



**UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON
ESPECIALIDAD EN LENGUAJE Y COMUNICACIÓN O
EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**ERRORES Y OBSTÁCULOS MÁS FRECUENTES QUE
PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DE SÉPTIMO AÑO
BÁSICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE
INVOLUCRAN NÚMEROS DECIMALES.**

**Seminario para optar el título de Profesor de Educación Básica con Especialidad en
Educación Matemática.**

ALUMNOS:

**CATALINA ALBORNOZ ZAPATA
MADALI BERNAL ROJAS
MICHEL FAÚNDEZ ORTIZ
AMÉRICA SEPÚLVEDA VÁSQUEZ
ROBERTO TORRES ALBARRÁN**

PROFESOR GUÍA: MARCELO MELO VERA

Chillán, Diciembre 15 de 2014

ÍNDICE

ÍNDICE	2
INTRODUCCIÓN.....	3
AGRADECIMIENTOS.....	4
1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	5
1.1 DEFINICIÓN DEL ÁMBITO TEMÁTICO DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN	5
1.2 EL PROBLEMA A INVESTIGAR	7
1.2.1 <i>Antecedentes de cómo se llegó a conocer la existencia del problema a investigar.....</i>	7
1.2.2 <i>El planteamiento del problema.....</i>	8
1.2.3 <i>Justificación del problema como objeto de estudio</i>	8
1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	10
1.4 PREMISA O SUPUESTO	10
1.5 OBJETIVOS GENERALES.....	11
1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
1.7 CATEGORÍAS Y SUB-CATEGORÍAS.....	12
1.7.1 <i>Categoría A: Los errores más frecuentes en los Números Decimales.....</i>	12
1.7.1.1 Sub-Categoría A1: En la lectura y escritura de los números en su valor posicional.....	12
1.7.1.2 Sub-Categoría A2: Relacionados con el cero.....	13
1.7.1.3 Sub-Categoría A.3: Relacionados con el orden de los decimales.....	13
1.7.1.4 Sub-Categoría A.4: Operaciones decimales.....	13
2 MARCO TEÓRICO	15
2.1 INTRODUCCIÓN DE LAS DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS DECIMALES:.....	15
2.2 NÚMEROS DECIMALES.....	16
2.2.1 <i>Desarrollo de los Números Decimales desde la Praxis Curricular.....</i>	16
2.2.2 <i>Números Decimales desde la Praxis Didáctica.....</i>	24
2.2.3 <i>Números Decimales desde la Praxis evaluativa</i>	26
3 DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN.....	30
3.1 FUNDAMENTACIÓN DEL TIPO DE INVESTIGACIÓN	30
3.2 EXPLICITACIÓN DE LA UNIDAD DE ESTUDIO	30
3.3 EXPLICITACIÓN DE LOS SUJETOS DE ESTUDIO.....	30
3.4 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	30
3.5 TABLA DE ESPECIFICACIONES DE INSTRUMENTOS Y ESTAMENTOS INFORMANTES.....	31
3.6 CRONOGRAMA DE TRABAJO	33
4 RESULTADOS.....	34
5 CONCLUSIONES.....	44
5.1 JUSTIFICACIÓN DEL USO DEL ESTUDIO DESCRIPTIVO Y SUS LIMITACIONES.....	46
5.2 PROPUESTA EDUCATIVA.....	48
BIBLIOGRAFIA.....	51
LINKOGRAFIA.....	52
ANEXOS	55

INTRODUCCIÓN

Los Números Decimales tienen una gran utilidad en la vida cotidiana, así también, como en otras áreas del conocimiento humano: son útiles en contextos de proporcionalidad como los porcentajes, conversiones de monedas, cálculo de costos, para expresar medidas, en la interpretación de información en tablas y/o gráficas, en la resolución de problemas químicos, físicos, etcétera.

La Presente investigación se desarrolla en estudiantes que cursan séptimo año de enseñanza básica, de escuelas municipales y un colegio particular subvencionado de la comuna de Chillán, que además son centros de práctica de estudiantes de Pedagogía Básica con Especialidad de la Universidad del Bío Bío. Los establecimientos son: Escuela Grupo Escolar, Escuela Cardenal José María Caro, Escuela María Amalia Saavedra, Colegio Alcázares de Ñuble, Liceo Técnico Puente Ñuble.

Mediante una prueba experimental se aplicaron a alumnos de 5to año de enseñanza básica, en búsqueda de dificultades y obstáculos en el contenido matemático de Números Decimales, en los siguientes establecimientos céntricos de la comuna de Chillán: Escuela Reyes de España, Escuela Republica de México, Escuela Los Héroeos.

Esta investigación se basará en el estudio cuantitativo de modalidad descriptiva, el cual tiene como fin llevar al diagnóstico del problema de investigación.

La primera fase de este proyecto de investigación pretende detectar las dificultades de los aprendizajes de los alumnos en el tema de Números Decimales, para esto se identificara cuáles son los errores más frecuentes que se cometen en el proceso enseñanza-aprendizaje desde la praxis curricular, didáctica y evaluativa mediante el uso de un instrumento creado para esta investigación, en base a las categorías del errores citados por Centeno (1997) quien plantea el desarrollo de Números Decimales en España.

En el instrumento de evaluación irán incorporados varios ítems que involucran los Números Decimales como son: lectura y escritura, comparación y orden, suma, resta, multiplicación y división, además de resolución de problemas. Se evaluarán los resultados con mejor rendimiento para ver los errores más frecuentes, estos se calcularán mediante el análisis estadístico, siendo de mayor interés los incluidos en el objetivo de aprendizaje desde quinto a sexto año de enseñanza básica, incluyendo los ítems antes mencionados.

AGRADECIMIENTOS

Al finalizar este seminario queremos agradecer a Dios por acompañarnos en cada momento e iluminar nuestros pasos, agradecer también a todas aquellas personas que hicieron posible este estudio, a nuestras familias por su apoyo incondicional, la disposición y ayuda del profesor guía Sr. Marcelo Melo Vera.

1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Definición del ámbito temático del proyecto de investigación

El tema a plantear está centrado en la enseñanza del currículo según programa de estudio vigente en MINEDUC (2014), en los siguientes niveles con su objetivo de aprendizaje para cada lección:

Cuarto Básico

- Unidad 4 Decimales, medición, datos y probabilidades
 - Capítulo 7: “Comprender los decimales”.
 - Lección 1: Representar decimales.
 - Lección 2: Comparar decimales.
 - Lección 3: Ordenar decimales , Objetivo de las lecciones 1 al 3: Describir y representar decimales (décimos y centésimos): representándolos en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo; comparándolos y ordenándolos hasta la centésima.
 - Lección 4: Sumar y restar decimales, Objetivo: Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la centésima en el contexto de la resolución de problemas

Quinto Básico

- Unidad 2: Números y conceptos de fracciones y decimales
 - Capítulo 7: “Valor posicional: Comprender los decimales”
 - Lección 1: Relacionar fracciones y decimales, Objetivo: Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2, 4, 5 y 10.
 - Lección 4: Comparar y ordenar decimales, Objetivo: Comparar y ordenar decimales hasta la milésima.
 - Lección 6: Sumar y restar decimales, Objetivo: Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la milésima.

Sexto Básico

- Unidad 1: Números, conceptos de fracciones y operaciones.
 - Capítulo 4: Multiplicar decimales
 - Lección 1: Representar la multiplicación por números naturales.
 - Lección 2: Patrones en fracciones y Números Decimales, Objetivo lección 1 y 2: Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica.
 - Capítulo 5: Dividir decimales.
 - Lección 1: Dividir decimales entre números naturales con material concreto.
 - Lección 2: Dividir decimales por números naturales de 1 dígito y múltiplos de 10, Objetivo lección 1 y 2: Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica.

1.2 El Problema a Investigar

1.2.1 Antecedentes de cómo se llegó a conocer la existencia del problema a investigar

A través de fuentes empíricas en cada una de las prácticas durante el desarrollo de los talleres: NB1, NB2, NB3 y NB4 desde el año 2011 al 2014, donde se realizaron actividades pedagógicas en diversos Establecimientos Educativos, se logró apreciar dificultades de aprendizaje en la asignatura de Matemática.

Es importante para la investigación ayudar en el eje temático de Números y Operaciones, eligiendo los Números Decimales como problema a indagar.

La adquisición y dominio del tema a investigar es un proceso que podría generar dificultades para los estudiantes, debido a que la escritura decimal genera importantes confusiones del concepto, pues se asocia el número decimal a “un número con coma”, y por el contrario, el número entero a “un número sin coma”.

La cantidad de cifras no es determinante como elemento para definir el orden de estos números, mientras que, en los números naturales cuanto mayor sea el número de cifras, mayor es la cantidad que representa.

Brousseau (1980) afirma que el conocimiento de los números naturales constituye un obstáculo a la hora de comprender los Números Decimales, debido a que genera que los estudiantes establezcan relaciones entre estos dos tipos de números; como en las siguientes ideas:

- El cero a la izquierda no tiene valor.
- Un número con más cifras es mayor que otro.
- Al multiplicar dos números siempre se obtiene un número mayor.
- Al dividir dos cifras se obtendrá un número más pequeño.

Todas estas ideas son válidas para los números naturales, pero los estudiantes las aplican a otros conjuntos de números, entre ellos los Números Decimales, este representa uno de los principales obstáculos en su aprendizaje.

1.2.2 El planteamiento del problema

El problema a desarrollar será medido con el uso de un instrumento, el cual será una prueba de desarrollo, para detectar las dificultades más frecuentes en el aprendizaje de los alumnos y alumnas en el tema de Números Decimales, para ello se utilizará la estructura de Centeno (1997) a través de Moñino Sánchez (2013), para identificar los errores de esta temática.

1.2.3 Justificación del problema como objeto de estudio

El problema a tratar son las dificultades en el proceso enseñanza-aprendizaje que presentan los estudiantes en la unidad de Números Decimales, debido a que el contenido de éstos números, continúa en el currículo en el transcurso de enseñanza básica e inclusive educación media, en el cual es posible apreciar relaciones con porcentajes, fracciones, números racionales, razón y proporción. Por lo tanto, la falta de conocimientos y habilidades en el manejo de los contenidos matemáticos, puede afectar en el desarrollo de éste y otros contenidos a largo plazo.

La primera publicación en Europa sobre Números Decimales apareció en 1585 y se llamó De Thiende (La décima); su autor, Simon Stevin, fue un matemático flamenco. La notación que él propuso era bastante compleja, usaba un símbolo en particular para las unidades, otro para las décimas, otro para las centésimas, y así sucesivamente.

El relojero y matemático suizo Jost Bürgi (1592), simplificó la notación de Stevin usando el signo ($^{\circ}$) para la cifra de las unidades, ejemplo: el número 54,306 lo escribía así: 54 $^{\circ}$ 306

El italiano Magini (s.f.) perfeccionó la notación introducida por Bürgi reemplazando el pequeño círculo ($^{\circ}$) por un punto entre la cifra de las unidades y la de las décimas, con ello nació la notación anglosajona, ejemplo: el número "54,306" en las islas Británicas y en Estados Unidos se escribe así "54.306".

En 1605, el matemático holandés Willebrord Snellius introdujo la coma en lugar del punto, para separar la parte entera de la parte decimal, reservando el punto para separar los grupos de tres cifras de la parte entera. Actualmente se utiliza esta notación en Europa continental, ejemplo: se escribe 24.054,306 en lugar de 24,054.306, como se utiliza en las islas Británicas y el continente americano.

Se puede inferir que los decimales son mucho más que una escritura: son números que tienen ciertas propiedades y funciones que lo hace distinguirse de otros, en su escritura utilizando el punto es sólo una de las formas que se tiene para representarlos.

Un método introductorio a la adición y sustracción de Números Decimales, que se aprecia en el texto del docente de cuarto año de enseñanza básica, empieza comparando los números naturales con los Números Decimales. Esto se puede realizar efectuando preguntas como: ¿En que se parece sumar decimales a sumar números naturales? o ¿En qué se diferencia sumar decimales de sumar números naturales? (MINEDUC ,2014).

Esto lleva a pensar que la parte entera decimal es más importante que la parte decimal, el cual se puede despreciar. En el algoritmo de la división, cuando éste se aprende mecánicamente, los decimales aparecen como los números que resultan al continuar dividiendo, cuando el resto es menor que el divisor, debido a esto, se refuerza la idea de separación entre: “parte entera” y “parte decimal” , cuyo valor de la parte decimal es menor que la unidad.

La separación entre las partes antes mencionadas suele provocar en el cálculo mental respuestas erróneas, es esta una de las principales razones de su importancia puesto que se ha llegado a afirmar que estos números se han convertido en un referente de todos los cálculos.

Para que los estudiantes desarrollen de manera más eficaz el contenido de los Números Decimales, se introduce haciendo énfasis en la escritura decimal, sin que se ponga suficiente atención en que estos números son distintos de los naturales, por lo tanto, deben abordarse considerando su complejidad conceptual y su propio estatuto epistemológico.

La utilidad de los Números Decimales para el desenvolvimiento social de las personas se reconoce tanto en las Investigaciones Educativas como en las prescripciones Curriculares (Irwin, 2001; Ministerio de Educación y Ciencia, 2006) a través de Konic, P. M., Godino, J. D., & Olivo, M. R. (2010). La medición es un ámbito en el que la funcionalidad de aquellos números se hace notar con facilidad y es de gran ayuda para distintas funciones.

1.3 Pregunta de investigación

¿Cuáles son los errores y obstáculos más frecuentes que presentan los estudiantes de Séptimo año básico en la resolución de problemas que involucran Números Decimales?

1.4 Premisa o supuesto

Los errores y obstáculos más comunes que se evidencian los estudiantes de Séptimo año de enseñanza básica, en el aprendizaje matemático, específicamente en la resolución de problemas que involucran Números Decimales son:

- Lectura y escritura de los números en su valor posicional.
- Errores relacionados con el cero.
- Errores con el orden de los decimales
- Operaciones: Adición y/o Sustracción, Multiplicación y/o División.

1.5 Objetivos Generales

Analizar los errores y obstáculos más frecuentes que presentan los estudiantes de Séptimo año básico en la resolución de problemas que involucran Números Decimales, de Establecimientos Educativos.

1.6 Objetivos Específicos

1.6.1 Crear un instrumento que permita evaluar los contenidos relacionados al tema a investigar.

1.6.2 Aplicar el instrumento en el nivel de Quinto año de educación básica, en Establecimientos Educativos Municipales centrales de la comuna de Chillán, como prueba experimental.

1.6.3 Aplicar el instrumento en establecimientos seleccionados.

1.6.4 Analizar resultados del instrumento.

1.6.5 Determinar las dificultades y obstáculos presentados por los alumnos y alumnas en:

- La lectura y escritura de los números en su valor posicional.
- Los errores relacionados con el cero.
- Los errores con el orden de los decimales.
- Las operaciones: Adición y/o Sustracción, Multiplicación y/o División.

1.6.6 Proponer una actividad que permita reforzar las debilidades encontradas en el tema investigado.

1.7 Categorías y Sub-Categorías

1.7.1 Categoría A: Los errores más frecuentes en los Números Decimales.

Estos errores son de acuerdo a lo que dice Centeno (1997) en su libro *Números decimales, ¿Por qué? ¿Para qué?*, Clasifica los errores más frecuentes, observados de manera persistente en los estudiantes de primaria, en cuatro apartados según su origen, los cuales se dividen en las siguientes sub-Categorías:

1.7.1.1 Sub-Categoría A1: En la lectura y escritura de los números en su valor posicional.

Son los errores en las actividades de tipo sistemático que realizan los educandos para leer y escribir los Números Decimales, se manifiesta cuando los estudiantes realizan la eliminación de la unidad de medida ya conocida (unidad, decena, centena etc.) que normalmente ocurre por la ampliación del campo conceptual de “números enteros” a “números enteros y decimales”, la interpretación de las centésimas como centenas y las milésimas como unidad de mil, es decir siguen partiendo de los números enteros pensando que la lectura es al revés refiriendo “una centésima es una unidad”, olvidando la unidad de medida a la que pertenecen, ello se debe a que no han logrado todavía una comprensión del sistema de medida utilizado.

En la lectura de los Números Decimales es posible apreciar que el lenguaje técnico respeta su posición, y no la lectura de sus elementos, se comete el error de hacer una lectura literal de los elementos es decir : 4,2 como: “cuatro coma dos”, en vez de utilizar el lenguaje técnico y leerlo de manera: “cuatro enteros con dos décimas” o simplemente como: “cuarenta y dos décimas”, pero para este tipo de equivalencia deben comprender la existencia del cero; aunque el lenguaje depende de cómo lo enseñe el profesor a cargo de la asignatura de educación matemáticas.

1.7.1.2 Sub-Categoría A2: Relacionados con el cero.

Se refiere a cuando los estudiantes ignoran el cero en los Números Decimales, considerando el cero como un valor nulo, omitiendo la presencia de éste, o como sucede en otros conjuntos numéricos. Estos errores se ven implícitos al aplicar algoritmos de la división donde el estudiante no identifica la posición del cero, omitiendo su valor posicional.

Ejemplo: $1,2 \times 10 = 12$ $1,2 \times 100 = 12$

1.7.1.3 Sub-Categoría A.3: Relacionados con el orden de los decimales.

Se refiere a los errores relacionados al comparar y establecer las relaciones de: “mayor que”, “menor que” e “igual que”, suelen interpretar a los decimales como pares de enteros, por ejemplo, si se les pide comparar 4,5 y 4,15, la mayoría de los estudiantes concluye que 4,15 es mayor porque 15 es mayor que 5, es decir observan los números después de la coma como enteros.

Este tipo de error está muy relacionado con el valor posicional de los decimales, pues para los estudiantes no es posible hallar por ejemplo un número entre 4,2 y 4,3 dado que, aun los siguen viendo como números naturales y es por ello imposible encontrar un número con tales características.

Para ello deben tener en cuenta el valor posicional de cada número y saber distinguir las décimas, centésimas y de las milésimas.

1.7.1.4 Sub-Categoría A.4: Operaciones decimales.

Son los errores en las actividades de tipo sistemático, que realizan los alumnos y alumnas para desarrollar las operatorias básicas, cuyas actividades son realizadas en el espacio y tiempo real del trabajo de aula en la aplicación de operatorias de la Adición, Sustracción, Multiplicación y División, las cuales describiremos en los siguientes errores:

- **Operaciones decimales en la Adición:** Se puede describir que existen errores en la adición cuando los estudiantes ignoran su valor posicional, por lo cual también la coma decimal, realizando un avance en unidades hacia una dirección, en orden según su aparición, ignorando el hecho que son valores decimales, ya sea ignorando la coma y trabajándolo como una unidad, guiándose en valor posicional de forma incorrecta, separando las operatorias de decimales con los números enteros.
- **Operaciones decimales en la Sustracción:** El principal error, al operar con Números Decimales en la sustracción, se aprecia cuando los estudiantes aún no han aprendido bien el valor posicional de los números; ya que simplemente los ordenan de izquierda a derecha, sin considerar la coma que es la que separa enteros de decimales y que se operan de acuerdo a su valor posicional, además lo de restar con reserva y como se dice: “pedirle prestado al vecino”.
- **Operaciones decimales en la Multiplicación:** En cuanto a la operación de multiplicar, los educandos creen que el resultado nos lleva a un número más “grande”, pues los estudiantes siguen trabajando como si fueran números naturales, olvidando donde va la coma decimal, mal conteo de los espacios que se corre la coma, se confunden con la izquierda y derecha, esto se refiere hacia donde se corre la coma, y por último las tablas de multiplicar.
- **Operaciones decimales en la División:** En cuanto a la operación dividir, los alumnos y alumnas tienen un déficit en correr la coma decimal, al contar los espacios, en las tablas de multiplicar, debido a que hay que conocer cuántas veces esta contenido el dividendo en el divisor.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción de las dificultades en el aprendizaje de los Números Decimales:

Las dificultades en el aprendizaje que se producen en el sector de matemáticas ha sido de gran interés, pues son la manifestación externa de un proceso complejo de enseñanza y aprendizaje según Rico, L. (1995), por otra parte, hay que considerar el contexto concreto en el que se trabaja. Quinzá-Torroja, J. M. S., Escalona, A. S., & Macías, J. A. S. (s.f.)

En el nivel de las matemáticas elementales se han hecho numerosos estudios sobre el tema, pero algunos errores de los Números Decimales se arrastran de la enseñanza básica, hasta cursos superiores Salinas, M. J. (2007).

Gran parte de las dificultades, que tienen los niños y los maestros en su formación con los Números Decimales tiene origen en el modo en que éstos se enseñan en los establecimientos. Lampert (1989, p. 229) citado de Castro Hernández, C. D., Castro Martínez, E., & Segovia Alex, I. (2004).

Como producto de la experiencia docente universitaria, se han detectado problemas en los estudiantes para la apropiación de los conceptos de Números decimales que inclusive pueden ser influidos por la cantidad de alumnos en el aula, o problemas personales. Micca, L. (2006)

En este trabajo se ha dado relevancia al trabajo de centeno en 1997, organizados a través de Moñino Sánchez (2013) en cuatro tipos de errores, el cual incide en el aprendizaje de los Números Decimales.

Dada la relevancia que tiene el dominio de los Números Decimales, no solo en la enseñanza básica, sino para la construcción de saberes matemáticos posteriores, consideramos abordar seriamente articulando coherentemente las diferentes concepciones epistemológicas, bajo las que estos números encuentran sus razones de ser. Plaza, M. D. C. C., & Ruiz, J. L. (2004)

En esta Investigación se aporta un resultado de situaciones escolares basadas en el currículo escolar vigente , a fin de detectar los errores que cometen los alumnos en este dominio, identificando obstáculos epistemológicos y

didácticos que lo provocan, lo cual permitirá cuestionar muchos aspectos de su enseñanza, que se asumen como aprendizajes ya adquiridos.

2.2 Números Decimales

2.2.1 Desarrollo de los Números Decimales desde la Praxis Curricular

El tema a tratar está enfocado en el tercer nivel de concreción del currículo, el tema a desarrollar son los Números Decimales cuyos objetivos están presente en Quinto y Sexto año básico, del programa de estudio vigente en el eje de “números y operaciones” MINEDUC (2014, Editorial Galileo)

CUARTO BÁSICO:

- OA 11 Describir y representar decimales (décimos y centésimos): representándolos en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo comparándolos y ordenándolos hasta la centésima.
- OA 12 Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la centésima en el contexto de la resolución de problemas.

QUINTO BÁSICO:

- OA 10: Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2,4, 5y 10.
- OA 11: Comparar y ordenar decimales hasta la milésima.
- OA 12: Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la milésima.
- OA 13: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios, aplicando adiciones y sustracciones de fracciones propias o decimales hasta la milésima.

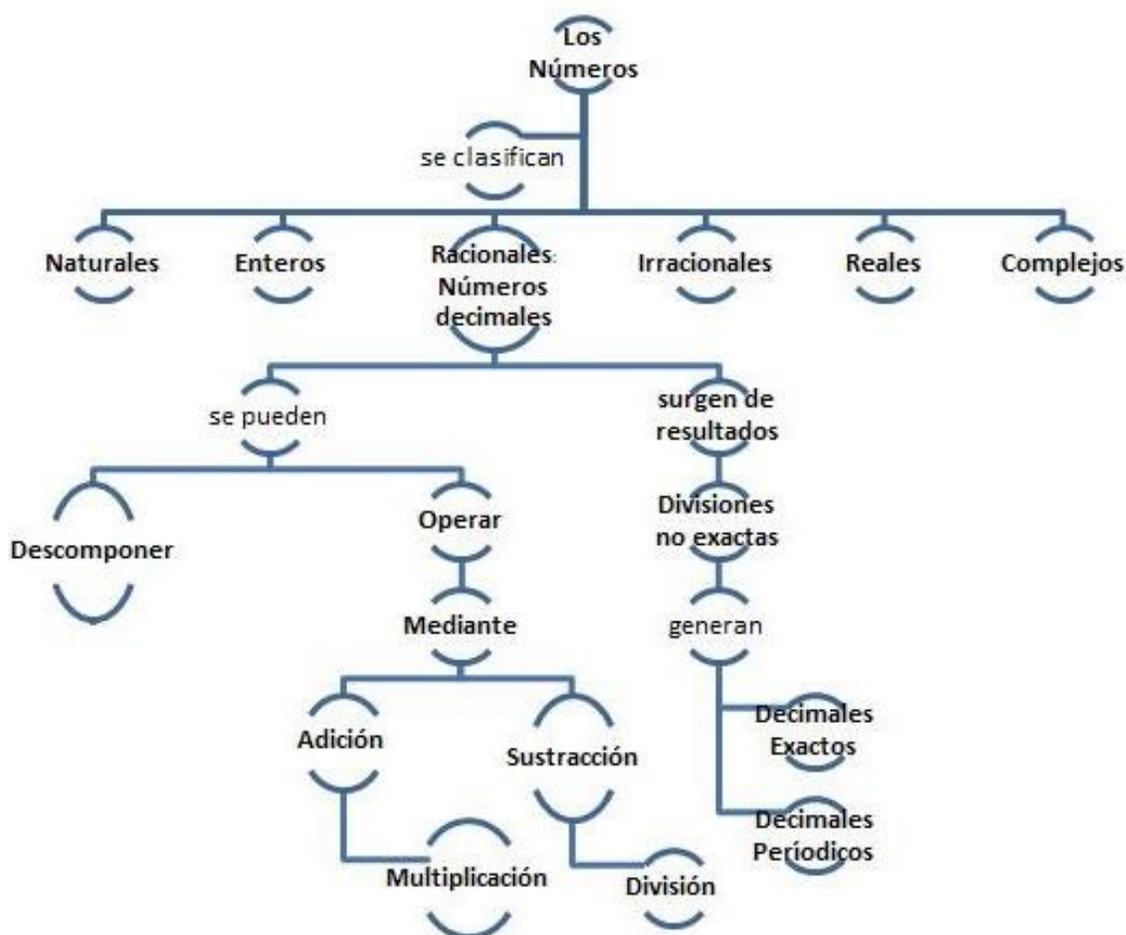
SEXTO BÁSICO:

- OA 07: Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por numero natural de un digito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica.

El desarrollo curricular puede confirmarse en el punto 1.1 “definición del ámbito temático”, en el cual está el nivel, unidad, lección y objetivo de cada lección pertinente a los Números Decimales.

A nivel conceptual puede referirse el desarrollo de los Números Decimales en una parte de los números racionales como se puede apreciar en la Figura 1.

Figura1 :“Mapa Conceptual Números Decimales”



En el entorno existen diversas situaciones problemáticas que requieren para su resolución, el manejo de algunas operaciones tales como: adición, sustracción, multiplicación y/o división.

Considerando la estrategia presentada por Pólya, es posible realizar un análisis del problema en la vida cotidiana, Pólya, citado por Alfaro (2006), expresa

que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemática es la correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, etc.

El método al cual se refiere contiene los cuatro pasos de Pólya, citado por Alfaro (2006, pp. 28-31) podemos interpretar los pasos principales a seguir y las posibles interrogantes que se pueden realizar, para ser aplicadas por el propio estudiantado o por éste con el apoyo docente.

Dichos pasos son los siguientes:

1. Comprender el problema

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición?

¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

¿Es insuficiente?

¿Es redundante?

¿Es contradictoria?

2. Concebir un plan

¿Se ha encontrado con un problema semejante?

¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

¿Conoce un problema relacionado?

¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?

¿Podría enunciar el problema en otra forma?

¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

3. Ejecución del plan

¿Puede ver claramente que el paso es correcto?

¿Puede demostrarlo?

4. Examinar la solución

- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

En las operaciones con Números Decimales, la coma decimal es muy importante, podemos rescatar un ejercicio en el libro del estudiante de Quinto año de enseñanza básica 2014, el cual explica las operaciones a realizar:

Adición:

En la primera carrera de Luge en las Olimpiadas de invierno de 2006, Armin Zoeggeler completó el primer intervalo en 23,835 segundos. Luego, alcanzó el tercer intervalo 20,336 segundos después. ¿Cuál fue el tiempo total cuando llegó al tercer intervalo?

Se puede sumar y restar decimales de la misma manera en que se suma y resta números naturales, si primero se alinean las comas decimales.

Ejemplo 1: suma 23,835 + 20,366

Paso 1	Paso 2	Paso 3
<p>Alinear las comas Decimales para ordenar El lugar de los valores Posicionales. Suma las milésimas.</p> $ \begin{array}{r} 1 \\ 23,835 \\ + 20,336 \\ \hline 1 \end{array} $	<p>Añadir las centésimas. Suma las décimas. Reagrupa según sea necesario</p> $ \begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 23,835 \\ + 20,336 \\ \hline 171 \end{array} $	<p>Sumar las unidades y las decenas. Colocar la coma decimal en el total.</p> $ \begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 23,835 \\ + 20,336 \\ \hline 44,171 \end{array} $

Por lo tanto, el tiempo de Zoeggeler al alcanzar tercer intervalo fue de 44,171 segundos.

Más ejemplos

<p>A.</p> $12,48 + 3,93$ <p>12,48 –Se alinea las comas decimales + 3,93</p> $ \begin{array}{r} 12,48 \\ + 3,93 \\ \hline 16,41 \end{array} $ <p>colocar la coma decimal en el total</p>	<p>B.</p> $2,5 + 4,72 + 8,091$ $ \begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 2,500 \\ 4,720 \\ +8,091 \\ \hline 15,311 \end{array} $ <p>Colocar ceros para demostrar decimales equivalentes.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

¿Qué se pregunta?

Cuál fue el tiempo total cuando llego al tercer intervalo.

¿Qué datos se dan?

Cuánto demoro en el primer intervalo y el tiempo que tardo en el tercer intervalo.

¿Qué operación realiza?

Adición.

Como puede observarse, la adición o suma con Números Decimales se efectúa de la forma explicada en el libro del estudiante de quinto año de educación básica.

Sustracción:

El tiempo total de Zoeggeler en su primera carrera fue de 51,718 segundos. ¿Cuántos segundos tardó Zoeggeler en deslizarse desde el tercer intervalo hasta la línea de llegada?

Ejemplo 2 resta 51,718 – 44,171

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Alinear las comas Decimales para alinear El lugar de los valores Posicionales. Restar las milésimas.	Restar las centésimas. Sumar las décimas. Reagrupar según sea necesario	Restar las unidades y las decenas. Colocar la coma decimal en el total.
$\begin{array}{r} 51,718 \\ - 44,171 \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 51,718 \\ - 44,171 \\ \hline 547 \end{array}$	$\begin{array}{r} 51,718 \\ - 44,171 \\ \hline 7,547 \end{array}$
		Colocar coma decimal

Por lo tanto, Zoeggewler tardó 7,547 segundos en deslizarse desde el tercer intervalo hasta la línea de llegada.

¿Qué se pregunta?

Cuál fue el tiempo que tardó en llegar desde el tercer intervalo a la línea de llegada.

¿Qué datos se dan?

El tiempo que demora en la carrera.

¿Qué operación realiza?

Sustracción.

Respecto a la Multiplicación y división, son considerados en Sexto año básico, en el libro de la editorial Galileo, correspondiente al año 2014 por el MINEDUC. Se logra apreciar los contenidos en la unidad uno, capítulo cuatro para la multiplicación, y la unidad uno capítulo cinco para la división. Véase imagen en Anexo 1.

En el texto del docente se puede rescatar los siguientes contenidos en alusión del texto escolar:

Multiplicación:

La multiplicación de decimales se basa en el valor posicional y en la multiplicación con números naturales.

A partir de esto es posible hacer preguntas y respuestas:

Expliquen por qué las cuadrículas de centésimas para $3 * 0,61$ y la suma repetida dan la misma respuesta.

La cuadrícula combina tres grupos de 0,61. La suma repetida también combina tres grupos de 0,61.

Describan una cuadrícula diferente que podrían usar para hallar $3 * 0,61$

Respuesta posible: como los décimos y los centésimos son como moneda de \$ 10 y monedas \$ 1, se pueden usar 3 grupos de 6 monedas de \$10 y una de \$ 1, sacar conclusiones.

¿Cómo usan los cuadrados decimales para multiplicar $4 * 0,38$?

Sombrear 0,38 cuatro veces .

¿ Que generalización acerca de un producto pueden hacer cuando multiplican con un número natural y un decimal menor que 1 ?

El producto será siempre menor que el número natural.

División:

La división de decimales entre numeros naturales y entre Números Decimales se basa en el valor posicional . Véase imagen del texto escolar en Anexo 2.

A partir de esto es posible hacer preguntas y respuestas:

¿Que representa el cociente de un problema de división?

El cociente dice el número de cada parte, después de dividir el número en partes iguales.

¿Qué hacen antes de poder dividir una representación que muestra 2 enteros y 4 décimos en tres grupos iguales?

Respuesta posible: primero recortamos dos cuadrados enteros en decimos, como el tercer valor es cuatro décimos ya logramos completar la actividad, unimos todas las partes representando 2,4 en el mismo tamaño.

¿Cómo pueden estar seguros de que su respuesta es correcta?

Respuesta posible: cada grupo es igual a 0,8, y la suma de tres grupos es igual a 2,4; por lo tanto, la respuesta correcta es 0,8.

¿Cómo pueden usar una representación para hallar $2,4:6$?

Respuesta posible: se divide cada grupo de 0,8 en medios para formar 6 grupos iguales.

Para finalizar las operatorias , tanto la Multiplicación como la división, es establecida entre un número decimal con un número natural menor que 100, haciendo uso de palabras como “correr tantos espacios a la izquierda como decimales sea dado” y para el valor de adición y sustracción es importante el valor posicional, no olvidando la presencia de la coma decimal para mantener la estructura de éstos.

La importancia de los Números Decimales enfatiza en que permiten expresar informaciones numéricas, que no es posible trabajar disponiendo sólo de los naturales. La utilidad de los Números Decimales para el desenvolvimiento social de las personas se reconoce tanto en las investigaciones educativas, como en las prescripciones curriculares y académicas (Irwin, 2001; Ministerio de Educación y Ciencia, 2006) a través de Konic, P. M., Godino, J. D., & Olivo, M. R. (2010).

2.2.2 Números Decimales desde la Praxis Didáctica

Las estrategias metodológicas de enseñanza son: la interacción pedagógica, recursos didácticos, clima del aula, organización, uso de tiempo y espacio didáctico.

Como producto de la experiencia docente universitaria, se han detectado problemas en los estudiantes para la apropiación de los conceptos de número decimal. La primera fase de un proyecto de investigación que se refiere a ésta problemática, se realizó en la revisión de las consideraciones que al respecto han planteado diferentes autores, para verificar que esta situación no es particular del ámbito local.

Para que los alumnos y alumnas entiendan de mejor manera el contenido de los decimales, se introduce haciendo énfasis en la escritura decimal, sin que se ponga suficiente atención en que estos números son distintos de los naturales y,

por lo tanto, en que deben abordarse considerando su complejidad conceptual y su propio estatuto epistemológico.

Ávila, Alicia. (2008) refiere ideas de importancia en México las cuales ayudan a entender el valor posicional y por ello refiere cuales son los principales problemas para el aprendizaje de los decimales como:

- "La ubicación del punto, eso es lo más difícil."
- "Si no queda claro el valor relativo y absoluto de los números enteros, es más complicado con decimales."
- "Uno de los aspectos que debe enseñarse es el valor posicional, el cero, porque los decimos que cero a la izquierda no vale y en .01 sí vale, también las *transformaciones* son difíciles".

Ávila, Alicia. (2008) también refiere que las dificultades para aprender los Números Decimales se encuentran, alejadas del proceso de enseñanza y aprendizaje que tiene lugar en el aula.

Se considera que los problemas para el aprendizaje de estos números se ubican en los siguientes aspectos:

- Falta de atención
- Desinterés
- Falta de conocimientos previos
- Falta de apoyo de la familia

Por ello las dificultades en los decimales, se transforma en un problema didáctico en un ámbito social, en el que prevalecen elementos que responsabilizan a los estudiantes como sujeto didáctico de actitudes y conductas, que obstaculizan el aprendizaje: la atención, el interés y el desconocimiento de saberes previos necesarios.

En el ámbito académico la importancia del estudio de estos números en la escolaridad obligatoria es ampliamente reconocida; por un lado, la necesidad de medir de manera aproximada cantidades continuas, lo que supone abordar un problema de interés práctico (Centeno, 1988; Ferrari, 2006). Y por otro lado, desde una perspectiva teórica, la matemática va exigiendo de una generalización que

permita ir solucionando tanto las limitaciones que cada teoría muestra para determinados avances, como la necesaria descontextualización.

2.2.3 Números Decimales desde la Praxis evaluativa

Este ítem se refiere al rol de evaluación “formativo” para retroalimentación y meta cognición en el contenido de decimales.

Dado diversos factores que los educandos no conciben denominar parte entera a la de la izquierda de la coma y decimal a la de la derecha, lo que hace que algunos estudiantes sólo consideran decimal a ésta última, y por lo tanto, lo que es menor que uno.

Para que se efectuó una mayor comprensión del contenido enseñado se le pide al estudiante que realice operatorias que involucren la adición, sustracción, multiplicación y división de un número decimal con un número entero, que presenta dificultad al ubicar las cifras para efectuar las operaciones correspondientes y, además, al momento de concluir el ejercicio no diferencia la parte entera de la decimal. Balaguera, E., & González, A. (2008) a través de Hernández, C. (2012)

En otro sentido los decimales son números cuya utilidad en el mundo del intercambio comercial y del trabajo son ampliamente reconocidos. Se ha llegado a afirmar que estos números se han convertido en importante referente de todos los cálculos hasta el punto de que en la práctica desplazan completamente a las fracciones, debido en parte a la disponibilidad y uso de calculadoras y, además, en computadoras realizan estas operaciones decimales (cf. Centeno, 1997, p. 17).

En la concepción y diseño de los libros de textos actuales, se observa una fuerte tendencia a presentar tareas que buscan vincular situaciones de la vida cotidiana con los contenidos matemáticos respectivos. En esta dirección los conceptos de valor posicional y representación decimal de los Números Racionales son considerados componentes esenciales del currículo de matemáticas en la escolaridad elemental. (Zazkis y Khoury, 1993; Stacey, Helme,

Steinle, Baturo, Irwin y Bana, 2001) a través de Konic, P. M., Godino, J. D., & Olivo, M. R. (2010).

En el medio escolar, se asume que las consideraciones dadas por un profesor ante el error de sus alumnos dependen, en gran medida, de sus supuestos teóricos acerca de la enseñanza. Así, se entiende al error como un reflejo de los aprendizajes no logrados y, por tanto, tiene siempre un carácter correctivo. Debido a que “la calificación es inversamente proporcional al número de errores” (De la Torre y otros, 1994, p. 45) a través de Hernández, C. (2012)

Dentro de la escuela, la propia idea de error cambia, pues se centra en un campo en que como indicaba Astolfi (1999), el profesor juzga el trabajo de los alumnos, tomando como referencia unas determinadas expectativas de aprendizaje. Ya no se trata, de la verdad como coincidencia entre el juicio y la cosa juzgada, sino más bien de la coincidencia entre la producción del alumno y la expectativa docente. En este sentido va la definición de De la Torre (1992): "Entendemos el error como inadecuación o desajuste entre lo esperado y lo obtenido, entre lo establecido y la respuesta dada, fruto del proceso socio-cognitivo en la adquisición de conocimientos o comportamientos", la cita enfatiza la idea de que el error dentro del ámbito escolar, debe apreciarse como resultado del juicio que hace un profesor sobre los conocimientos del estudiante a la vista de la actuación del mismo ante una tarea. El error, visto así no sería equivalente inmediatamente a falsedad, sino más bien una valoración negativa.

Siguiendo en esta línea, la evaluación sería un “proceso interpretativo en el que influyen tanto los resultados como la interpretación que hace de ellos el evaluador”. (De la Torre, 1992, p. 47; De la Torre, 1996) a través de Hernández, C. (2012)

Rico a través de Gómez (2000) dice que los organizadores del currículo son “conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas”. Aparte de las disciplinas matemáticas (Álgebra, Análisis,...), Rico (1997) propone como organizadores del currículo a: “los errores”, “las dificultades”, “las representaciones

y los modelos”, “la fenomenología de los conocimientos”, los materiales, recursos y la evolución histórica de los conceptos.

¿Cuál es el uso que se plantea de los errores en el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas en Rico (1997)?. En primer lugar, se sugiere que un escalonamiento de tareas propuestas a los alumnos puede ayudar en la detección de los errores. Se considera incluir recomendaciones al educando a modo de advertencias explícitas para evitar que este caiga en errores habituales.

También, se cree que el conocimiento de los errores puede orientar en la elaboración de secuencias que faciliten la superación de dificultades específicas, que pueden proporcionar orientaciones metodológicas (con diseño de tareas que planteen conflictos cognitivos a los estudiantes) y además que ayude en la evaluación, otorgando tareas que tienen un gran potencial diagnóstico. Con todo esto, la inclusión del conocimiento de los errores y dificultades de los alumnos y alumnas como organizador del currículo permite hacer un uso positivo y sistemático de los errores en la enseñanza de las matemáticas (al tenerlos en cuenta en relación con cada uno de los componentes del currículo).

Algunas de las citas más valiosas sobre las dificultades que se producen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los Números Decimales pueden encontrarse en los trabajos de Brousseau. Éste autor en 1997 afirma que un obstáculo que se produce en el aprendizaje de los decimales es la identificación de estos con medidas. Asociar los decimales con medidas hará que “el número de decimales utilizados se limite implícitamente al utilizado en las medidas de uso común”, números como “3,25” se consideran como “325 con las centenas como unidad”.

Esto conducirá durante mucho tiempo a considerar, por ejemplo, que no hay ningún número decimal entre 3,25 y 3,26. Esta definición implícita de los decimales como “Números Naturales con coma decimal” hace que se produzcan errores también al realizar cálculos mentales. Al realizar mentalmente el producto de dos Números Decimales, algunos alumnos calculan el producto de la parte entera, luego el de la parte decimal y al final ponen las partes juntas. Por ejemplo: $(0,4)^2 = 0,16$ pero $(0,3)^2 = 0,9$ y algunas veces $(3,4)^2 = 9,16$.

Brousseau, basándose en resultados obtenidos en su análisis de la enseñanza de los decimales, toma la opción de presentar “los Números Decimales como Números Racionales, simplemente como una forma alternativa de escribir fracciones decimales” y “las fracciones decimales como medio para aproximar números racionales debido a las facilidades de cálculo que ofrecen las mismas”. Se espera que esta forma alternativa de presentar los Números Decimales ayude a eliminar las dificultades que produce la consideración de los mismos como “números naturales con coma” que establece el texto de cuarto año básico.

Pinto y Tall (1996), refieren un factor indicador de concepciones inadecuadas sobre los decimales es el modo en que habitualmente suelen leerse, por ejemplo, leer 0.59 como “cero punto cincuenta y nueve” conducirá a pensar, de forma natural, que “cero punto cincuenta” es mayor que “cero punto cinco”, o que “cero punto once” es mayor que “cero punto nueve”. Otro aspecto que dificulta una comprensión adecuada de los decimales es la sobreexposición de los estudiantes a los decimales finitos. Esto hace que se les identifique erróneamente con las fracciones. También a veces los decimales familiares como 0,1 o 0,33... Son interpretados como números racionales, mientras que los decimales recurrentes podrían no tener la consideración de “Números Racionales” para muchos alumnos y alumnas (Pinto y Tall, 1996) a través de Hernández, C. (2012).

Empson y Levi (2011) hacen una propuesta innovadora para la introducción de los Números Decimales en la Educación Primaria, que parte de trabajos previos pertenecientes al ámbito de la resolución de problemas aritméticos verbales (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999), y de trabajos en los que se trata de integrar la aritmética con el álgebra en la Educación Primaria (Carpenter, Franke y Levi, 2003) a través de Hernández, C. (2012)

3 DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Fundamentación del tipo de investigación

La presente investigación se basa en el estudio cuantitativo de modalidad descriptiva, el cual conduce al diagnóstico del problema de investigación. En la que se describe las características del estudio y se enfoca principalmente en los estudiantes, enunciando los errores y obstáculos que se presentan en el aprendizaje de los Números Decimales desde la praxis curricular, didáctica y evaluativa.

3.2 Explicitación de la unidad de estudio

La población serán los estudiantes de séptimo año básico de colegios municipalizados y particulares subvencionados periféricos de la comuna de Chillán; los que son Escuela Grupo Escolar, Escuela Cardenal José María Caro, Escuela María Amalia Saavedra, Colegio Alcázares de Ñuble y Liceo Técnico Puente Ñuble.

3.3 Explicitación de los sujetos de estudio

La muestra serán los alumnos y alumnas de Séptimo año de enseñanza básica de centros de prácticas Profesionales asignados en la Universidad del Bío-Bío.

3.4 Instrumentos de recolección de la información

El instrumento de recolección de información consiste una prueba con ejercicios de desarrollo, la cual es una evaluación abierta, se obtiene información de cada ejercicio, evitando el azar de la elección de respuestas, además ayudando a clarificar en qué ítems se presenta menor puntaje respecto al tema de estudio.

Para validación del instrumento se solicitará la ayuda de profesores que realicen clases en educación superior, dejando constancia en firma sólo si han revisado con fines de validación, véase en anexo 3 constancia de validación, esperando una retroalimentación en virtud de la experiencia docente de los profesores en la facultad. Véase en anexo 4 el instrumento de evaluación aplicado.

3.5 Tabla de especificaciones de instrumentos y estamentos informantes.

A partir de información antes planteada entonces realizamos la siguiente tabla de especificación:

Objetivos Específicos	Categoría y sub-categorías	Intencionalidad Investigativa	Instrumentos pertinentes	Estamentos informantes
1.6.1 Crear un instrumento que permita evaluar los contenidos relacionados al tema a investigar.	Categoría A con sus Sub-Categorías A.1, A.2, A.3, A.4	Evaluación	Prueba de Desarrollo	- Tesistas. -Profesor Guía -Profesor Validador
1.6.2 Aplicar el instrumento en el nivel de Quinto año de educación básica, en Establecimientos Educacionales Municipales centrales de la comuna de Chillán, como prueba experimental.	Categoría A con sus Sub-Categorías A.1, A.2, A.3, A.4	Evaluación	Prueba de Desarrollo Experimental	-Tesistas -Profesor Guía -Directora -Estudiantes

<p>1.6.3 Aplicar el instrumento en establecimientos seleccionados para la muestra.</p>	<p>Categoría A con sus Sub-Categorías A.1,A.2, A.3, A.4</p>	<p>Evaluación</p>	<p>Prueba de Desarrollo.</p>	<p>-Estudiantes -Profesor Supervisor.</p>
<p>1.6.4 Analizar resultados del instrumento.</p>	<p>Categoría A con sus Sub-Categorías A.1, A.2, A.3, A.4</p>	<p>Descriptiva</p>	<p>Datos estadísticos unidimensionales.</p>	<p>-Tesisistas -Profesor Guía</p>
<p>1.6.5 Determinar las dificultades presentadas por los estudiantes en:</p> <ul style="list-style-type: none"> •Lectura y escritura de los números en su valor posicional. •Errores relacionados con el cero. •Errores con el orden de los decimales. •Operaciones: Adición y/o Sustracción, Multiplicación y/o División. 	<p>Categoría A con sus Sub-Categorías A.1, A.2, A.3, A.4</p>	<p>Descriptiva</p>	<p>Datos estadísticos unidimensionales.</p>	<p>-Tesisistas -Profesor Guía</p>
<p>1.6.6 Proponer una actividad que permita reforzar las debilidades encontradas en el tema investigado.</p>	<p>Categoría A con sus Sub-Categorías A.1,A.2, A.3, A.4</p>	<p>Descriptiva</p>	<p>Actividad propuesta para trabajo en Números Decimales.</p>	<p>-Tesisistas -Profesor Guía</p>

Véase en anexo 5, tabla de especificación curricular del instrumento.

3.6 Cronograma de trabajo

La organización de la investigación es la siguiente:

N°	Actividades	Mes de aplicación
1	Organizar el equipo	Marzo-Abril
2	Estudio de la problemática	Abril-Mayo
3	Conseguir la institución	Junio
4	Conseguir la autorización	Junio
5	Desarrollar el instrumento	Julio
6	Validar el instrumento	Agosto-Septiembre
7	Aplicar el instrumento	Septiembre
8	Interpretación del instrumento	Octubre-Noviembre
9	Redacción del proyecto	Noviembre-Diciembre

4 RESULTADOS

En virtud al marco metodológico se realizó un estudio cuantitativo descriptivo, es posible realizar las actividades antes planteadas y en virtud al cronograma de trabajo estipulado, se puede evidenciar ahora los resultados:

Población: Estudiantes de Establecimientos Educativos de las comunas de Chillán y San Nicolás.

Muestra: 110 Alumnos y Alumnas que cursan Séptimo año de enseñanza básica en Establecimientos Educativos de la misma.

Variable estadística: Nivel de cumplimiento en prueba diagnóstica.

Datos: Desarrollo de los contenidos expuestos en la prueba diagnóstica, evaluando en virtud al nivel logrado en cada ítem de la prueba.

A partir del instrumento de evaluación, se pueden recoger los siguientes datos:

Ítem	Contenido	Errores más frecuentes
1	Lectura y Escritura de número decimal	<ul style="list-style-type: none"> -Lectura de la coma decimal. -Lectura literal del número decimal. -Convertir el número decimal en un entero. -La escritura del número decimal lo realizan en una posición que no corresponde. -La omisión del cero en la escritura de decimales.
2	Comparación de Números decimales	<ul style="list-style-type: none"> -Existen errores en el manejo de posición. -Existen preguntas de duda en simbología de mayor y menor. -Dificultad en identificar igualdad, concepto clave y necesario para conocer las ecuaciones. -Dificultad en comparación de décimos y centésimos no la realizan de forma adecuada. -La posición decimal logra un juego importante donde comparan la parte decimal sin considerar su lectura.

3	Ordenación de Números decimales	-Trabajan los números de forma independiente como si fueran naturales. Comparando como si fueran números naturales y no como una parte entera y otra parte decimal luego ordenan en virtud de la parte decimal, y no considerando el valor posicional.
4	Adición de Números decimales	Los errores más frecuentes son :la suma con reserva, suma dígito a dígito de cada número, la posición de cada número
5	Sustracción de Números decimales	Se aprecian errores en la posición, reserva y canje en sustracción
6	Multiplicación /División	El cero y las comas son una dificultad que no comprende que el cociente sea mayor que el dividendo y así también en producto. Mal manejo en tablas de multiplicar realizando inclusive mala ubicación posicional.
7	Resolución de Problemas	No rescatan información relevante, operan utilizando estimaciones sin llegar a una respuesta ni justificación, representaciones erróneas, escriben datos inexistentes.

El vaciado de la información revela la cantidad de valores correctos en cada sección, lo cual representa en virtud de cada ítem una habilidad esperada, en este caso se evaluará y verá que secciones fueron las mayores y menores logradas en cada ítem esperado, agrupando en 3 categorías según el porcentaje de cumplimiento, estos corresponden a nivel adecuado, elemental e insuficiente, esto revelará el grado de conocimiento en los Números Decimales, y una cuarta categoría, sólo para contraste de información, logrando un nivel de resultado ideal correspondiente al 100 %.

Gráfico 1

Nivel de cumplimiento en Séptimo sobre Números Decimales.

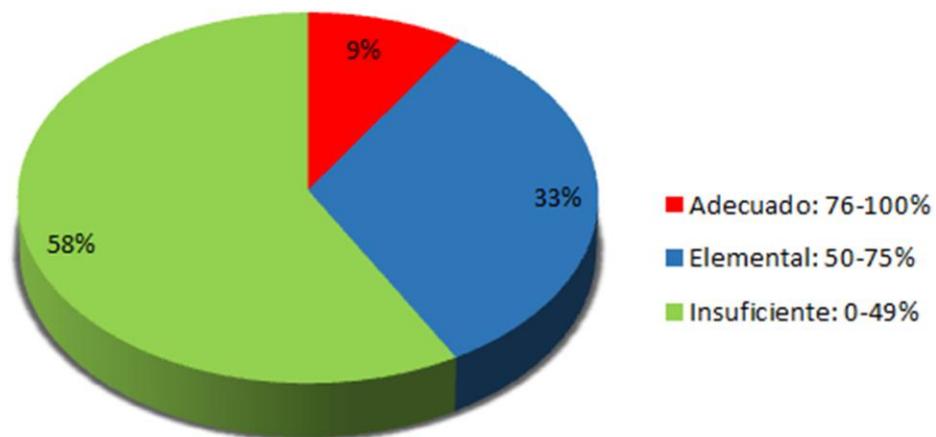


Gráfico 1: “Nivel de cumplimiento en estudiantes de séptimo año de Enseñanza Básica, evaluados en el mes de noviembre, en prueba de Números Decimales”

En la siguiente tabla presentamos los resultados obtenidos en los séptimos Años. Como valores, más para la interpretación utilizaremos los % asociados a esta tabla.

Cumplimiento	Total de Estudiantes	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7
Ideal 100%	0	29	42	23	69	58	44	1
Adecuado: 76-100%	10	48	49	24	70	59	49	5
Elemental: 50-75%	36	25	44	21	20	21	35	12
Insuficiente: 0-49%	64	37	17	65	20	30	26	93
Total Evaluados	110							

Análisis del Gráfico 1:

La muestra son 110 alumnos y alumnas de séptimo año de enseñanza básica, de cinco establecimientos educacionales municipales y particular subvencionado, evaluados en noviembre, los cuales son a los siguientes:

Los resultados ideales, es decir tener un 100 % de nivel de logro, fueron posibles del ítem uno al siete, sin excepción, siendo el de mayor porcentaje y rendimiento el ítem número cuatro, correspondiente a Adición y el ítem cinco Sustracción. La sección de menor porcentaje de logro y mayor complejidad fue el ítem tres, el cual involucra la ordenación, junto con el ítem siete que implica la resolución de problemas.

En relación al total de estudiantes y a su cumplimiento, es posible apreciar un 58% está en nivel insuficiente, seguido de un 33% de nivel elemental y un 9% en nivel adecuado.

En nivel insuficiente, es decir, menor al 50% cumplimiento es posible apreciar que en el ítem tres que involucra la ordenación y el ítem siete correspondiente a la resolución de problemas, fueron de mayor complejidad dado la cantidad de errores y de omisiones en el instrumento, y los ítems dos y cuatro que implica la comparación y la adición respectivamente fueron de menor complejidad, dado que se puede inferir que manejan mejor el contenido.

En el nivel elemental, es decir, entre 50% al 75% cumplimiento es posible apreciar que los ítems de menor dificultad son el ítem dos y seis, pues son contenidos asimilados, y de mayor dificultad los ítems cuatro y siete que involucran la adición y resolución de problemas respectivamente.

En el nivel adecuado, lograr sobre un 75% cumplimiento, es posible apreciar menor dificultad en los ítems 4 y 5, que implica adición y sustracción, pues presentan mayor porcentaje de respuestas correctas, y el de mayor dificultad, que tiene menor porcentaje de respuestas correctas, es en este caso el ítem 3 y 7 que involucra ordenación y resolución de problemas.

Gráfico 2.

Nivel de cumplimiento en Séptimo sobre Números Decimales por ítem.

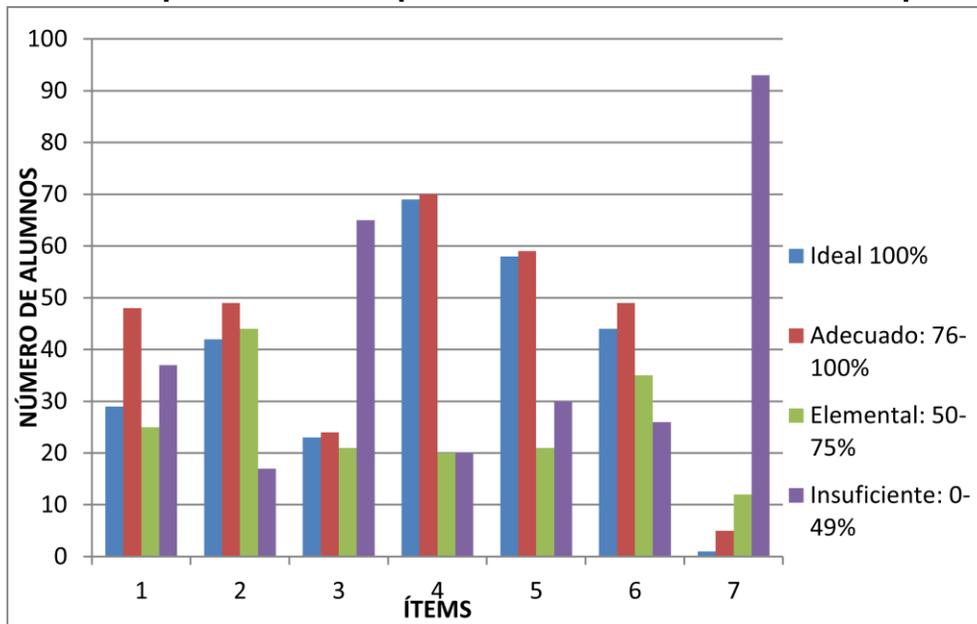
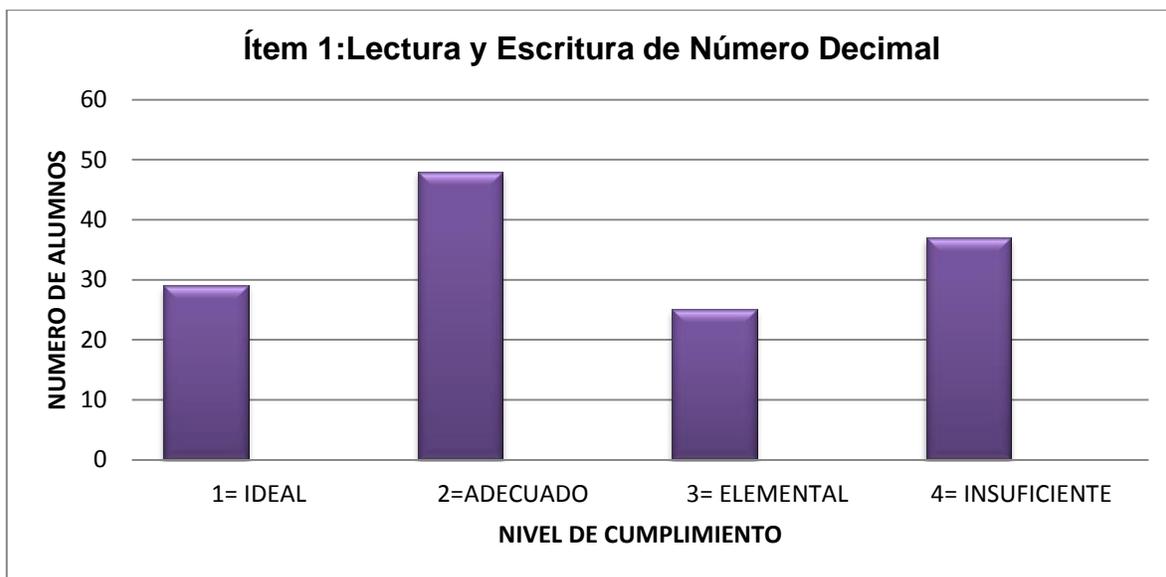


Gráfico 2: “Distribución de ítem a ítem, en el nivel de cumplimiento en estudiantes de séptimo año, evaluados en el mes de noviembre, en prueba de Números Decimales”

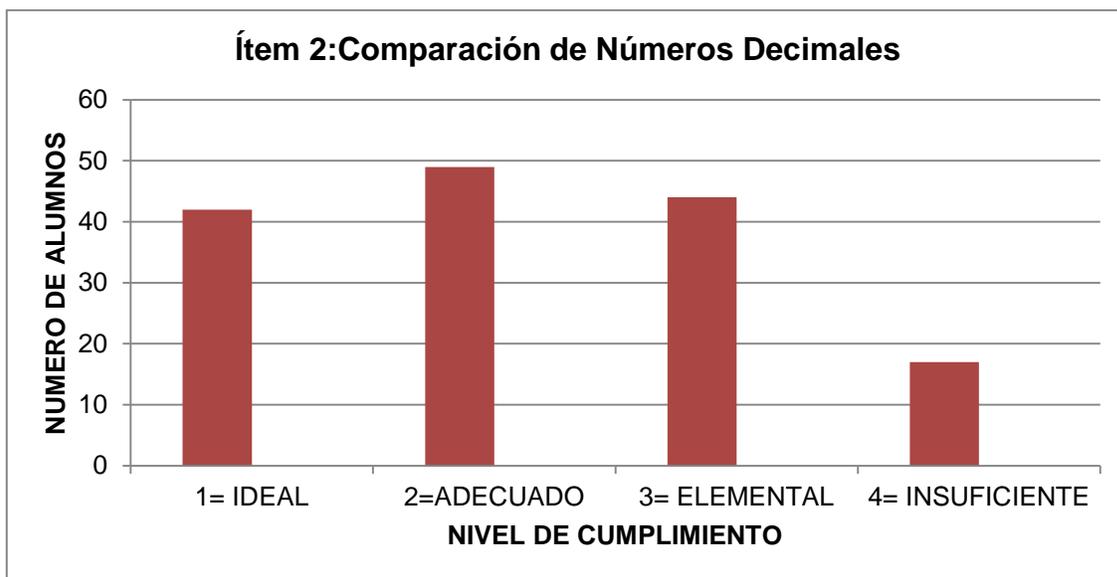
El gráfico muestra la diferencia de cada ítem, en relación al nivel de cumplimiento, siendo la pregunta con mejor resultado las del color rojizo, el del nivel más adecuado y con peores resultados el ítem de color morado, el nivel insuficiente.

Cumplimiento	Total de Estudiantes	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7
Ideal 100%	0%	26%	38%	21%	63%	53%	40%	1%
Adecuado: 76-100%	9%	44%	45%	22%	64%	54%	45%	5%
Elemental: 50-75%	33%	23%	40%	19%	18%	19%	32%	11%
Insuficiente: 0-49%	58%	34%	15%	59%	18%	27%	24%	85%
Total Evaluados	100%							

Gráfico de cada Ítems

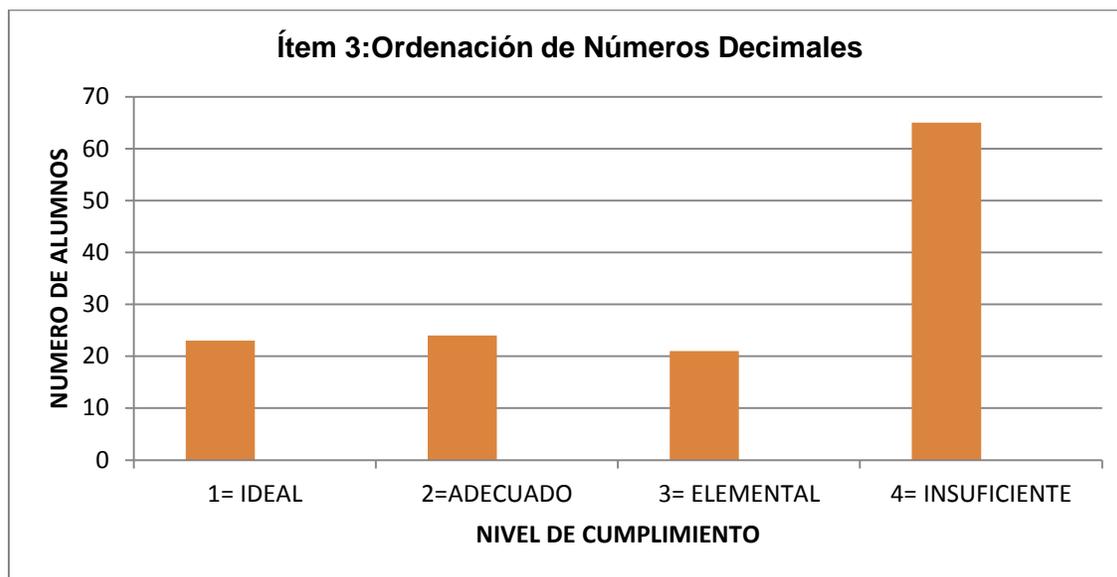


Análisis del gráfico: se puede apreciar que la mayor cantidad de alumnos está en el nivel adecuado, seguido del nivel insuficiente lo cual preocupa bastante, ya que los estudiantes no comprenden cómo escribir y leer decimales, esto es primordial para resolución de problemas debido a que deben representar los datos mediante el enunciado.

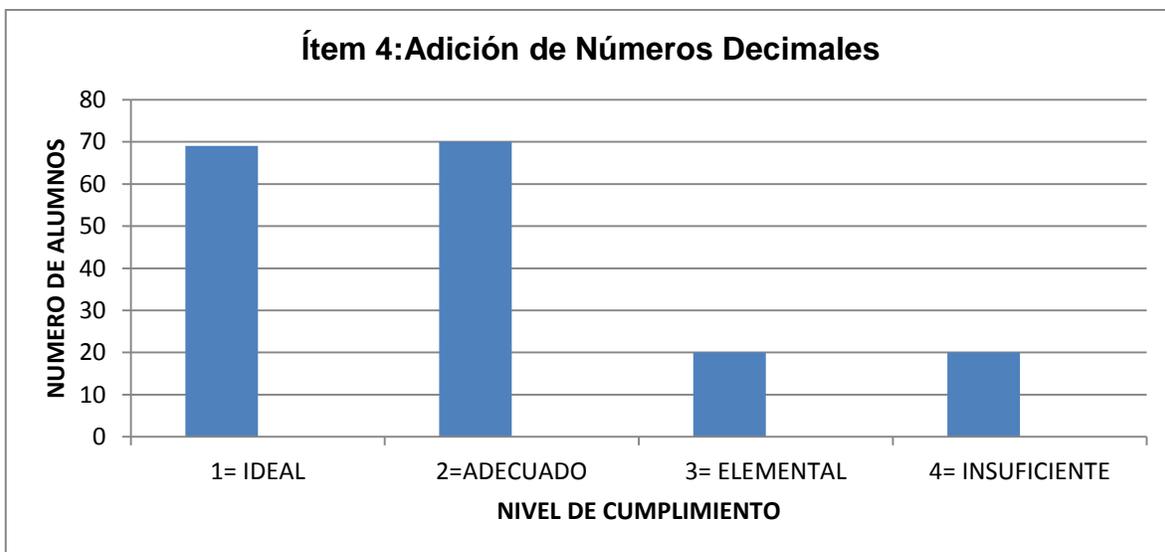


Análisis del gráfico: cabe destacar un buen manejo, debido a que la mayoría de los estudiantes se encuentran en el nivel de cumplimiento elemental

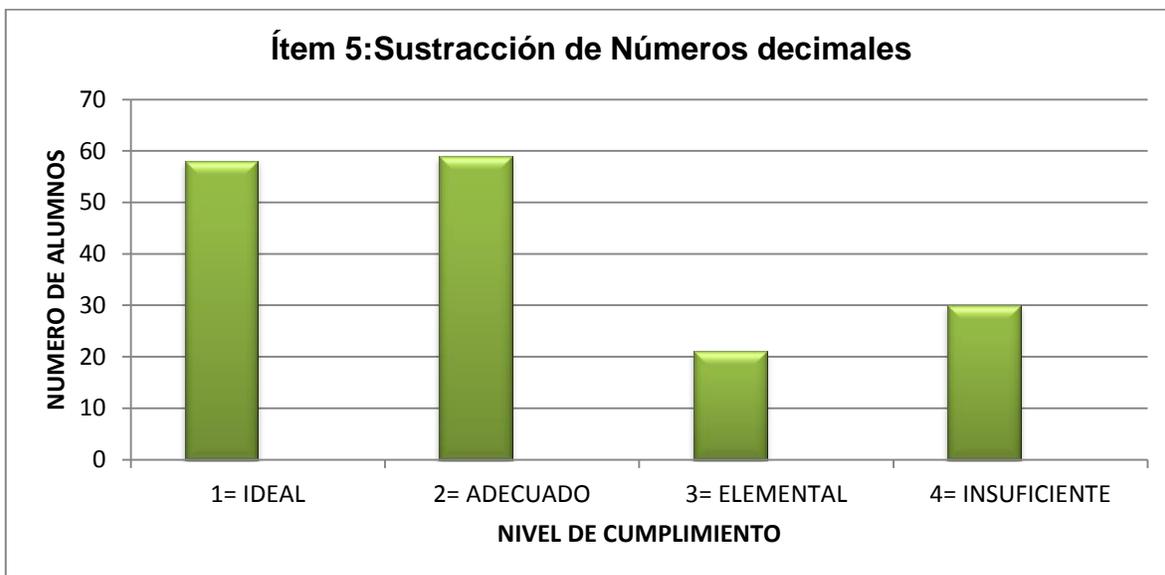
hacia arriba y del total solo 17 alumnos están en el cumplimiento insuficiente, en cuanto a valorar si un número es mayor, menor o igual a otro comparando la parte entera referida a unidades, decenas y la parte decimal, decimas, centésimas y milésimas.



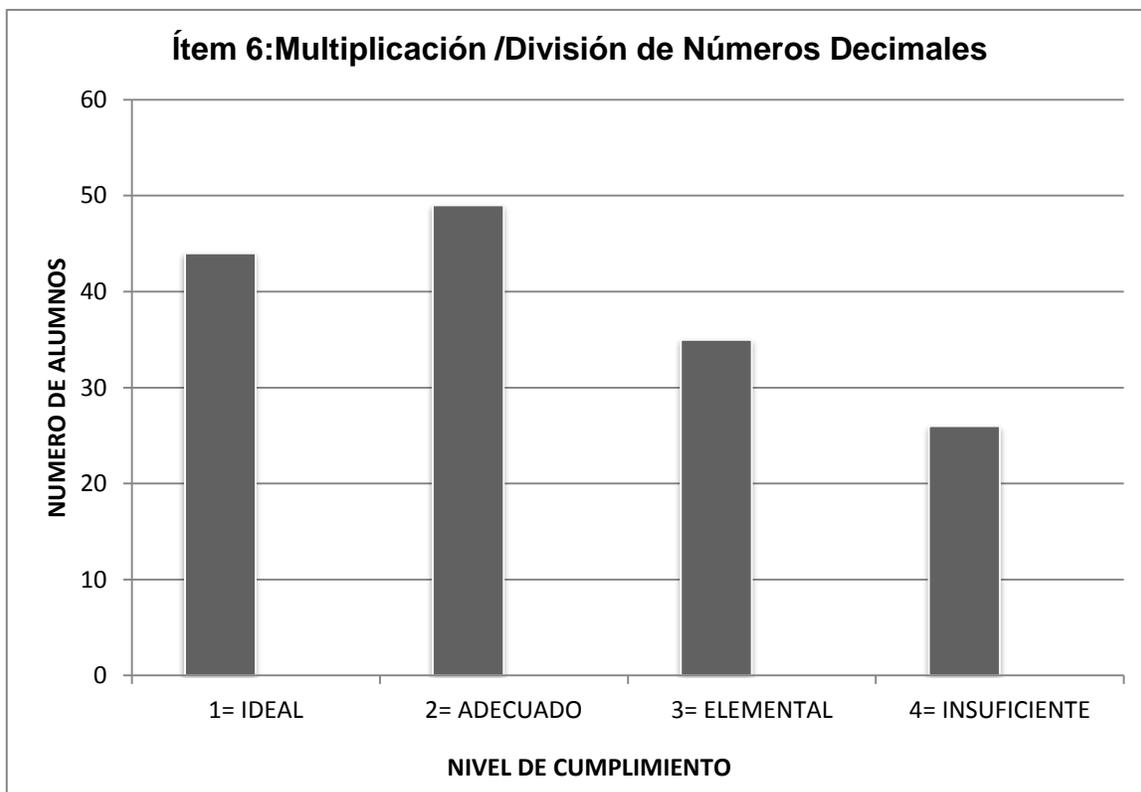
Análisis del gráfico: se puede concluir que la mayoría de los estudiantes no cumple con ordenar Números Decimales de mayor a menor, se equivocan en la parte decimal, en relacionar los décimos, centésimos y milésimos. Cabe destacar que como no manejan bien el primer ítem esto les complica para solucionar los ejercicios propuestos.



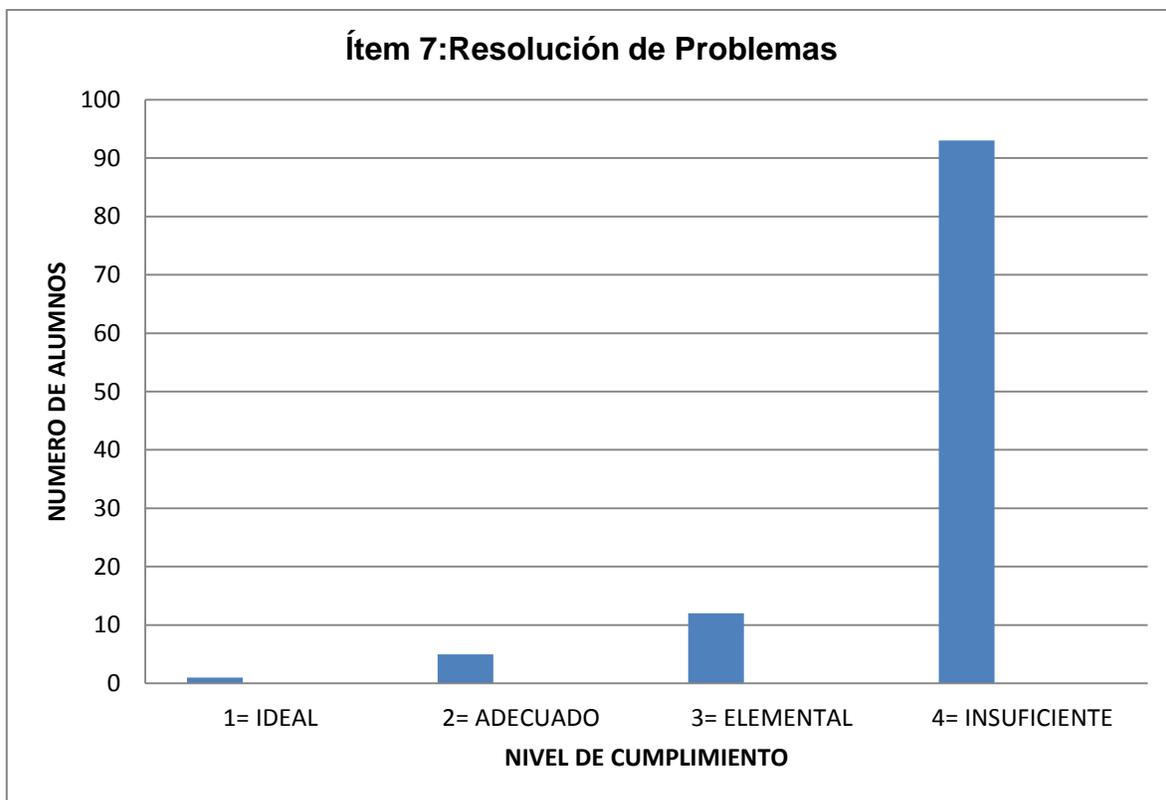
Análisis del gráfico: por lo expuesto se deduce que es uno de los ítems donde más del 50% de los alumnos sabe sumar decimales, lo cual es muy positivo para nuestra muestra, por otra parte solo 20 alumnos se encuentran con incumplimiento insuficiente, por lo que se deduce que este es uno de los ítems con más nivel de logro en los estudiantes de séptimo año básico.



Análisis del gráfico: cabe destacar que este ítem tuvo un buen nivel de logro solo 30 estudiantes tuvieron un logro insuficiente, por lo que se deduce que la mayoría de los estudiantes cumplen con la resolución de los ejercicios propuestos de sustracción de decimales.



Análisis del gráfico: se logra apreciar que este ítem al igual que la suma de decimales tuvo un gran logro, solo 26 alumnos tienen un nivel insuficiente, cabe destacar que en este nivel mencionado se encuentra la multiplicación y división de decimales, estas cuatro operaciones son de real importancia para resolución de problemas.



Análisis del gráfico: se logra deducir que este ítem fue el menos logrado debido a que solo un alumno contestó el instrumento correctamente, la mayoría de los alumnos no comprende lo que leen, por lo cual no saben lo que le están pidiendo, cabe destacar la importancia de saber leer y escribir decimales para lograr una buena comprensión en la resolución de problemas.

5 CONCLUSIONES

Cuando se estudia un fenómeno educativo, se debe establecer un estado que permita conocer en qué nivel están los sujetos de estudio, para ello se aplicó en el conocimiento matemático, específicamente en los Números Decimales un instrumento que permita evaluar los contenidos en Séptimo año básico.

En la vida diaria se utiliza comúnmente frases que incluyen a los decimales, y es de vital importancia saber utilizarla correctamente, para alguna interpretación o uso en lo cotidiano, incluyendo alturas en metros, peso en kilogramos, capacidad de memoria de algún disco duro o pendrive, productos de compras de la vida cotidiana, entre otros.

Para la muestra de esta investigación se realizó una prueba experimental, aplicado a alumnos y alumnas de Quinto año de enseñanza básica para considerar si los conocimientos en ese Quinto están adquiridos respecto a los aprendizajes en cuanto a la lectura, ordenación y si existe evidencia sobre resolución de problemas que involucran Números Decimales. Cuando se aplicaron, en la muestra mayor a 100 estudiantes, fue posible apreciar que más del 70% de los educandos evaluados de distintos Establecimientos Educacionales centrales de la comuna de Chillán, no posee adquisición de estos aprendizajes, por lo cual se confirmó que el sujeto de estudio no era el idóneo para el objetivo a trabajar, se especificó trabajar a un nivel mayor, dado que estos contenidos serían conocimientos previos, finalmente se eligió Séptimo año de educación básica como el nivel más idóneo y viable para el estudio, donde la temática ya estuviera enseñada y estudiada de contenidos desde Quinto y Sexto año básico, esperando encontrar por lo menos un mejor resultado que esta prueba experimental dado que no debería ser de mayor complejidad.

Antes de aplicar un instrumento desconocido, es necesario realizar un proceso de validación, para esto fue necesaria la ayuda de docentes que ayudaran a validar el instrumento para lograr que el éste fuera lo más idóneo para los objetivos trabajados en el instrumento, el grupo consensuó un instrumento a partir de los objetivos para conocer la especificación y el trabajo curricular vigente,

para desarrollar habilidades y actitudes necesarias en el uso de los Números Decimales, el cual trabaja con preguntas abiertas y dando relevancia a la escritura ,así también, posibles errores que demostraron; a lo antes descrito se le nombró como Instrumento de evaluación.

El Instrumento de evaluación fue aplicado en estudiantes de Séptimo año de educación básica, en virtud de establecimientos particulares subvencionados y municipales que constituyen centros actuales de práctica de los estudiantes tesisistas, se trabajó con una muestra de más de 100 estudiantes, el cual se puede confirmar que la cantidad de errores es inversamente proporcional al desempeño de éste, según se aprecia en marco teórico.

Respecto a un análisis ítem a ítem aplicado en el instrumento de evaluación es posible apreciar:

Ítem y Contenido	Cumplimiento Ideal obtenido	Niveles logrados
Ítem 1:Lectura y Escritura de Número Decimal	26%	43% está en nivel adecuado, 33% en nivel Insuficiente y un 23% en nivel elemental.
Ítem 2:Comparación de Números Decimales	38%	44% está en nivel Adecuado, el 40% en nivel elemental y un 15% en nivel Insuficiente
Ítem 3:Ordenación de Números Decimales	21%	59% está en nivel insuficiente, el 22% está en nivel adecuado, el 19% en nivel elemental.
Ítem 4:Adición de Números Decimales	62%	63% está en nivel adecuado, 18% en nivel elemental y 18% en nivel insuficiente.
Ítem 5:Sustracción de Números decimales	52%	53% está en nivel Adecuado, el 27% en nivel Insuficiente, 19% nivel Elemental.
Ítem 6:Multiplicación /División	40%	44% está en nivel adecuado, el 32% en nivel elemental y un 23% en nivel insuficiente.
Ítem 7:Resolución de Problemas	1%	84% está en nivel insuficiente, 11% en nivel elemental y un 5% en nivel Adecuado.

A partir de los instrumentos de evaluación aplicados, es posible identificar que los errores cometidos son reproducidos en forma reiterativa, en distintos estudiantes y ejercicios, fácilmente se puede apreciar que podrían ser considerado como un obstáculo cognitivo, pues no se sabe con certeza si son producidos de origen didáctico, ontogénico o epistemológico. Siendo el de origen didáctico el que es debido al profesor, el ontogénico provenientes del estudiante y el epistemológico el motivado por la dificultad con los saberes.

5.1 Justificación del uso del Estudio Descriptivo y sus limitaciones.

Se ha realizado un estudio descriptivo como una herramienta poderosa en el análisis inicial de una investigación, pero además contempla limitaciones o dificultades que no son incluidas, lo cual si estuvieran presentes revelarían un poco más de información de los sujetos estudiados, por ejemplo:

“Se sabe que los estudiantes pueden tener obstáculos cognitivos, pero no se sabe su origen o causalidad, lo cual no aporta la información de la naturaleza del problema”.

Es conocido que existen conocimientos de los Números Decimales, pero no se conoce qué contenidos realmente fueron asimilados y cuáles no lo fueron, el estudio solo indica para este instrumento de evaluación el rendimiento obtenido, no así en otras manifestaciones, en cambio al conocer los sujetos con datos cualitativos, trabajo individual o grupal, trabajos con entrevista y la colaboración plena de los estudiantes, sería posible afirmar o profundizar los conocimientos más relevantes de los sujetos e indagar sobre un fundamento de las dificultades sobre el concepto de los Números Decimales.

El presente estudio descriptivo, a través del instrumento de evaluación cumple la función de una prueba de diagnóstico pues, incluye los contenidos de los Números Decimales en Quinto y Sexto año, siendo el Nivel evaluado Séptimo año de Educación Básica.

Los conocimientos previos ayudan a nivelar al curso, de aplicar el instrumento los profesores de práctica en las manos veían una herramienta diagnóstica necesaria, ya que con certeza ninguno de ellos sabía cómo le iría a sus estudiantes.

El profesor o profesora ha de conocer estos modelos erróneos de los alumnos para intervenir, progresando en los conocimientos, así también en la reorganización de los conceptos matemáticos evitando los obstáculos y errores encontrados en diagnosticados.

El error ha de jugar un papel importante haciéndolo funcionar como motor de acción y reflexión en unas situaciones didácticas apropiadas; el estudiante, niño y/o adulto, debe analizar su fracaso, reconsiderando sus estrategias o sus concepciones y rectificando su manera de proceder (Brousseau, 1983).

Confirmando la idea anterior, los estudiantes aprenden del error, pues al ser responsables realizarán el trabajo metódico expuesto en la didáctica de cada docente para tener un aprendizaje significativo.

En el modelo constructivista actual, el estudiante es responsable de su proceso educativo y debe ser capaz de superar las dificultades en el presente.

Las dificultades expuestas en el marco teórico se entrelazan con los análisis expuestos en la tesis, por una parte, estos errores que manifiestan los alumnos y alumnas si no son tratados o reforzados serán arrastrados hasta cursos superiores, dado que existen múltiples factores que afectan, es necesario trabajar en vías de apoyar y crear las instancias para la superación de estos errores, para esto se generará unas propuestas del diagnóstico realizado en el trabajo.

5.2 Propuesta Educativa

A partir de los datos antes expuestos con resultados evidentes, es posible resaltar que existe una necesidad de mejorar, a partir de esto se propone:

- Desarrollar actividades para mejorar la comprensión lectora, por ejemplo realizando una práctica diaria de 15 minutos de lectura comprensiva.
- Realizar actividades o estrategias de nivelación a partir de talleres matemáticos y de lenguaje, cursos y diplomados a profesores y estudiantes de pedagogía en la lectura dado que la comprensión es la base necesaria para la resolución de problemas.
- Permitir al educando que sea partícipe de su aprendizaje y no reproducir ideas justificando una respuesta coherente a una pregunta, dando instancias al debate, al trabajo grupal, al trabajo basado en problemas, a la creación de informes sobre temáticas diversas.
- Retroalimentación clase a clase, enfatizando los conceptos claves y conectando las ideas trabajadas en cada actividad con la vida cotidiana, con preguntas de metacognición.
- Los diagnósticos representan la actividad inicial para trabajar en clases, considerar que esto ayuda a tener en cuenta los conocimientos previos y enfocar actividades que permitan el logro de los objetivos, para luego poder desarrollarlos en conjunto a modo de obtener mejores resultados y aprendizajes más significativos.

A partir del Marco teórico es posible encontrar que existen sugerencias importantes para evitar la reproducción de errores, dentro de las cuales se destacan:

1) Brousseau, basándose en resultados obtenidos en su análisis de la enseñanza de los decimales toma la opción de presentar “los Números Decimales como Números racionales, simplemente como una forma alternativa de escribir fracciones decimales” y “las fracciones decimales como medio para aproximar Números Racionales debido a las facilidades de cálculo que ofrecen las mismas”.

Se espera que esta forma alternativa de presentar los Números Decimales ayude a eliminar las dificultades que produce la consideración de los mismos como “Números Naturales con coma” que establece el texto de Cuarto año de enseñanza básica.

2) Empson y Levi (2011) hacen una propuesta innovadora para la introducción de los Números Decimales en la Educación Primaria, que parte de trabajos previos pertenecientes al ámbito de la resolución de problemas aritméticos verbales (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999), y de trabajos en los que se trata de integrar la aritmética con el álgebra en la Educación Primaria (Carpenter, Franke y Levi, 2003) a través de Hernández , C. (2012)

A partir de esta información se permite afirmar con claridad que es necesario realizar actividades que refuercen el uso de Aritmética, y el Álgebra, para reforzar contenidos como: valor posicional, fracción decimal, resolución de problemas, igualdad de términos, encontrando la información relevante y creando una estrategia para resolver.

Es importante considerar que existe un contexto educativo en cada país con el uso de simbología de grados, comas o puntos para este mismo concepto, además es posible evidenciar que no existe historia de los Números Decimales en los textos escolares vigentes.

El instrumento de evaluación aunque sea aplicado en una mayor muestra, sin prestar el apoyo suficiente para que los aprendizajes sean de interés para los estudiantes, puede lograr seguir en el mismo sentido, por lo cual se sugiere ante el trabajo de Números Decimales lograr un aprendizaje significativo, que este perdure en el tiempo, recordando la cita que refiere que los niños aprendan construyendo y creando, debido a que de esta manera se podrán equivocarse y aprender en base al error.

Este documento expresa una vez más, en concordancia al marco teórico, que existen múltiples errores posibles de encontrar en los Números Decimales destacando consecuencias en cursos o niveles superiores, se enfatiza en la posibilidad de detectar éstos a través de pruebas diagnósticas, para utilizarlos en

la vida cotidiana, siendo la importancia que tiene la retroalimentación con el uso de éstos, pues en la realidad se trabaja con estos números y es importante entenderlos.

Para próximos trabajos es posible referir que los Decimales, puede ser trabajado en la recta numérica, el uso de fracciones decimales, porcentajes, completación de series y patrones numéricos, para lo cual requieren un nuevo enfoque, para que los conceptos puedan ser utilizados, principalmente cuando se domina la operatoria de la multiplicación y división, idealmente con el uso de estrategias de Método Singapur, pues integra el material Concreto, pictórico y simbólico.

Además es posible encontrar múltiples errores en la resolución de Números Decimales, pero al existir un tratamiento adecuado y múltiples estrategias serían también posibles de corregir y manejar con cuidado para evitar nuevos errores y estos no se hagan presentes en niveles superiores.

BIBLIOGRAFIA

Brousseau, G. 1986. Fondements et methods de la Didactique des Mathématiques, Vol. 7, N° 2. Paris, RDM,

Centeno, J. (1997). *Números decimales, ¿Por qué? ¿Para qué?*. Madrid: Síntesis.

Brousseau, G. (1980). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas*”.

MINEDUC. (2014). Guía Didáctica del docente 4° Año Básico. Galileo Libros Limitada 2014. (114). Editorial Galileo.

MINEDUC. (2014). Texto para el estudiante 5° Año Básico. Galileo Libros Limitada 2014. (172-173). Editorial Galileo.

MINEDUC. 2014. Guía Didáctica del docente 6° Año Básico. Galileo Libros Limitada 2014. (35-40). Editorial Galileo

LINKOGRAFIA

Alfaro, C. (noviembre, 2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1, 27-45.

Recuperado de :

<http://imm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/view/3/6>

Ávila, A., & García, S. (2008). Los decimales: más que una escritura. *México: INEE*. Recuperado de :

http://201.116.52.88/php/edu_basica/eimle/doctos/MAPE.pdf

Ávila, Alicia. (2008). Los profesores y los decimales: Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber casi invisible. *Educación matemática*, 20(2), 5-33.

Recuperado de :

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262008000200002&lng=es&tlng=es

Balaguera, E., & González, A. (2008). Experiencia de aula en torno a las operaciones básicas con números fraccionarios y decimales positivos. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/882/1/19Conferencias.pdf>

Castro Hernández, C. D., Castro Martínez, E., & Segovia Alex, I. (2004). Errores en el ajuste del valor posicional en tareas de estimación: estudio con maestros en formación. Recuperado de:

<http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/2183/11265/1/CC-75%20art%2012.pdf>

CEIP romeral (s.f). Recuperado de:

<http://micolederiogordo.files.wordpress.com/2009/09/segundotrimestrequinto.pdf>

Educación Chile (2012). “*Listas de cotejo y escalas de apreciación*”.

Recuperado de:

<http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=217556>

Gómez, P. (2000). Los organizadores del currículo en matemáticas. *Revista EMA*, 5(3), 267-277.

Recuperado de : <http://funes.uniandes.edu.co/346/>

Hernandez , C. (2012) Universidad de Granada "Estimación en cálculo con Números Decimales: dificultad de las tareas y análisis de estrategias y errores con maestros en formación".

Recuperado de : <http://hera.ugr.es/tesisugr/20762537.pdf>

Konic, P. M., Godino, J. D., & Olivo, M. R. (2010). Análisis de la introducción de los Números Decimales en un libro de texto. *Números*, (74), 57-74. Recuperado de :

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3299103>

http://www.sinewton.org/numeros/numeros/74/Articulos_05.pdf

Micca, L. (2006). Problemáticas del aprendizaje en el niño: Una mirada psicoanalítica. *Archivos argentinos de pediatría*, 104(3), 240-245. Recuperado de :

<http://www.scielo.org.ar/pdf/aap/v104n3/v104n3a09.pdf>

MINEDUC. (2014, Editorial Galileo). Bases Curriculares para Educación Básica. Santiago, MINEDUC.

Recuperado de :

http://curriculumenlinea.mineduc.cl/descargar.php?id_doc=201306051003270

MINEDUC. (2014, Editorial Galileo). Programas de estudio Matemática para la Educación Básica. Santiago, MINEDUC. Recuperado de :

<http://www.curriculumlineamineduc.cl/605/w3-article-21179.html>.

Moñino Sánchez, V. (2013). Dificultades en el aprendizaje de los Números Decimales. Recuperado de :

<http://academica->

[e.unavarra.es/bitstream/handle/2454/8117/TFG%20Vanessa%20Mo%C3%B1ino%20S%C3%A1nchez.pdf?sequence=1](http://www.unavarra.es/bitstream/handle/2454/8117/TFG%20Vanessa%20Mo%C3%B1ino%20S%C3%A1nchez.pdf?sequence=1)

Oviedo, Maureen Camacho. "Estrategias para promover la indagación y el razonamiento lógico en la educación primaria desde la didáctica de la Matemática." *Revista Electrónica Educare* 16.2 (2012): 95-111. Recuperado de:

<http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/EDUCARE/article/view/3933>

Plaza, M. D. C. C., & Ruiz, J. L. (2004). *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*. Ministerio de Educación. Recuperado de:

<http://books.google.es/books?isbn=8436939239>

Quinzá-Torroja, J. M. S., Escalona, A. S., & Macías, J. A. S. (s.f.) , "Los errores como motivación para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas".

Recuperado de : <http://www.doaj.org/doaj?func=fulltext&ald=178347>

http://www.uv.es/asepuma/XII/comunica/sanchez_sarmiento_seijas.pdf

Red de Portales EducarM@svirtual S.A. de México. 2013 recuperado de:

<http://www.tareasfacil.info/matematicas/Aritmetica/numeros-decimales/Leer-y-escribir-numeros-decimales.html>

Rico, L. (2003). *Matemáticas en Educación Primaria*. En Castro, E., *Didáctica de la matemática en Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de :

<http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF>

Salinas, M. J. (2007). Errores sobre el sistema de numeración decimal de estudiantes de magisterio. Recuperado de :

http://funes.uniandes.edu.co/1276/1/Salinas2008Errores_SEIEM_381.pdf

Socas Robayna, M. M. (2002). La organización de los sistemas numéricos desde su estructura decimal: Algunas expresiones ambiguas. *Números*, (50), 19-34. Recuperado de :

<http://www.sinewton.org/numeros/numeros/50/Articulo02.pdf>

ANEXOS

Anexo 1: Texto del estudiante “multiplicación”

LECCIÓN  MANOS A LA OBRA

1 Representar la multiplicación por números naturales

OBJETIVO: usar material concreto para multiplicar números naturales y decimales.

Repaso rápido

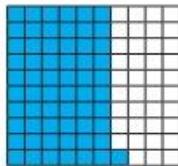
- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. $15 \cdot 5$ | 2. $22 \cdot 8$ |
| 3. $86 \cdot 3$ | 4. $64 \cdot 6$ |
| 5. $71 \cdot 9$ | |

Investigar

Materiales ■ cuadrícula de centésimas ■ lápices de colores

Puedes usar cuadrículas como ayuda para multiplicar decimales por números naturales.

- A** Halla $3 \cdot 0,61$. Usa la cuadrícula de centésimas. Sombrea 0,61 tres veces.



- B** Cuenta el número de centésimas sombreadas. ¿Cuántas centésimas hay?
- C** Escribe $3 \cdot 0,61$ en forma de suma reiterada. Halla la suma. ¿En qué se parece la suma a tu respuesta en B?
- D** Escribe la multiplicación y la suma que representan tu cuadrícula.



Sacar conclusiones

- ¿Cuál es el valor de un cuadrado en la cuadrícula de centésimas? ¿Cuál es el valor de una columna o de una hilera?
- ¿En qué se parece multiplicar $3 \cdot 0,61$ a multiplicar $3 \cdot 61$?
- ¿Es el producto de $3 \cdot 0,61$ mayor o menor que 3? Explica por qué.
- Síntesis** ¿De qué otras maneras puedes expresar el producto de $3 \cdot 0,61$?

Anexo 2: Texto del estudiante "División"

LECCIÓN  MANOS A LA OBRA

1 Dividir decimales en números naturales con material concreto

OBJETIVO: usar material concreto para dividir decimales entre números naturales.

Repaso rápido

- | | |
|--------------|--------------|
| 1. $329 : 7$ | 2. $475 : 5$ |
| 3. $804 : 6$ | 4. $756 : 4$ |
| 5. $891 : 9$ | |

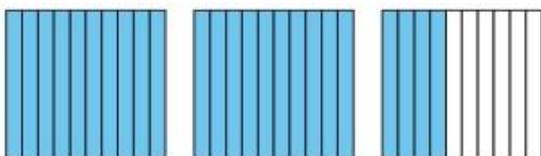
Investigar

Materiales ■ cuadrículas ■ lápices de colores ■ tijeras

Haz una representación para dividir un decimal por un número natural.

Halla $2,4 : 3$.

A Sombrea la representación decimal para mostrar 2,4.



B Recorta tu representación para mostrar el número de décimas.

C Divide las décimas en 3 grupos del mismo tamaño.

D Usa tu representación para completar el enunciado de división.

$2,4 : 3 = \blacksquare$

Sacar conclusiones

1. ¿Por qué recortaste la representación en décimas?
2. ¿Cómo puedes usar tus materiales para hallar $1,4 : 2$?
3. **Síntesis** Explica cómo cambiaría tu representación para el problema $0,24 : 3$.



Anexo 3: Constancia de Validación



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON
ESPECIALIDAD EN LENGUAJE Y COMUNICACIÓN
O EDUCACIÓN MATEMÁTICA



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN

Nombre y Apellido: _____

Cédula de Identidad N° _____

Grado Académico: _____

Cargo que desempeña (Si corresponde): _____

Por medio de la presente hago constar que he revisado con fines de Validación del Instrumento para la realización de la investigación realizada por los autores Albornoz, Bernal, Faúndez, Sepúlveda, Torres, 2014, Estudiantes Tesistas de Pedagogía en Educación Básica con especialidad Matemática.

Firma

Fecha: _____

Anexo 4: Instrumento de evaluación.

PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: _____ CURSO: 7° año __ FECHA: __/10/2014

Edad: __ años Puntaje Real: 87 puntos. Puntaje Obtenido: _____ puntos NOTA: _____

Objetivo: Identificar Operatoria y Resolución de Problemas en Números Decimales.

I.- Completa la siguiente tabla sin usar fracciones decimales. (2 puntos cada fila, 6 puntos en total)

Número Decimal	Centena	Decena	Unidad	,	Décimos	Centésimo	Milésimos	Lectura del Número Decimal Respetando la posición decimal, sin utilizar lenguaje literal.
a)								Tres décimos
b)								Setenta y dos centésimos
c)			1,9					

II.- Compara los siguientes Números Decimales. Escribe >, < ó = en cada (3 puntos c/u, 12 puntos en total)

a) 3,60 3,082

b) 14,50 14,500

c) 6,7 6,701

d) 0,749 0,769

III.- Ordena de menor a mayor c/u de las siguientes series de números decimales. (3 puntos c/u, 6 puntos en total)

a)	0,123	0,32	0,113	0,2
b)	6,01	6,498	6,52	6,490

a) _____

b) _____

IV.- Resuelve las siguientes adiciones. (3 puntos c/u, 8 puntos en total)

a) $0,01 + 2 + 0,909 =$

b) $0,040 + 0,5 =$

V.- Resuelve las siguientes sustracciones. (3 puntos c/u, 6 puntos en total)

a) $1,58 - 0,69 =$

b) $5,05 - 2,06 =$

VI.- Resuelve las siguientes Multiplicaciones y Divisiones. (4 puntos c/u, 16 puntos en total)

a)	$2,67 \cdot 10 =$	
b)	$0,8 \cdot 8 =$	
c)	$6,4 : 8 =$	
d)	$2,7 : 9 =$	

VII.- Resuelve los siguientes problemas y utiliza las tablas adjuntas. (5 puntos c/u, 35 puntos en total)

- a) Vanesa nació midiendo 52,4 cm. y durante el primer año, cada mes crece 1,7 cm., ¿cuántos centímetros medirá cuando cumpla un año?

DATOS	OPERATORIA
Respuesta y Justificación:	

- b) Un rectángulo mide cuarenta y dos centésimos de un metro de largo y un perímetro de un entero y veintiséis centésimos metros. ¿Cuánto metros mide el ancho de este rectángulo?

DATOS	REPRESENTACION	OPERATORIA
Respuesta y Justificación:		

- c) La tortuga de mayor tamaño es la tortuga laúd, que mide hasta 1,90 m. La tortuga de las Islas Galápagos no supera 1,20 m. ¿Cuánto más grande puede llegar a medir la tortuga laúd que la tortuga de las Islas Galápagos, si considero las alturas máximas para cada tortuga?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA

- d) El día lunes, Alicia tejió 1,75 cm de una bufanda. El día martes tejió diez veces más que esa cantidad. ¿Cuántos centímetros tejió el día martes aproximadamente? Nota: Aproxima a la unidad más alta luego de realizada la operatoria. (aproximación por exceso).

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA

- e) Juan quiere hacer un suéter y necesita 8 ovillos de lana, para lo cual utilizará 202,14 metros de la misma lana para tejerlo. ¿Cuántos mide cada ovillo de lana que utilizará Juan, considerando que cada ovillo tiene el mismo tamaño?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA

- f) Un comerciante de Estados Unidos ha comprado 80 botellas de aceite a 1,54 dólares cada unidad. Después las vende a 1,79 dólares por unidad. ¿Cuánto ganará este comerciante en la venta de todas las botellas compradas respecto a lo que gastó, y cuánto corresponde la venta de la mitad de botellas de aceite de este comerciante?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA

- g) Manuel y Felisa compran en la frutería:
- Tres kilogramos de manzanas a \$500 por cada kg.
 - 2,8 kg de peras a seiscientos pesos por cada kg.
 - Un paquete de uvas pasas por \$350.
 - Dos bolsas de higos secos a \$250 la bolsa.
- ¿A cuánto asciende el gasto?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA

Anexo 5: Tabla de Especificación.

Tabla de Especificación

Sección	Objetivo de Aprendizaje Matemáticas	Contenido de número Decimal	Puntaje Total
ITEM I	05 OA 11	Lectura y escritura	6
ITEM II	05 OA 11	Comparación	12
ITEM III	05 OA 11	Orden	6
ITEM IV	05 OA 12	Adición	6
ITEM V	05 OA 12	Sustracción	6
ITEM VI	06 OA 07	Multiplicación y División	16
ITEM VII	05 OA 13 04 OA 12	Resolución de Problemas	35
TOTAL			87

Valoración	Resultados en %
Ideal	100%
Adecuado	Mayor al 75%
Elemental	50% al 75%
Insuficiente	Menor al 50%
No Evaluado	No rinde Prueba

Descripción de los Objetivos, Contenidos, Indicador y su Especificación.

Objetivo de aprendizaje	Contenidos	Indicadores	Habilidad	Especificación
05 OA11 Comparar y ordenar decimales hasta la milésima	Escribir y comparar números decimales.	Ordenan números decimales, aplicando la estrategia del valor posicional	Evaluar modelos que involucren operaciones con decimales.	Deben escribir el nombre del número decimal identificando la parte entera y decimal, por otra parte deben colocar el signo mayor (>) menor (<) o igual (=), Ordenar de menor a mayor los números dados.
05 OA12 Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la milésima.	Adición y sustracción de números decimales	Mantienen la posición de las cifras decimales en sumas y restas de decimales.	Modelar matemáticamente situaciones cotidianas, usando simbología matemática para expresarlas.	Realizan operatoria de adición y sustracción en números decimales.
06 OA07	Multiplicación y división de números decimales por un número natural hasta la milésima.	Demstrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales y un entero.	Comunicar de manera escrita razonamientos matemáticos.	Resolución de problemas de Multiplicación y división de un decimal por un entero menor que 100.
05 OA13 Resolver problemas rutinarios y no rutinarios, aplicando adiciones y sustracciones decimales hasta la milésima.	Resolución de problemas rutinarios y no rutinarios en números decimales hasta la milésima	Evalúan las soluciones de los problemas en función del contexto. Resuelven problemas que involucran operatoria hasta el centésimo.	Traducir expresiones de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.	Resolución de problemas de las 4 operatorias, dado 2 datos.
04 OA 12 Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la centésima en el contexto de la resolución de problemas	Números decimales	Resuelven problemas que involucran adiciones y sustracciones con números decimales	Resolver problemas: o Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares	Resuelven problemas que involucran sustracciones con números decimales

Anexo 6: Ejemplos de Prueba 1 .

A20

PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Carla Saldías Hernández CURSO: 7° año A FECHA: 23/10/2014

Edad: 12 años Puntaje Real: 87 puntos. Puntaje Obtenido: 78 puntos NOTA: _____

Objetivo: Identificar Operatoria y Resolución de Problemas en Números Decimales.

I.- Completa la siguiente tabla sin usar fracciones decimales. (2 puntos cada fila, 6 puntos en total) **3 pto**

Número Decimal	Centena	Decena	Unidad	Décimos	Centésimo	Milésimos	Lectura del Número Decimal Respetando la posición decimal, sin utilizar lenguaje literal.
a)			0	3	/		Tres décimos
b)			0	7	2	/	Setenta y dos centésimos
c)			1	9	/		

12 pto

II.- Compara los siguientes Números Decimales. Escribe >, < ó = en cada (3 puntos c/u, 12 puntos en total)

a) 3,60 3,082 **✓** b) 14,50 14,500 **✓**

c) 6,7 6,701 **✓** d) 0,749 0,769 **✓**

III.- Ordena de menor a mayor c/u de las siguientes series de números decimales. (3 puntos c/u, 6 puntos en total) **6 pto**

- a)

0,123	0,32	0,113	0,2
-------	------	-------	-----

 a) 0,113, 0,123, 0,2, 0,32
- b)

6,01	6,498	6,52	6,490
------	-------	------	-------

 b) 6,01, 6,490, 6,498, 6,52

IV.- Resuelve las siguientes adiciones. (3 puntos c/u, 6 puntos en total) **6 pto**

a) $0,01 + 2 + 0,909 =$ 2,919 **✓**

b) $0,040 + 0,5 =$ 0,540 **✓**

V.- Resuelve las siguientes sustracciones. (3 puntos c/u, 6 puntos en total) **6 pto**

a) $1,58 - 0,69 =$ 0,89 **✓**

b) $5,05 - 2,06 =$ 2,99 **✓**

VI.- Resuelve las siguientes Multiplicaciones y Divisiones. (4 puntos c/u, 16 puntos en total)

16 pto

a)	$2,67 \cdot 10 =$ $267 \cdot 10$	26,7 ✓
b)	$0,8 \cdot 8 =$	6,4 ✓
c)	$6,4 : 8 =$	0,8 ✓
d)	$2,7 : 9 =$	0,3 ✓

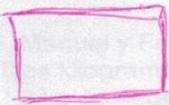
VII.- Resuelve los siguientes problemas y utiliza las tablas adjuntas. (5 puntos c/u, 35 puntos en total)

35 pto

- a) Vanesa nació midiendo 52,4 cm. y durante el primer año, cada mes crece 1,7 cm., ¿cuántos centímetros medirá cuando cumpla un año?

DATOS	OPERATORIA
1,7 · 12 ✓	$1,7 \cdot 12 = 20,4$ $34 + 52,4$ $1 + \frac{72,8}{72,8}$ ✓
Respuesta y Justificación: mide 72,8 cm en un año ✓	

- b) Un rectángulo mide cuarenta y dos centésimos de un metro de largo y un perímetro de un entero y veintiséis centésimos metros. ¿Cuánto metros mide el ancho de este rectángulo?

DATOS	REPRESENTACIÓN	OPERATORIA
		
Respuesta y Justificación: mide 0,21 ✓		

- c) La tortuga de mayor tamaño es la tortuga laúd, que mide hasta 1,90 m. La tortuga de las Islas Galápagos no supera 1,20 m. ¿Cuánto más grande puede llegar a medir la tortuga laúd que la tortuga de las Islas Galápagos, si considero las alturas máximas para cada tortuga?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
		0,70 ✓

- d) El día lunes, Alicia tejió 1,75 cm de una bufanda. El día martes tejió diez veces más que esa cantidad. ¿Cuántos centímetros tejió el día martes aproximadamente? Nota: Aproxima a la unidad más alta luego de realizada la operatoria. (aproximación por exceso).

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
		el día martes tejió 18 cm más de la bufanda ✓

- e) Juan quiere hacer un suéter y necesita 8 ovillos de lana, para lo cual utilizará 202,14 metros de la misma lana para tejerlo. ¿Cuántos mide cada ovillo de lana que utilizará Juan, considerando que cada ovillo tiene el mismo tamaño?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
		Cada ovillo mide 25,24 m ✓

- f) Un comerciante de Estados Unidos ha comprado 80 botellas de aceite a 1,54 dólares cada unidad. Después las vende a 1,79 dólares por unidad. ¿Cuánto ganará este comerciante en la venta de todas las botellas compradas respecto a lo que gastó, y cuánto corresponde la venta de la mitad de botellas de aceite de este comerciante?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
		ganará 20 dólares y la mitad son 10 dólares ✓

- g) Manuel y Felisa compran en la frutería:
- Tres kilogramos de manzanas a \$500 por cada kg.
 - 2,8 kg de peras a seiscientos pesos por cada kg.
 - Un paquete de uvas pasas por \$350.
 - Dos bolsas de higos secos a \$250 la bolsa.
- ¿A cuánto asciende el gasto?

$$\begin{array}{r} 300 \cdot 2,8 \\ 2400 \\ \hline 600 \\ 8400 \end{array}$$

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
$\begin{array}{r} 1500 \\ 840 \\ 350 \\ 500 \\ \hline 3190 \end{array}$		gasto \$3.190 ✓

Anexo 7: Ejemplos de Prueba 2

23

PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Prado Lopez Esperanza CURSO: 7° año B FECHA: 24/10/2014

Edad: 13 años Puntaje Real: 87 puntos. Puntaje Obtenido: _____ puntos NOTA: _____

Objetivo: Identificar Operatoria y Resolución de Problemas en Números Decimales.

I.- Completa la siguiente tabla sin usar fracciones decimales. (2 puntos cada fila, 6 puntos en total)

Número Decimal	Centena	Decena	Unidad	Décimos	Centésimo	Milésimos	Lectura del Número Decimal Respetando la posición decimal, sin utilizar lenguaje literal.
a) 3,2	3	3	2				Tres décimos
b) 72,7	4	2	7				Setenta y dos centésimos
c) 1,9	1	9	9				un novecimo

II.- Compara los siguientes Números Decimales. Escribe >, < ó = en cada (3 puntos c/u, 12 puntos en total)

- a) 3,60 3,082
- b) 14,50 14,500
- c) 6,7 6,701
- d) 0,749 0,769

III.- Ordena de menor a mayor c/u de las siguientes series de números decimales. (3 puntos c/u, 6 puntos en total)

- a) 0,123 0,32 0,113 0,2
- b) 6,01 6,498 6,52 6,490
- a) 0,113 | 0,123 | 0,32 | 0,2
- b) 6,498 | 6,490 | 6,52 | 6,01

IV.- Resuelve las siguientes adiciones. (3 puntos c/u, 6 puntos en total)

- a) $0,01 + 2 + 0,909 = 2,919$
- b) $0,040 + 0,5 = 0,540$

V.- Resuelve las siguientes sustracciones. (3 puntos c/u, 6 puntos en total)

- a) $1,58 - 0,69 = 0,89$
- b) $5,05 - 2,06 = 2,99$

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA

VI.- Resuelve las siguientes Multiplicaciones y Divisiones. (4 puntos c/u, 16 puntos en total)

a)	$2,67 \cdot 10 =$	$\begin{array}{r} 2,67 \times 10 = \\ + 267 \\ \hline 29,37 \end{array}$	
b)	$0,8 \cdot 8 =$	$\begin{array}{r} 0,8 \times 8 = 6,4 \\ \hline 6,4 \end{array}$	
c)	$6,4 : 8 =$	$\begin{array}{r} 6,4 : 8 = 0,8 \\ \hline 0,8 \end{array}$	
d)	$2,7 : 9 =$	$\begin{array}{r} 2,7 : 9 = 0,3 \\ \hline 0,3 \end{array}$	

VII.- Resuelve los siguientes problemas y utiliza las tablas adjuntas. (5 puntos c/u, 35 puntos en total)

- a) Vanesa nació midiendo 52,4 cm. y durante el primer año, cada mes crece 1,7 cm., ¿cuántos centímetros medirá cuando cumpla un año?

DATOS	OPERATORIA
mide 52,4 cm crece mes a mes 1,7 cm	$\begin{array}{r} 52,4 \times 12 \\ + 3668 \\ \hline 890,8 \text{ cm} \end{array}$
Respuesta y Justificación: Va a medir 890,8 cm cuando cumple 1 año	

- b) Un rectángulo mide cuarenta y dos centésimos de un metro de largo y un perímetro de un entero y veintiséis centésimos metros. ¿Cuánto metros mide el ancho de este rectángulo?

DATOS	REPRESENTACIÓN	OPERATORIA
Respuesta y Justificación:		

- c) La tortuga de mayor tamaño es la tortuga laúd, que mide hasta 1,90 m. La tortuga de las Islas Galápagos no supera 1,20 m. ¿Cuánto más grande puede llegar a medir la tortuga laúd que la tortuga de las Islas Galápagos, si considero las alturas máximas para cada tortuga?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
1,96 m. 1,20 m	$\begin{array}{r} 1,96 \\ - 1,20 \\ \hline 0,76 \end{array}$	puede llegar a medir la tortuga laúd a la tortuga galapagos. 0,76 m. mas grande

d) El día lunes, Alicia tejió 1,75 cm de una bufanda. El día martes tejió diez veces más que esa cantidad. ¿Cuántos centímetros tejió el día martes aproximadamente? Nota: Aproxima a la unidad más alta luego de realizada la operatoria. (aproximación por exceso).

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
$1,75$ $\times 10$	$\begin{array}{r} 1,75 \times 10 \\ + 000 \\ \hline 1,75 \\ \hline 17,50 \end{array}$	tejió 1,75 veces aproximado.

e) Juan quiere hacer un suéter y necesita 8 ovillos de lana, para lo cual utilizará 202,14 metros de la misma lana para tejerlo. ¿Cuántos mide cada ovillo de lana que utilizará Juan, considerando que cada ovillo tiene el mismo tamaño?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
$202,14$	$202,14 : 8 = 25,26$	cada ovillo mide 25,26

f) Un comerciante de Estados Unidos ha comprado 80 botellas de aceite a 1,54 dólares cada unidad. Después las vende a 1,79 dólares por unidad. ¿Cuánto ganará este comerciante en la venta de todas las botellas compradas respecto a lo que gastó, y cuánto corresponde la venta de la mitad de botellas de aceite de este comerciante?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
$1,54$ $+ 1,79$	$\begin{array}{r} 1,54 \\ + 1,79 \\ \hline 3,33 \times 80 \\ + 266,40 = 266,40 \\ \hline 266,40 \end{array}$	gana este comerciante 266,40 en todas las botellas.

g) Manuel y Felisa compran en la frutería:

- Tres kilogramos de manzanas a \$500 por cada kg.
- 2,8 kg de peras a seiscientos pesos por cada kg.
- Un paquete de uvas pasas por \$350.
- Dos bolsas de higos secos a \$250 la bolsa.

¿A cuánto asciende el gasto?

DATOS	OPERATORIA	RESPUESTA
500 218 350 250	$\begin{array}{r} 500 \\ + 600 \\ 350 \\ 250 \\ \hline 1700 \end{array}$	asciende este gasto a \$1700.