



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES.
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CAMPUS LA CASTILLA.

INFLUENCIA DE LOS MÉTODOS DE ENSEÑANZA EN EL LOGRO DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS

AUTORAS: KATHERINE SAN JUAN Y ABIGAIL UMANZOR HERNÁNDEZ.
PROFESOR GUÍA: SR. DANIEL TELLO.

SEMINARIO PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESOR DE ENSEÑANZA MEDIA EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

Chillán, 2014

Dedicatoria y Agradecimientos

Dedico este trabajo principalmente a Dios, por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional. A mi madre, por ser el pilar más importante, por demostrarme siempre su cariño y apoyo incondicional. A mi mamá Rosa por ser la mujer más tierna de este mundo, la que siempre ve por mí en lo personal como en lo profesional. A mi familia en general, porque me han brindado su apoyo incondicional y por compartir conmigo buenos y malos momentos. A mi amiga Abigail que gracias al equipo que formamos logramos llegar hasta el final del camino y por la calidad humana que me ha demostrado con su amistad. A mis amigas Ana, Vanessa, Ángela y Daniela que fueron parte de esta etapa brindándome todo su apoyo.

Katherine San Juan Orellana.

Agradezco a Dios por ayudarme siempre, a mi Papá, Mamá y hermanos por su apoyo y motivación constante, por sus consejos y palabras de aliento en los momentos de desilusión, por ayudarme, protegerme y especialmente por confiar en mí. A mi amiga y compañera de trabajo Katherine por brindarme tu apoyo, comprensión y ser alguien en quien confiar y con quien divertirme. También agradecer a mis compañeros, amigos y a todas esas personas que de una u otra forma me han acompañado en esta etapa. ☺

Abigail Umanzor Hernández

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	5
I CAPÍTULO: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	6
1.1 Problematización	7
1.2 Objetivos de la Investigación	9
1.2.1 Objetivos Generales	9
1.2.1 Objetivos Específicos	9
1.3 Hipótesis.....	10
II CAPÍTULO: MARCO TEÓRICO	11
2.1 Habilidades Matemáticas	12
2.2 Métodos de enseñanza.....	16
2.2.1 Pasivos.....	16
2.2.2 Activos.....	18
2.2.3 Influencia del método de enseñanza del profesor en el logro de las habilidades matemáticas de los estudiantes de enseñanza media	27
2.2.4 Resumen Marco Teórico	28
III CAPÍTULO: DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN	30
3.1 Diseño investigación	31
3.2 Instrumentos	31
3.3 Técnicas y procedimiento de análisis de datos	32
3.4 Población y Muestra.....	32
3.4.1 Población	32
3.4.2 Muestra	32
3.5 Descripción de la Muestra.....	33

3.6 Procedimiento.....	33
IV CAPÍTULO: RESULTADOS.....	35
4.1 Resultados descriptivos	36
4.1.1 Resultados pauta de observación	36
4.1.2 Resultados Prueba de Habilidades	37
4.2 Estadística Inferencial	38
4.2.1 Resultado de habilidades según genero del profesor	38
4.2.2 Resultados de habilidades según edad del profesor	39
4.2.3 Resultados de Habilidades según años de experiencia del profesor	41
4.2.4 Resultados de Habilidades según método de enseñanza del profesor	43
V CAPÍTULO: CONCLUSIONES.....	48
5.1 Conclusiones	49
5.2 Proyecciones del estudio	51
REFERENCIAS.....	52
ANEXOS	54
Anexo 1: Prueba de habilidades matemáticas	55
Anexo 2: Pauta de Observación	58
Anexo 3: Carta de Presentación	61
Anexo 4: Muestra pauta de observación	62
Anexo 5: Muestra prueba de habilidades matemáticas	68

INTRODUCCIÓN

Los métodos de enseñanza son los mecanismos más dinámicos del proceso de enseñanza-aprendizaje, dado que están basados en las acciones que realizan los profesores y estudiantes, que a su vez comprenden una serie de operaciones dirigida a lograr habilidades matemáticas. También es importante reconocer el rol determinante del docente en la identificación, la planificación y la instrumentación de estrategias docentes adecuadas para lograr la formación de los estudiantes.

La educación en Chile está centrada en el individuo que aprende, lo cual enfoca la enseñanza como un proceso de orientación del aprendizaje. Con las nuevas bases curriculares actualizadas se plantean habilidades matemáticas que los alumnos deben desarrollar y que no solo aprendan contenidos, se busca que los alumnos formen valores y consigan estrategias, para que puedan actuar de manera independiente, comprometida y creadora, para resolver problemas a los que deberá enfrentar tanto en la vida diaria como en su futuro personal y profesional.

La estrategia docente es primordial, ya que dependiendo de los métodos que utilice el docente deben propiciar un aprendizaje intencional, consciente, reflexivo y autorregulado, regido por los objetivos propuestos por él mismo, como resultado del vínculo existente entre lo afectivo y lo cognitivo, y de las relaciones sociales y la comunicación.

Hoy en día existen más herramientas propias de estas generaciones, como las TICS, un material necesario y que sirve para motivar a los alumnos y desarrollar sus habilidades a partir de sus estilos y nuevas formas de aprender, siendo un método satisfactorio.

Para lograr las habilidades matemáticas es necesario que el profesor aplique diversas metodologías al momento de enseñar sus contenidos. Nuestra investigación se apega a la utilización de métodos activos de enseñanza, donde el profesor favorece que el estudiante asuma protagonismo en su aprendizaje mediante su participación responsable, la reflexión en la resolución de problemas en condiciones reales y no reales, el trabajo en grupo y la actividad creativa.

En la última actualización de las bases curriculares, se hace énfasis a las habilidades matemáticas, en cómo lograr éstas y una manera es a través de trabajos grupales y mediante la resolución de problemas, es por esto que nuestra investigación estudia los efectos de la aplicación de métodos activos para poder obtener el logro de las habilidades matemáticas.

I CAPÍTULO: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Problemática

Hoy en día la matemática es esencial para el desarrollo integral de los estudiantes, ya que, entre otras cosas, sirve para desarrollar la capacidad de razonamiento y habilidades como argumentar, representar, modelar, etc.

Para el logro de las habilidades es primordial el aprendizaje por parte del alumno, donde esto depende de la estrategia de enseñanza utilizada por el profesor. Es por esto que es fundamental la metodología que emplee el docente al momento de entregar los contenidos. El profesor debe poseer numerosas estrategias o métodos de enseñanza, conociendo qué función tienen y cómo pueden utilizarse o desarrollarse apropiadamente para obtener mayores logros en el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo el problema es que los profesores no emplean un método que motive a los estudiantes, llevando a estos a una mecanización en la forma de aprender un contenido.

Los métodos o estrategias de enseñanza desempeñan un papel fundamental para garantizar el cumplimiento de los objetivos propuestos, mediante la utilización de métodos y formas de organización que optimicen tiempo y recursos.

Según Rosell y Paneque (2009)

“Los métodos de enseñanza son los componentes más dinámicos del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues están basados en las acciones que realizan los profesores y estudiantes, las que a su vez comprende una serie de operaciones dirigida a lograr los objetivos propuestos en este proceso”(p.1).

Entre los métodos de enseñanza se encuentran los métodos activos. De acuerdo a Blanco M, Valdés, Rodríguez, blanco O (2013), los métodos de enseñanza se consideran como activos cuando la actividad que realiza el profesor ayuda a que el alumno tome un cierto protagonismo en su aprendizaje, mediante una participación comprometida, la reflexión en la resolución de problemas en situaciones reales y no reales, el trabajo grupal y la actividad creativa.

De acuerdo a lo mencionado por Brunetti, et al, (2008) los métodos activos (participativos) como estrategia de enseñanza-aprendizaje, buscan lograr buenos resultados en el rendimiento del alumno que no son accesibles con los denominados métodos tradicionales, sino que aplicando métodos que son reconocidos como un

preciado recurso didáctico, caracterizados por la comunicación unidireccional del docente a los estudiantes.

Entre algunos otros métodos podemos encontrar una metodología expositiva, bajo los términos del aprendizaje significativo que plantea Ausubel (1976), esta enseñanza se basa en el aprendizaje por asimilación. Por su parte, Nérici (1982) plantea el método demostrativo de enseñanza y lo asocia a desarrollar estrategias inclinadas a comprobar lo que se está enseñando. Por su parte Bruner (1979), nos habla de la enseñanza por descubrimiento, la cual considera importante que el alumno sea capaz de aplicar sus aprendizajes a situaciones nuevas, previo a la estructuración y organización personal del conocimiento.

El aprendizaje depende del método que utilice el profesor, dado que hay métodos que favorecen el aprendizaje y otros que no. De acuerdo a Prieto, (2014) podemos incorporar el aprendizaje activo a nuestra docencia de una manera progresiva a través de la siguiente secuencia:

“1. Empezando con estrategias de bajo riesgo. Insertando actividades cortas de aprendizaje activo en nuestras clases y prácticas, 2. Posteriormente vamos expandiendo el rango de experiencias de aprendizaje que creamos para nuestros alumnos. 3. Finalmente seremos capaces de crear una asignatura en la que el aprendizaje activo es la filosofía didáctica para el desarrollo de competencias” (p.1).

A través de los métodos de enseñanza activos se busca favorecer el desarrollo de cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos (MINEDUC, 2013).

De acuerdo a esta investigación el aprendizaje es mejor con métodos activos, ya que ayuda al aprendizaje del alumno, con el fin del motivarlo y así éste se interese por la matemática. A través de esta metodología no sólo se pone en práctica la capacidad del estudiante para trabajar en grupo, sino que también se pueden evaluar determinados parámetros de análisis del aprendizaje que con el método docente tradicional no podrían ser observados ni valorados.

Algunos parámetros que se potencian por medio de métodos activos de enseñanza

son; -la responsabilidad de cada alumno, a la hora del compromiso establecido dentro del grupo, -habilidades de comunicación, capacidad de crear una retroalimentación dentro del grupo, -Capacidad para valorar la información recogida, saber relacionarla, elaborarla y aplicarla a cada caso. – Capacidad de realizar una autoevaluación sobre su desempeño en las actividades grupales, como también el desempeño del compañero en el equipo de trabajo, - Capacidad de cada componente de evaluar, en conjunto, el desarrollo grupal dentro de cada tutoría y a lo largo de cada caso, elaborando un discurso consecuente con el proceder individual y grupal.

Esta investigación quiere colaborar en esta línea, donde su propósito es analizar esto en la práctica para verificar que un método de enseñanza activo influye positivamente en el logro de habilidades matemáticas.

Nuestra investigación está enfocada a los docentes, con el fin de ayudarlos para que estos apliquen un método de enseñanza activo, aumentando el logro de las habilidades matemáticas por parte de los alumnos. Además, es un método que puede ser utilizado por los profesores en la mayor parte de los contenidos académicos

Nuestra pregunta de investigación es:

¿Cuánto influyen los métodos de enseñanza en el logro de las habilidades matemáticas?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Analizar las influencias de los métodos activos de enseñanza y la enseñanza tradicional, a través del logro de las habilidades matemáticas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar los tipos de metodologías implementadas por los profesores de Educación Matemática de enseñanza media al momento de desarrollar sus clases.
- Verificar si la metodología utilizada por el profesor ayuda al logro de las habilidades matemáticas.
- Comparar los tipos de Metodologías aplicadas por los profesores (Método activo y

Método tradicional), a través del logro de las habilidades matemáticas.

1.3 Hipótesis

Los estudiantes que reciben enseñanza por medio de métodos activos tienen mayores logros de las habilidades matemáticas (Resolver problemas, Representar, Modelar, Argumentar y Comunicar), que estudiantes que reciben enseñanza por medio de método Pasivo (el profesor es el que distribuye el conocimiento y ve al alumno como un vaso vacío).

II CAPÍTULO: MARCO TEÓRICO

La actualización de las bases curriculares 2013, plantea una educación en la cual el estudiante desarrolle habilidades matemáticas, con el objetivo que éste vea una cercanía con esta área de estudio. Asimismo se busca que el alumno modele e intérprete los datos a un lenguaje cotidiano, para luego llevarlo a un lenguaje matemático, se pretende que el alumno comprenda, comunique y argumente problemas matemáticos.

Para lograr estas habilidades matemáticas el docente juega un rol importante, ya que, dependiendo del método de enseñanza que emplee existirá un logro satisfactorio de estas habilidades por parte de los alumnos. En los métodos de enseñanza se encuentran los métodos pasivos y activos, los cuales se diferencian en la interacción dentro del aula entre profesor-alumno.

Los conceptos que se tratarán en esta investigación aluden a las categorías definidas a priori en el presente estudio.

2.1 Habilidades Matemáticas

El Ministerio de Educación en las bases curriculares de enseñanza media de educación matemática (2013) se enfoca en el logro de las habilidades donde destaca, “El papel de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar las habilidades que generan el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos.” (P. 105)

Nuestro curriculum nacional menciona cuatro habilidades 1.- *Resolver Problemas* (busca que los alumnos descubran la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana), 2.- *Representar* (traducir situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o matemático), 3.- *Modelar* (capturar los patrones clave y expresar mediante símbolos matemáticos.) 4.- *Argumentar y comunicar* (desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos y expresar ideas con claridad). Estas habilidades se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas, conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos.

Según MINEDUC (2013), en la organización curricular se desarrollan cuatro habilidades:

2.1.1.- **Resolver Problemas**

“Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. Para ello, necesita usar estrategias, comprobar y comunicar: los alumnos experimentan, escogen o inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, usar metáforas o algún tipo de representación, modelar, simulación, transferencia desde problemas similares ya resueltos, por descomposición, etc.), comparan diferentes vías de solución, y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia.” (p.107)

A través de la resolución de problemas se pretende que el estudiante fomente el pensamiento reflexivo, crítico y creativo. Esta habilidad busca que los alumnos desarrollen problemas tanto rutinarios como no rutinarios. Cabe destacar la importancia de que los alumnos sean capaces de plantearse problemas y hacerse preguntas, lo que conlleva a la búsqueda creativa de soluciones.

De acuerdo a las bases curriculares (2013), la finalidad de esta habilidad:

“Es comprender la clase como un lugar donde se entrelazan la creatividad y la curiosidad del estudiante, donde se pueden formular nuevas preguntas y generar situaciones de interés personal en el marco de proyectos. Específicamente, se espera que el alumno logre plantearse nuevos problemas y resolverlos, utilizando conocimientos previos e investigando sobre lo que desconoce, pero que es necesario para llegar a la resolución.”(p.107)

2.1.2.- **Representar**

En matemática es necesario que el estudiante conozca un lenguaje simbólico (abstracto). Esta habilidad se enfoca en que el alumno transite fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para así avanzar hacia un lenguaje simbólico.

Las representaciones dan al alumno la posibilidad de construir sus propios conceptos matemáticos, haciéndola más accesible para todos y haciéndola más cercana a la vida y a la experiencia de todos, de esta manera se busca ampliar el número de alumnos que entiendan y aprenden matemática, de esta manera se busca que el alumno logre un aprendizaje significativo y desarrolle su capacidad de pensar matemáticamente.

Según Bases curriculares (2013),

“Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje entre ellas, permite relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico); potenciar la comprensión, memorización y explicación de las operaciones relaciones y conceptos matemáticos; y brindarle a las expresiones matemáticas un significado cercano.”
(p.108)

En conclusión con el logro de esta habilidad se espera que los jóvenes extraigan información desde el entorno y elijan diversas maneras de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.), de acuerdo a la actividad o la situación; que usen e interpreten representaciones concretas, pictóricas y/ o simbólicas para resolver problemas; y que identifiquen la validez y las limitaciones de esas representaciones según el contexto.

2.1.3.- **Modelar**

Según Bases curriculares (2013),

“Se considera que modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones.”(p.108)

A través de esta habilidad los alumnos aprender diversas manera para representar datos, aplicar y a seleccionar los métodos matemáticos adecuados y las herramientas necesarias para resolver problemas, lo cual ayuda, ya que las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellos.

Al modelar, los estudiantes descubren regularidades o patrones y son capaces de expresar los contenidos, ya sea con sus propias palabras o con un lenguaje más formal.

Esta habilidad aporta hacia al estudiante, pues les ayuda a desarrollar la creatividad, la capacidad de razonamiento, de resolución de problemas, y puedan encontrar soluciones que pueden llevar a otros contextos. Se espera que el estudiante seleccione, use y ajuste modelos, para luego aplicarlos al momentos de resolver problemas, y poder llevarlos a un lenguaje más cercano, para que así entienda.

Los alumnos pueden aplicar esta habilidad en diversos ámbitos y contextos que involucren operaciones matemáticas con números reales y/o con expresiones algebraicas, análisis de datos, probabilidad de ocurrencia de eventos y sistemas geométricos. También al usar metáforas de experiencias que sean cercanas a la vida cotidiana de los estudiantes, para que así éstos comprendan los conocimientos matemáticos. Las ventajas al utilizar metáforas son: potenciar la comprensión, memorización, explicación de conceptos matemáticos, relacionar experiencias personales con el conocimiento formal y brindar a las expresiones matemáticas un significado cercano.

2.1.4.- **Argumentar y comunicar**

Según bases curriculares (2013) “La habilidad de argumentar se desarrolla principalmente al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos”(p.108). Es elemental que los alumnos aprendan a comunicar sus ideas, para lo cual deben describir, explicar, argumentar y discutir sus soluciones a nivel de grupo y sus deducciones a diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. De esta manera los alumnos aprenderán a definir conceptos, podrán expresar sus ideas, utilizando metáforas y representaciones.

En la enseñanza media se busca que los alumnos vean la diferencia entre una argumentación intuitiva y una argumentación matemática y que sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas, así los estudiantes podrán plantear conjeturas, hipótesis, ejemplos y afirmaciones condicionadas. A través de una buena comunicación se espera que sean capaces de expresar sus conclusiones tanto correctas como erróneas o absurdas, teniendo una base para poder defender o argumentar sus conclusiones.

Esta habilidad sirve de apoyo para que el alumno por medio de diferentes representaciones pictóricas y con explicaciones propias desde sus perspectivas, pueda llegar a un lenguaje matemático.

Al practicar la habilidad de argumentar y comunicar, se fomenta el trabajo en equipo, para la discusión de las soluciones, donde se da un ambiente colaborativo, también estimula la capacidad de escuchar otras ideas y aceptarlas o debatirlas.

2.2 Métodos de enseñanza

Los métodos de enseñanza son uno de los elementos más dinámicos del proceso de enseñanza-aprendizaje, dado que intervienen tanto profesores como estudiantes, los que a su vez ejercen acciones para lograr los objetivos propuestos.

Si miramos la etimología de la palabra método veremos que viene del latín *methodus* que significa “camino a seguir”, con lo cual podemos decir que es ordenar una actividad para lograr un objetivo determinado. Al aplicar un método o estrategia de enseñanza hay que tener presente el objetivo y priorizar los métodos que facilitan el logro de las habilidades por parte de los estudiantes. Estos métodos son muy variados y dependen de cada profesor.

Los métodos de enseñanza pueden clasificarse, sin embargo no se ha llegado a un consenso para establecer método de enseñanza universal, pues existen diferentes criterios y no hay uno que sea aceptado por todos.

2.2.1 Pasivos

Los métodos pasivos se distinguen por la participación pasiva del estudiante, es decir, el profesor es el distribuidor del conocimiento, además se enfatiza en la memoria, práctica y repetición, poca importancia a la expresión creativa y enseñanza limitada en la clase. Un ejemplo de método de enseñanza pasivo es el método reproductivo que “provee al estudiante de un modelo, una secuencia de acciones o un algoritmo, para resolver situaciones con idénticas o similares condiciones” (Seijo, Iglesias, Hernández e Hidalgo, 2010, p. 7).

De acuerdo a Albán (2010) el método tradicionalista:

Se considera de *transmisión* y concibe la enseñanza como una actividad artesanal y al docente como un artesano, donde su función es explicar claramente y

exponer de manera progresiva, si aparecen errores es culpa del alumno por no adoptar la actitud esperada; además, el alumno es visto como una página en blanco, un vaso vacío o una alcancía que hay que llenar. (p. 35)

En general, este método ve al alumno como un receptor de conocimiento, asimismo se desconoce la comprensión y el proceso de darle sentido a los contenidos matemáticos.

En este método de enseñanza, generalmente los docentes ven el error como un disfuncionamiento del saber del alumno, que un buen aprendizaje le permitiría evitar. Para los alumnos el error es sinónimo de fracaso. Este sentimiento se refuerza con una carga afectiva cuando se designa el error como una falta.

La actitud que toma el profesor frente el error está vinculada a las concepciones de aprendizaje que ellos toman como referencia según Bouvret L, se pueden apreciar dos concepciones:

- *Concepción de la cabeza vacía*, el error es un signo de trabajo insuficiente del alumno que no ha sabido registrar un saber suficiente para permitirle evitar este error. Para muchos docentes, su rol como profesor es vaciar y transmitir conocimientos a los estudiantes, entonces es "verter" en esta cabeza vacía. Una de las maneras es luego es aprender las lecciones de memoria.

- *Concepción "pequeños peldaños"*, este diseño es influido por el behaviorismo (conductismo). La corriente behaviorista dio origen a diseños pedagógicos donde se encuentra el siguiente hilo conductor: la prueba del éxito de una tarea compleja (llamado estado final) muestra la necesidad de éxito previo de una tarea más simple, al suponer en esta última el éxito de una tarea más simple, así sucesivamente hasta que se obtenga una tarea reconocida accesible (llamado estado inicial) por el alumno.

Esta concepción directamente se deriva de esta corriente behaviorista, ya que reposa en la siguiente idea: para hacer pasarle al alumno de un nivel de conocimiento a otro, basta con acondicionarle un cierto número de etapas intermediarias. El error debe ser evitado, pero si se produce, la causa no son los conocimientos de los alumnos, sino la "progresión" propuesta: uno de los peldaños ha quedado demasiado alto.

Así en la enseñanza tradicional, hay que suprimir el error a cualquier precio, para eso el profesor advierte a los alumnos, explica abundantemente y reexplica los contenidos.

2.2.2 Activos

Los métodos activos de caracterizan por la participación activa de los estudiantes, asimismo incluye materias integradas, énfasis sobre el trabajo en equipo, la enseñanza no se limita a la clase, predominio de técnicas de descubrimiento en el aprender.

Para García, Trujillo y Pérez (2010) la enseñanza de hoy en día acentúa la utilización de los métodos activos de enseñanza que transforman a los estudiantes en actores directos del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que, favorecen la investigación por sí mismos comenzando de sus propias necesidades, intereses o curiosidades; estos métodos además promueven la actividad productiva, contribuyen a resolver situaciones problemáticas en la actividad práctica y propician el trabajo independiente.

Al revisar la literatura relacionada con los métodos que cuentan con las características de métodos activos de enseñanza, podemos encontrar diversas y numerosas estrategias de acuerdo al criterio de cada autor.

Entre los métodos de enseñanza tenemos la metodología expositiva, en la cual Ausubel (1976) bajo los términos del aprendizaje significativo, plantea que la enseñanza se basa en el aprendizaje por asimilación, En este tipo de enseñanza Ausubel (1976) señala que cuando el alumno incorpora nueva información a las estructuras internas de conocimiento que ya posee, este nuevo material adquiere significado para el estudiante a partir de su relación con conocimientos anteriores. "Averiguar lo que el alumno sabe significa identificar los conceptos relevantes que posee el alumno y hasta qué punto los tiene diferenciados; esto es identificar su Estructura Cognitiva, lo que no es tarea sencilla" (Soler, Álvarez, García, Hernández, Ordóñez, Albuerno & Cadrecha, 1990, p.48).

Por otro lado, Nérci (1982) plantea el **método demostrativo** de enseñanza y lo asocia a desarrollar estrategias inclinadas a comprobar lo que se está enseñando. Asimismo, Bandura (1990) señala que el aprendizaje se da en una interacción entre determinantes cognoscitivos, actitudinales y ambientales. Es así, entonces que en el método demostrativo, es posible hallar una conexión entre el modelamiento, la observación y la demostración.

Bruner (1979), nos habla de la enseñanza por descubrimiento, la cual considera relevante que el estudiante sea capaz de aplicar su conocimiento a situaciones nuevas, previo a la estructuración y organización individual del conocimiento, es decir, el alumno debe construir su conocimiento descubriéndolo y ordenarlo de acuerdo a su estructura

cognitiva. Para este autor el aprendizaje más significativo es aquel desarrollado por medio del descubrimiento, dado que se vuelve más útil, cercano y efectivo para el estudiante.

El interés creciente por obtener mejores rendimientos en los alumnos ha llevado a la sistematización de nuevos métodos, como aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en problemas, estudio de casos, la problematización y la elaboración de proyectos.

Todos estos métodos corresponden enfáticamente a una orientación de construcción activa y participativa del conocimiento, pero pueden incluir instantes de instrucción, dentro de una estrategia de enseñanza global que ejecuten los docentes. Como todo proceso de enseñanza, estos métodos incluyen el desarrollo de habilidades y la transmisión de conocimientos.

2.2.2.1 Aprendizaje cooperativo

Los métodos de aprendizaje cooperativo es donde los estudiantes trabajan juntos para aprender y son responsables del aprendizaje de sus compañeros tanto como de su propio aprendizaje. Todo esto conlleva una mayor participación por parte del alumno durante la clase, ya que el profesor, junto con preparar la actividad, durante la clase sólo informa las indicaciones y sus objetivos.

"El aprendizaje cooperativo es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce en la interrelación" (Johnson & Johnson, 1991, citado en Guerra, 2014).

Para lograr esta meta, Kagan recomienda poner atención en la planificación, tomar en cuenta las habilidades y el conocimiento de los efectos de la dinámica de grupo. "El aprendizaje cooperativo se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje" (Kagan, 1994, citado en Guerra, 2014).

En este tipo de aprendizaje se busca que los estudiantes trabajen de forma conjunta llegando a metas comunes, esta acotación es necesaria a la confusión que suele reinar entre los planteamientos y supuestos del trabajo en grupo y del aprendizaje cooperativo

Los conceptos claves en éste método activo es la dimensión social del aprendizaje y a su vez en ella, el valor de la relación entre iguales, Autores como Gay y GroszNgate (1994) resaltan la relación simétrica constituida entre iguales en contraposición a la idea de que el profesor sea el eje:

"En el aprendizaje cooperativo, el profesor no es el punto focal de la interacción. Los

profesores pueden proveer guía y asesorar tanto como se necesite, pero los estudiantes también aprenderán a través de la interacción e intercambio con sus pares. Ellos empiezan a ser sensibles a los puntos de vista de los demás y aprender a explicar y/o modificar sus propias perspectivas".

Estos autores descartan la idea que es necesario seguir las instrucciones de alguien más competente, como el profesor, sino que es a su vez la interacción con sus compañeros les ayuda a adquirir un nuevo conocimiento.

Para formar un escenario cooperativo en una clase debe darse un modelo de interacción dinámico, que origine a partir de procesos de comunicación y de relación entre pares, la elaboración del conocimiento entre los alumnos. Martí (1997) apunta 4 distintas pautas de interacción, las cuales no son excluyentes entre sí; primero cuando el otro se toma como referencia (se toman como ejemplo ideas de sus compañeros para reelaborar una respuesta final), segundo cuando se enfrentan distintos puntos de vista (se basa en la interacción y confrontación de puntos de vista), tercero cuando se distribuyen los roles (consiste en repartir la carga cognitiva y afectiva que supone resolver una tarea que requiere esfuerzo) y cuarta cuando se comparte para avanzar (se adopta una organización en conjunto para llegar a una solución final).

Entre las capacidades que se educan con el aprendizaje cooperativo, según Concejo Educativo de Castilla y León (2005), citado en UNADISTA, 2014 se han seleccionado tres:

Las capacidades que se educan con el aprendizaje cooperativo	
Autonomía individual y de grupo	Consiste en saber planificar, resolver dificultades con un buen grado de autonomía individualmente y en grupo, asumir las responsabilidades individuales dentro de grupo y las colectivas del grupo como tal, coordinar o colaborar en la coordinación del grupo (relación y cooperación, cooperación recíproca, participación, intervención adecuada dentro del grupo).
Cumplimiento de compromisos	Responsabilidad en la tarea (compromiso y esfuerzo). Cumplir compromisos.

<p>Actitud de comunicación</p>	<p>Escuchar, respetar la opinión del grupo, mostrar tolerancia y capacidad de comunicación (visionar e interpretar – saber manejar la información, saber utilizar la expresión comunicativa y emocional)</p>
---------------------------------------	--

Sin duda en el aprendizaje cooperativo, se produce una mayor participación por parte del alumno, algo que se aleja de la educación tradicional donde el docente ha estado consignado a ser el único responsable del aprendizaje de los alumnos, definiendo los objetivos del aprendizaje, diseñando las tareas de aprendizaje y evaluando lo que han aprendido los alumnos.

Hoy en día muchas investigaciones giran en torno a método de aprendizaje cooperativo, como un método para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje dentro de la sala de clase, pero no se da énfasis al cambio de roles de los estudiantes como del docente, ya que los alumnos tendrán un rol más destacado durante el desarrollo de la clase.

2.2.2.2 Aprendizaje basado en problemas (ABP)

La creación de entornos y experiencias propicias que permitan a los estudiantes enfrentar con éxito los problemas relevantes que se les presenten son de vital importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según Torp y Sage (1998) las personas cuando recuerdan ocasiones en las que aprendieron algo relevante es en situaciones de la vida donde tuvieron que enfrentar problemas reales, significativos y complejos y por lo general, no contextos escolares formales.

Los verdaderos problemas se alejan de los típicos ejercicios de mecanización, sino que promueven el razonamiento, la identificación y utilización de información relevante, la toma de decisiones frente a diferentes caminos o posibles soluciones y suscitan el pensamiento crítico y reflexivo (Días, 2005).

El aprendizaje basado en problemas podríamos decir que se trata de una forma de enseñanza-aprendizaje con base constructivista, dado que los alumnos abordan un problema recogido de la vida real y proponen soluciones para su resolución, con el fin de construir un aprendizaje y/o conocimiento. En éste método el alumno es el protagonista, quien es guiado por el profesor para lograr la construcción de un conocimiento. En este sentido Paineán, Aliaga y Torres (2012) dicen que el profesor “es clave en este proceso:

debe adecuarse a las condiciones del grupo, orientar la investigación, estimular el pensamiento del equipo a través de preguntas que iluminen las vías de acceso”. Además Paineán, et al (2012) plantean que el docente debe dejar de lado su papel de ser fuente de información, para convertirse en un intermediario entre la información disponible, el conocimiento de los estudiantes y la naturaleza del problema que se afronta. Sin embargo, para muchos profesores es un desafío desempeñar el rol de facilitadores, pues temen que haya una pérdida de control y poder (Savin-Baden, 2003).

Al comienzo de la enseñanza por medio del aprendizaje basado en problemas, no debe esperarse que el estudiante esté capacitado para resolver problemas, dado que sus conocimientos previos no son suficientes para hacer esto. Branda (2009) menciona que las situaciones/problema que se le muestran a los alumnos van destinadas a adquirir conocimientos, y no necesariamente se espera que los problemas sean resueltos, sino que el estudiante sea capaz de sintetizar y ordenar la información en una posible hipótesis, para finalmente a partir de lo aprendido, logre identificar los principios que puedan aplicarse a otras situaciones y problemas similares.

Dentro de los fundamentos del aprendizaje basado en problemas es que este se da dentro de un contexto determinado, el cual facilita utilizar el conocimiento y el procesamiento de la información. Asimismo este proceso se inicia con la activación de los conocimientos previos y termina con la construcción de un conocimiento propio por parte del estudiante. (Schmith, 1983).

De acuerdo a Iglesias, 2002 (citado en Fernández y Duarte (2013) la enseñanza por medio del aprendizaje basado en problema, parte de la base que en cada experiencia de aprendizaje el alumno adquiere conocimientos, activando los conocimientos que ya posee y dando oportunidad de incorporar conocimientos nuevos.

Si contrastamos este método de enseñanza (ABP) con métodos más tradicionales podemos notar que en los tradicionales primero se expone la información necesaria para resolver el problema y después se busca su aplicación, mientras que en el caso de ABP, primero se presenta un problema, se busca la información necesaria para resolverlo y finalmente se llega a la construcción de un conocimiento.

El aprendizaje basado en problemas es un método de enseñanza que se caracteriza por la utilización de problemas de la vida real, creados como contextos en los que los alumnos desarrollan su capacidad crítica y de resolución de problemas. Además adquieren los conceptos esenciales de un determinado ámbito de conocimiento. (Fernández y Duarte,

2013).

Por otro lado, el ABP permite que el conocimiento de diversas disciplinas se una para entregar solución al problema sobre el cual se está trabajando, de tal manera que el aprendizaje sea de forma integral, completa y dinámica y no fragmentada. (Fernández y Duarte, 2013)

La evaluación del aprendizaje basado en problemas se basa principalmente en lo observado durante las clases, pues la observación permite identificar fortalezas y áreas que se deben corregir. Este proceso se lleva a cabo en una clase previamente asignada y siguiendo criterios o pautas establecidas previamente (Branda, 2009).

Por otro lado, Branda (2009) también plantea que al término del análisis del problema, los estudiantes deben identificar que han aprendido, respondiendo preguntas como:

- ¿Qué cosas nuevas aprendí al trabajar con el problema?
- ¿Cómo se relaciona el nuevo aprendizaje con el contenido previo?
- ¿Cómo se relaciona el nuevo aprendizaje con los objetivos de aprendizaje?
- ¿Qué de lo aprendido me ayudará en situaciones similares en el futuro?

En síntesis, el aprendizaje basado en problemas permite al estudiante un acercamiento a la realidad y el aprendizaje de forma autónoma, mientras que el profesor asume un rol de facilitador del conocimiento. Si bien ningún método reemplaza al docente, el ABP le da la oportunidad de tomar un papel creativo, distinto al del profesor tradicional, siendo constructores del conocimiento.

2.2.2.3 Estudio de casos

El aprendizaje basado en estudio de casos o método de casos, es una técnica de aprendizaje de método activo, centrada en la búsqueda sobre un problema real y específico que ayuda al estudiante a conseguir la base para un estudio inductivo, capaz de conocer, comprender y analizar todo el contexto que interviene en el caso.

El enfoque principal del aprendizaje basado en casos está en los estudiantes y en sus perspectivas de desarrollo y en las habilidades de análisis, evaluación y solución de problemas. Este método no trata de encontrar una respuesta correcta sino de explorar en una situación y utilizar hechos disponibles y habilidades analíticas para tomar decisiones razonables en un curso de acción.

Éste método es una forma natural de aprender alrededor de situaciones realistas. Es

decir, aunque puedan ser presentadas a los alumnos en “formato de papel escrito”, las situaciones que se presenten deberán ser muy próximas a situaciones reales.

Según Davini, 1998; “El estudio de casos constituye una metodología para el análisis-interpretación –acción en torno a situaciones reales o con gran similitud con la realidad”. Provocando de este modo el interés de los estudiantes, generando un debate e intercambio de ideas con el grupo y facilitando la comprensión de las situaciones y de las alternativas de acción.

Según el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, existen los siguientes tipos de casos:

Casos de valores: Estas diferencias normalmente surgen por la diferente apreciación que cada uno tiene de personas o acontecimientos. Cada alumno tiene una escala de valores. Dos personas o estudiantes pueden encontrarse afectivamente en un "aquí y ahora", pero cuando afronten un tema desde sus relativos núcleos de valores se encontrarán en perspectivas antagónicas.

Caso incidente: La finalidad de este caso es llevar a los estudiantes a una búsqueda activa de informaciones complementarias, que permitan esclarecer los procesos individuales de la decisión. Al redactar el caso se deben dejar intencionalmente lagunas en la información, para poder controlar de qué forma los alumnos buscan información o qué selección hacen de los datos.

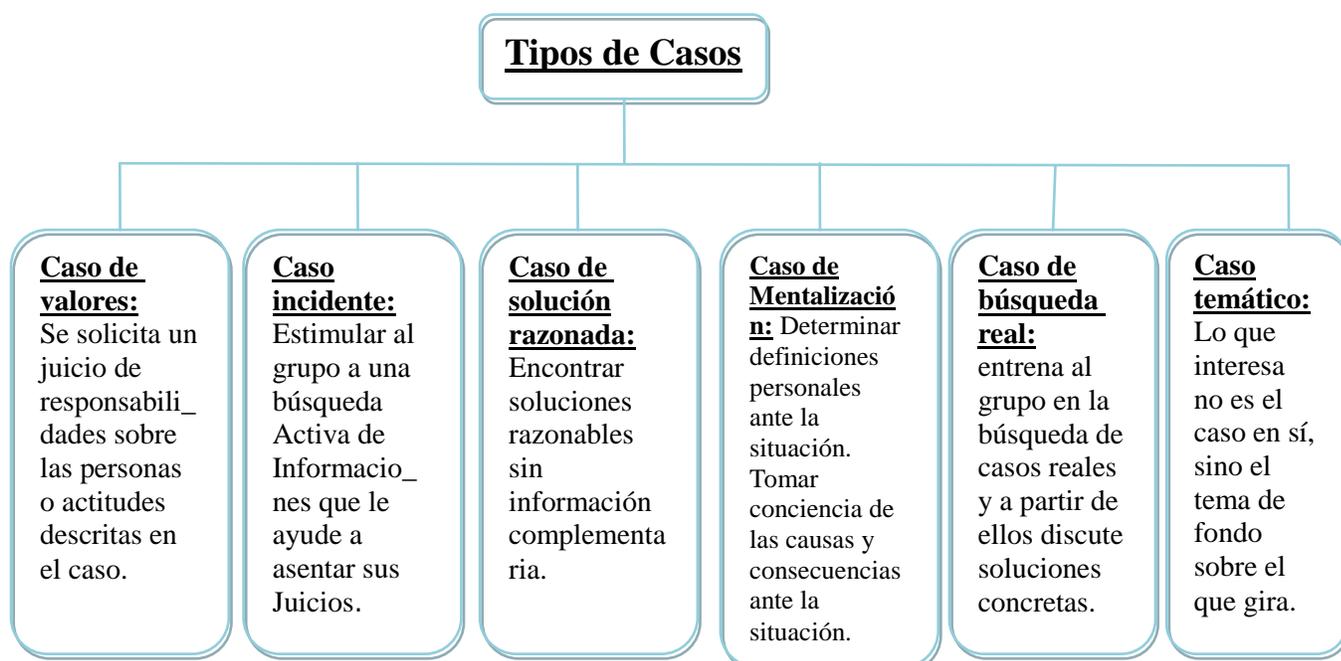
Caso de solución razonada: Se proyecta entrenar al grupo para encontrar soluciones razonables. A diferencia del caso incidente aquí no existe información complementaria: el grupo ha de familiarizarse con los datos del caso y centralizar su esfuerzo en acomodar las soluciones diversas para obtener la solución más razonable.

Caso donde se aplica la imaginación: A partir de la imaginación se puede iniciar en el grupo una representación del caso con base en situaciones reales. Éste caso ha de terminar en definiciones personales ante la situación. Cuyas ilustraciones comúnmente son ideológicas, aunque no se anula la posibilidad de llegar a tomas de posturas vitales o comprometidas ante situaciones reales.

Caso de búsqueda real: Éste tipo consiste en requerir al grupo que presente un caso real que incluya la problemática analizada con anterioridad. Cuando se dice caso real se

entiende un caso en que hayan sucedido globalmente las circunstancias analizadas, aunque no todas a las mismas personas y en las mismas situaciones. Se trata, por lo tanto, de entrenar al grupo en la búsqueda de casos reales y, a partir de ellos, discutir las soluciones concretas.

Caso temático: La elección del contenido depende, evidentemente, de la situación real del propio grupo. Lo que interesa, por tanto, no es el caso en sí sino el tema de fondo sobre el que gira ese caso. Se trata de la fórmula más libre y, por lo tanto, más tangencial al concepto estricto de caso. Se plantea una historia, pero lo que interesa no es tanto la historia sino el tema sobre el que maneja esa historia.



Concluyendo este tipo de método de enseñanza activo no proporciona soluciones y no busca llegar a una respuesta correcta, sino que entrega datos concretos a los estudiantes para que reflexionen, analicen, discutan y debatan en grupos, las posibles soluciones o salidas que se puedan encontrar a cierto problema. Le lleva a pensar y a contrastar sus conclusiones con las conclusiones de otros, a aceptarlas y expresar las propias sugerencias, llegando a una respuesta final; de esta manera el alumno se adapta a un trabajo colaborativo y en la toma de decisiones en equipo. Al llevar al alumno a la

generación de alternativas de solución, le permite desarrollar la habilidad creativa, la capacidad de innovación y representa un recurso para conectar la teoría a la práctica real.

La gran ventaja del método de estudio de casos como método docente, que se adapta perfectamente a distintas edades, diversos niveles y áreas de conocimiento. Lo mismo se puede emplear en la educación primaria que en la media y superior, en la formación de adultos analfabetos o en la capacitación para empresarios.

2.2.2.4 La problematización

La problematización también trabaja sobre problemas, pero su intención no es generar capacidades para resolver problemas sino para construirlos. Esta diferencia es relevante, ya que busca que los alumnos aprendan a trabajar con lo complejo, analicen y descubran distintas dimensiones de una situación problemática, evitando que el pensamiento se centre en una única morada o se encierre en la simplificación. Es decir, “la importancia no está en resolver sino en desarrollar capacidades para problematizar problemas de múltiples dimensiones, contribuyendo a la comprensión de la diversidad de perspectivas y flexibilizando el propio proceso de pensamiento” (Davini, 1994).

En este método se trabaja con problemas de baja estructuración o débil definición, dependientes del contexto, de los sujetos, de cuestiones ideológicas o valorativas, de dilemas, de interrelación o interdependencia de componentes dentro de la situación, lo que con lleva un trabajo de elaboración del problema o los problemas: ¿dónde está el problema?, ¿cuál es el problema principal y cuáles los relacionados?, ¿cómo influyen unos sobre otros?

Esta metodología trabaja sobre “el pensamiento estratégico, es decir, sobre las capacidades para prever y anticipar posibles relaciones o influencias entre distintos factores de un problema” (Davini, 1994). Al seleccionar el problema a construir se deben considerar la edad y conocimientos previos de los alumnos, así como los propósitos educativos que se persiguen.

2.2.3 Influencia del método de enseñanza del profesor en el logro de las habilidades matemáticas de los estudiantes.

La sociedad actual exige desarrollar ciertas competencias y habilidades a los estudiantes de enseñanza media, sin embargo son muchos los factores que influyen para el logro de éstas. Dentro de estos factores está el método de enseñanza empleado por el profesor, los cuales se definen como “el sistema de acciones que regulan la actividad del profesor y los estudiantes en función del logro de los objetivos, atendiendo a los intereses y motivaciones de estos últimos y a sus características particulares” (Seijo, Iglesias, Hernández e Hidalgo, 2010, p. 7).

Utilizar la estrategia adecuada de acuerdo a los contenidos a enseñar y las características de los alumnos es prioridad en la educación. Si bien, no se ha establecido cuál es el mejor método de enseñanza, sabemos que dependiendo de cómo se realizan las clases será el logro de las habilidades matemáticas de los alumnos.

Cuando el estudiante logra desarrollar habilidades matemáticas, es capaz de tener un razonamiento lógico, lo que implica seleccionar, ordenar y clasificar información de acuerdo a criterios bien definidos, así como seguir patrones y reglas que le permitan inferir conclusiones y resultados

Los métodos activos, como estrategia de enseñanza-aprendizaje, son reconocidos como un importante recurso didáctico para lograr resultados que no son fáciles con los llamados métodos pasivos o tradicionales. De ésta forma, para lograr habilidades matemáticas como resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar, dependerá directamente en la estrategia, estilo y/o método de enseñanza usada por el profesor, es decir ¿cómo realiza la clase?, ¿qué contenidos enfatiza?, ¿quién será protagonista en la clase, profesor o estudiantes?, etc.

2.2.4 Resumen del capítulo

El proceso de enseñanza aprendizaje es fundamental en la vida de cualquier estudiante, es por esto que el método o estilo de enseñanza de los contenidos del curriculum juega un rol preponderante para el logro de las habilidades matemáticas.

Las bases curriculares establecen que todos los estudiantes debe lograr ciertas habilidades matemáticas como: resolver problemas (el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir), representar (el alumno transite fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para así avanzar hacia un lenguaje simbólico), modelar (construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla) y argumentar y comunicar (los alumnos aprendan a comunicar sus ideas, para lo cual deben describir, explicar, argumentar y discutir sus soluciones).

Además, en este capítulo revisamos distintos métodos de enseñanza, los cuales pueden clasificarse, sin embargo no se ha llegado a un consenso para establecer un estilo de enseñanza universal, ya que, existen diferentes criterios y no hay uno que sea aceptado por todos.

Los métodos de enseñanza pueden clasificarse en activos y pasivos. Los métodos pasivos son aquellos en los que el profesor es el protagonista de la clase, es quien distribuye el conocimiento, enfatiza la memoria, práctica y repetición, no acerca los contenidos a la realidad. Dentro de este tipo de enseñanza podemos encontrar el método reproductivo (provee al estudiante de un modelo a seguir), concepción de la cabeza vacía (es vaciar y transmitir conocimientos a los estudiantes), concepción pequeños peldaños (para hacer pasarle al alumno de un nivel de conocimiento a otro, basta con acondicionarle un cierto número de etapas intermediarias)

Los métodos activos son aquellos en los que los estudiantes son los protagonistas de la clase, de este modo incluye materias integradas, énfasis sobre el trabajo en equipo, la enseñanza no se limita a la clase, predominio de técnicas de descubrimiento en el aprender. Dentro de estos métodos podemos encontrar el aprendizaje cooperativo (donde los estudiantes trabajan juntos para aprender y son responsables del aprendizaje de sus compañeros tanto como de su propio aprendizaje), aprendizaje basado en problemas (los alumnos abordan un problema recogido de la vida real y proponen soluciones para su

resolución, con el fin de construir un aprendizaje y/o conocimiento), estudio de casos (perspectivas de desarrollo y las habilidades de análisis, evaluación y solución de problemas reales de los estudiantes), la problematización (su intención no es generar capacidades para resolver problemas sino para construirlos).

Esquema Marco Teórico



III CAPÍTULO: DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

3. Marco Metodológico

Esta investigación es de carácter cuantitativo, ya que, se recogen y recolectan datos de las variables que pueden ser cuantificables. El diseño de esta investigación es comparativo, pues los sujetos que estudiaremos pertenecen al mismo grupo, pero difieren en algunos aspectos.

3.1 Diseño

El paradigma positivista que guía el desarrollo de nuestra investigación, como referente metodológico es de tipo cuantitativo, éste nos permite examinar los logros de las habilidades matemáticas de manera numérica y a partir de las cuales se puede conocer y comprender una realidad concreta y ver la factibilidad de los métodos de enseñanza, tratando de determinar la fuerza de asociación o correlación entre las variables.

El diseño de esta investigación es no experimental de carácter Comparativo, de acuerdo a Hernández *et al*, (2003) define “el diseño de investigación no experimental como la investigación que se realiza sin manipular deliberadamente variables y en los que sólo se observan los fenómenos en su ambiente natural para después analizarlos. Es de carácter comparativo, ya que estudia a individuos de un mismo grupo escolar, en donde estudiamos tanto el rol del profesor, como el rol del estudiante en la sala de clases. Nuestro objetivo es descubrir si la metodología utilizada por el profesor, influye en el logro de las habilidades matemáticas por parte del alumno.

3.2 Instrumentos

Para recopilar la información se requieren una serie de instrumentos que responden al análisis de los objetivos. Para evaluar el logro de habilidades por parte de los estudiantes se utilizará un instrumento de evaluación y una pauta de observación para investigar el tipo de metodología que emplea el profesor.

- *Instrumento de Evaluación de las Habilidades Matemáticas:* Se tomará una Evaluación sumativa a los alumnos del contenido sistemas de ecuaciones lineales correspondiente al segundo semestre del presente año, en el cuál se plantearan problemas y ejercicios matemáticos, con el fin que los alumnos demuestren si han

desarrollado las habilidades matemáticas. De acuerdo a la calificación obtenida se obtendrán los resultados para su posterior análisis. (Anexo1.)

- *Pauta de Observación:* Se observarán a los profesores una clase a la semana, para determinar qué tipo de metodología emplea el docente con un mínimo de 2 observaciones durante la enseñanza del contenido. Durante la observación, se apreciarán las actitudes del profesor como también la de los alumnos, la pauta de observación consta de 18 ítem, relacionado con la metodología y actitud del profesor frente a los alumnos en el aula, clasificándolos en activos o pasivos. (Anexo 2.)

3.3 Técnica y procedimientos de análisis de datos

Se aplicará la prueba ANOVA de un factor, ya que nos sirve para comparar varios grupos en una variable cuantitativa, en este caso para comparar el logro de las habilidades por parte de los estudiantes y para comparar los distintos tipos de metodologías que utilizan los profesores y de esta forma analizar cual método genera mayores logros en las habilidades matemáticas.

3.4 Población y Muestra

3.4.1 Población

Con el propósito de obtener los antecedentes necesarios para desarrollar la investigación se ha seleccionado una muestra intencionada, ya que se escogen Liceos de la provincia de Ñuble, correspondiente a la VIII Región del Biobío.

3.4.2 Muestra

Se considerarán 6 Profesores de Educación media en Ed. Matemática, que impartan clases en Segundo año medio, durante el segundo semestre del presente año y sus respectivos cursos.

Por su parte, la elección del estudio de caso ha considerado los siguientes criterios:

- 1) Rapport: Disposición favorable del profesor y de sus alumnos(as) para ser investigado.
- 2) Autorización y facilidad de acceso al lugar investigado y acceso libre al aula.

- 3) Experiencia del profesor sobre 5 años de desempeño laboral.
- 4) Impartir docencia en Enseñanza Media en el subsector de Matemática.
- 5) Disposición y aceptación del grupo curso para formar parte de la investigación.
- 6) Los profesores deben estar enseñando la misma Unidad en el área de matemática.

3.5 Descripción de la muestra

3.5.1 Muestra.

La muestra considerada para nuestra investigación consiste en 7 profesores de Ed. Matemática, donde uno de ellos es estudiante de post-grado, conformada por 3 mujeres y 4 hombres, sus edades están entre 27 y 58 años, por ende sus años de experiencia se encuentran comprendidos entre 4 a 32 años. Al observar las clases el número de alumnos presentes se encuentran entre 18 a 32 alumnos por aula.

Tabla 3.1. : Datos de la muestra.

PROFESOR	GÉNERO	EDAD	PROFESIÓN	AÑOS DE EXPERIENCIA	OTRA PROFESIÓN	NÚMERO DE ESTUDIANTES
1	F	58	P. de estado de matemática	32		18
2	M	30	P. de matemática	5		32
3	M	57	P. de estado de matemática	32		32
4	F	28	P. de matemática	5	Estudiante magister	31
5	M	32	P. de matemática	5		31
6	F	45	P. de estado de matemática	20		24
7	M	27	P. de matemática	4		30

3.6 Procedimiento

Para llevar a cabo esta investigación, se procedió a solicitar una carta de presentación (Anexo 3.) en la escuela de pedagogía en Educación Matemática, la cual informa el objetivo de nuestra investigación, con esta carta se asistió a 12 colegios de la provincia de Ñuble, donde se procedió a pedir autorización a los directores e inspectores generales para llevar a cabo nuestra investigación, de los cuales aceptaron 9. Luego se procedió a contactar a los profesores, obteniendo la colaboración de 12 profesores, con los cuáles se calendarizaron fechas y horarios en los que enseñarían el contenido de sistema de Ecuaciones Lineales en 2º año medio y se firmo un consentimiento informado. Debido al

tiempo y a las planificaciones de cada profesor, sólo se observaron clases de 8 docentes, de los cuales 7 aceptaron la aplicación del instrumento de evaluación a los estudiantes, el cual fue aplicado al finalizar la unidad. Posteriormente se comunicó a los estudiantes acerca de la investigación, con el fin de obtener una disposición favorable por parte de éstos.

IV CAPÍTULO: RESULTADOS

4.1 Resultados descriptivos

4.1.1 Resultados pauta de observación.

Para clasificar el estilo de enseñanza del profesor se utilizó una pauta de observación (anexo 4), la cual consideraba 18 ítems, en los que se observó: participación del profesor, participación del estudiante, contenidos, respuestas a preguntas, entre otras. Estos puntos se clasificaban en activos, pasivos y no observado.

Tabla 4.1.: Estilo de enseñanza del profesor.

Profesor	Estilo de enseñanza			% Total	Nivel de actividad
	% Activo	% Pasivo	% N/O		
1	27,8%	66,7%	5,6%	100%	Bajo
2	69,4%	22,2%	8,3%	100%	Medio
3	63,9%	33,3%	2,8%	100%	Medio
4	72,2%	25,0%	2,8%	100%	Alto
5	61,1%	33,3%	5,6%	100%	Medio
6	77,8%	19,4%	2,8%	100%	Alto
7	44,4%	52,8%	2,8%	100%	Bajo

De acuerdo a la tabla 4.1. podemos decir que dos de los profesores utilizan metodologías pasivas, con un porcentaje de nivel de actividad activo menor a 45% (Considerando un nivel de actividad bajo), tres profesores obtuvieron un nivel de actividad activo entre 46% y 70% (considerando un nivel de actividad medio) y dos profesores obtienen un nivel de actividad activo mayor a 71% (considerando un nivel de actividad alto).

4.1.2 Resultados pauta de habilidades.

Se aplicó un instrumento para ver nivel de logro de las habilidades matemática de los estudiantes, el cual consistía en una prueba con 5 ítems, donde se encontraban presentes las habilidades matemáticas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar (anexo 5).

Al obtener los resultados, procedimos a calcular el porcentaje correspondiente a cada curso por habilidad, los cuales presentamos a continuación:

Tabla 4.2: Porcentaje de logro de habilidades matemáticas por curso.

Curso	Resolver problemas	Representar	Modelar	Argumentar y comunicar
1	63,2%	26,3%	27,4%	46,5%
2	79,0%	74,2%	77,4%	80,1%
3	61,0%	57,8%	41,9%	55,7%
4	55,0%	45,0%	49,7%	56,5%
5	76%	69,4%	34,8%	54,8%
6	58,3%	58,3%	41,7%	61,1%
7	6,9%	19,0%	15,2%	54,0%

La tabla describe el porcentaje de logro de cada habilidad matemática por cada curso, porcentajes obtenidos a través de los resultados de instrumentos de evaluación de habilidades matemáticas.

De acuerdo a la tabla 4.2 podemos inferir que en la habilidad de Resolver problemas y Argumentar y comunicar 6 de los 7 profesores obtuvieron un porcentaje de logro superior al 50%. En la habilidad Representar 4 cursos obtuvieron sobre un 50% de logro en esta habilidad y en la habilidad de Modelar 6 cursos obtuvieron un porcentaje de logro inferior al 50%.

4.2 Estadística inferencial

4.2.1 Resultado de habilidades según género del profesor.

La siguiente tabla muestra el resultado de los promedios de las habilidades matemáticas dependiendo del género del profesor.

Tabla 4.3: Datos descriptivos.

		N	Media	Desviación típica	Error típico
Hab_R_Prob	Prof. Hombre	123	,5650	,43870	,03956
	Prof. Mujer	73	,5890	,38498	,04506
	Total	196	,5740	,41865	,02990
Hab_Argumentar	Prof. Hombre	123	,6520	,29291	,02641
	Prof. Mujer	73	,6329	,27691	,03241
	Total	196	,6449	,28649	,02046
Hab_Representar	Prof. Hombre	123	,5569	,45360	,04090
	Prof. Mujer	73	,4521	,47261	,05532
	Total	196	,5179	,46237	,03303
Hab_Modelar	Prof. Hombre	123	,3821	,32537	,02934
	Prof. Mujer	73	,3801	,27038	,03165
	Total	196	,3814	,30533	,02181
Puntaje_Hab	Prof. Hombre	123	6,47	2,911	,262
	Prof. Mujer	73	6,18	2,600	,304
	Total	196	6,36	2,796	,200

De acuerdo a la tabla 4.3, podemos decir que el resultado de las habilidades según el género del profesor muestra que en la habilidad de resolver problemas la media de respuestas correctas es mayor en profesores de género femenino, en cambio en las habilidades de representar y argumentar y comunicar la media de respuestas correctas es mayor en profesores de género masculino. Por otro lado, en la habilidad de modelar, la diferencia entre las medias de respuestas correctas no es significativa. En el puntaje total de habilidades los profesores de género masculino tienen un mayor promedio de respuestas correctas.

A continuación se evalúa la significación de las habilidades según el género del profesor.

Tabla 4.4: ANOVA

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Hab_R_Prob	Inter-grupos	,026	1	,026	,150	,699
	Intra-grupos	34,151	194	,176		
	Total	34,177	195			
Hab_Argumentar	Inter-grupos	,017	1	,017	,204	,652
	Intra-grupos	15,988	194	,082		
	Total	16,005	195			
Hab_Representar	Inter-grupos	,504	1	,504	2,373	,125
	Intra-grupos	41,184	194	,212		
	Total	41,688	195			
Hab_Modelar	Inter-grupos	,000	1	,000	,002	,965
	Intra-grupos	18,179	194	,094		
	Total	18,180	195			
Puntaje_Hab	Inter-grupos	3,837	1	3,837	,490	,485
	Intra-grupos	1520,555	194	7,838		
	Total	1524,392	195			

Al analizar la tabla ANOVA vemos que no existen diferencias estadísticamente significativas el logro de las habilidades matemáticas según el género del profesor.

4.2.2 Resultado de habilidades según edad del profesor.

La tabla que se presenta a continuación detalla la media de las habilidades matemáticas según edad del profesor.

Tabla 4.5: Datos descriptivos

		N	Media	Desviación típica	Error típico
Puntaje_Hab	Profesor menor de 35	122	6,61	2,726	,247
	Profesor mayor de 36	74	5,94	2,876	,334
	Total	196	6,36	2,796	,200
Hab_Argumentar	Profesor menor de 35	122	,6721	,25850	,02340
	Profesor mayor de 36	74	,6000	,32435	,03771
	Total	196	,6449	,28649	,02046
Hab_Representar	Profesor menor de 35	122	,5246	,47173	,04271
	Profesor mayor de 36	74	,5068	,44945	,05225
	Total	196	,5179	,46237	,03303

Hab_Modelar	Profesor menor de 35	122	,4139	,32424	,02936
	Profesor mayor de 36	74	,3277	,26472	,03077
	Total	196	,3814	,30533	,02181
Hab_R_Prob	Profesor menor de 35	122	,5492	,42353	,03834
	Profesor mayor de 36	74	,6149	,41004	,04767
	Total	196	,5740	,41865	,02990

De acuerdo a la tabla 4.5, podemos decir que el resultado de las habilidades según edad del profesor, muestra que en las habilidades de representar, modelar, argumentar y comunicar la media de respuestas correctas es mayor en profesores de menos de 35 años de edad. Por otro lado, en la habilidad de resolver problemas la media de respuestas correctas es mayor en profesores de más de 35 años de edad.

En el puntaje total de habilidades, los profesores de menos de 35 años de edad tienen un mayor promedio de respuestas correctas.

En la siguiente tabla, se aprecia la significación de las habilidades según edad del profesor.

Tabla 4.6: ANOVA

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Puntaje_Hab	Inter-grupos	21,022	1	21,022	2,713	,101
	Intra-grupos	1503,370	194	7,749		
	Total	1524,392	195			
Hab_Argumentar	Inter-grupos	,240	1	,240	2,949	,088
	Intra-grupos	15,765	194	,081		
	Total	16,005	195			
Hab_Representar	Inter-grupos	,015	1	,015	,068	,794
	Intra-grupos	41,673	194	,215		
	Total	41,688	195			
Hab_Modelar	Inter-grupos	,343	1	,343	3,725	,055
	Intra-grupos	17,837	194	,092		
	Total	18,180	195			
Hab_R_Prob	Inter-grupos	,199	1	,199	1,135	,288
	Intra-grupos	33,979	194	,175		
	Total	34,177	195			

Al analizar la tabla ANOVA vemos que en las habilidades no existen diferencias estadísticamente significativas en el logro de las habilidades matemáticas según edad del profesor.

4.2.3 Resultado de habilidades según años de experiencia del profesor.

La tabla que se presenta a continuación detalla la media de las habilidades matemáticas según años de experiencia del profesor.

Tabla 4.7: Datos descriptivos

		N	Media	Desviación típica	Error típico
Puntaje_Hab	Menor a 15	122	6,61	2,726	,247
	Mayor a 15	74	5,94	2,876	,334
	Total	196	6,36	2,796	,200
Hab_Argumentar	Menor a 15	122	,6721	,25850	,02340
	Mayor a 15	74	,6000	,32435	,03771
	Total	196	,6449	,28649	,02046
Hab_Representar	Menor a 15	122	,5246	,47173	,04271
	Mayor a 15	74	,5068	,44945	,05225
	Total	196	,5179	,46237	,03303
Hab_Modelar	Menor a 15	122	,4139	,32424	,02936
	Mayor a 15	74	,3277	,26472	,03077
	Total	196	,3814	,30533	,02181
Hab_R_Prob	Menor a 15	122	,5492	,42353	,03834
	Mayor a 15	74	,6149	,41004	,04767
	Total	196	,5740	,41865	,02990

De acuerdo a la tabla 4.7, podemos decir que el resultado de las habilidades según años de experiencia del profesor, muestra que en las habilidades de representar, modelar, argumentar y comunicar la media de respuestas correctas es mayor en profesores de menos de 15 años de experiencia. Por otro lado, en la habilidad de resolver problemas la media de respuestas correctas es mayor en profesores de más de 15 años de experiencia.

En el puntaje total de habilidades, los profesores de menos de 15 años de experiencia tienen un mayor promedio de respuestas correctas.

En la siguiente tabla, se aprecia la significación de las habilidades según años de experiencia del profesor.

Tabla 4.8: ANOVA

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Puntaje_Hab	Inter-grupos	21,022	1	21,022	2,713	,101
	Intra-grupos	1503,370	194	7,749		
	Total	1524,392	195			
Hab_Argumentar	Inter-grupos	,240	1	,240	2,949	,088
	Intra-grupos	15,765	194	,081		
	Total	16,005	195			
Hab_Representar	Inter-grupos	,015	1	,015	,068	,794
	Intra-grupos	41,673	194	,215		
	Total	41,688	195			
Hab_Modelar	Inter-grupos	,343	1	,343	3,725	,055
	Intra-grupos	17,837	194	,092		
	Total	18,180	195			
Hab_R_Prob	Inter-grupos	,199	1	,199	1,135	,288
	Intra-grupos	33,979	194	,175		
	Total	34,177	195			

Al analizar la tabla ANOVA vemos que en las habilidades no existen diferencias estadísticamente significativas en el logro de las habilidades matemáticas según años de experiencia del profesor.

En el puntaje total que corresponde al porcentaje del logro de las habilidades matemáticas en conjunto, podemos inferir que no existen diferencias estadísticamente significativas en el logro de las habilidades matemáticas según años de experiencia del profesor.

4.2.4 Resultado de habilidades según método de enseñanza del profesor.

La tabla que se presenta a continuación detalla la media de las habilidades matemáticas según método de enseñanza del profesor.

Tabla 4.9: Datos descriptivos

		N	Media	Desviación típica	Error típico
Hab_R_Prob	BAJA	47	,2979	,43812	,06391
	MEDIA	94	,7181	,37787	,03897
	ALTA	55	,5636	,34767	,04688
	Total	196	,5740	,41865	,02990
Hab_Argumentar	BAJA	47	,6128	,30476	,04445
	MEDIA	94	,6617	,29480	,03041
	ALTA	55	,6436	,25731	,03470
	Total	196	,6449	,28649	,02046
Hab_Representar	BAJA	47	,2234	,34276	,05000
	MEDIA	94	,6702	,43720	,04509
	ALTA	55	,5091	,47620	,06421
	Total	196	,5179	,46237	,03303
Hab_Modelar	BAJA	47	,1649	,17505	,02553
	MEDIA	94	,4601	,32648	,03367
	ALTA	55	,4318	,26984	,03638
	Total	196	,3814	,30533	,02181
Puntaje_Hab	BAJA	47	4,47	2,569	,375
	MEDIA	94	7,21	2,766	,285
	ALTA	55	6,53	2,243	,302
	Total	196	6,36	2,796	,200

De acuerdo a la tabla 4.9, podemos decir que el resultado de las habilidades según método de enseñanza del profesor, muestra que en las habilidades de resolver problemas, modelar y representar el promedio de respuestas correctas es mayor en el estilo de la clase de actividad media, siendo pequeña la diferencia con el estilo de clase de actividad alta.

Por otro lado, en la habilidad argumentar y comunicar la media de respuestas correctas entre las metodologías de enseñanza no es significativo.

En el puntaje total, el promedio de respuestas correctas es mayor en el método de clases de actividad media, siendo mínima la diferencia con el método de clase de actividad alta.

A continuación, se aprecia la significación de las habilidades según método de enseñanza del profesor.

Tabla 4.10: ANOVA

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Hab_R_Prob	Inter-grupos	5,541	2	2,770	18,672	,000
	Intra-grupos	28,636	193	,148		
	Total	34,177	195			
Hab_Argumentar	Inter-grupos	,075	2	,038	,455	,635
	Intra-grupos	15,930	193	,083		
	Total	16,005	195			
Hab_Representar	Inter-grupos	6,261	2	3,131	17,055	,000
	Intra-grupos	35,426	193	,184		
	Total	41,688	195			
Hab_Modelar	Inter-grupos	2,925	2	1,463	18,505	,000
	Intra-grupos	15,254	193	,079		
	Total	18,180	195			
Puntaje_Hab	Inter-grupos	237,276	2	118,638	17,789	,000
	Intra-grupos	1287,116	193	6,669		
	Total	1524,392	195			

Al analizar la tabla 4.10 ANOVA observamos que en la habilidad de argumentar no existe una diferencia estadísticamente significativa. Sin embargo en las habilidades de resolver problemas, representar, modelar y en el puntaje total es altamente significativo el método de enseñanza del profesor.

La siguiente tabla muestra la correlación entre las variables. En la matriz se presentan las correlaciones entre las variables, vemos que se trata de una matriz simétrica, en la que las diagonales son 1, el valor de la correlación de cada variable consigo misma.

Tabla 4.11: Correlación

		PORCENTAJE ACTIVO	Hab_R_Prob	Hab_Argumentar	Hab_Representar	Hab_Modelar	Puntaje_Hab
PORCENTAJE ACTIVO	Correlación de Pearson	1	,205(**)	,106	,283(**)	,392(**)	,350(**)
	Sig. (bilateral)		,004	,141	,000	,000	,000
	N	196	196	196	196	196	196
Hab_R_Prob	Correlación de Pearson	,205(**)	1	,203(**)	,251(**)	,410(**)	,516(**)
	Sig. (bilateral)	,004		,004	,000	,000	,000
	N	196	196	196	196	196	196
Hab_Argumentar	Correlación de Pearson	,106	,203(**)	1	,211(**)	,351(**)	,766(**)
	Sig. (bilateral)	,141	,004		,003	,000	,000
	N	196	196	196	196	196	196
Hab_Representar	Correlación de Pearson	,283(**)	,251(**)	,211(**)	1	,265(**)	,592(**)
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,003		,000	,000
	N	196	196	196	196	196	196
Hab_Modelar	Correlación de Pearson	,392(**)	,410(**)	,351(**)	,265(**)	1	,766(**)
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,000	,000		,000
	N	196	196	196	196	196	196
Puntaje_Hab	Correlación de Pearson	,350(**)	,516(**)	,766(**)	,592(**)	,766(**)	1
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,000	,000	,000	
	N	196	196	196	196	196	196

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

De acuerdo a la tabla 4.11 podemos ver que existe correlación entre las habilidades de representar, modelar y resolver problemas, mientras no existe correlación en la habilidad de argumentar.

A continuación presentamos la tabla de comparaciones múltiples (pruebas post hoc), para hacer comparaciones múltiples por parejas entre las combinaciones de metodologías de enseñanza y habilidades matemáticas.

Tabla 4.12: Comparaciones múltiples

Variable dependiente		(I) MET ACT CODIF	(J) MET ACT CODIF	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.
Hab_R_Prob	HSD de Tukey	BAJA	MEDIA	-,42021(*)	,06881	,000
			ALTA	-,26576(*)	,07652	,002
		MEDIA	BAJA	,42021(*)	,06881	,000
			ALTA	,15445	,06539	,050
		ALTA	BAJA	,26576(*)	,07652	,002
			MEDIA	-,15445	,06539	,050
Hab_Argumentar	HSD de Tukey	BAJA	MEDIA	-,04894	,05132	,607
			ALTA	-,03087	,05707	,851
		MEDIA	BAJA	,04894	,05132	,607
			ALTA	,01807	,04877	,927
		ALTA	BAJA	,03087	,05707	,851
			MEDIA	-,01807	,04877	,927
Hab_Representar	HSD de Tukey	BAJA	MEDIA	-,44681(*)	,07654	,000
			ALTA	-,28569(*)	,08510	,003
		MEDIA	BAJA	,44681(*)	,07654	,000
			ALTA	,16112	,07273	,071
		ALTA	BAJA	,28569(*)	,08510	,003
			MEDIA	-,16112	,07273	,071
Hab_Modelar	HSD de Tukey	BAJA	MEDIA	-,29521(*)	,05022	,000
			ALTA	-,26692(*)	,05585	,000
		MEDIA	BAJA	,29521(*)	,05022	,000
			ALTA	,02829	,04773	,824
		ALTA	BAJA	,26692(*)	,05585	,000
			MEDIA	-,02829	,04773	,824
Puntaje_Hab	HSD de Tukey	BAJA	MEDIA	-2,739(*)	,461	,000
			ALTA	-2,059(*)	,513	,000
		MEDIA	BAJA	2,739(*)	,461	,000
			ALTA	,680	,438	,269
		ALTA	BAJA	2,059(*)	,513	,000
			MEDIA	-,680	,438	,269

* La diferencia de medias es significativa al nivel .05.

Según tabla 4.12 podemos observar la significancias de las combinaciones de metodologías de enseñanza por cada una de las habilidades matemáticas:

- Habilidad resolver problemas: cuando el nivel del método de enseñanza activo es bajo, la diferencia con los niveles de enseñanza medio y alto es altamente significativo. Si el nivel de método de enseñanza activo es medio, la diferencia con el nivel de enseñanza alto tiene una tendencia a ser estadísticamente significativo.

- Habilidad de argumentar y comunicar: al comparar las combinaciones de

metodologías de enseñanza se aprecia que no es significativa con el logro de la habilidad.

- Habilidad de representar: si el nivel de metodología de enseñanza es bajo, la diferencia con el nivel de enseñanza medio es altamente significativo y con el nivel alto es estadísticamente significativo. Además al comparar el nivel de metodología de enseñanza medio con el alto no es significativa, sin embargo la diferencia tiene una tendencia a ser estadísticamente significativa.

- Habilidad de modelar: si el nivel de metodología de enseñanza es bajo, la diferencia con los niveles alto y medio son altamente significativos. Por otro lado, al comparar las metodologías de enseñanza activa media y alta observamos que no es estadísticamente significativa la diferencia entre ellas.

V CAPÍTULO: CONCLUSIONES

5.1 Conclusiones

Las conclusiones que se emiten a continuación corresponden a consideraciones, que la investigación abarcó en el estudio de las metodologías de enseñanza empleadas por los profesores en el segundo semestre académico en la unidad de sistemas de ecuaciones lineales correspondiente al nivel medio 2, y cómo estas influyen en el logro de las habilidades matemáticas.

El Ministerio de Educación ha puesto a disposición una serie de herramientas, todas orientadas al logro de los aprendizajes. Así, en las bases curriculares se definen las habilidades matemáticas (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar), las cuales tienen un rol fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en diversos contextos, sin embargo, en nuestra investigación, el indagar en la metodología de enseñanza empleada por los profesores nos permitió, constatar que cuando el profesor utiliza una metodología más activa, el logro de las habilidades matemáticas por parte de los estudiantes es mayor. Esto aporta a diversos estudios como al realizado por Brunetti, et al, (2008) quienes mencionan que los métodos activos (participativos) como estrategia de enseñanza-aprendizaje, buscan lograr buenos resultados en el rendimiento del alumno que no son accesibles con los denominados métodos tradicionales, sino que aplicando métodos que son reconocidos como un preciado recurso didáctico, caracterizados por la comunicación unidireccional del docente a los estudiantes.

A partir de los análisis, identificamos los tipos de metodologías implementadas por los profesores de Educación Matemática de enseñanza media en la provincia de Ñuble al momento de desarrollar sus clases, y comparamos los tipos de Metodologías aplicadas por los profesores (Método activo y Método tradicional), con el logro de las habilidades matemáticas. Además comparamos características de los docentes como: género, edad y años de experiencia del profesor con el logro de las habilidades matemáticas de los estudiantes.

Al comparar el logro de las habilidades matemáticas según el género del profesor podemos decir, que en general los profesores de género masculino tienen un mayor

promedio de respuestas correctas, aumentando el logro de las habilidades matemáticas. En cuanto al logro de las habilidades matemáticas según edad del profesor, observamos que en los profesores de menos de 35 años de edad tienen un mayor promedio de respuestas correctas. De acuerdo a los años de experiencia del profesor podemos destacar que los profesores de menos de 15 años de experiencia tienen un mayor logro de habilidades matemáticas.

Las metodologías empleadas en los profesores observados, resultaron no ser ni tan pasivos ni tan activos, por lo cual definimos un nivel de actividad bajo, medio y alto, de acuerdo a datos arrojados por los resultados de las pautas de observación. Cabe destacar que existe una diferencia significativa entre los profesores con metodologías de enseñanza activa baja con las metodologías de enseñanza activa media y alta, además no existen diferencias estadísticamente significativas entre las metodologías activas media y alta. Esto nos lleva a concluir que si el profesor realiza una mayor parte de su clase utilizando métodos activos, sus estudiantes pueden obtener un mayor logro de las habilidades matemáticas.

Finalmente, de acuerdo a los análisis estadísticos de los datos recolectados a lo largo de la investigación concluimos que los estudiantes que reciben enseñanza por medio de métodos activos tienen mayores logros de las habilidades matemáticas (Resolver problemas, Representar, Modelar, Argumentar y Comunicar), que estudiantes que reciben enseñanza por medio de método Pasivo (el profesor es el que distribuye el conocimiento y ve al alumno como un vaso vacío).

5.2 Proyecciones del estudio

A partir de la investigación realizada, surgen como proyecciones e ideas para el desarrollo de futuras generaciones, las siguientes:

- Realizar estudios comparativos en otras regiones del país, de modo que nos permita analizar si dichos resultados son similares de una ciudad a otra.
- Ampliar la investigación a un grupo docente mayor, con el objetivo de obtener un resultado más completo.
- Diferenciar la muestra de profesores dependiendo del establecimiento educacional, diferenciando entre colegios de procedencia particular, particular subvencionada y municipales, para realizar comparaciones estadísticas en estos 3 grupos.

REFERENCIAS

- Albán, S. (2010). Metodologías didácticas aplicadas por los docentes en las ciencias naturales para el desarrollo de destrezas básicas. Tesis de maestría, Universidad Tecnológica Equinoccial, Ecuador.
- Andino G, Brunetti A, Espindola E, Cardozo S, (2008), *Efectividad de los métodos activos como estrategia de enseñanza-aprendizaje en grupos grandes y heterogéneos*, Revista Educación Médica Superior, Vol. XXII No.1, p.2.
- Blanco M, Blanco O, Rodriguez T, Váldez R, (2013), *Aplicación de métodos activos de enseñanza en el aprendizaje de habilidades clínicas*, Revista Habanera de Ciencias Médicas, Vol. VIII No.1, p.144.
- Bennett, N. (1979). Estilos de enseñanza y progreso de los alumnos. Madrid: Ediciones Morata, S.A.
- Branda, L. (2009). El aprendizaje basado en problemas. De herejía artificial a res popularis. EDUC MED, 12, 11-23.
- Davini, M (2008). Métodos de Enseñanza. Buenos Aires: Ediorial Morata, S.A.
- Díaz, F. (2005). El aprendizaje basado en problemas y el método de casos. México: McGraw Hill.
- Fernández, F. & Duarte, J. (2013). El Aprendizaje basado en Problemas como Estrategia para el Desarrollo de Competencias Específicas en Estudiantes de Ingeniería. Tesis de maestría no publicada, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Boyacá, Colombia.
- Hernández, M., Bueno, C., González, T. & López, M, (2006), Estrategias de enseñanza-aprendizaje e inteligencias múltiples: ¿Aprendemos todos igual? Humanidades Médicas, Vol.6, n.1, p. 8-9.
- Ministerio de educación, (2013), *Bases curriculares de 7° a 2° medio matemática*, Chile, Mineduc.
- Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (2000) El estudio de casos como técnica didáctica. Monterrey: Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo.
- Johnson y Jonson. (2000). *Joining Together*. Minnesota University: Allyn and Bacon.
- Jonassen, D. El diseño de entornos constructivistas de aprendizaje.

- Paneque E, Rosell W, (2009), *Consideraciones generales de los métodos de enseñanza y su aplicación en cada etapa del aprendizaje*, Revista Habanera de Ciencias Médicas, Vol. VIII No.2, p.1.
- Paineán, O., Aliaga, V. & Torres, T. (2012). Aprendizaje basado en problemas: evaluación de una propuesta curricular para la formación inicial docente. Estudios Pedagógicos XXXVIII, N° 1, 161-180.
- Prieto A, (2014, mayo 11), Métodos de aprendizaje activo: clases interactivas y participativas, Recuperado el 05 de abril del 2014, de http://docencia.etsit.urjc.es/moodle/pluginfile.php/7099/mod_resource/content/0/307aprendizajeactivo_clases_interactivas.pdf
- Quaas, C., Ascorra, P. & Bertoglia, L. (2005). Estrategias metacomprendivas lectoras y constructos asociados: en búsqueda de una relación. P sicoperspectivas, vol. IV, p. 77-90.
- Savin-Baden, M. (2003), Facilitating problem-based learning, The society for research into higher education, Open University press, McGraw-Hill Education.
- Seijo, B., Iglesias, N., Hernández, M. & Hidalgo, C. (2010). Métodos y formas de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje. Sus potencialidades educativas. Humanidades Médicas, vol.10, n.2, p. 5-10.
- Tarazona, J. (2005). Reflexiones acerca del aprendizaje basado en problemas (ABP). Una alternativa en la educación médica. Revista Colombiana de Obstetricia y Ginecología, Vol. 56 No.2, 147-154.
- Universidad nacional abierta y a distancia (2011). Estrategias para el aprendizaje colaborativo No. 12. Recuperado en septiembre 2014, de http://datateca.unad.edu.co/contenidos/434206/434206/captulo_12_estrategias_para_el_aprendizaje_colaborativo.html

ANEXOS

ANEXO 1: PRUEBA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

Instrumentos de Evaluación de estudiantes

Nombre: _____ Curso: _____

Colegio: _____ Fecha: _____

Objetivos:

- ✓ Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- ✓ Conocer y utilizar diversos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.
- ✓ Representar sistemas de ecuaciones lineales en el plano cartesiano.
- ✓ Analizar la existencia y pertinencia de las soluciones de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales.
- ✓ Resolver problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Ítem 1: Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta cuando es falsa.

- a. ____ Si un sistema de ecuaciones tiene solución única, se representa mediante rectas iguales. _____
- b. ____ Si un sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones, está representado mediante rectas distintas. _____
- c. ____ Si un sistema de ecuaciones no tiene solución, está representado en el plano cartesiano por dos rectas paralelas. _____
- d. ____ Dos rectas perpendiculares forman un sistema con solución única. _____

Ítem 2: Determina cuál es la gráfica de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones (uniendo con una línea). Encuentra la solución en cada caso y compruébala reemplazando los valores obtenidos.

a.
$$\left. \begin{array}{l} -\frac{3x}{2} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

b.
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{array} \right\}$$

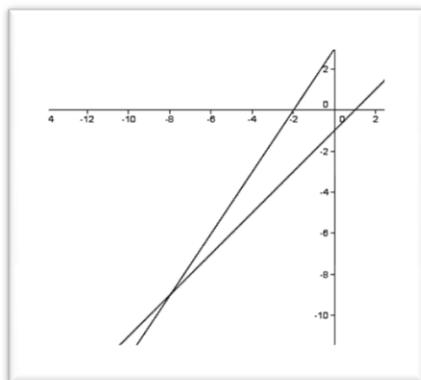


Gráfico 1

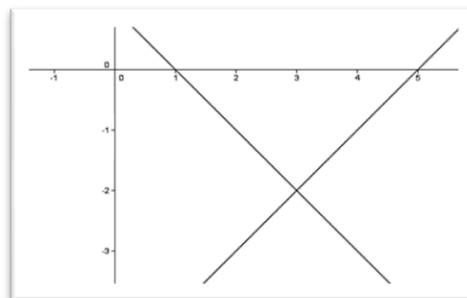


Gráfico 2

Ítem 3: Determina si los siguientes sistemas de ecuaciones tienen solución. Justifica.

$\begin{array}{l} a) \ x + y = 1 \\ \quad \underline{x + y = 2} \end{array}$	$\begin{array}{l} b) \ 7x + 3y = 0 \\ \quad \underline{21x + 12y = 0} \end{array}$
--	--

¿Cuál o cuáles de los sistemas de ecuaciones anteriores al representarlos gráficamente resultan dos rectas secantes?, ¿cuál o cuáles corresponden a dos rectas paralelas?, ¿por qué?

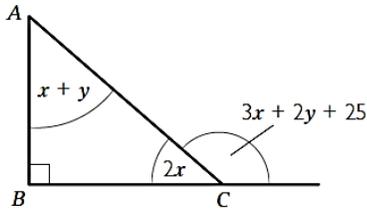
Ítem 4.- Resuelve los siguientes ejercicios y selecciona la alternativa correcta en cada caso.

- En el siguiente sistema, ¿ que valores deben tener m y n , respectivamente, para que la solución sea el par $(2,1)$?

$$\begin{array}{l} 4x - my = 9 \\ nx + 7y = -11 \end{array}$$

- 1 y 9
- 1 y -9
- 5 y -4
- 5 y 4
- Ninguna de las anteriores

- Las medidas de los ángulos BAC Y BCA son, respectivamente:



- a) 25° y 65°
- b) 30° y 60°
- c) 40° y 50°
- d) 400° y 130°
- e) Falta información

3. Considera el siguiente sistema de ecuaciones donde a y k son constantes positivas. El valor que debe tomar a y k para que el sistema tenga infinitas soluciones es.

$$\begin{cases} ay = kx - 4 \\ 8y = 3x - 12 \end{cases}$$

- a) $a = 3$ y $k = 3$
- b) $a = 8$ y $k = 3$
- c) $a = 8$ y $k = 1$
- d) $a = 8/3$ y $k = 1$
- e) $a = 1$ y $k = 3$

Ítem 5.- Para el siguiente problema, plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo con el método que desees. Determina, además, si la solución obtenida es pertinente, indicando si el problema tiene solución o no.

- a) Si 4 hombres y 3 mujeres van a una fiesta, el costo total de las entradas es de \$23.000.-. Si van 3 hombres y una mujer, el costo es de \$13.500.-. ¿Cuánto cuesta una entrada de hombre y una de mujer?

ANEXO 2: PAUTA DE OBSERVACIÓN



PAUTA DE OBSERVACIÓN DE CLASES

Código Colegio: _____

Curso: _____

Fecha: _____

Número de observación: _____

Observador: _____

Código Profesor: _____

	<i>Pregunta</i>	<i>Activo</i>	<i>Pasivo</i>	<i>N/O*</i>
Participación del profesor:				
1	Responsabilidad de la clase.	Profesor entrega responsabilidad del desarrollo de parte de la clase a los estudiantes (guiado).	Profesor entrega mínima responsabilidad del desarrollo de parte de la clase a los estudiantes (guiado)	
		[]	[]	[]
2	Respuesta a las preguntas de los estudiantes.	Profesor responde preguntas del estudiante y la relaciona con este u otro contenido.	Profesor limita su respuesta a las preguntas del estudiante.	
		[]	[]	[]
3	Formulación de preguntas	Profesor formula preguntas desafiantes que estimulan la reflexión y el análisis	Profesor formula preguntas simples, que requieren sólo memoria	
		[]	[]	[]
4	Organización de la clase	Profesor propone actividades donde los estudiantes trabajan	Profesor no propone actividades donde los estudiantes trabajan	
		[]	[]	[]

5	Actitud durante la actividad	Profesor atiende a la diversidad de los estudiantes. []	Profesor no considera la diversidad de estudiantes. []	[]
6	Actitud durante la actividad (2).	Profesor realiza preguntas para monitorear logro de aprendizajes durante la actividad. []	Profesor no monitorea avances de los estudiantes durante la actividad. []	[]
7	Al finalizar la actividad.	Profesor pregunta por los procesos. []	Profesor pregunta por los resultados. []	[]
Participación del Estudiante				
8	Interés en actividad (no pasivo/activo necesariamente).	(referencial) Estudiantes muestran interés en la actividad []	(referencial) Estudiantes no muestran interés en la actividad. []	[]
9	Protagonismo.	Estudiantes tienen protagonismo durante la clase. []	Estudiantes no tienen protagonismo durante la clase. []	[]
10	Resultado de grupos posterior a la actividad.	Estudiantes intercambian los resultados respecto a los de otros grupos. []	No hay un intercambio de opinión o resultados entre los grupos. []	[]
Métodos de Enseñanza				
11	Profesor propone un trabajo en grupo.	Presente. []	No presente. []	[]
12	Profesor propone trabajo de Investigación en clases.	Presente. []	No presente. []	[]
13	Profesor propone aprendizaje basado en Problemas.	Presente. []	No presente. []	[]
14	Profesor propone creación de problemas.	Presente. []	No presente. []	[]
15	Profesor propone material para reflexión en la clase.	Presente. []	No presente. []	[]

Contenidos

16	Relación del contenido con otros temas.	Profesor relaciona el contenido de la clase con otras disciplinas.	Profesor se restringe a los contenidos de la clase.	[]
		[]	[]	[]
17	Relación con la realidad práctica.	Profesor acerca los contenidos a la realidad.	No hay una relación práctica de los contenidos (no se trabaja en darle sentido al contenido).	[]
		[]	[]	[]

Errores

18	Respuesta del profesor a los errores.	Errores se utilizan como un recurso de aprendizaje.	Error visto como fracaso.	[]
		[]	[]	[]

Total		[]	[]	[]
-------	--	-----	-----	-----

* N/O: No observado.

Observaciones:

ANEXO 3: CARTA DE PRESENTACIÓN



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO



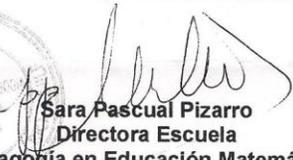
Carta Presentación

Sara Pascual Pizarro, Directora de Escuela Pedagogía en Educación Matemática, de la Facultad de Educación y Humanidades de la Universidad del Bío-Bío Chillán, tiene a bien presentar a usted a las siguientes estudiantes de esta casa de Estudios Superiores, de la Carrera de Pedagogía en Educación Matemática, quienes desean realizar en su establecimiento educacional una investigación relacionada con los métodos de enseñanza utilizados por el profesor de matemáticas.

- Katherine San Juan Orellana - Rut.: 17.196.535-7
- Abigail Umanzor Hernández - Rut.: 17.935.129-3

Por lo antes informado, agradeceré a usted brindar su generoso apoyo, para el logro de la investigación de nuestras alumnas.

Esperando que la presente cuente con su anuencia, saluda atentamente a usted,


Sara Pascual Pizarro
Directora Escuela
Pedagogía en Educación Matemática



c.c.: Archivo

ANEXO 4: MUESTRAS DE PAUTAS DE OBSERVACIÓN



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

PAUTA DE OBSERVACIÓN DE CLASES

Código Colegio: 01
 Curso: 2º medio
 Fecha: 02/10/2014
 Número de observación: 2
 Observador: Abigail Umanzor
 Código Profesor: 06

Pregunta	Activo	Pasivo	N/O*
Participación del profesor:			
1 Responsabilidad de la clase.	Profesor entrega responsabilidad del desarrollo de parte de la clase a los estudiantes (guiado). []	Profesor entrega mínima responsabilidad del desarrollo de parte de la clase a los estudiantes (guiado). [X]	[]
2 Respuesta a las preguntas de los estudiantes.	Profesor responde preguntas del estudiante y la relaciona con este u otro contenido. []	Profesor limita su respuesta a las preguntas del estudiante. [X]	[]
3 Formulación de preguntas	Profesor formula preguntas desafiantes que estimulan la reflexión y el análisis []	Profesor formula preguntas simples, que requieren sólo memoria [X]	[]
4 Organización de la clase	Profesor propone actividades donde los estudiantes trabajan [X]	Profesor no propone actividades donde los estudiantes trabajan []	[]

5	Actitud durante la actividad	Profesor atiende a la diversidad de los estudiantes.	Profesor no considera la diversidad de estudiantes.	
		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Actitud durante la actividad (2).	Profesor realiza preguntas para monitorear logro de aprendizajes durante la actividad.	Profesor no monitorea avances de los estudiantes durante la actividad.	
		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	Al finalizar la actividad.	Profesor pregunta por los procesos.	Profesor pregunta por los resultados.	
		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Participación del Estudiante				
8	Interés en actividad (no pasivo/activo necesariamente).	(referencial) Estudiantes muestran interés en la actividad	(referencial) Estudiantes no muestran interés en la actividad.	
		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	Protagonismo.	Estudiantes tienen protagonismo durante la clase.	Estudiantes no tienen protagonismo durante la clase.	
		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	Resultado de grupos posterior a la actividad.	Estudiantes intercambian los resultados respecto a los de otros grupos.	No hay un intercambio de opinión o resultados entre los grupos.	
		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Métodos de Enseñanza				
11	Profesor propone un trabajo en grupo.	Presente.	No presente.	
		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	Profesor propone trabajo de Investigación en clases.	Presente.	No presente.	
		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	Profesor propone aprendizaje basado en Problemas.	Presente.	No presente.	
		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	Profesor propone creación de problemas.	Presente.	No presente.	
		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	Presente. []	No presente. <input checked="" type="checkbox"/>	[]
15 Profesor propone material para reflexión en la clase.	[]	<input checked="" type="checkbox"/>	[]
Contenidos			
16 Relación del contenido con otros temas.	Profesor relaciona el contenido de la clase con otras disciplinas. []	Profesor se restringe a los contenidos de la clase. []	<input checked="" type="checkbox"/>
17 Relación con la realidad práctica.	Profesor acerca los contenidos a la realidad. []	No hay una relación práctica de los contenidos (no se trabaja en darle sentido al contenido). <input checked="" type="checkbox"/>	[]
Errores			
18 Respuesta del profesor a los errores.	Errores se utilizan como un recurso de aprendizaje. []	Error visto como fracaso. []	<input checked="" type="checkbox"/>
Total	5	11	2

* N/O: No observado.

Observaciones: Estudiantes trabajan en ejercicios de ecuaciones lineales por medio del método de reducción.
Termino clase 16:15



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

PAUTA DE OBSERVACIÓN DE CLASES

Código Colegio: 05
 Curso: 2° medio
 Fecha: 04-10-2014
 Número de observación: 1
 Observador: K. S. J.
 Código Profesor: 02

	Pregunta	Activo	Pasivo	N/O*
Participación del profesor:				
1	Responsabilidad de la clase.	Profesor entrega responsabilidad del desarrollo de parte de la clase a los estudiantes (guiado). <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor entrega mínima responsabilidad del desarrollo de parte de la clase a los estudiantes (guiado) <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Respuesta a las preguntas de los estudiantes.	Profesor responde preguntas del estudiante y la relaciona con este u otro contenido. <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor limita su respuesta a las preguntas del estudiante. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Formulación de preguntas	Profesor formula preguntas desafiantes que estimulan la reflexión y el análisis <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor formula preguntas simples, que requieren sólo memoria <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Organización de la clase	Profesor propone actividades donde los estudiantes trabajan <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor no propone actividades donde los estudiantes trabajan <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5	Actitud durante la actividad	Profesor atiende a la diversidad de los estudiantes. <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor no considera la diversidad de estudiantes. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Actitud durante la actividad (2).	Profesor realiza preguntas para monitorear logro de aprendizajes durante la actividad. <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor no monitorea avances de los estudiantes durante la actividad. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	Al finalizar la actividad.	Profesor pregunta por los procesos. <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor pregunta por los resultados. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Participación del Estudiante				
8	Interés en actividad (no pasivo/activo necesariamente).	(referencial) Estudiantes muestran interés en la actividad <input checked="" type="checkbox"/>	(referencial) Estudiantes no muestran interés en la actividad. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	Protagonismo.	Estudiantes tienen protagonismo durante la clase. <input checked="" type="checkbox"/>	Estudiantes no tienen protagonismo durante la clase. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	Resultado de grupos posterior a la actividad.	Estudiantes intercambian los resultados respecto a los de otros grupos. <input checked="" type="checkbox"/>	No hay un intercambio de opinión o resultados entre los grupos. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Métodos de Enseñanza				
11	Profesor propone un trabajo en grupo.	Presente. <input checked="" type="checkbox"/>	No presente. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	Profesor propone trabajo de Investigación en clases.	Presente. <input type="checkbox"/>	No presente. <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	Profesor propone aprendizaje basado en Problemas.	Presente. <input type="checkbox"/>	No presente. <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	Profesor propone creación de problemas.	Presente. <input type="checkbox"/>	No presente. <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	Profesor propone material para reflexión en la clase.	Presente. <input checked="" type="checkbox"/>	No presente. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Contenidos				
16	Relación del contenido con otros temas.	Profesor relaciona el contenido de la clase con otras disciplinas. <input checked="" type="checkbox"/>	Profesor se restringe a los contenidos de la clase. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	Relación con la realidad práctica.	Profesor acerca los contenidos a la realidad. <input checked="" type="checkbox"/>	No hay una relación práctica de los contenidos (no se trabaja en darle sentido al contenido). <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Errores				
18	Respuesta del profesor a los errores.	Errores se utilizan como un recurso de aprendizaje. <input checked="" type="checkbox"/>	Error visto como fracaso. <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Total				

* N/O: No observado.

Observaciones: *Alumnos resuelven guía de sistema de ecuaciones lineales y profesor resuelve guía de ejercicios y atiende dudas de los alumnos. En la guía se encuentra una parte de contenidos para la reflexión del estudiante.*

ANEXO 5: MUESTRAS DE PRUEBA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

Objetivos:

- ✓ Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- ✓ Conocer y utilizar diversos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.
- ✓ Representar sistemas de ecuaciones lineales en el plano cartesiano.
- ✓ Analizar la existencia y pertinencia de las soluciones de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales.
- ✓ Resolver problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Ítem 1: Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta cuando es falsa.

3

- a. F Si un sistema de ecuaciones tiene solución única, se representa mediante rectas iguales. *dos rectas distintas que tocan en un solo punto (secantes)*
- b. F Si un sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones, está representado mediante rectas distintas. *Dos rectas iguales (coincidentes).*
- c. V Si un sistema de ecuaciones no tiene solución, está representado en el plano cartesiano por dos rectas paralelas.
- d. V Dos rectas perpendiculares forman un sistema con solución única.

Ítem 2: Determina cuál es la gráfica de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones (uniendo con una línea). Encuentra la solución en cada caso y compruébala reemplazando los valores obtenidos.

6

a.
$$\begin{cases} -\frac{3x}{2} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

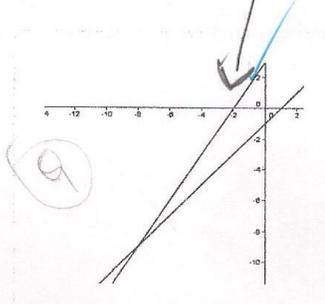


Gráfico 1

b.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

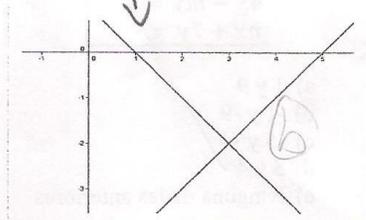


Gráfico 2

①
$$\begin{cases} -3x + 2y = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} -3x + 2y = 6 \\ 2x - 2y = 2 \\ \hline -x = 8 \\ x = -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -8 - y = 1 \\ -y = 1 + 8 \\ -y = 9 \\ y = -9 \end{array}$$

$x = -8$
 $y = -9$

②
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 1 \\ x - y = 5 \\ \hline 2x = 6 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 + y = 1 \\ y = 1 - 3 \\ y = -2 \end{array}$$

$P. 3, -2$

Justifica.

a) $x+y=1$
 $x+y=2$

$y=1-x$

x	y
0	1
1	0
-1	2
2	-1

Rectas Paralelas

b) $7x+3y=0$
 $21x+12y=0$

$7x+3y=0 \cdot -1$
 $7x+4y=0$

$y=0-\frac{7}{3}x$

x	y
3	-7
6	-14
-3	7

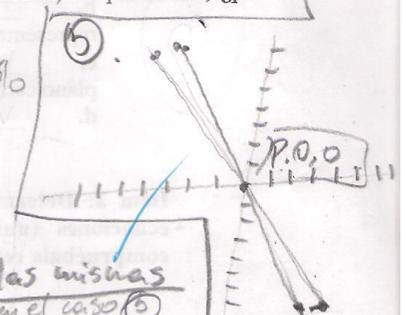
5) $7x+3y=0$
 $7x+4y=0$
 $7x+0=0$
 $7x=0$
 $x=0$

$y=0-\frac{7}{4}x$

x	y
4	-7
8	-14
-4	7

¿Cuál o cuáles de los sistemas de ecuaciones anteriores al representarlos gráficamente resultan dos rectas secantes?, ¿cuál o cuáles corresponden a dos rectas paralelas?, ¿por qué?

Al representarlos gráficamente, solo uno de ellos (b) corresponde a rectas secantes (en el punto de origen), el otro (a), corresponde a rectas paralelas. Esto ocurre porque en el caso (a) las mismas operaciones con las mismas incógnitas (x+y) dan resultados distintos, mientras que en el caso (b)



las operaciones distintas tienen el mismo resultado lo que hace que si tenga solución

Ítem 4.- Resuelve los siguientes ejercicios y selecciona la alternativa correcta en cada caso.

1) En el siguiente sistema, ¿ que valores deben tener m y n, respectivamente, para que la solución sea el par (2,1)?

$$\begin{cases} 4x - my = 9 \\ nx + 7y = -11 \end{cases}$$

- a) 1 y 9
- b) -1 y -9
- c) -5 y -4
- d) 5 y 4
- e) Ninguna de las anteriores

Handwritten calculations for the system:

$$\begin{aligned} 4x - my &= 9 \cdot 7 \\ 4x - 7m &= 63 \\ 4x + 7n &= -11 \cdot (-1) \\ 4x + 7n &= 11 \\ \hline -7m - 7n &= 52 \\ 7m + 7n &= -52 \\ \hline 0 &= 0 \end{aligned}$$

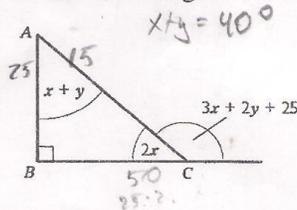
Another path:

$$\begin{aligned} 4x - my &= 9 \\ 9x + 7y &= -11 \\ 28x - 7y &= 63 \\ 9x + 7y &= -11 \\ \hline 37x &= 52 \\ x &= \frac{52}{37} \end{aligned}$$

Final result:

$$\begin{aligned} 4x + y &= 9 \\ -9x + 7y &= -11 \\ -28x - 7y &= -63 \\ -9x + 7y &= -11 \\ \hline 37x &= 52 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

2) Las medidas de los ángulos BAC Y BCA son, respectivamente:



Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 180 \\ -155 \\ \hline 025 \end{array}$$

155.3
65

- a) 25° y 65°
- b) 30° y 60°
- c) 40° y 50°
- d) 400° y 130°
- e) Falta información

Handwritten calculations for the triangle problem:

$$\begin{aligned} 90 + (x+y) + 2x &= 180 \\ 90 + x + y + 2x &= 180 \\ x + y + 2x &= 90 \\ 3x + y &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 2y + 25 + 2x &= 180 \\ 5x + 2y &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + y &= 90 \cdot 5 \\ 5x + 2y &= 155 \cdot (-3) \\ \hline 15x + 5y &= 450 \\ -15x - 6y &= -465 \\ \hline -y &= -15 \\ y &= 15 \end{aligned}$$

Final result: $x = 25$

3) Considera el siguiente sistema de ecuaciones donde a y k son constantes positivas. El valor que debe tomar a y k para que el sistema tenga infinitas soluciones es.

$$\begin{cases} ay = kx - 4 \\ 8y = 3x - 12 \end{cases}$$

$$:3(-kx + 8y) = -12 :3$$

3

- a) $a = 3$ y $k = 3$
- b) $a = 8$ y $k = 3$
- c) $a = 8$ y $k = 1$
- d) $a = 8/3$ y $k = 1$
- e) $a = 1$ y $k = 3$

$$\begin{aligned} -x + \frac{8}{3}y &= -4 \\ -3x + 8y &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3x + 8y &= -12 \\ -3x + 8y &= -12 \end{aligned}$$

Ítem 5.- Para el siguiente problema, plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo con el método que desees. Determina, además, si la solución obtenida es pertinente, indicando si el problema tiene solución o no.

5

a) Si 4 hombres y 3 mujeres van a una fiesta, el costo total de las entradas es de \$23.000.-. Si van 3 hombres y una mujer, el costo es de \$13.500.-. ¿Cuánto cuesta una entrada de hombre y una de mujer?

$x =$ Costo entrada Hombre
 $y =$ Costo entrada Mujer

$$\begin{cases} 4x + 3y = 23.000 \\ 3x + y = 13.500 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 23.000 \\ -3x + y = 13.500 \\ \hline 7x + 2y = 9.500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7x + 2y = 9.500 \\ -7x - 3y = -40.500 \\ \hline 5y = 50.000 \\ y = 10.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 3(10.000) = 23.000 \\ 4x + 30.000 = 23.000 \\ 4x = 23.000 - 30.000 \\ 4x = -7.000 \\ x = -1.750 \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 23.000 \\ 3x + y = 13.500 \end{cases} \cdot 3$$

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 23.000 \\ -9x - 3y &= -40.500 \\ \hline -5x &= -17.500 \\ 5x &= 17.500 \\ x &= 3.500 \end{aligned}$$

$$x = 3.500$$

$$\begin{aligned} 3x + y &= 13.500 \\ 3 \cdot 3.500 + y &= 13.500 \\ 10.500 + y &= 13.500 \\ y &= 13.500 - 10.500 \\ y &= 3.000 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3.500 \cdot 4 \\ 14.000 \\ 13.500 \cdot 3 \\ 40.500 \\ \hline 54.500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13.500 \cdot 4 \\ 54.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13.500 \cdot 3 \\ 40.500 \\ -23.000 \\ \hline 17.500 \cdot 5 = 87.500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23.000 \cdot 3 \\ 69.000 \\ 13.500 \cdot 4 \\ 54.000 \\ \hline 123.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ -54 \\ \hline 15 \end{array}$$

Respuesta: la entrada de un hombre cuesta 3500 y de la mujer 3000. (siendo la suma de estas 6500)

la solución obtenida sí es pertinente ya que el sistema de ecuaciones lo resuelve fácilmente, y se puede comprobar reemplazando los valores de las incógnitas

"4 entradas de hombre (3500%) + 3 entradas mujer (3000%) = 23000"

$$4 \cdot 3500 + 3 \cdot 3000 = 23000$$

$$14000 + 9000 = 23000$$

$$23000 = 23000 \checkmark$$

"si van 3 hombres (3500%) y una mujer (3000%) el costo final es 13500"

$$3 \cdot 3500 + 3000 = 13500$$

$$10500 + 3000 = 13500$$

$$13500 = 13500 \checkmark$$

(24/19)

Objetivos:

- ✓ Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- ✓ Conocer y utilizar diversos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.
- ✓ Representar sistemas de ecuaciones lineales en el plano cartesiano.
- ✓ Analizar la existencia y pertinencia de las soluciones de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales.
- ✓ Resolver problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Ítem 1: Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta cuando es falsa.

(3)

- a. F Si un sistema de ecuaciones tiene solución única, se representa mediante rectas iguales. Por que se cruzan las rectas
- b. f Si un sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones, está representado mediante rectas distintas. ocurre cuando una recta queda sobre otra
- c. ✓ Si un sistema de ecuaciones no tiene solución, está representado en el plano cartesiano por dos rectas paralelas.
- d. ✓ Dos rectas perpendiculares forman un sistema con solución única.

Ítem 2: Determina cuál es la gráfica de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones (uniendo con una línea). Encuentra la solución en cada caso y compruébala reemplazando los valores obtenidos.

a.
$$\begin{cases} -\frac{3x}{2} + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

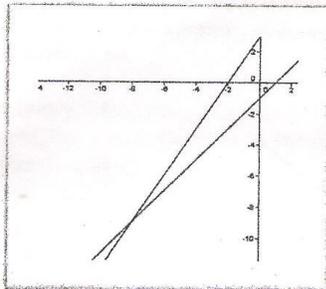


Gráfico 1

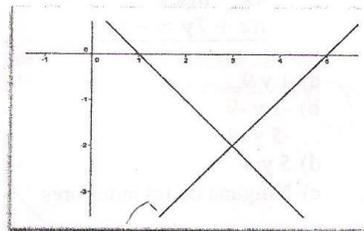


Gráfico 2

Ítem 3: Determina si los siguientes sistemas de ecuaciones tienen solución. Justifica.

$\begin{cases} a) x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} b) 7x + 3y = 0 \\ 21x + 12y = 0 \end{cases}$
---	---

¿Cuál o cuáles de los sistemas de ecuaciones anteriores al representarlos gráficamente resultan dos rectas secantes?, ¿cuál o cuáles corresponden a dos rectas paralelas?, ¿por qué?

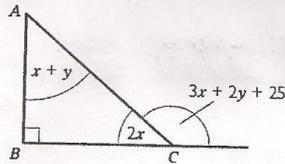
Ítem 4.- Resuelve los siguientes ejercicios y selecciona la alternativa correcta en cada caso.

- 1) En el siguiente sistema, ¿ que valores deben tener m y n , respectivamente, para que la solución sea el par $(2,1)$?

$$\begin{cases} 4x - my = 9 \\ nx + 7y = -11 \end{cases}$$

- a) 1 y 9
- b) -1 y -9
- c) -5 y -4
- d) 5 y 4
- e) Ninguna de las anteriores

2) Las medidas de los ángulos BAC Y BCA son, respectivamente:



- a) 25° y 65°
- b) 30° y 60°
- c) 40° y 50°
- d) 400° y 130°
- e) Falta información

3) Considera el siguiente sistema de ecuaciones donde a y k son constantes positivas. El valor que debe tomar a y k para que el sistema tenga infinitas soluciones es.

$$\begin{cases} ay = kx - 4 \\ 8y = 3x - 12 \end{cases}$$

- a) $a = 3$ y $k = 3$
- b) $a = 8$ y $k = 3$
- c) $a = 8$ y $k = 1$
- d) $a = 8/3$ y $k = 1$
- e) $a = 1$ y $k = 3$

Ítem 5.- Para el siguiente problema, plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo con el método que desees. Determina, además, si la solución obtenida es pertinente, indicando si el problema tiene solución o no.

- a) Si 4 hombres y 3 mujeres van a una fiesta, el costo total de las entradas es de \$23.000.-. Si van 3 hombres y una mujer, el costo es de \$13.500.-. ¿Cuánto cuesta una entrada de hombre y una de mujer?