.13%	17.53%	0.66%	0.02%	3.50%	0.64%	0.02%	2.51%
G2	0.58%	0.03%	5.04%	0.62%	0.02%	2.93%	0.61%	0.01%	1.18%	0.61%	0.00%	0.68%
G2	0.84%	0.06%	7.63%	0.59%	0.03%	5.21%	0.84%	0.26%	30.76%	0.79%	0.22%	27.70%
G2	0.83%	0.10%	11.68%	0.78%	0.04%	5.37%	1.18%	0.26%	22.14%	0.98%	0.14%	13.98%
G2	0.93%	0.07%	7.95%	0.66%	0.01%	1.97%	0.80%	0.02%	1.93%	0.76%	0.01%	1.37%
G2	0.81%	0.10%	12.54%	0.89%	0.22%	25.05%	1.14%	0.09%	7.95%	1.13%	0.11%	10.06%
G2	0.70%	0.04%	5.34%	0.91%	0.10%	11.13%	0.87%	0.12%	14.06%	0.82%	0.11%	13.37%
G2	0.98%	0.07%	6.64%	0.96%	0.09%	9.74%	1.26%	0.30%	23.47%	1.21%	0.37%	30.26%
G2	0.47%	0.03%	6.88%	0.43%	0.01%	3.35%	0.66%	0.01%	2.07%	0.65%	0.01%	1.09%
G2	0.61%	0.03%	5.04%	0.53%	0.01%	0.96%	0.92%	0.18%	19.22%	0.82%	0.09%	10.61%
G2	0.59%	0.04%	6.30%	0.53%	0.02%	3.45%	1.33%	0.27%	19.99%	1.44%	0.32%	21.87%
<b>Promedio</b>	<b>0.77%</b>	<b>0.08%</b>	<b>9.00%</b>	<b>0.69%</b>	<b>0.06%</b>	<b>8.28%</b>	<b>0.86%</b>	<b>0.10%</b>	<b>10.24%</b>	<b>0.83%</b>	<b>0.09%</b>	<b>9.31%</b>

La tabla D4 muestra los valores promedio de razón de amortiguamiento de los datos analizados (sin valores atípicos). Además las tablas D5 y D6 resumen los valores promedio de desviación estandar y coeficiente de variación respectivamente.

**Tabla D4. Valores promedio de razón de amortiguamiento.**

Grado	Valores Promedio de $\xi$			
	C. Fit_b	D. Log._b	C. Fit_h	D. Log._h
GS	0.57%	0.53%	0.74%	0.72%
G1	0.79%	0.71%	0.70%	0.67%
G2	0.77%	0.69%	0.86%	0.83%

**Tabla D5. Valores promedio de desviación estandar.**

Grado	$\sigma$ Promedio			
	C. Fit_b	D. Log._b	C. Fit_h	D. Log._h
GS	0.03%	0.03%	0.05%	0.03%
G1	0.10%	0.04%	0.06%	0.03%
G2	0.08%	0.06%	0.10%	0.09%
Promedio	0.07%	0.05%	0.07%	0.05%

**Tabla D6. Valores promedio de coeficiente de variación.**

Grado	CoV Promedio			
	C. Fit_b	D. Log._b	C. Fit_h	D. Log._h
GS	4.85%	5.15%	6.21%	3.90%
G1	10.18%	5.92%	7.41%	4.77%
G2	9.00%	8.28%	10.24%	9.31%
Promedio	8.01%	6.45%	7.95%	5.99%